УДК 539.172.17

# О СПЕКТРЕ ПРОТОНОВ В СТОЛКНОВЕНИЯХ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ <sup>12</sup>С + <sup>9</sup>Ве ПРИ ЭНЕРГИЯХ 0.3–2.0 ГэВ/НУКЛОН В РАМКАХ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДХОДА

© 2021 г. А. Т. Дьяченко<sup>1, 2, \*</sup>, И. А. Митропольский<sup>2, 3</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I", Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup>Федеральное государственное бюджетное учреждение "Петербургский институт ядерной физики имени Б.П. Константинова" Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", Гатчина, Россия <sup>3</sup>Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургский научный центр Российской академии наук, Санкт-Петербург, Россия \*E-mail: dyachenko\_a@mail.ru

> Поступила в редакцию 20.11.2020 г. После доработки 28.12.2020 г. Принята к публикации 27.01.2021 г.

Рассмотрены столкновения ядер <sup>12</sup>С с бериллиевой мишенью при энергиях 0.3–2.0 ГэВ/нуклон для ядер углерода с испусканием протонов под углом 3.5°. Показано, что эти экспериментальные данные ИТЭФ по спектрам протонов можно описать в рамках гидродинамической модели для высоко-энергетической кумулятивной области спектра протонов с учетом вклада от фрагментации ионов для мягкой области спектра в рамках статистической модели фрагментации.

DOI: 10.31857/S0367676521050069

### введение

В развитие гидродинамического подхода с неравновесным уравнением состояния [1–3] рассмотрены столкновения ядер <sup>12</sup>С с бериллиевой мишенью при энергиях налетающих ядер углерода 0.3-2.0 ГэВ/нуклон с испусканием протонов под углом  $3.5^{\circ}$ , исследовавшиеся на ускорителе ИТЭФ [4].

Спектры протонов содержат высокоэнергетическую кумулятивную часть спектра, которую нам удалось описать в работе [1] в рамках гидродинамического подхода с учетом поправки на микроканоническое распределение, а также мягкую часть спектра, которая содержит вклад от фрагментации. Мы дополнили свои расчеты [1] учетом вклада от фрагментации из области перекрывающихся частей сталкивающихся ядер и из области неперекрывающихся частей на основе механизма статистического фрагментации, предложенного в работах [5, 6]. Показано хорошее согласие найденных нами спектров с экспериментальными данными [4] в отличие от монте-карловских расчетов по модели молекулярной динамики и других каскадных моделей, проведенных в работе [4].

#### СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕХАНИЗМ ФРАГМЕНТАЦИИ

Для описания мягкой части спектра испускаемых протонов можно использовать статистическую модель фрагментации сталкивающихся тяжелых ионов, предложенную Фешбахом, Хуангом и Гольдхабером [5, 6]. Согласно этой модели, вероятность выхода фрагментов из составного ядра

пропорциональна  $\exp\left(-\frac{p^2}{2\sigma_K^2}\right)$ , где  $\vec{p}$  – импульс фрагмента в системе покоя ядра, а дисперсия

$$\sigma_K^2 = \sigma_0^2 \frac{K(A-K)}{A-1},\tag{1}$$

где A — массовое число фрагментирующего ядра, а K — число нуклонов во фрагменте,

1 ->

$$\sigma_0^2 = \frac{\left\langle p^2 \right\rangle}{3} = \frac{1}{3} \frac{3}{5} p_F^2, \qquad (2)$$

 $p_{F}$  – импульс Ферми.

Выражение (1) получено в [5] исходя из того, что в системе покоя полный импульс ядра  $\vec{P}_A = \sum_i \vec{p}_i = 0$  и

$$\left\langle \vec{P}_{A}^{2} \right\rangle = A \left\langle p^{2} \right\rangle + \sum_{i \neq j} \left\langle \vec{p}_{i} \vec{p}_{j} \right\rangle = A \left\langle p^{2} \right\rangle + A(A-1) \left\langle \left\langle \vec{p}_{i} \vec{p}_{j} \right\rangle \right\rangle = 0.$$

$$(3)$$

Поэтому

$$\langle \langle \vec{p}_i \vec{p}_j \rangle \rangle = -\frac{\langle p^2 \rangle}{A-1}$$
 (4)

и, следовательно, для фрагмента с импульсом  $\vec{p}_{K}$ 

$$\left\langle p_{K}^{2} \right\rangle = \left\langle \left( \sum_{i=1}^{K} \vec{p}_{i} \right)^{2} \right\rangle = K \left\langle p^{2} \right\rangle - \frac{K(K-1) \left\langle p^{2} \right\rangle}{A-1} =$$

$$= \frac{K(A-K)}{A-1} \left\langle p^{2} \right\rangle.$$
(5)

Выражение (2) получено в приближении фермигаза, поскольку σ<sub>0</sub> соответствует одной декартовой компоненте и  $\sigma_K^2 = \langle p_K^2 \rangle / 3$ . Мы используем для ферми-газа  $p_F = \left(\frac{3}{2}\pi^2 \rho_0\right)^{1/3} \hbar$ , где  $\hbar$  – постоянная Планка, нуклонная плотность  $\rho_0 = 0.145 \text{ фм}^{-3}$ , и получаем  $\sigma_0 \approx 100 \text{ M} \Rightarrow \text{B/}c$ , что совпадает с результатом [5]. Однако для описания эксперимента, как отмечено в [5] и было подтверждено в нашем случае, следует использовать на 10% меньшее значение. Более точно надо учитывать изменение импульса Ферми с температурой Т для нагретого ядра. Что мы и сделали, выбрав для импульса Ферми выражение:  $p_F = \sqrt{2m(E^* - 3/2T)}$ , где  $E^*$  – полная кинетическая энергия, приходящаяся на один нуклон, m — масса протона. Это выражение позволяет в нашем случае воспроизводить экспериментальные данные.

Для нашего случая мы ограничиваемся испусканием протонов с K = 1, а нормировочный множитель C для определения выхода протонов находим из условия:

$$C4\pi \int_{0}^{\infty} \frac{p^{2} dp}{(2\pi\hbar)^{3}} \exp\left(-\frac{p^{2}}{2\sigma_{0}^{2}}\right) = A/4/V.$$
 (6)

Откуда  $C = A/4\pi/\sqrt{\pi}(2\pi\hbar)^3/(2\sigma_0^2)^{3/2}/V$ . В результате находим нужный нам вклад в сечение для протонов при фрагментации (*b* – параметр удара):

$$E \frac{d^2 \sigma}{p^2 dp d' \Omega} = \frac{2\pi}{(2\pi\hbar)^3} \times \\ \times \int b db \int C d\vec{r} \gamma (E - \vec{p} \vec{v}) \exp\left(-\frac{(\vec{p} - \vec{p}_0)^2}{2\sigma_0^2}\right),$$
(7)

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ том 85 № 5 2021

где E – полная энергия испускаемого протона,  $\vec{p}(p = \sqrt{E^2 - m^2})$  – импульс протона с учетом движущейся со скоростью  $\vec{v}$  системы отсчета,  $\vec{p}_0 = \gamma m \vec{v}$ , Лоренц фактор  $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2}$ . Это выражение получено с учетом движения среды для поля скоростей  $\vec{v}(\vec{r},t)$  ( $\vec{r}$  – радиус-вектор, t – момент времени начала фрагментации) и относится к неперекрывающимся частям сталкивающихся тяжелых ионов – периферическая фрагментация. Здесь A – массовое число ядерной системы, образующейся в результате слияния "спектаторов", определяет нормировочный коэффициент C, V – объем системы. Мы также учитываем, что при вылете протоны могут запираться средним полем за счет энергии связи, от которой надо отсчитывать энергию.

Вклад от фрагментации составного ядра, образующегося из перекрывающихся частей, получен похожим образом. Такое рассмотрение есть и в [5]. В этом случае можно использовать формулу (7), где  $\sigma_0^2 = mT$  с температурой *T* образующегося составного ядра – горячего пятна (hot spot), временная эволюция которого рассматривается нами в гидродинамическом подходе [1–3]. При этом мы в данной работе ввели поправку на учет ферми–движения, заменив *mT* на 2/3*m* (*E*\* – 3/5*E*<sub>*F*</sub>), где *E*\* – приходящаяся на один нуклон полная кинетическая энергия, а *E*<sub>*F*</sub> =  $p_{F0}^2/2m$  – энергия Ферми при температуре равной нулю. Эта поправка улучшает описание эксперимента.

#### УРАВНЕНИЯ НЕРАВНОВЕСНОГО ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДХОДА

Для нахождения нуклонной функции распределения  $f(\vec{r}, \vec{p}, t)$  ( $\vec{r}(x_1, x_2, x_3)$  – пространственная координата,  $\vec{p}(p_1, p_2, p_3)$  – импульс, t – время) при промежуточных энергиях сталкивающихся тяжелых ионов мы используем кинетическое уравнение [1–3, 7–9]:

$$\frac{df}{dt} = \frac{f_0 - f}{\tau},\tag{8}$$

где  $f_0(\vec{r}, \vec{p}, t)$  — локально равновесная функция распределения,  $\tau$  — время релаксации.

Уравнение (8) должно решаться совместно с уравнениями гидродинамики, следующими из (8) взятием моментов с весом 1,  $\vec{p}$ ,  $\vec{p}^2$  в импульсном пространстве для нахождения функции распределения  $f(\vec{r}, \vec{p}, t)$ , а также плотности  $\rho(\vec{r}, t) = g \int f \frac{d^3 \vec{p}}{(2\pi\hbar)^3}$ , плотности *i*-й компоненты импульса *mov*( $\vec{r}$ , t) =  $g \int p_i f \frac{d^3 \vec{p}}{d^3 \vec{p}}$  и температуры

импульса  $m \rho v_i(\vec{r}, t) = g \int p_i f \frac{d^3 \vec{p}}{(2\pi\hbar)^3}$  и температуры  $T(\vec{r}, t)$ , определяющих локально равновесную

функцию распределения  $f_0(\vec{r}, \vec{p}, t)$ . Плотность внутренней энергии  $e = e_{kin} + e_{int}$  и тензор давления  $P_{ij} = P_{kin,ij} + P_{int}\delta_{ij}$ , входящие в уравнения гидродинамики, являются суммой кинетических членов и членов взаимодействия.

Здесь кинетические члены  $e_{kin}(\vec{r},t)$ ,  $P_{kin,ij}(\vec{r},t)$  и вектор плотности теплового потока  $Q_i(\vec{r},t)$  выражаются через функцию распределения  $f(\vec{r},\vec{p},t)$ , индексы  $i, j = 1, 2, 3, \delta_{ij}$  – символ Кронекера, g = 4 – спин-изоспиновый фактор. Члены взаимодействия для плотности энергии  $e_{int}$  и давления  $P_{int}$ соответственно равны

$$e_{int} = \int_{0}^{\rho} W(\rho) d\rho, \quad P_{int} = \rho^2 \frac{d(e_{int}/\rho)}{d\rho}.$$
 (9)

Входящий в члены взаимодействия самосогласованный потенциал  $W(\rho)$  задается так же, как это делается в случае зависящих от плотности  $\rho$ эффективных сил типа сил Скирма:

$$W(\rho) = \alpha \rho + \beta \rho^{\chi}, \qquad (10)$$

где три параметра  $\alpha(\alpha < 0)$ ,  $\beta(\beta > 0)$  и  $\chi(\chi > 1)$ определяются заданием значений равновесной плотности  $\rho_0 = 0.145 \text{ фм}^{-3}$ , энергии связи  $E_b = -16 \text{ МэВ}$  и модуля сжатия K = 210 МэВ. Время релаксации здесь выбрано в традиционной форме  $\tau = \lambda/\upsilon_T$  [8], где длина свободного пробега нуклонов  $\lambda = 1/\sigma \rho$ ,  $\sigma \approx 40$ мб — элементарное полное нуклон-нуклонное сечение, о — нуклонная плотность,  $v_T$  — средняя скорость теплового движения нуклонов. При низких энергиях для выбранной формы  $\tau$  его численное значение близко к значению, полученному для ферми-жидкости [10]. При высоких энергиях нужно вместо сечения σ, вообще говоря, подставлять транспортное сечение  $\sigma_{\tau}$ , что увеличивает величину  $\tau$ . При больших временах релаксации можно использовать уравнения неравновесной длиннопробежной гидродинамики в приближении локальной плотности [11] (см. также [12]).

Решение уравнения (8) можно упростить, если искать функцию распределения в виде

$$f(\vec{r}, \vec{p}, t) = f_1 q + f_0 (1 - q), \tag{11}$$

где функция  $f_1(\vec{r}, \vec{p}, t)$  соответствует состоянию с деформированной ферми-поверхностью,  $q(\vec{r}, t)$  $(0 \le q \le 1)$  – релаксационный фактор, находящийся из кинетического уравнения с помощью взятия момента с весом  $p_{||}^2 - p_{\perp}^2$ , определяющего степень анизотропии функции распределения в импульсном пространстве [1–3, 8, 9] ( $p_{||}$  и  $p_{\perp}$  – соответственно продольная и поперечная составляющие импульса). При q = 0 получаем уравнения равновесной гидродинамики, а при q = 1 получаем уравнения неравновесной длиннопробежной гидродинамики. Это приводит к необходимости использовать в качестве кинетической части тензора давления

$$P_{kin,ij} = P_{(kin,1)ij}q + P_{(kin,0)}(1-q)\delta_{ij},$$
(12)

где *P*<sub>(kin 1)ii</sub> – неравновесный анизотропный тензор давления, соответствующий деформированной ферми-поверхности, которая выбирается в форме ферми-эллипсоида, деформированного с зависящим от плотности  $\rho(\vec{r},t)$  параметром деформации и размытого в продольном направлении с температурным параметром  $T_1(\vec{r},t)$ ,  $P_{(kin 0)}\delta_{ii}$  – изотропный тензор давления соответствующий локальному термодинамическому равновесию. Кинетические члены  $P_{(kin,1)ij}$  и  $P_{(kin,0)}$ , включенные в давление, и кинетический член  $e_{kin}$ , входящий в плотность энергии е, определяются тепловым и ферми-движением нуклонов. В процессе релаксации сохраняются нуклонная плотность  $\rho(\vec{r}, t)$ , плотность импульса  $m\rho(\vec{r},t)\vec{v}(\vec{r},t)$  и плотность энергии e, а температуру  $T_1(\vec{r}, t)$  можно найти через температуру  $T(\vec{r},t)$  для локально равновесной функции распределения  $f_0(\vec{r}, \vec{p}, t)$ , поскольку в процессе релаксации сохраняется плотность энергии. В результате получается замкнутая система уравнений для нахождения плотности  $\rho(\vec{r},t)$ , поля скоростей  $\vec{v}(\vec{r},t)$ , поля температур  $T(\vec{r}, t)$  и релаксационного фактора  $q(\vec{r},t)$ , позволяющая найти функцию распределения  $f(\vec{r}, \vec{p}, t)$ .

#### ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ СТАДИЯ

После выделения области локального нагрева hot spot — области перекрытия сталкивающихся ядер, нами анализируются стадии сжатия, расширения и разлета вещества в процессе столкновений тяжелых ионов. На стадии сжатия формируются бесстолкновительные ударные волны с изменяющимся фронтом [8, 9, 11], аналогичные ударным волнам по методу TDHF. Учет вязкости на стадии сжатия не существенен в рассматриваемой области энергий из-за значительной степени сжатия и большой величины числа Рейнольдса, поэтому в выражениях для давления (12) и плотности энергии  $e_{kin}$  отсутствуют дисперсионные члены и размытием ударно-волнового фронта можно пренебречь.

На стадии расширения [1-3, 8, 9] по достижении ударной волной границ hot spot происходит расширение первоначально сжатой системы, которое описывается с учетом ядерной вязкости, найденной нами в релаксационном  $\tau$  – приближении [1-3].

Расширение hot spot происходит в соответствии с уравнениями гидродинамики, записанными в сферической системе координат. После интегрирования уравнений по объему hot spot [2] получается система обыкновенных интегродифференциальных уравнений, которая решается численно.

Подставляя выражение для  $f(\vec{r}, \vec{p}, t)$  из уравнения (8) через  $f_0(\vec{r}, \vec{p}, t)$  с учетом уравнений гидродинамики, находим поправки к кинетическим членам плотности энергии  $e_{kin}$  и давления  $P_{kin}$ :

$$e_{kin} = e_{(kin,0)} - \tau \frac{4}{3} \left( e_{(kin,0)} + \frac{5}{4} e_F \right) \frac{\partial \upsilon}{\partial r} =$$
  
=  $e_{(kin,0)} - \frac{3}{2} \eta \frac{\partial \upsilon}{\partial r},$  (13)

$$P_{kin} = P_{(kin,0)} - \tau \frac{4}{3} \Big( P_{(kin,0)} + \frac{5}{6} e_F \Big) \frac{\partial \upsilon}{\partial r} =$$
  
=  $P_{(kin,0)} - \eta \frac{\partial \upsilon}{\partial r},$  (14)

где  $e_{(kin,0)} = e_F + I$ ,  $P_{(kin,0)} = \frac{2}{3}e_{(kin,0)}$  – равновесные кинетические части плотности энергии и давления,  $e_F$  – фермиевская часть плотности энергии, I – тепловая, т.е. зависящая от температуры T, часть плотности энергии,  $\eta = \frac{4}{3}\left(P_{(kin,0)} + \frac{5}{6}e_F\right)\tau$  – коэффициент вязкости. Следующие поправочные члены оказываются на порядок меньше, и они не учитываются. Тепловой поток Q = 0. В пределе идеального больцмановского газа выражения (13), (14) для радиального движения среды вместе с выражением для коэффициента вязкости совпадают с формулами, полученными аналогичным образом в [13].

В рассматриваемом диапазоне энергий на стадии расширения коэффициент вязкости η достаточно велик (число Рейнольдса  $Re = \frac{m\rho v l}{\eta} \le 1$ ). Это уменьшает скорость разлета hot spot и увеличивает его температуру. По достижении расширяющейся ядерной системой критической плотности (плотности замораживания)  $\rho^*$ , определяемой из условия  $\frac{dP_{int}}{d\rho} = \rho \frac{dW}{d\rho} = 0$ , происходит формирование вторичных частиц (нуклонов, фрагментов, пионов) и их разлет.

Инвариантное двойное дифференциальное сечение испускания протонов в реакции <sup>12</sup> C + <sup>9</sup>Be  $\rightarrow p + X$  имеет вид (*b* – параметр удара):

$$E \frac{d^2 \sigma}{p^2 dp d\Omega} = \frac{2\pi}{(2\pi\hbar)^3} \times$$

$$\times \int G(b) b db \int d\vec{r} \gamma (E - \vec{p} \vec{v}) f(\vec{r}, \vec{p}, t), \qquad (15)$$

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ том 85 № 5 2021

где функция распределения испускаемых протонов в пренебрежении неравновновесной компонентой на стадии замораживания

$$f(\vec{r}, \vec{p}, t) = g \left[ \exp\left(\frac{\gamma(E - \vec{p}\vec{\upsilon} - \mu) + T\delta}{T}\right) + 1 \right]^{-1}.$$
 (16)

Здесь спиновый фактор g = 2,  $E = \sqrt{p^2 + m^2}$ ,  $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2}$  и  $\vec{p}$  – соответственно полная энергия, лоренц-фактор и импульс протонов, Ω – телесный угол,  $\vec{v}(\vec{r},t)$  – поле скоростей, G(b) – фактор, учитывающий, что сечение образования hot spot всегда больше геометрического ( $G(b) = \sigma_t / \sigma_a$ , где  $\sigma_t = \pi \langle R_b \rangle^2$  — полное сечение образования hot spot,  $\langle R_h \rangle$  – средний радиус взаимодействия перекрывающихся частей сталкивающихся ядер,  $\sigma_{\sigma}$  – геометрическое сечение перекрывающихся частей),  $\mu(\mu = \mu_T + m)$  — химический потенциал, который находится из сохранения в среднем числа частиц для большого канонического ансамбля, T – температура,  $\delta$  – поправка на микроканоническое распределение, которая для кинетической энергии  $\varepsilon = E - m > E_1$  равна:

$$\delta = \left[ -M \ln \left( 1 - \frac{\gamma(E - \vec{p}\vec{\upsilon}) - m}{MT} \right) - \frac{\gamma(E - \vec{p}\vec{\upsilon}) - m}{T} \right], (17)$$

где M = 3N/2, N - число нуклонов в термостате,  $E_1(E_1 \gg T)$  — энергия, которая близка к энергии термостата, т.е. близка к кинематическому пределу для энергии системы. Нами выбиралось также значение энергии  $E_2(E_2 < E_1)$ , когда функция распределения спадает на порядок по сравнению с ее максимумом. При  $\varepsilon < E_2$  поправка  $\delta$  полагалась равной нулю. В промежутке энергий  $E_2 < \varepsilon < E_1$ поправка находилась линейной интерполяцией между нулем и выражением (17). Здесь поправка б найдена для больцмановского предела идеального газа, поскольку отклонения от большого канонического распределения ферми-газа проявляются на "хвостах" энергетических спектров, когда ферми-распределение совпадает с больцмановским пределом.

Вероятность микроканонического распределения для рассматриваемой системы в пределе больцмановского предела идеального газа

$$W_{\varepsilon} = C_M \left( 1 - \frac{\varepsilon}{E_T} \right)^M = C_M \exp\left( M \ln\left( 1 - \frac{\varepsilon}{E_T} \right) \right), \quad (18)$$

где є — кинетическая энергия системы,  $E_T = MT$  — энергия термостата,  $C_M$  — нормировочный множитель [14, 15]. В результате в пределе большого числа



**Рис. 1.** Распределения протонов по лабораторному импульсу в реакции <sup>12</sup>C + <sup>9</sup>Be  $\rightarrow p + X$ , испускаемых под углом 3.5° при энергии <sup>12</sup>C 0.3 ГэВ/нуклон. Кривая I – наш расчет, штриховая кривая 2 – наш расчет без учета поправки на микроканоническое распределение и без учета вклада от фрагментаци, точки – экспериментальны данные из [4]. Кривые 3, 4, 5 – результаты расчетов по транспортным кодам [4]: 3 – каскадная модель [16], 4 – транспортная модель кварк-глюонных струн [17], 5 – модель квантовой молекулярной динамики (QMD), встроенной в монтекарловский пакет GEANT4 [18]. В этом случае средняя температура hot spot  $\langle T_h \rangle \approx 35$  МэВ, средний радиус hot spot  $\langle R_h \rangle \approx 2 \, ф$ м.

частиц *N* при  $M = \frac{3}{2}N \to \infty$  выражение (18) переходит в большое каноническое распределение

$$W_{0\varepsilon} = C_M \exp\left(-\frac{\varepsilon}{T}\right).$$
 (19)

Тем самым, на хвостах энергетических распределений с помощью формулы (18) мы находим поправку на микроканоническое распределение (17), которое изменяет привычное распределение Ферми–Дирака, хорошо описывающее систему вдали от хвостов спектра протонов. При этом в формулах (15)–(17) учтено, что энергия системы пересчитывается в соответствии с преобразованиями Лоренца. Величина энергии в распределении (15) отсчитывается от значения самосогласованного среднего поля с учетом поверхностной энергии, поскольку нуклоны "запираются" средним полем.

Кроме вклада (15) в сечение от испускания протонов из hot spot нами учитывался также вклад от слияния неперекрывающихся частей сталкивающихся ядер – "спектаторов". В резуль-



**Рис. 2.** То же, что на рис. 1, при энергии ионов <sup>12</sup>С 0.6 ГэВ/нуклон и  $\langle T_h \rangle \approx 54.9$  МэВ,  $\langle \mu_T \rangle \approx -47$  МэВ.



**Рис. 3.** То же, что на рис. 1, при энергии ионов <sup>12</sup>C 0.95 ГэВ/нуклон и  $\langle T_h \rangle \approx 70$  МэВ,  $\langle \mu_T \rangle \approx -93$  МэВ.

тате нами было проведено сравнение с имеющимися экспериментальными данными.

#### СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

На рис. 1–4 приведены импульсные спектры протонов, испускаемых в реакции  ${}^{12}\text{C} + {}^{9}\text{Be} \rightarrow p + X$ под углом 3.5° при энергии ионов  ${}^{12}\text{C}$  0.3 ГэВ/нуклон (рис. 1), 0.6 ГэВ/нуклон (рис. 2), 0.95 ГэВ/нуклон (рис. 3) и 2.0 ГэВ/нуклон (рис. 4). Экспериментальные данные [4] отмечены точками. Сплошные кривые *1* – наш расчет, штриховые кривые *2* – наш расчет без учета поправки на микроканоническое



**Рис. 4.** То же, что на рис. 1, при энергии ионов <sup>12</sup>C 2.0 ГэВ/нуклон и  $\langle T_h \rangle \approx 94$  МэВ,  $\langle \mu_T \rangle \approx -172$  МэВ.

распределение и без учета вклада от фрагментации. Кривые 3, 4, 5 — результаты расчетов по транспортным кодам [4]. Кривые 3 соответствуют каскадной модели [16], кривые 4 соответствуют транспортной модели кварк-глюонных струн [17], кривые 5 соответствуют модели квантовой молекулярной динамики (QMD), встроенной в монтекарловский пакет GEANT4 [18].

Как видно из этих рисунков, в кумулятивной области спектра наш расчет оказался согласующимся с экспериментальными данными [4]. Спад сечений на 5 порядков величины воспроизводится в нашем подходе не хуже монте-карловских транспортных кодов. Причем некоторые каскадные расчеты заметно недооценивают экспериментальные данные в высокоимпульсной области. В области малых импульсов при всех энергиях наш расчет также воспроизводит экспериментальные данные, что обусловлено вкладом от протонов, образующихся в результате фрагментации согласно формуле (7) для перекрывающихся и неперекрывающихся частей сталкивающихся ядер. Поправка на микроканоническое распределение проявляется в высокоимпульсной области распределений протонов. Если не учитывать вклад от фрагментации и не вводить поправку на микроканоническое распределение (штриховые кривые 2), то в мягкой области спектра расчетные кривые недооценивают экспериментальные данные, а в кумулятивной области идут выше экспериментальных точек По сравнению с работой [1] здесь мы пересчитали результаты за счет учета вклада протонов от фрагментации согласно формуле (7) и более правильного выбора параметров  $E_1$  и  $E_2$  для поправки (16) в формуле (15). Причем поправка на микроканоническое распределение в формулу (7)

также вводилась аналогично (17), но для соответствующей дисперсии (температуры).

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей работе в рамках простой модели получила дальнейшее развитие идея использования при описании столкновений тяжелых ионов гидродинамического подхода с неравновесным уравнением состояния. С теми же фиксированными параметрами уравнения состояния, как и в предыдущих работах [1–3, 8, 9], посвященных описанию дифференциальных сечений образования протонов, пионов и легких фрагментов, описаны высокоимпульсные спектры протонов, испускаемых в столкновениях тяжелых ионов в диапазоне энергий 0.3–2.0 ГэВ/нуклон, включая кумулятивную область спектра.

Весьма важным явилось включение в рассмотрение эффектов ядерной вязкости, найденной нами в релаксационном τ – приближении для кинетического уравнения, а также поправки на микроканоническое распределение, проявляющейся в области высокоэнергетических "хвостов" спектров протонов. При промежуточных энергиях в кумулятивной области импульсных спектров протонов важен учет испускания протонов из образующегося hot spot и их испускания в результате слияния неперекрывающихся областей сталкивающихся ядер. Это может объяснить аппроксимацию экспериментальных данных двумя экспонентами со своими температурами, проведенную в [4]. В области малых импульсов протонов определяющий вклад в сечение дает учет фрагментации. проведенный нами в статистической модели фрагментации. Следует отметить, что остается вопрос о правомерности использования макроскопических параметров для легких систем. Но в нашем случае среднее число частиц в hot spot  $N \sim 10$ , и дисперсия  $\sim 1/\sqrt{N} \ll 1$  не столь велика. Поправка на микроканоническое распределение улучшает описание эксперимента.

Авторы благодарны В.В. Вечернину, В.Н. Коваленко, В.Ю. Петрову, М.Б. Жалову и А.В. Ставинскому за полезные обсуждения, а также В.В. Куликову за предоставление экспериментальных данных из работы [4].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Дьяченко А.Т., Митропольский И.А. // ЯФ. 2020. Т. 83. С. 317; D'yachenko А.Т., Mitropolsky I.A. // Phys. Atom. Nucl. 2020. V. 83. P. 558.
- Дьяченко А.Т., Митропольский И.А. // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. С. 508; D'yachenko A.T., Mitropolsky I.A. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. P. 391.
- 3. *D'yachenko A.T., Mitropolsky I.A.* // EPJ Web Conf. 2019. V. 204. № 3. Art. No. 03018.

- Абрамов Б.М. Алексеев П.Н., Бородин Ю.А. и др. // ЯФ. 2015. Т. 78. С. 403; Abramov B.M., Alekseev P.N., Borodin Yu.A. et al. // Phys. Atom. Nucl. 2015. V. 78. P. 373.
- 5. Goldhaber A.S. // Phys. Lett. B. 1974. V. 53. P. 306.
- 6. Feshbah H., Huang K. // Phys. Lett. B. 1973. V. 47. P. 300.
- D'yachenko A.T., Mitropolsky I.A. // Phys. Atom. Nucl. 2019. V. 82. P. 1641.
- Дьяченко А.Т., Митропольский И.А. // Изв. РАН. Сер. физ. 2016. Т. 80. No. 8. С. 1004; D'yachenko A.T., Mitropolsky I.A. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2016. V. 80. No. 8. P. 916.
- 9. Дьяченко А.Т., Митропольский И.А. // Изв. РАН. Сер. физ. 2017. Т. 81. № 12. С. 1720; D'yachenko А.Т., Mitropolsky I.A. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2017. V. 81. No. 12. P. 1521.

- 10. Bertsch G. // Z. Phys. A. 1978. V. 289. P. 103.
- D'yachenko A.T., Gridnev K.A., Greiner W. // J. Phys. G. 2013. V. 40. No. 8. Art. 085101.
- 12. Дьяченко А.Т. // ЯФ. 1994. Т. 57. С. 2006; D'yachenko А.Т. // Phys. Atom. Nucl. 1994. V. 57. Р. 1930.
- 13. Хуанг К. Статистическая механика. М.: Мир, 1966.
- 14. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Статистическая физика. Теоретическая физика. Т. 5. М.: Наука, 1976.
- 15. Ансельм А.И. Основы статистической физики и термодинамики. М.: Наука, 1973.
- Dementev A.V., Sobolevsky N.M. // Nucl. Tr. Radiat. Meas. 1999. V. 30. P. 553.
- 17. *Mashnik S.G., Gudima K.K., Prael R.E. et al.* // arXiv: 0805.0751[nucl-th]. 2008.
- Koi T., Wright D.H., Folger G. et al. // AIP Conf. Proc. 2007. V. 896. P. 21.

# On the spectrum of protons in collisions of heavy ions ${}^{12}C + {}^{9}Be$ at energies of 0.3–2.0 GeV/nucleon in the framework of the hydrodynamic approach

A. T. D'yachenko<sup>a, b, \*</sup>, I. A. Mitropolsky<sup>b, c</sup>

<sup>a</sup>Saint Petersburg State Transport University, St. Petersburg, 190031 Russia <sup>b</sup>NRC" Kurchatov Institute", B.P. Konstantinov Petersburg Nuclear Physics Institute, Gatchina, 188300 Russia <sup>c</sup>Saint Petersburg Scientific Center of the RAS, St. Petersburg, 199034 Russia \*e-mail: dyachenko a@mail.ru

Collisions of  ${}^{12}$ C nuclei with a beryllium target at energies of 0.3–2.0 GeV/nucleon for carbon nuclei with proton emission at an angle of 3.5° are considered. It is shown that these experimental data from ITEP on proton spectra can be described within the framework of a hydrodynamic model for the high-energy cumulative region of the proton spectrum, taking into account the contribution from ion fragmentation for the soft spectral region in the framework of the statistical fragmentation model.