

УДК 535.21:538.958:621.373.826

## ПРОЯВЛЕНИЕ ГИРОТРОПИИ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ СРЕД В НЕЛИНЕЙНО-ОПТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

© 2021 г. А. И. Маймистов\*

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, Россия

\*E-mail: aimaimistov@gmail.com

Поступила в редакцию 05.07.2021 г.

После доработки 26.07.2021 г.

Принята к публикации 27.08.2021 г.

Рассмотрены нелинейные оптические процессы – генерацию третьей гармоники и поворот вектора поляризации волны, зависящий от интенсивности в средах, свойства которых обусловлены ненулевой кривизной Берри. Связанная с этим гиротропия приводит к зависимости фазовой скорости от поляризации излучения, что нарушает условие фазового синхронизма для одной из поляризаций взаимодействующих волн.

10.31857/S0367676521120231

### ВВЕДЕНИЕ

Среди материалов, привлекающих большое внимание в физике конденсированных сред, следует отметить класс сред, известных как топологические изоляторы (или диэлектрики) (ТИ) [1–4]. Это новый класс состояния вещества, у которых в объеме имеется щель в электронном спектре, но на поверхности они имеют бесщелевые, топологически защищенные поверхностные электронные состояния. Помимо ТИ найдены и изучаются другие материалы: топологические изоляторы Флоке, полуметаллы Вейля и Дирака, топологический магнитный изолятор, топологические сверхпроводники [5]. Большинство работ в этой области посвящено изучению электрических свойств материалов.

Помимо электронных топологических материалов существуют фотонные кристаллы (ФК) и подобные им искусственно созданные среды, метаматериалы, где роль атомов играют волноводы, микро-(нано) резонаторы, металлические шарики или колечки. Некоторые двумерные ФК, имеющие сложные элементарные ячейки, демонстрируют свойства, которые можно характеризовать топологическими инвариантами. Необычайная активность исследований в этой области, как теоретические, так и экспериментальные, привели к появлению нового раздела оптики – топологической фотонике [6–8].

Типичным для электронных топологических материалов является магнитоэлектрический (МО) эффект [1, 2], следствием которого являются вра-

щение поперечной компоненты вектора электрического поля, распространяющейся в среде электромагнитной волны.

### КВАЗИКЛАССИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В ПЕРИОДИЧЕСКОМ ПОЛЕ КРИСТАЛЛА

Для свободно движущейся (заряженной или не заряженной) частицы волновая функция имеет вид [9]:

$$|\psi\rangle = \exp(i\vec{p}\vec{r}/\hbar), \quad (1)$$

где  $\vec{p}$  – импульс и  $\vec{r}$  – координата электрона. Операторы импульса и координаты удовлетворяют коммутационным условиям  $[r_j, p_i] = i\hbar\delta_{ij}$ ,  $[p_j, p_i] = 0$ ,  $[r_j, r_i] = 0$ , где нижние индексы указывают компоненты векторов импульса и координаты. В импульсном представлении оператор импульса есть просто умножение на  $\vec{p}$ , а оператор координаты частицы есть градиент ( $r_j = i\hbar\partial/\partial p_j$  – его компоненты), действующий на функции, которые зависят от  $\vec{p}$ .

В квазиклассическом приближении динамика электронов описывается как движение волнового пакета под действием электрического  $\vec{E}$  и магнитного  $\vec{B}$  полей [10]. Положение центра волнового пакета и сопряженный импульс удовлетворяют системе уравнений:

$$\dot{r}_j = \frac{\partial W(p)}{\partial p_j}, \quad \dot{p}_j = eE_j + \frac{e}{c}(\dot{\vec{r}} \times \vec{B})_j, \quad (2)$$

где точной над символом обозначается производная по времени,  $W(p)$  – энергия электрона в разрешенной зоне.

При выводе уравнений движения волнового пакета (2) учитывалось, что волновая функция (и все функции образующие волновой пакет) отвечали плоской волне (1). Однако, состояние электрона в периодическом поле кристаллической решетки описывается векторами состояния Блоха [10]:

$$|\psi\rangle = \exp(i\vec{p}\vec{r}/\hbar) |u_n(\vec{k}, \vec{r})\rangle,$$

где  $\vec{p} = \hbar\vec{k}$  – квазиимпульс электрона, и для любого вектора прямой решетки  $\vec{b}$  справедливо условие периодичности  $|u_n(\vec{k}, \vec{r})\rangle = |u_n(\vec{k}, \vec{r} + \vec{b})\rangle$ . Индекс указывает на номер зоны. Предположим, что межзонных переходов нет, тогда номер зоны можно опустить.

Чтобы получить уравнения, которым подчиняются операторы координаты и импульса (т.е., уравнения Гейзенберга) надо найти представление этих операторов и вычислить соответствующие коммутаторы [9]. В импульсном представлении получают следующий результат [11, 12]: оператор квазиимпульса есть как и прежде умножение на  $\vec{p}$ , а оператор координаты частицы есть “удлиненный” градиент

$$r_j = i\hbar \frac{\partial}{\partial p_j} + A_j(\vec{p}), \quad A_j(\vec{p}) = i \left\langle u_p \left| \frac{\partial}{\partial p_i} \right| u_p \right\rangle. \quad (3)$$

Здесь использованы обозначения Дирака для матричного элемента оператора градиента в импульсном пространстве. Заметить надо, что в случае свободного движения электрона, дополнительное слагаемое в (3) равно нулю. Вектор  $A_j(\vec{p})$  называется связностью Берри [12–14]. В рассматриваемом случае в нем зашифрована информация о периодическом поле кристаллической решетки и о его взаимодействии с движущейся частицей, на пример, о спин-орбитальном взаимодействии.

С учетом (3) операторы импульса и координаты удовлетворяют следующим коммутационным условиям

$$[r_j, p_i] = i\hbar\delta_{ij}, \quad [p_j, p_i] = 0, \quad [r_j, r_i] = \hbar F_{ji}, \quad (4)$$

где

$$F_{ij} = F_{ij}(\vec{p}) = \frac{\partial A_j}{\partial p_i} - \frac{\partial A_i}{\partial p_j}. \quad (5)$$

Первое, что надо заметить – это то, что компоненты оператора положения частицы не коммутируют. Некоммутативные координаты в последнее время стали часто обсуждаться в связи с экзотическими частицами и эффектом Холла [14–17].

Второе – функция  $F_{ij}(\vec{p})$  выглядит как тензор электромагнитного поля в трехмерном пространстве импульсов. Но поскольку пространство трехмерное, это поле аналогично магнитному, точнее, квазимагнитному полю, которое может как-то взаимодействовать с квазиотокком в импульсном пространстве, который позже будет определен.

Используя коммутационные соотношения (4), можно получить уравнения Гейзенберга, описывающее движение заряженной частицы в кристаллическом поле и во внешнем электромагнитном поле. Отсюда можно получить в квазиклассическом приближении уравнения, определяющие динамику положение центра волнового пакета и сопряженного ему импульс [12, 13]:

$$\begin{aligned} \dot{r}_j &= \frac{\partial W(p)}{\partial p_j} + \frac{1}{\hbar} (\dot{\vec{p}} \times \vec{\Omega})_j, \quad \dot{p}_j + \gamma p_j = eE_j + \\ &+ \frac{e}{c} (\dot{\vec{r}} \times \vec{B})_j, \end{aligned} \quad (6)$$

Во второе уравнение системы (6) добавлено слагаемое, пропорциональное константе затухания  $\gamma$ , что обеспечивает достижение равновесного состояния системы электронов, описываемых уравнениями (6).

Из первого уравнения системы (6) видно, что скорость складывается из двух величин. Первое слагаемое есть нормальная скорость зонного электрона:

$$v_j \equiv \dot{r}_j = \frac{\partial W(p)}{\partial p_j}.$$

Второе слагаемое, называемое аномально скоростью, обязано кристаллическому полю, в котором движется электрон. Аномальная скорость содержит вектор кривизны Берри  $\vec{\Omega}(\vec{p})$ , компоненты которого выражаются через вектор связности Берри, как ротор в пространстве квазиимпульсов связности Берри:

$$\Omega_k = \frac{1}{2} \epsilon_{kji} F_{ij}, \quad \text{или} \quad \vec{\Omega}(p) = \nabla_p \times \vec{A}.$$

Связность Берри отражает свойства состояний Блоха, которые в свою очередь, отражают симметрию кристаллического поля и взаимодействие электронов с ионами кристаллической решетки. Таким образом, нетривиальные свойства состояний Блоха, как функций вектором из зоны Бриллюэна, могут приводить к ненулевому значению кривизны Берри  $\vec{\Omega}(\vec{p})$ , что является дверью, через которую топологи проникает в физику твердого тела и фотонику [8, 12, 17, 18].

ОБОБЩЕНИЕ МОДЕЛИ ЛОРЕНЦА

Хорошо известной моделью, позволяющей описать нелинейный отклик среды, является модель ангармонического осциллятора (модели Лоренца) [19]. В рамках этой модели нелинейный отклик среды является результатом негармонического движения заряженной частицы во внешнем электромагнитном поле. В рассматриваемой модели, в которой система уравнений (6) описывают динамику волнового пакета в фазовом пространстве, ангармонического потенциала явно нет. Но негармоническое движение волнового пакета обусловлено сложной (не линейной) зависимостью от квазиимпульса нормальной скорости или энергия электрона в разрешённой зоне. Другими причинами ангармонического движения волнового пакета являются зависимость кривизны Берри  $\vec{\Omega}(\vec{p})$  от квазиимпульса и сила Лоренца (второе слагаемое в уравнении для квазиимпульса). В настоящей работе рассмотрены все три причины возникновения нелинейного отклика.

Если предположить, что закон дисперсии для электронов параболический, то система уравнений (6) приведет в линейном приближении к линейной зависимости электрической поляризации от магнитного поля и намагниченности от электрического поля, т.е., (6) позволяют описать МО эффект, который имеет топологическую природу. Добавка этих поляризации и намагниченности к обычным, не связанным с топологией, поляризации и намагниченности приведет к системе обобщенных уравнений Максвелла

$$\text{rot } \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0, \quad \text{div } \vec{B} = 0, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{div } \vec{D} = -\alpha \nabla \theta \cdot \vec{B}, \quad \text{rot } \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \\ + \alpha \left( \frac{1}{c} \frac{\partial \theta}{\partial t} \vec{B} + \nabla \theta \times \vec{E} \right), \end{aligned} \quad (8)$$

на которых базируется электродинамика топологических сред [20–23]. Здесь  $\alpha = e^2/c\hbar$  – постоянная тонкой структуры и параметр  $\theta$  (называемый аксионным полем [20]) связан с кривизной Берри следующим соотношением

$$\vec{\Omega} = -\frac{\alpha c}{4\pi e^2} \nabla \theta = -\frac{1}{4\pi \hbar} \nabla \theta.$$

Если считать, что внешнего магнитного поля нет и электродинамика определяется уравнениями (6), то можно найти вектор электрической индукции

$$\vec{D}(\omega) = \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)} \right) \vec{E}(\omega) - \frac{i\Omega_0 m \omega_p^2}{(\omega + i\gamma)} \vec{n} \times \vec{E}(\omega),$$

где  $\omega_p$  – плазменная частота,  $m$  – масса электрона. Здесь предполагалось, что кривизна Берри есть постоянный вектор:  $\vec{\Omega}(\vec{p}) = \Omega_0 \vec{n}$ . Зависимость вектора электрической индукции от напряженности электрического поля показывает, что среда, в которой распространяется электромагнитная волна, обладает гиротропией. Следовательно, главным проявлением топологических свойств среды будет возникшая гиротропия, причем, вектор гирации пропорционален кривизне Берри  $\vec{\Omega}(\vec{p})$ .

Система уравнений движения электронов в квазиклассическом приближении (6) позволяет получить обобщение модели Лоренца, которая часто используется для определения электромагнитных откликов среды [24]. Если считать, что кривизна Берри есть постоянный вектор, то топологические эффекты проявляются в появлении дополнительной силы, действующей на электроны, перенормировке массы электрона и константы затухания [25]. Поправки к массе и константе затухания пропорциональны  $(e/c)(\vec{\Omega} \cdot \vec{B})$ . Если напряженность магнитного поля волны мала, так чтобы  $(e/c)B\Omega \ll 1$ , то уравнение движения в модели Лоренца можно заменить следующим

$$\begin{aligned} \ddot{\vec{R}} + \gamma \dot{\vec{R}} = (e/m)\vec{E} + (e/mc)\dot{\vec{R}} \times \vec{B} + (e^2/cm) \times \\ \times (\vec{E} \cdot \vec{B})\vec{\Omega}. \end{aligned} \quad (9)$$

Плотность тока определяется из решения уравнения (9) по формуле

$$\vec{j} = (en_e/m) \left( \vec{P} + m \dot{\vec{P}} \times \vec{\Omega} \right),$$

где  $n_e$  – плотность электронов и  $\vec{P} = m \dot{\vec{R}}$ . Уравнение (9) позволяет найти нелинейные восприимчивости действуя в соответствии со стандартным подходом, например, как в [19].

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ – ГЕНЕРАЦИЯ ГАРМОНИК

Получившаяся модель – уравнение (9) позволяет найти выражения для нелинейных проводимостей, отвечающих за генерацию второй гармоники и оптическое выпрямление. Для случая генерации второй гармоники показано [25], что нелинейная проводимость пропорциональна линейной проводимости, а коэффициент пропорциональности равен постоянной тонкой структуры, умноженной на одну из компонент кривизны Берри. В случае топологического изолятора эта компонента пропорциональна целому нечетному

числу. В случае ТИ топологическая нелинейная проводимость отлична от нуля на поверхности изолятора, но выражается через объемную линейную проводимость. Это новый пример известного для топологических теорий поля и теории топологических сред “соответствия объем-граница” (the bulk-boundary correspondence).

Более высокого порядка поправки к поляризации можно получить, опираясь на следующие предположения: (а) непараболическая зависимость энергии зонных электронов от квазиимпульса  $W(p) = p^2/2m + \kappa p^4/4$ , и (б) слабая зависимость кривизны Берри от квазиимпульса  $\vec{\Omega}(p) = (\Omega_0 + \Omega_2 p^2)\vec{n}$ .

За генерацию третьей гармоники (ГТГ) отвечает поляризация [26]

$$\vec{P}_{\text{ТНГ}}(3\omega) = \chi^{(3)}(3\omega)(\vec{E} \cdot \vec{E})\vec{E} + i\tilde{\chi}^{(3)}(3\omega)(\vec{E} \cdot \vec{E})\vec{n} \times \vec{E}. \quad (10)$$

Здесь и далее  $\vec{E}$  обозначает медленно меняющуюся во времени и пространстве амплитуду электрического поля волны. Введенная здесь восприимчивость третьего порядка

$$\chi^{(3)}(3\omega) = \frac{\kappa n_e e^4}{3\omega(\omega + i\gamma)^3},$$

обусловлена негармоническим движением зонных электронов. Второе слагаемое в (10), для которого введена восприимчивость

$$\tilde{\chi}^{(3)}(\omega) = \frac{\Omega_2 n_e e^4}{3(\omega + i\gamma)^3},$$

отвечает вкладу кривизны Берри в ГТГ и тем самым является топологической характеристикой процесса ГТГ. Различная частотная зависимость этих восприимчивостей позволяет различить их спектроскопическими методами.

Эффективность процесса преобразования волна накачки в волну гармоники зависит от выполнения условия синхронизма. Например, при ГТГ в обычной среде равенство фазовых скоростей означает, что  $\Delta k = k(3\omega) - 3k(\omega)$  равно нулю. Но, если ГТГ происходит в среде с отличной от нуля кривизной Берри, то условие фазового синхронизма выражается следующей формулой

$$\Delta k = k(3\omega) - 3k(\omega) \mp \frac{6\pi\omega\tilde{\chi}^{(1)}(3\omega)}{c\sqrt{\epsilon(3\omega)}} = 0,$$

$$\tilde{\chi}^{(1)}(3\omega) = \frac{\Omega_0 m \omega_p^2}{3\omega},$$

где знак (+) (знак (–)) соответствует волнам циркулярно поляризованным против (по) часовой стрелки. Восприимчивость пропорциональна  $\Omega_0$ , следовательно синхронизм не может быть выполнен для волн с обеими циркулярными поляризациями. Это справедливо будет не только для ГТГ, но для любого примера параметрических взаимодействий. Такое свойство нарушения фазового синхронизма характерно для любой гиротропной среды. Существенно, что в рассматриваемом случае гиротропия обусловлена топологическими характеристиками среды.

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ВОЛНЫ

Если для параметрических взаимодействий требуется выполнение условия фазового синхронизма, то для некоторых других процессов (авто-модуляции, кросс-модуляция, самофокусировки, образования солитонов) такого требования нет. За явления самовоздействия в слабо нелинейных средах отвечает медленно меняющаяся во времени и пространстве поляризация  $\vec{P}_{nl}(\omega)$ , которую в рассматриваемой ситуации можно записать как

$$\vec{P}_{nl}(\omega) = \chi^{(3)}(\omega)[2(\vec{E} \cdot \vec{E}^*)\vec{E} + (\vec{E} \cdot \vec{E})\vec{E}^*] - i\chi_g^{(3)}(\omega)\vec{n} \times [2(\vec{E} \cdot \vec{E}^*)\vec{E} - (\vec{E} \cdot \vec{E})\vec{E}^*]. \quad (11)$$

Нелинейному поглощению и процессам самофокусировки и авто-модуляции отвечает нелинейная восприимчивость третьего порядка

$$\chi^{(3)}(\omega) = \frac{(-\kappa)e^2 m \omega_p^2}{4\pi\omega(\omega + i\gamma)(\omega^2 + \gamma^2)}.$$

Нелинейную поправку к вектору гирации определяет второе слагаемое в (11), соответствующая нелинейная восприимчивость третьего порядка имеет вид

$$\chi_g^{(3)}(\omega) = \frac{\Omega_2 e^4 n_e}{(\omega + i\gamma)(\omega^2 + \gamma^2)}.$$

Параметр  $\Omega_2$  в этом выражении свидетельствует о том, что рассматриваемый эффект обусловлен топологическими свойствами среды.

Распространение нелинейных волн происходит в рассматриваемой среде аналогично тому, как это происходит в обычных (не топологических) гиротропных средах. Но благодаря поправке к вектору гирации, определяемой восприимчивостью  $\chi_g^{(3)}(\omega)$ , постоянная Верде становится зависящей от интенсивности излучения.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Типичной характеристикой сред, которые обладают топологическими характеристиками, в линейном случае является гиротропия, обусловленная топологическими свойствами динамики электронов и отмеченная в ряде работ, посвященных топологическим изоляторам и полуметаллу Вейля [27–30]. Это свойство воспроизводится в рассмотренной здесь модели. Топологическая гиротропия влечет различную величину нелинейных откликов для волн разной циркулярной поляризации, так как, если условие фазового синхронизма выполнено для волны с правой циркулярной поляризацией, то для волн с левой циркулярной поляризацией это условие будет нарушено. Соответственно интенсивность генерируемых волн окажется заметно различной.

Для топологических изоляторов кривизна Берри сосредоточена (не равна нулю) на границе раздела сред (ТИ и обычного диэлектрика). Следовательно, топологические свойства среды будут проявляться в тех нелинейных явлениях, где участвуют поверхностные волны [31, 32].

Исследование выполнено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-02-00921).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Fu M., Kane M.* // Phys. Rev. B. 2007. V. 76. № 4. Art. No. 045302.
2. *Hasan M.Z., Kane C.L.* // Rev. Mod. Phys. 2010. V. 82. No. 4. P. 3045.
3. *Ando Y.* // J. Phys. Soc. Japan. 2013. V. 82. Art. No. 102001.
4. *Bansil A., Hsin Lin, Tanmoy Das* // Rev. Mod. Phys. 2016 V. 88. Art. No. 021004.
5. *Hasan M.Z., Xu Su-Ya, Bian G.* // Phys. Scr. 2015. V. T164. Art. № 014001.
6. *He Ch., Lin L., Sun X.-Ch. et al.* // Int. J. Mod. Phys. B 2014. V. 28. Art. No. 1441001.
7. *Lu L., Joannopoulos J.D., Soljacic M.* // Nat. Photon. 2014. V. 248. P. 821.
8. *Ozawa T., Price H.M., Amo A. et al.* // Rev. Mod. Phys. 2019. V. 91. Art. No. 015006.
9. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика: Квантовая механика (нерелятивистская теория). М.: Наука, 2002.
10. *Кутель Ч.* Квантовая теория твердых тел. М.: Наука, 1987.
11. *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Статистическая физика. Ч. 2. Теория конденсированного состояния. М.: Физматлит, 2004. 290 с.
12. *Di Xiao, Ming-Che Chang, Qian Niu.* // Rev. Mod. Phys. 2010. V. 82. P. 1959.
13. *Nagaosa N., Sinova J., Onoda Sh. et al.* // Rev. Mod. Phys. 2010. V. 82. P. 1539.
14. *Мартина Л.* // ТМФ. 2011. Т. 167. № 3. С. 484.
15. *Дюваль К., Хорвати П.А.* // ТМФ. 2005. Т. 144. № 1. С. 26.
16. *Basu B., Dhar S., Ghosh S.* // Europhys. Lett. 2006. V. 76. No. 3. P. 395.
17. *Bliokh R.Yu., Bliokh Yu.P.* // Annals Phys. 2005. No. 1. P. 13.
18. *Shapere A., Wilczek F.* Geometric phases in physics. N.J.: World Scientific, 1989.
19. *Шен И.Р.* Принципы нелинейной оптики. М.: Наука, 1989.
20. *Wilczek F.* // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. No. 18. P. 1799.
21. *Essin A.M., Moore J.E., Vanderbilt D.* // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 102. Art. No. 1468057.
22. *Visinelli L.* // Mod. Phys. Lett. A. 2014. V. 28. P. 35.
23. *Sekine A., Nomura K.* // arXiv: 2011.13601v1. 2020.
24. *Новотный Л., Хехт Б.* Основы нанооптики. М.: Физматлит, 2009.
25. *Маймистов А.И., Ляшко Е.И.* // Опт. и спектроск. 2019. Т. 127. № 5. С. 804; *Maimistov A.I., Lyashko E.I.* // Opt. Spectrosc. 2019. V. 127. No. 5. P. 871.
26. *Маймистов А.И.* // Опт. и спектроск. 2021. Т. 129. № 1. С. 83; *Maimistov A.I.* Opt. Spectrosc. 2021. V. 129. No. 1. P. 110.
27. *Zyuzin A.A., Burkov A.A.* // Phys. Rev. B. 2012. V. 86. Art. No. 115133.
28. *Zyuzin A.A., Zyuzin A.Yu.* // Phys. Rev. B. 2017. V. 95. Art. No. 085127.
29. *Kotov O.V., Lozovik Yu.E.* // Phys. Rev. B. 2018. V. 98. Art. No. 195446.
30. *Zebin Qiu, Gaoqing Cao, Xu-Guang Huang* // Phys. Rev. D. 2017. V. 95. Art. No. 036002.
31. *Маймистов А.И., Ляшко Е.И., Елютин С.О.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 1. С. 7; *Maimistov A.I., Lyashko E.I., Elyutin S.O.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 1. P. 1.
32. *Маймистов А.И., Ляшко Е.И.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 3. С. 328; *Maimistov A.I., Lyashko E.I.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 3. P. 250.

## **The manifestation of gyrotropy of topological media in nonlinear optical processes**

**A. I. Maimistov\***

*National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409 Russia*

*\*e-mail: aimaimistov@gmail.com*

Nonlinear optical processes are considered—the generation of the third harmonic and the rotation of the polarization vector of the wave, depending on the intensity in media whose properties are due to the non-zero Berry curvature. The associated gyrotropy leads to a dependence of the phase velocity on the polarization of the radiation, which violates the phase matching condition for one of the polarization components of the interacting waves.