ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2021, том 85, № 12, с. 1776–1780

УДК 535.8:517.958

ОПТИКО-ТЕРАГЕРЦОВЫЕ ЛАМПЫ СИСТЕМЫ ЯДЗИМЫ–ОЙКАВЫ–КАДОМЦЕВА–ПЕТВИАШВИЛИ

© 2021 г. С. В. Сазонов[1, 2, 3, *], Н. В. Устинов[2]

[1]Федеральное государственное бюджетное учреждение
"Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", Москва, Россия

[2]Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

[3]Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), Москва, Россия

*E-mail: sazonov.sergey@gmail.com

Поступила в редакцию 05.07.2021 г.
После доработки 26.07.2021 г.
Принята к публикации 27.08.2021 г.

Для системы нелинейных уравнений, описывающей генерацию терагерцового излучения оптическим методом и обобщающей уравнения Ядзимы–Ойкавы и Кадомцева–Петвиашвили, получены рационально локализованные решения (лампы). Обсуждены условия и особенности образования таких связанных оптико-терагерцовых структур.

DOI: 10.31857/S0367676521120292

ВВЕДЕНИЕ

В последнее десятилетие большое внимание исследователей привлечено к изучению генерации терагерцового излучения. Одной из причин этого является наличие у терагерцового излучения многочисленных приложений в системах безопасности, восстановления изображений, связи, астрономии, медицине, спектроскопии и т.д. К числу наиболее эффективных способов генерации такого излучения относится оптический метод [1–3], в котором используется эффект оптического выпрямления, имеющий место в квадратично-нелинейных средах.

Теоретическое описание процесса генерации терагерцового излучения оптическим методом приводит к системам уравнений, которые не только представляют прикладной интерес, но также важны с точки зрения исследований их математических свойств. В частности, крайне интересным является вопрос о возможности локализации в пространстве генерируемого терагерцового излучения. В связи с этим целью настоящей работы является исследование локализованных оптико-терагерцовых структур. Рассмотрен случай, когда локализация терагерцового излучения имеет рациональный (степенной) характер. Подобного рода структуры часто называют лампами (от англ. lump – бугор).

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим случай, когда на вход нелинейной среды подаются оптический импульс, волновой фронт которого перпендикулярен оси z. Будем считать, что электрическое поле E импульса поляризовано в плоскости главного сечения и имеет вид

$$E = \psi e^{i(\omega t - kz)} + \psi^* e^{-i(\omega t - kz)} + E_T, \tag{1}$$

где ψ – комплексная медленно меняющаяся огибающая оптической компоненты, ω и k – несущая частота и продольная компонента волнового вектора оптической компоненты, E_T – терагерцовая компонента импульса.

Используя уравнения Максвелла и представляя поляризационный отклик квадратично-нелинейной среды в виде суммы оптической и терагерцовой компонент, получим следующую систему уравнений:

$$i\frac{\partial\psi}{\partial z} = -\frac{\beta}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\tau^2} + \alpha E_T\psi, \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{\partial E_T}{\partial z} - \gamma\frac{\partial^3 E_T}{\partial\tau^3} + \mu E_T\frac{\partial E_T}{\partial\tau} + \sigma\frac{\partial}{\partial\tau}\left(|\psi|^2\right)\right) = \frac{c}{2}\frac{\partial^2 E_T}{\partial x^2}, \tag{3}$$

где c – скорость света в вакууме, $\tau = t - z/v_g$, групповая скорость v_g оптической компоненты определяется выражением $1/v_g = \partial k/\partial\omega$, $k = \omega n/c$, $n = 1 + 2\pi\chi_\omega$ – оптический показатель преломления, $\chi_\omega = \int_0^\infty \chi(\xi)e^{-i\omega\xi}d\xi$, $\chi(\xi)$ – временная линейная восприимчивость среды, $\beta = \partial^2 k/\partial\omega^2$ – параметр дисперсии групповой скорости (ДГС) оптической компоненты, $\gamma = \pi\left(\partial^2\chi_\omega/\partial\omega^2\right)_{\omega=0}/c$ – параметр дисперсии терагерцовой компоненты, $\alpha = 4\pi\omega\chi^{(2)}/c$, $\mu = \sigma = 4\pi\chi^{(2)}/c$, $\chi^{(2)}$ – нелинейная квадратичная восприимчивость.

При выводе системы (1), (2) мы приняли, что дифракция имеет планарный характер, пренебрегли нелокальностью нелинейной части поляризационного отклика среды, использовали приближение однонаправленного распространения [4] и считали дисперсию слабой. Кроме того, мы считали, что выполняется условие Захарова–Бенни (ЗБ) [5], которое в рассматриваемом случае имеет вид $v_g = c/n_T$, где $n_T = 1 + 2\pi\chi_0$ – терагерцовый показатель преломления. Выполнение условия ЗБ обеспечивает наиболее эффективную генерацию терагерцового излучения. Также при выводе уравнения (2) не учитывалась дифракция оптической компоненты, поскольку ее дифракционная длина на три–четыре порядка больше, чем соответствующая длина у терагерцовой составляющей.

Отметим, что функции компонент поля импульса в системе (2), (3) отличаются. Терагерцовая компонента не может породить оптическую и распространяется в режиме, описываемом уравнением (3) (т.е. уравнением КП-I, см. ниже). При этом оптическая компонента порождает терагерцовую компоненту.

Рассмотрим частные случаи системы (1), (2). Пренебрежем в уравнении (3) дифракцией и положим $\gamma = \mu = 0$. Тогда после интегрирования получим уравнение

$$\frac{\partial E_T}{\partial z} = -\sigma\frac{\partial}{\partial\tau}\left(|\psi|^2\right). \tag{4}$$

Система уравнений (3), (4) известна как система Ядзимы–Ойкавы (ЯО) [6] и возникает в большом количестве физических задач (см., например, [5]).

Если $\sigma = 0$, то динамика оптической компоненты не зависит от терагерцовой компоненты. При этом уравнение (3) есть уравнение Кадомцева–Петвиашвили первого типа (КП-I) [7]. Исходя из этого замечания будем называть уравнения (2), (3) системой Ядзимы–Ойкавы–Кадомцева–Петвиашвили (ЯО–КП).

Примечательно, что система ЯО и уравнение КП интегрируемы методом обратной задачи рассеяния [5, 7]. Поэтому система ЯО имеет солитонные решения, а уравнение КП – решения в виде “косых” (наклонных) солитонов, а также решения в виде так называемых лампов. Лампы представляют собой существенно неодномерные решения (в отличие от солитонов), которые локализованы рациональным (т.е. степенным) образом.

Отметим, что если пренебречь в уравнении (3) дифракцией (т.е. правая часть этого уравнения равна нулю), то получим после интегрирования систему, состоящую из линейного уравнения Шредингера и уравнения Кортевега–де Вриза. Эта система содержит только одну пространственную переменную и подробно исследовалась в работах [8, 9]. Некоторые ее решения соответствуют “косым” оптико-терагерцовым солитонам системы ЯО–КП (2), (3). В следующем разделе мы рассмотрим решения системы ЯО–КП, которые имеют неодномерный характер.

РЕШЕНИЯ В ВИДЕ ЛАМПОВ

Рассмотрим вначале случай, когда система ЯО–КП (2), (3) сводится к уравнению КП-I. Полагаем $\psi = 0$. Решение уравнения (3) в виде лампа записывается следующим образом:

$$E_T = E_0 - \frac{6\gamma}{\mu}\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\ln(\Delta_0), \tag{5}$$

где

$$\Delta_0 = (\tau + b_0 x + c_0 z)^2 + d_0\left(x + cb_0 z\right)^2 - \frac{6\gamma}{cd_0},$$

$$E_0 = -\frac{c\left(d_0 - b_0^2\right) + 2nc_0}{2\mu},$$

b_0, c_0 и d_0 – произвольные вещественные постоянные. В представленные выше формулы можно ввести сдвиги по независимым переменным τ, x и z. Без потери общности здесь и в дальнейшем полагаем эти сдвиги равными нулю.

Решение (5) несингулярно, если $d_0 > 0$ и $\gamma < 0$. При этом оно рационально (по степенному закону) приближается к постоянному фону E_0 терагерцовой компоненты, когда переменные x и z неограниченно растут по абсолютной величине. Если на параметры лампа наложить условие

$$d_0 = b_0^2 - \frac{2c_0}{c},$$

то постоянный фон E_0 будет равен нулю.

На плоскости переменных x и z ламп движется без изменения формы с постоянной скоростью. Проекции скорости в лабораторной системе координат равны

$$\nu_x = -cb_0\nu_z, \quad \nu_z = \left(\frac{n_T}{c} + cb_0^2 - c_0\right)^{-1}.$$

Видно, что направление вектора скорости лампа определяется только свободным параметром b_0, тогда как абсолютная величина скорости определяется двумя параметрами b_0 и c_0.

Перейдем теперь к рассмотрению рационально локализованных решений системы ЯО–КП (2), (3). Для нахождения таких решений будем использовать наиболее простой подход, в котором для терагерцовой компоненты используется представление (5). В этом случае можно показать, что если коэффициенты системы система ЯО–КП (2), (3) связаны соотношением

$$\beta\mu + 12\alpha\gamma = 0, \tag{6}$$

то у нее существует решение следующего вида:

$$\psi = \left(f_0 + \frac{f_1\tau + f_2 z + f_3 x + f_4}{\Delta}\right)\times \times e^{i(K_x x + K_z z + \Omega\tau)}, \tag{7}$$

$$E_T = E_0 - \frac{6\gamma}{\mu}\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\ln(\Delta), \tag{8}$$

где

$$K_z = -\frac{6\alpha\gamma\Omega^2}{\mu} - \alpha E_0,$$

$$\Delta = (\tau + b_0 x + c_0 z)^2 + d_0(x + e_0 z)^2 - \frac{6\gamma}{cd_0},$$

$$e_0 = \pm\frac{\alpha}{\mu}\sqrt{-6c\gamma}, \tag{9}$$

$$f_0 = f_4\frac{r^2 + \mu^2 d_0 e_0^2}{144\alpha^2\gamma^2}, \quad f_1 = if_4\frac{r}{6\alpha\gamma},$$

$$f_2 = if_4\frac{c_0 r + \mu d_0 e_0^2}{6\alpha\gamma}, \quad f_3 = if_4\frac{b_0 r + \mu d_0 e_0}{6\alpha\gamma},$$

$$|f_4|^2 = \frac{864\alpha^2\gamma^3(cb_0 - e_0)}{\sigma\mu^2 e_0 r}, \tag{10}$$

$$E_0 = -\frac{cr + \mu e_0(e_0 - cb_0)}{2\mu r}d_0 + \frac{(e_0 - cb_0)r}{2\mu^2 e_0} - \frac{c_0}{\mu} + \frac{cb_0^2}{2\mu},$$

$$r = -\mu c_0 - 12\alpha\gamma\Omega.$$

Здесь b_0, c_0, d_0, K_x и Ω – вещественные постоянные. Так как параметр e_0 считается вещественным, то должно выполняться условие $\gamma < 0$. При этом постоянная b_0 и знак e_0 (см. (9)) должны быть такими, чтобы правая часть в равенстве (10) была неотрицательной. Заметим, что решение является несингулярным только в случае $d_0 > 0$.

Используя выражения для β, μ, α и γ, ограничение (6) на параметры среды можно записать в виде $\partial^2 k/\partial\omega^2 = -12\pi\omega\left(\partial^2\chi_\omega/\partial\omega^2\right)_{\omega=0}/c$.

В полученном решении в случае, когда $|x|$ и $|z|$ неограниченно растут, абсолютная величина оптической компоненты и терагерцовая компонента рационально стремятся к постоянному фону $|f_0|$ и E_0 соответственно. Если положить

$$d_0 = \frac{(e_0 - cb_0)r + \mu e_0\left(cb_0^2 - 2c_0\right)}{\mu e_0(cr + \mu e_0(e_0 - cb_0))}r, \tag{11}$$

то постоянный фон E_0 терагерцовой компоненты будет равен нулю. Постоянный фон f_0 оптической компоненты можно приравнять к нулю только при $d_0 < 0$, что дает сингулярное рационально убывающее решение.

Решение (7), (8) тоже будем называть лампом. Профиль его терагерцовой компоненты для случая, когда параметр d_0 определен в соответствии с равенством (11) а в формуле (9) выбран знак “+”, представлен на рис. 1.

На плоскости переменных x и z терагерцовая компонента и абсолютная величина оптической компоненты лампа (7), (8) движутся без изменения формы с постоянной скоростью. Проекции скорости в лабораторной системе координат равны

$$\nu_x = \mp\frac{\alpha}{\mu}\sqrt{-6c\gamma}\nu_z, \quad \nu_z = \left(\frac{n_T}{c} \pm \frac{\alpha}{\mu}\sqrt{-6c\gamma}b_0 - c_0\right)^{-1}.$$

В отличие от предыдущего случая, здесь направление вектора скорости лампа не зависит от его параметров и принимает одно или два значения. Тангенс угла θ между осью z и вектором скорости равен

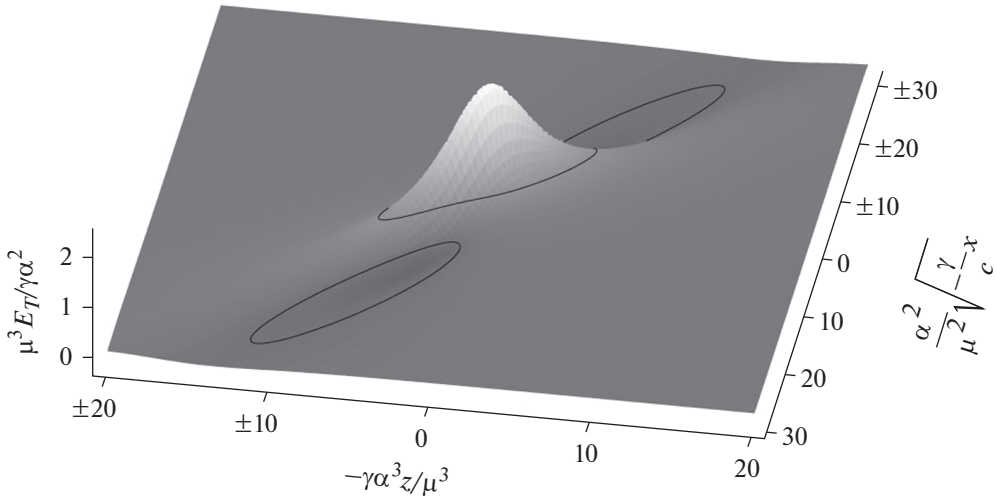

Рис. 1. Профили переменной E_T лампа с параметрами $b_0 = \frac{\alpha}{\mu}\sqrt{-\frac{\gamma}{c}}$, $c_0 = -\frac{\gamma\alpha^2}{\mu^2}$, $\Omega = 0$ при $\tau = 0$.

$$\mathrm{tg}\theta = \mp\frac{\alpha}{\mu}\sqrt{-6c\gamma}.$$

При этом абсолютная величина скорости определяется параметрами b_0 и c_0. Знак в этом соотношении должен быть таким, чтобы правая часть формулы (10) была неотрицательной. В зависимости от величины параметра b_0 допустим один вариант знака или оба.

Обсудим взаимосвязь между рассмотренными решениями в виде лампов. В пределе $b_0 \to e_0/c$ ламп (7), (8) переходит в частный случай лампа (5) при

$$b_0 = \pm\frac{\alpha}{c\mu}\sqrt{-6c\gamma}.$$

Это связано с тем, что выражения для терагерцовой компоненты лампов содержат в обоих случаях одинаковое число свободных параметров.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, мы получили в настоящей работе для системы уравнений ЯО–КП, которая описывает генерацию терагерцового излучения при учете ее дисперсии и собственной нелинейности, рационально локализованные решения в виде так называемых лампов. Показано, что наиболее эффективная генерация терагерцового излучения в этом случае происходит в двух выделенных направлениях.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-02-00234а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Абдуллин У.А., Ляхов Г.А., Руденко О.В., Чиркин А.С.* // ЖЭТФ. 1974. Т. 66. С. 1295.
2. *Багдасарян Д.А., Макарян А.О., Погосян П.С.* // Письма в ЖЭТФ. 1983. Т. 37. С. 498.
3. *Auston D.H., Cheung K.P., Valdmanis J.A., Kleinman D.A.* // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 53. P. 1555.
4. *Caudrey P.J., Eilbeck J.C., Gibbon J.D., Bullough R.K.* // J. Phys. A. 1973. V. 6. Art. No. L53.
5. *Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Моррис Х.* Солитоны и нелинейные волновые уравнения. М.: Мир, 1988.
6. *Yajima N., Oikawa M.* // Progr. Theor. Phys. 1976. V. 56. No. 6. P. 1719.
7. *Захаров В.Е., Манаков С.В., Новиков С.П., Питаевский Л.П.* Теория солитонов: Метод обратной задачи. М.: Наука, 1980.
8. *Cisneros-Ake L.A., Solano Peláez J.F.* // Physica D. 2017. V. 346. P. 20.
9. *Gromov E., Malomed B.* // Chaos. 2017. V. 27. Art. No. 113107.

Optical-terahertz lumps of the system of Yajima–Oikawa–Kadomtsev–Petviashvili

S. V. Sazonov[a, b, c, *], **N. V. Ustinov**[b]

[a] *National Research Centre "Kurchatov Institute", Moscow, 123182 Russia*
[b] *Lomonosov Moscow State University, Moscow, 191991 Russia*
[c] *Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993 Russia*
**e-mail: sazonov.sergey@gmail.com*

Rationally localized solutions (lumps) are obtained for a system of nonlinear equations describing the generation of terahertz radiation by the optical method and generalizing the Yajima–Oikawa system and the Kadomtsev–Petviashvili equation. The conditions and features of the formation of such coupled optical-terahertz structures are discussed.