ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2021, том 85, № 12, с. 1720–1726

УДК 535.03:519.06

ВОЛНОВЫЕ ПУЧКИ В АКТИВНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ С КВАДРАТИЧНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

© 2021 г. М. В. Комиссарова[1], И. Г. Захарова[1, *], Т. М. Лысак[1], А. А. Калинович[1]

[1]*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова", Москва, Россия*

**E-mail: zaharova@physics.msu.ru*

Поступила в редакцию 05.07.2021 г.
После доработки 26.07.2021 г.
Принята к публикации 27.08.2021 г.

Исследованы особенности формирования параметрических оптических солитонов в допированной активными элементами брэгговской структуре с квадратичной нелинейностью. С помощью численного моделирования продемонстрировано, что конкуренция нелинейной связи, брэгговского отражения и дополнительного профиля усиления/поглощения приводит, в целом, к асимметричной картине распространения двухчастотных солитонов.

DOI: 10.31857/S0367676521120103

ВВЕДЕНИЕ

Важным фактором, влияющим на особенности распространения волн в периодических структурах (ПС), является наличие или отсутствие консервативности системы. В последнее время в центре внимания исследователей находятся активные искусственные ПС, т.е. такие структуры, в которых консервативность нарушена. Изготовить подобную структуру возможно путем допирования основного материала какими-либо активными элементами, например ионами редкоземельных металлов. Такой подход используется, например, при создании структур с симметрией четность-время, так называемых *PT*- (parity-time) симметричных ПС. Дополнительный профиль усиления/поглощения, возникающий за счет чередования слоев из усиливающих и поглощающих материалов, обуславливает необычные асимметричные свойства оптических сред с *PT*-симметрией. Применение *PT*-симметричных ПС открывает новые возможности в управлении, усилении и генерации оптического излучения, поэтому исследования по данной теме весьма актуальны.

В отличие от непериодических структур, распространение излучения в линейных ПС приводит к возникновению запрещенной полосы частот, что в свою очередь порождает обратные волны. Несмотря на энергетические потери в ПС за счет поглощения, возможно компенсировать их и даже использовать для создания новых оптических устройств.

Инициированные в работе [1] в 1998 г. исследования *PT*-симметрии, оформились как чрезвычайно активная и плодотворная научная область, имеющая теоретическое, экспериментальное и коммерческое применение. В *PT*-симметричных оптических системах возможно достижение энергетического баланса поглощения и усиления, поскольку волна усиливается в некоторых областях системы и ослабляется в других [2].

Оптические системы в параксиальном приближении описываются системами уравнений типа Шредингера. Поэтому их можно рассматривать как *PT*-симметричные системы, считая диэлектрическую проницаемость аналогом комплексного потенциала, причем условие *PT*-симметрии имеет вид: $\varepsilon(r) = \varepsilon^*(-r)$ [2–4].

Последнее условие означает, что для вещественной и мнимой частей проницаемости верно $\mathrm{Re}[\varepsilon(-r)] = \mathrm{Re}[\varepsilon(r)]$, $\mathrm{Im}[\varepsilon(-r)] = -\mathrm{Im}[\varepsilon(r)]$, тем самым, в среде присутствуют и поглощение, и усиление.

PT-симметричные оптические системы интенсивно изучаются многими авторами (см., например, обзор [2], а также [5–7]. Даже в линейном случае оптическая *PT*-симметричная структура обладает необычными свойствами в окрестности запрещенной полосы частот. К интересным эффектам можно отнести наблюдаемое в [8, 9] полное поглощение отраженного излучения. В системе с нарушенной *PT*-симметрией при достаточно сильном поглощении и усилении возможна генерация светового излучения. Это явление легло в основу конструкции PT-симметричного лазера [10, 11].

При увеличении интенсивности падающего излучения необходимо учитывать нелинейные эффекты. Как правило, исследуются PT-системы с керровской нелинейностью [12, 13]. Среди описанных нелинейных эффектов следует отметить генерацию оптических солитонов [14] и возможность оптической бистабильности в активных средах [15, 16].

Рассмотрение сред с квадратичной нелинейностью представляет безусловный интерес для исследователей в связи с более низким порогом по интенсивности проявления нелинейных явлений.

Периодические структуры с квадратичной нелинейностью интенсивно исследуются последние 20 лет. Отметим, что даже в пассивной структуре (где нет поглощения/усиления) картина протекания нелинейных волновых взаимодействий гораздо сложнее, нежели в среде с кубичной нелинейностью. Это обусловлено тем, что любой процесс в периодической среде с квадратичной нелинейностью представляет из себя конкуренцию между традиционным параметрическим взаимодействием волн с различными частотами и взаимодействием прямой и обратной волн одной частоты [17].

Такие процессы, как генерация второй гармоники, невырожденное трехчастотное взаимодействие, а также генерация субгармоники протекают при конкуренции между традиционным параметрическим взаимодействием волн с различными частотами и взаимодействием прямой и обратной волн.

В настоящей работе с помощью численного моделирования анализируется процесс распространения оптического излучения в среде с квадратичной нелинейностью и симметрией четность-время. Исследование проводится на основе оригинальной модели, учитывающей дифракцию. Более простые системы уравнений без учета дифракции и в пассивной среде изучались в работах [18, 19].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим генерацию второй гармоники (ГВГ) фемтосекундным лазерным излучением в планарной периодической диэлектрической структуре, описываемой следующей зависимостью диалектрической проницаемости [20]

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon_R \cos\left(\frac{2\pi}{d}z\right) + i\Delta\varepsilon_I \sin\left(\frac{2\pi}{d}z\right) + \\ + \Delta\varepsilon_{R2}\cos\left(\frac{4\pi}{d}z\right) + i\Delta\varepsilon_{I2}\sin\left(\frac{4\pi}{d}z\right) \quad (1)$$

от координаты распространения z. В выражении (1) d-период брэгговской структуры, первое слагаемое ε_0 описывает среднее значение диэлектрической проницаемости, а амплитуды остальных слагаемых малы, $\Delta\varepsilon_R, \Delta\varepsilon_{R_2}$ и $\Delta\varepsilon_I, \Delta\varepsilon_{I_2}$ – амплитуды изменения вещественной и мнимой частей диэлектрической проницаемости соответственно для излучения на основной и удвоенной частотах.

Распространение оптического излучения в такой структуре в предположении когерентности излучения, усреднения по координате y и в пренебрежении дисперсией может быть описано с помощью волнового уравнения [21]

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \frac{\varepsilon(z)}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P}{\partial t^2}, \quad (2)$$

где $E(z,x,t)$ – напряженность электрического поля, $P(z,x,t)$ – нелинейная поляризация. Методом связанных волн для медленно изменяющихся амплитуд прямых $E_{1,2+}$ и обратных $E_{1,2-}$ волн обеих гармоник из волнового уравнения (2) можно получить следующую систему связанных дифференциальных уравнений

$$\begin{gathered} i\left(\frac{\partial E_{1+}}{\partial z} + \frac{\partial E_{1+}}{\partial \tau}\right) + D_{x,1}\frac{\partial^2 E_{1+}}{\partial x^2} + \delta E_{1+} + (\kappa + g)E_{1-} + \\ + E_{1+}^{*}E_{2+} = 0,\quad i\left(-\frac{\partial E_{1-}}{\partial z} + \frac{\partial E_{1-}}{\partial \tau}\right) + D_{x,1}\frac{\partial^2 E_{1-}}{\partial x^2} + \\ + \delta E_{1-} + (\kappa - g)E_{1+} + E_{1-}^{*}E_{2-} = 0, \\ i\left(\frac{\partial E_{2+}}{\partial z} + \nu\frac{\partial E_{2+}}{\partial \tau}\right) + D_{x,2}\frac{\partial^2 E_{2+}}{\partial x^2} + \delta_2 E_{2+} + \\ + (\kappa_2 + g_2)E_{2-} + \sigma(E_{1+})^2 = 0, \\ i\left(-\frac{\partial E_{2-}}{\partial z} + \nu\frac{\partial E_{2-}}{\partial \tau}\right) + D_{x,2}\frac{\partial^2 E_{2-}}{\partial x^2} + \delta_2 E_{2-} + \\ + (\kappa_2 - g_2)E_{2+} + \sigma(E_{1-})^2 = 0. \end{gathered} \quad (3)$$

Отметим, что аналогичная система была получена в работах [18, 19] в пассивной среде и без учета дифракции по переменной x. В работе [20] были получены аналогичные уравнения без учета генерации второй гармоники и дифракции.

В уравнениях (3) $\delta = (k_1 - \alpha)/l_{nl}$, $\delta_2 = (k_2 - 2\alpha)/l_{nl}$ – отстройки от брэгговского резонанса на основной и удвоенной частотах, $\Delta k = k_2 - 2k_1$ – расстройка фазовых скоростей, $k_{1,2}$ – волновые числа на основной и удвоенной частотах, $\alpha = \dfrac{\pi}{d}$, z – переменная, вдоль которой распространяется излучение, измеряется в единицах нелинейной длины $l_{nl} = \left(\gamma_1\sqrt{I_1}\right)^{-1} (z \to z l_{nl})$, x – поперечная переменная, измеряется в единицах поперечной ширины пучка $a_x (x \to x/a_x)$,

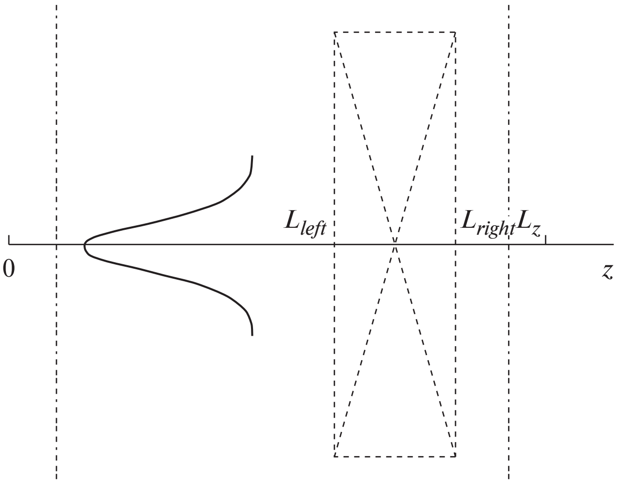

Рис. 1. Схема распространения лазерного излучения в периодической среде в условиях ГВГ.

$\tau = \frac{t}{\eta} l_{nl}$ – безразмерное время, связанное с физическим временем t соотношением, $\eta = \frac{\varepsilon_0 \omega_0}{c^2 k_1} = \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{c}$, с учетом $k_1^2 = \frac{\varepsilon_0}{c^2}\omega_0^2$, ω_0 – частота брэгговского резонанса. $\kappa = \frac{\omega_0^2}{c^2 k_1}\frac{\Delta\varepsilon_R}{4}\frac{1}{l_{nl}} = \frac{\omega_0}{c\sqrt{\varepsilon_0(\omega_0)}}\frac{\Delta\varepsilon_R}{4}\frac{1}{l_{nl}}$, $\kappa_2 = \frac{4\omega_0^2}{c^2 k_2}\frac{\Delta\varepsilon_{R2}}{4}\frac{1}{l_{nl}} = \frac{2\omega_0}{c\sqrt{\varepsilon_0(2\omega_0)}}\frac{\Delta\varepsilon_{R2}}{4}\frac{1}{l_{nl}}$ – параметры брэгговской связи. $g = \frac{\omega_0^2}{c^2 k_1}\frac{\Delta\varepsilon_I}{4}\frac{1}{l_{nl}} = \frac{\omega_0}{c\sqrt{\varepsilon_0}}\frac{\Delta\varepsilon_I}{4}\frac{1}{l_{nl}}$, $g_2 = \frac{4\omega_0^2}{c^2 k_2}\frac{\Delta\varepsilon_{I2}}{4}\frac{1}{l_{nl}} = \frac{2\omega_0}{c\sqrt{\varepsilon_0(2\omega_0)}}\frac{\Delta\varepsilon_{I2}}{4}\frac{1}{l_{nl}}$ – параметры несимметричной связи между встречными волнами. $\gamma_1 = \frac{4\pi}{c^2 k_1}\omega_0^2\chi^{(2)}(-\omega_0, 2\omega_0)$, $\gamma_2 = \frac{8\pi}{c^2 k_2}\omega_0^2\chi^{(2)}(\omega_0, \omega_0)$ – коэффициенты квадратичной нелинейности, где $\chi^{(2)}$ – нелинейная восприимчивость среды, $\sigma = \gamma_2/\gamma_1$ – их отношение; $D_{x,1} = \left(2k_1 l_{nl} a_x^2\right)^{-1}$, $D_{x,2} = \left(2k_2 l_{nl} a_x^2\right)^{-1}$ – дифракционные параметры для волны на основной и удвоенной частоте, соответственно.

Мы предполагаем, что периодическая среда окружена однородной линейной средой с диэлектрической проницаемостью ε_0, в которой можно пренебречь расплыванием пучка за счет дифракции (рис. 1). Тем самым распространение лазерного излучения в такой среде (при $0 < x < L_x$ и $0 < z < L_{left}$, $L_{right} < z < L_z$) описывается уравнениями (3), в левой части которых оставлены только два первых слагаемых.

На границах рассматриваемых областей ставятся граничные условия

$$\begin{gathered} E_{1+}(z=0,x,\tau) = E_{2+}(z=0,x,\tau) = \\ = E_{1-}(z=L_z,x,\tau) = E_{1-}(z=L_z,x,\tau) = 0, \\ E_{1\pm}(z,x=0,\tau) = E_{2\pm}(z,x=0,\tau) = \\ = E_{1\pm}(z,x=L_x,\tau) = E_{2\pm}(z,x=L_x,\tau) = 0, \end{gathered} \tag{4}$$

при $\tau = 0$ задается начальное условие

$$\begin{gathered} E_{1+}(z,x,\tau=0) = E_{10}(z,x), \quad E_{2+}(z,x,\tau=0) = \\ = E_{20}(z,x), \quad E_{10}(z=0) = E_{10}(z=L_{left}) = 0. \end{gathered} \tag{5}$$

Рассмотрим падение на периодическую структуру излучения на основной частоте в виде пучка, имеющего солитонный профиль, при отсутствии излучения на частоте второй гармоники

$$\begin{gathered} E_{10}(z,x) = A_{10}ch^{-1}\left(\left(z - \frac{L_{left}}{2}\right)\Big/h_z\right)\times \\ \times ch^{-1}\left(\left(x - \frac{L_x}{2}\right)\Big/h_x\right), \quad E_{20}(z,x) = 0. \end{gathered} \tag{6}$$

Параметры h_z и h_x характеризуют ширину пучка в продольном и поперечном направлении, соответственно.

Уравнения (3)–(6) решаются численно с использованием консервативной нелинейной разностной схемы на характеристической сетке, реализуемой с помощью итерационного алгоритма.

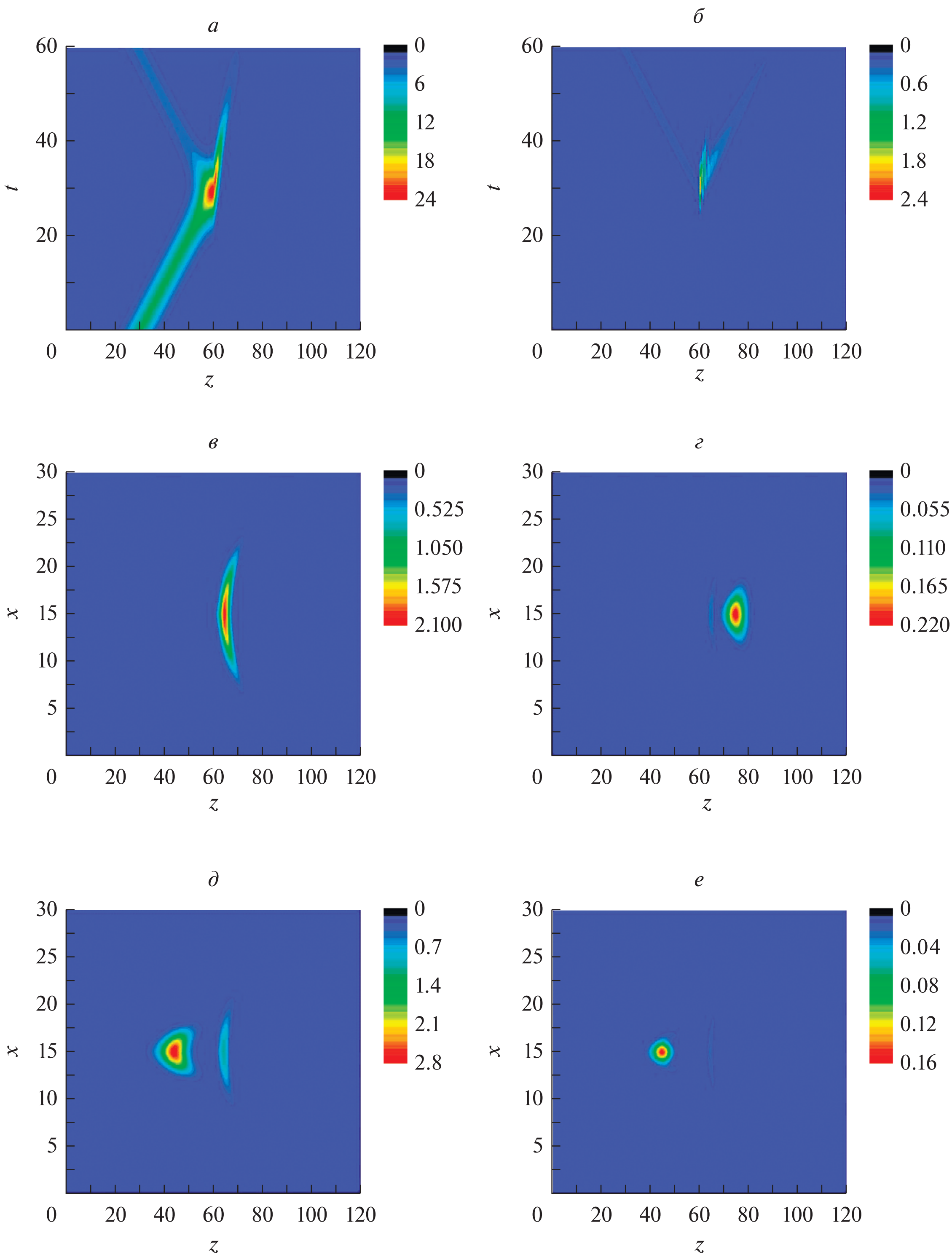

Рис. 2. Формирование брэгговских солитонов для волны на основной частоте (*а*) и частоте второй гармоники (*б*) для пассивной среды ($g = 0$). Профиль пучка прямой волны на основной частоте (*в*) и удвоенной частоте (*г*), обратной волны на основной частоте (*д*) и удвоенной частоте (*е*) в момент времени $\tau = 45$.

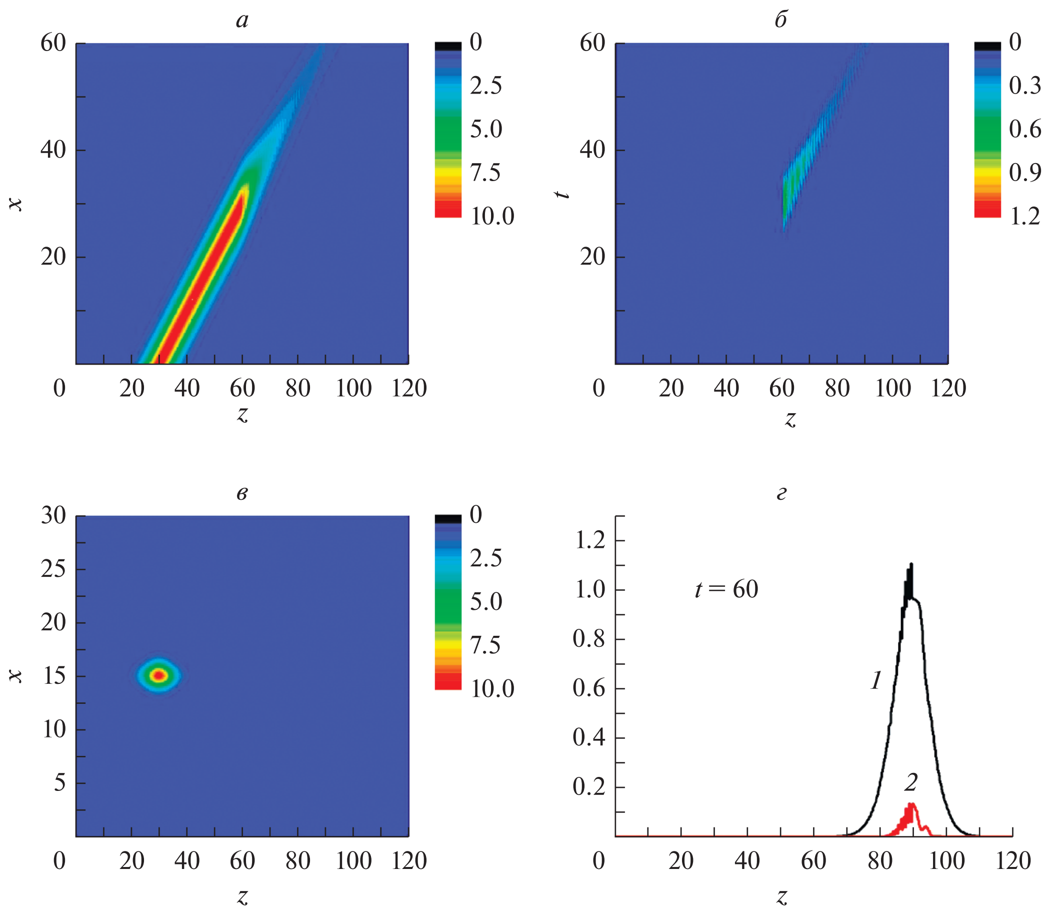

Рис. 3. Формирование брэгговских солитонов для волны на основной частоте (*а*) и частоте второй гармоники (*б*) для активной среды ($g = 1$). Профиль падающего пучка на основной частоте (*в*). Профиль пучка прямой волны на основной частоте (кривая *1*) и удвоенной частоте (кривая *2*) в центральном сечении ($x = 15$) в момент времени $\tau = 60$ (*г*).

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Численные расчеты в настоящей работе проводились для следующих значений безразмерных параметров, которые соответствуют окрестности нижней границы брэгговской щели:

$$\kappa = 1, \quad \kappa_2 = g_2 = 0, \quad \delta = -0.9, \quad \delta_2 = 5, \quad \sigma = 1/2, \quad A_{10} = \sqrt{10}, \quad h_z = 5, \tag{7}$$

$$h_x = 1, \quad D_{x,1} = D_{x,2} = 0.1, \quad g = 0, 1, -1, \quad L_{left} = 60, \quad L_{right} = 90, \quad L_z = 120, \quad L_x = 10.$$

Для параметров (7) ранее [18] было продемонстрировано формирование брэгговских солитонов на основной частоте и частоте второй гармоники в пассивной 1D полубесконечной периодической среде, причем формирование солитонов происходило как для прямых волн, так и для отраженных волн.

Можно показать, что учет конечной ширины пучка в поперечном направлении (вдоль переменной x), а также активная среда оказывают существенное влияние на формирование и распространение брэгговских солитонов. Рисунки 2, 3 и 4 демонстрируют особенности формирования солитонов при учете конечной ширины пучка в поперечном направлении для пассивной среды ($g = 0$, рис. 2) и двух активных сред, различающихся порядком поглощающих и генерирующих слоев: $g = 1$ (рис. 3) и $g = -1$ (рис. 4).

Сравнение с результатами работы [18], показывает, что учет конечной ширины пучка в поперечном направлении качественно не изменяет характер, приводя преимущественно к трансформации исходного солитонного пучка к серповидной форме. Заметим, что серповидная форма пучка прямой волны на основной частоте отражается также в форме пучков остальных трех волн: отраженной волны на основной частоте и обеих волн на удвоенной частоте.

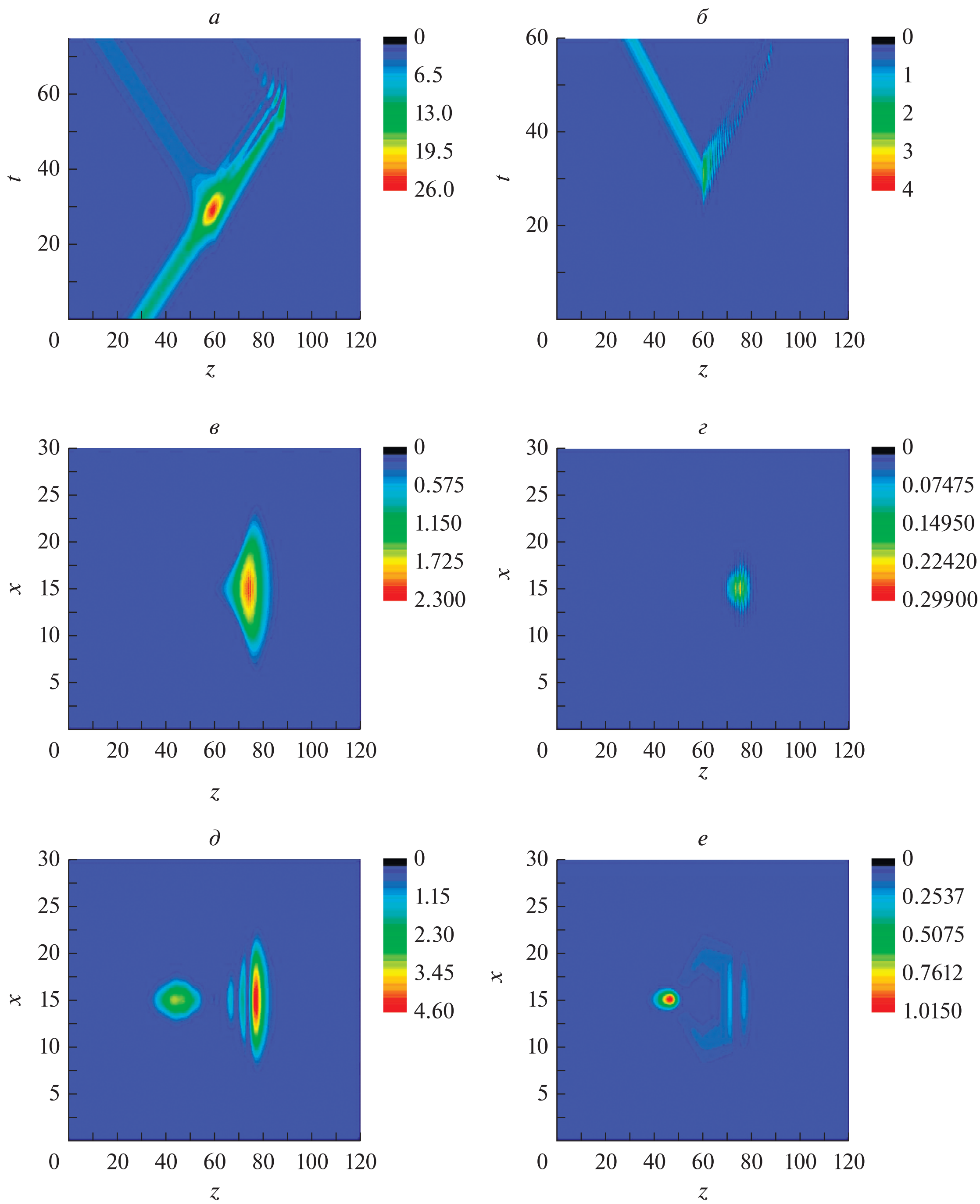

Рис. 4. Аналогично рис. 2, при тех же параметрах, кроме $g = -1$.

Наличие активных компонентов периодической структуры приводит к существенной трансформации картины формирующихся солитонов. Причем критически важным в этом случае является порядок чередования поглощающих и усиливающих слоев. В частности, при $g = 1$ (рис. 3) обратные волны не формируются. Действительно, в этом случае $\kappa - g = \kappa_2 - g_2 = 0$, поэтому во втором и четвертом уравнениях отсутствует генерирующие слагаемые.

При ином чередовании активных и пассивных слоев, картина формирования солитонов существенно изменяется. Помимо отражения основной волны от передней границы периодической структуры наблюдается также отражение от задней границы (рис. 4*а*). В результате на основной частоте формируется обратная волна, состоящая из нескольких субпучков (рис. 4*г*), тогда как распространение остальных волны близко к солитоноподобному.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены особенности формирования брэгговских солитонов в пассивных и активных средах в условиях генерации второй гармоники при учете конечной ширины пучка в поперечном направлении. Установлено, что порядок чередования усиливающих и поглощающих слоев в активной периодической структуре оказывает существенное влияние на процесс формирования солитонов прямой и обратной волны на основной и удвоенной частотах. Показано, что изменением чередования генерирующих и поглощающих слоев можно добиться как усиления пропускания излучения через периодическую структуру, так и усиления отражения излучения от границ периодической структуры.

Исследование выполнено при поддержке Междисциплинарной научно-образовательной школы Московского государственного университета “Фотонные и квантовые технологии. Цифровая медицина”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bender C.M., Boettcher S.* // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 80. P. 5243.
2. *Зябловский А.А., Виноградов А.П., Пухов А.А. и др.* // УФН. 2014. Т. 184. № 11. С. 1177; *Zyablovsky A.A., Vinogradov A.P., Pukhov A.A. et al.* // Phys. Usp. 2014. V. 57. No. 11. P. 1063.
3. *Makris G., El-Ganainy R., Christodoulides D.N., Musslimani Z.H.* // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 100. Art. No. 103904.
4. *Ruter C.E., Makris G., El-Ganainy R. et al.* // Nat. Phys. 2010. V. 10. P. 192.
5. *Suchkov S.V., Sukhorukov A.A., Huang J. et al.* // Laser Photon. Rev. 2016. V. 10. P. 1.
6. *Konotop V.V., Yang J., Zezyulin D.A.* // Rev. Modern Phys. 2016. V. 88. No. 3. Art. No. 035002.
7. *El-Ganainy R., Makris K.G., Khajavikhan M. et al.* // Nature Phys. 2018. V. 14. P. 11.
8. *Feng L., Xu Y.-L., Fegadolli W.S. et al.* // Nature Mater. 2013. V. 12. P. 108.
9. *Feng L., Zhu X., Yang S. et al.* // Opt. Expr. 2014. V. 22. No. 2. P. 1760.
10. *Gu J., Xi X., Ma J., Yu Z., Sun X.* // Sci. Rep. 2016. V. 6. Art. No. 37688.
11. *Longhi S.* // Sci. Rep. 2010. V. 82. No. 3. Art. No. 031801.
12. *Li K., Zezyulin D.A., Kevrekidis P.G. et al.* // Phys. Rev. A. 2013. V. 88. Art. No. 053820.
13. *Ögren M., Abdullaev F.Kh., Konotop V.V.* // Opt. Lett. 2017. V. 42. No. 20. P. 4079.
14. *Miri M.-A., Aceves A.B., Kottos T. et al.* // Phys. Rev. A. 2012. V. 86. No. 3. Art. No. 033801.
15. *Liu J., Xie X.-T., Shan C.-J. et al.* // Laser Phys. 2015. V. 25. Art. No. 015102.
16. *Phang S., Vukovic A., Susanto H. et al.* // Opt. Lett. 2014. V. 39. No. 9. P. 2603.
17. *Манцызов Б.И.* ГВГ в фотонных кристаллах. Когерентная и нелинейная оптика фотонных кристаллов. М.: Физматлит, 2009.
18. *Conti C., Assanto G., Trillo S.* // Opt. Lett. 1997. V. 22. No. 17. P. 1350.
19. *Conti C., Assanto G., Trillo S.* // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. P. 2341.
20. *Komissarova M.V., Marchenko V.F., Shestakov P.Yu.* // Phys. Rev. E. 2019. V. 99. No. 4. Art. No. 042205.
21. *Pelinovsky D., Sears J., Brzozowski L., Sargent E.H.* // J. Opt. Soc. Amer. B. 1997. V. 19. P. 43.

Wave beams in active periodic structures with quadratic nonlinearity

M. V. Komissarova[a], I. G. Zakharova[a, *], T. M. Lysak[a], A. A. Kalinovich[a]

[a] *Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

**e-mail: zaharova@physics.msu.ru*

We investigated the features of the formation of parametric optical solitons in a Bragg structure doped with active elements with a quadratic nonlinearity. Using numerical simulations, we have demonstrated that the competition between nonlinear coupling, Bragg reflection, and additional gain/absorption profile leads, in general, to an asymmetric picture of the propagation of two-frequency solitons.