

УДК 539.17.01:539.142:539.143

ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНЫХ СОСТОЯНИЙ ЯДЕР $^{10,11}\text{B}$, $^{10,11}\text{C}$ МЕТОДОМ ФЕЙНМАНОВСКИХ КОНТИНУАЛЬНЫХ ИНТЕГРАЛОВ

© 2021 г. В. В. Самарин^{1,2,*}

¹Международная межправительственная организация
Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия

²Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Московской области
“Университет “Дубна”, Дубна, Россия

*E-mail: samarin@jinr.ru

Поступила в редакцию 20.11.2020 г.

После доработки 28.12.2020 г.

Принята к публикации 27.01.2021 г.

Энергия связи и плотность вероятности различных кластерных конфигураций в основном состоянии ядер $^{10,11}\text{B}$, $^{10,11}\text{C}$ вычислены методом континуальных интегралов (интегралов по траекториям) Фейнмана. Для энергий получено согласие с экспериментальными данными.

DOI: 10.31857/S0367676521050203

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что ряд легких ядер могут быть представлены как состоящие из альфа-частиц (альфа-кластеров) и внешних (валентных) нуклонов [1, 2]. Структура ядер ^6Li , ^7Li как систем, состоящих, соответственно, из α -кластера, протона и нейтрона ($\alpha + p + n$) и из α -кластера, протона и двух нейтронов ($\alpha + p + 2n$) рассмотрена в работе [3]. Было показано, что наиболее вероятными конфигурациями внешних нуклонов является образование дейтронного кластера в ядре ^6Li и более сильно связанного тритонного кластера в ядре ^7Li . Аналогично наиболее вероятной конфигурацией внешних нуклонов в ядре ^7Be является образование сильно связанного кластера ^3He [4]. Структура ядер ^9Be , ^{10}Be как систем, состоящих из двух α -кластеров и, соответственно, одного ($2\alpha + n$) и двух нейтронов ($2\alpha + 2n$) рассмотрена в работе [4]. Было показано, что наиболее вероятной в ядре ^9Be является конфигурация ядерной “молекулы” с нейтроном между α -частицами. В ядре ^{10}Be конфигурация ядерной “молекулы” с двумя нейтронами, образующими динейтронный кластер между α -частицами, обеспечивает большую устойчивость системы и большее значение энергии разделения ядра на α -частицами и нуклоны. Добавление к ядру ^{10}Be двух протонов приводит к существенному изменению структуры системы — ядро ^{12}C может быть представлено как состоящее из трех α -частиц (α -кластеров) [5, 6]. В данной работе изучается структура соседних ядер ^{10}Be , ^{10}C , ^{11}Be , ^{11}C как систем, состоящих из двух α -частиц и из двух и трех

нуклонов. Для решения квантовых задач четырех и пяти тел использован метод фейнмановских континуальных интегралов [7–10]. Вычисление так называемого пропагатора $K_E(q, \tau; q, 0)$ (континуального интеграла или интеграла по траекториям) в мнимом (евклидовом) времени $t = -i\tau$ по схеме, изложенной в работе [11] с использованием параллельных вычислений [12] позволяет определить энергию E_0 и плотность вероятности $|\Psi_0(q)|^2$ для основного состояния системы, описываемой s -мерным вектором q координат Якоби. Для этого используется асимптотика $K_E(q, \tau; q, 0)$:

$$K_E(q, \tau; q, 0) \rightarrow |\Psi_0(q)|^2 \exp\left(-\frac{E_0\tau}{\hbar}\right) + \sum_{n>0} |\Psi_n(q)|^2 \exp\left(-\frac{E_n\tau}{\hbar}\right), \quad \tau \rightarrow \infty. \quad (1)$$

где E_n — энергия и $|\Psi_n(q)|^2$ — плотность вероятности для n -го возбужденного состояния системы. Расчеты как и в работах [3, 4, 11] выполнялись в безразмерных переменных $\tilde{q} = q/x_0$, $\tilde{V} = V(q)/\epsilon_0$, $\tilde{E}_0 = E_0/\epsilon_0$, $\tilde{m} = m/m_0$, $\tilde{\tau} = \tau/t_0$, $\Delta\tilde{\tau} = \Delta\tau/t_0$, $\tilde{K}_E = K_E x_0$ где $x_0 = 1$ фм, $\epsilon_0 = 1$ МэВ, m_0 — масса нейтрона, $t_0 = m_0 x_0^2 / \hbar \approx 1.57 \cdot 10^{-23}$ с, $b_0 = t_0 \epsilon_0 / \hbar \approx 0.02412$. Энергия \tilde{E}_0 и плотность вероятности $|\Psi_0(\tilde{q})|^2$ находились с помощью выражения

$$b_0^{-1} \ln \tilde{K}_E(\tilde{q}, \tilde{\tau}; \tilde{q}, 0) \approx b_0^{-1} \ln |\Psi_0(\tilde{q})|^2 - \tilde{E}_0 \tilde{\tau}, \quad (2)$$

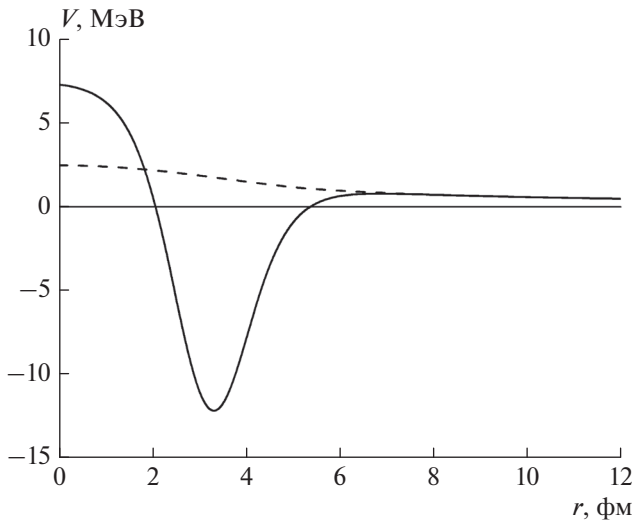


Рис. 1. Графики полного потенциала взаимодействия α -частиц $V_{\alpha-\alpha}(r) = V_{\alpha-\alpha}^{(N)}(r) + V_{\alpha-\alpha}^{(C)}(r)$ (сплошная кривая) и кулоновской части $V_{\alpha-\alpha}^{(C)}(r)$ взаимодействия (штриховая кривая), использованных при расчетах ядер $^{10, 11}\text{В}$ и $^{10, 11}\text{С}$.

справедливого в области линейной части графика зависимости пропагатора от \tilde{r} . В частности, квадрат модуля ненормированной волновой функции основного состояния $|\Psi_0(q)|^2$ вычислялся по формуле

$$|\Psi_0(\tilde{q})|^2 = \tilde{K}_E(\tilde{q}, \tilde{r}; \tilde{q}, 0). \quad (3)$$

Как и в работах [3, 4, 11, 12] параллельные вычисления с использованием технологии CUDA [13–15] выполнялись на гетерогенном кластере HybriLIT [16] Лаборатории информационных технологий Объединенного института ядерных исследований.

ОСНОВНЫЕ СОСТОЯНИЯ ЯДЕР $^{10}\text{В}$, $^{10}\text{С}$

Ядра $^{10}\text{В}$ и $^{10}\text{С}$ представим состоящими из двух α -частиц и двух нуклонов: нейтрона и протона для $^{10}\text{В}$, двух протонов для $^{10}\text{С}$. Потенциалы взаимодействия перечисленных частиц приведены в работах [3, 4]. В частности, ядерную часть взаимодействия α -частиц с учетом усредненного действия отталкивательного кора нуклон-нуклонного взаимодействия и принципа Паули можно описать с помощью псевдопотенциала $V_{\alpha-\alpha}^{(N)}(r)$ в форме суммы

$$V_{\alpha-\alpha}^{(N)}(r) = -U_{\alpha 1} f(r; B_{\alpha 1}, a_{\alpha 1}) + U_{\alpha 2} f(r; B_{\alpha 2}, a_{\alpha 2}) \quad (4)$$

функций типа Вудса–Саксона (фермиевского распределения)

$$f(r; B, a) = \left[1 + \exp\left(\frac{r-B}{a}\right) \right]^{-1}. \quad (5)$$

Для ядер $^{10, 11}\text{В}$ и $^{10, 11}\text{С}$ были использованы те же значения параметров потенциала (4), что и для ядра $^{10}\text{Ве}$ в работе [4]: $B_{\alpha 1} = 3.73$ фм, $B_{\alpha 2} = 2.71$ фм, $a_{\alpha 1} = a_{\alpha 2} = 0.512$ фм, $U_{\alpha 1} = 33$ МэВ, $U_{\alpha 2} = 38$ МэВ.

Кулоновская часть $V_{\alpha-\alpha}^{(C)}(r)$ взаимодействия α -частиц может быть представлена в форме потенциала взаимодействия двух равномерно заряженных шаров радиуса R_α и заряда q_α каждый, которые могут проникать друг в друга

$$V_{\alpha-\alpha}^{(C)}(r) = \begin{cases} q_\alpha^2 \left[1.2 + \xi^2 (-1.15 + 0.45\xi^2) \right] \frac{1}{R_\alpha}, & r \leq 2R_\alpha, \\ q_\alpha^2 \frac{1}{r}, & r > 2R_\alpha. \end{cases} \quad (6)$$

где $\xi = r/(2R_\alpha)$. Выражение (6) для интервала $0 \leq r \leq 2R_\alpha$ может быть получено путем интерполяции между двумя точными значениями

$$V_{\alpha-\alpha}^{(C)}(2R_\alpha) = q_\alpha^2 \frac{1}{2R_\alpha}, \quad (7)$$

$$V_{\alpha-\alpha}^{(C)}(0) = \rho^2 \int d\vec{r}_1 \int d\vec{r}_2 \frac{1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} = q_\alpha^2 \frac{6}{5R_\alpha}, \quad (8)$$

где $\rho = q_\alpha 3 / (4\pi R_\alpha^3)$ и в каждом интеграле интегрирование ведется по объему шара радиуса R_α . Среднеквадратичный зарядовый радиус ядра $^{4}\text{Не}$ равный $r_{ch} = 1.68$ фм (см., например, [17]) соответствует радиусу однородно заряженного шара $R_{ch} = r_{ch} \cdot 5/3 = 2.8$ фм. Графики кулоновской части $V_{\alpha-\alpha}^{(C)}(r)$ взаимодействия для $R_\alpha = 2.8$ фм и полного потенциала взаимодействия α -частиц $V_{\alpha-\alpha}(r) = V_{\alpha-\alpha}^{(N)}(r) + V_{\alpha-\alpha}^{(C)}(r)$ показаны на рис. 1.

При расчетах пропагатора использовались координаты Якоби

$$\begin{aligned} \vec{x} &= \vec{r}_{\alpha_2} - \vec{r}_{\alpha_1}, & \vec{y} &= \vec{r}_{p_2} - \vec{r}_{p_1}, \\ \vec{z} &= \frac{1}{2}(\vec{r}_{p_1} + \vec{r}_{p_2}) - \frac{1}{2}(\vec{r}_{\alpha_2} + \vec{r}_{\alpha_1}) \end{aligned} \quad (9)$$

для ядра $^{10}\text{С}$ (системы $\alpha + p + p + \alpha$) и

$$\begin{aligned} \vec{x} &= \vec{r}_{\alpha_2} - \vec{r}_{\alpha_1}, & \vec{y} &= \vec{r}_p - \vec{r}_n, \\ \vec{z} &= \frac{1}{2}(\vec{r}_p + \vec{r}_n) - \frac{1}{2}(\vec{r}_{\alpha_2} + \vec{r}_{\alpha_1}) \end{aligned} \quad (10)$$

для ядра $^{10}\text{В}$ (системы $\alpha + p + n + \alpha$). Для описания взаимодействия между протоном и нейтроном в ядре $^{10}\text{В}$ использован триплетный потенциал $V_{p-n}^{(1^+)}(r)$ взаимодействия протона с нейтроном, имеющий место в дейтроне [3].

Результаты расчетов пропагатора для ядер $^{10}\text{В}$ и $^{10}\text{С}$ в сравнении с результатами для ядра $^{10}\text{Ве}$ [4] показаны на рис. 2а. Определенные с помощью

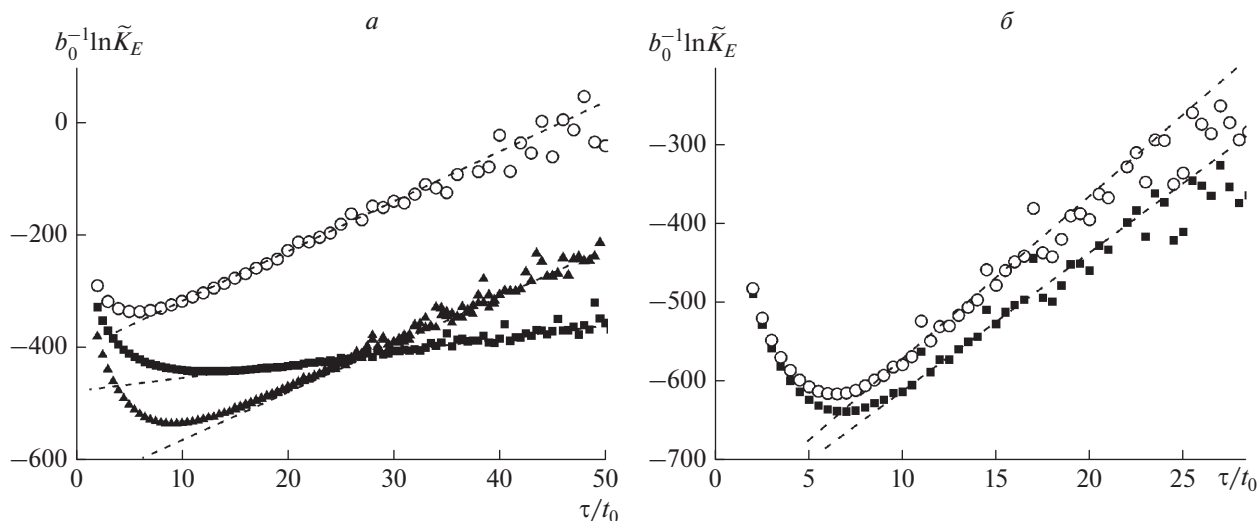


Рис. 2. Зависимости нормированного логарифма пропагатора $b_0^{-1} \ln \tilde{K}_E$ от мнимого времени $\tilde{\tau} = \tau/t_0$ для ^{10}B (кружки), ^{10}C (квадраты) и ^{10}Be (треугольники), прямые – результаты линейной регрессии, примененной к линейным участкам графиков (а). Зависимости величины $b_0^{-1} \ln \tilde{K}_E$ от $\tilde{\tau} = \tau/t_0$ для ^{11}B (кружки) и ^{11}C (квадраты), прямые – результаты линейной регрессии, примененной к линейным участкам графиков (б).

линейной регрессии по линейным участкам графиков значения энергии разделения ядер на две альфа-частицы и нуклоны в сравнении с экспериментальными значениями (см., например, [17]) приведены в табл. 1. Для энергий получено согласие с экспериментальными данными.

Вычисление плотности вероятности по формуле (3) с потенциальной энергией, симметричной по отношению к перестановке α -частиц (и протонов для ядра ^{10}C), дает координатную волновую функцию, симметричную по отношению к перестановке α -частиц, а кроме того, и протонов для ядра ^{10}C .

Примеры распределений величины $\tilde{K}_E(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, \tau; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, 0)$ для четырехтельных конфигураций ^{10}C ($2\alpha + 2p$) и ^{10}B ($2\alpha + p + n$) показаны на рис. 3 и 4. Узкие максимумы функции $\tilde{K}_E(x, y, z, \tau, x, y, z, 0)$ на рис. 3а, 3б соответствуют плотности вероятности $|\Psi_0(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})|^2$ основного состояния ядер ^{10}C и ^{10}B . В таком состоянии наиболее вероятной является конфигурация с валентными нуклонами: дипротонным кластером p^2 для ^{10}C ($\alpha + p^2 + \alpha$) и дейтронным кластером d для ^{10}B ($\alpha + d + \alpha$) между α -частицами (рис. 3в) при расстоянии между их центрами $x = |\vec{r}_{\alpha_2} - \vec{r}_{\alpha_1}| \approx 3$ фм, соответствующего окрестности минимума потенциала $V_{\alpha-\alpha}(r)$ (рис. 1). Ширина распределения $|\Psi_0(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})|^2$ для ядра ^{10}C несколько больше, чем для ядра ^{10}B , что связано с меньшей энергией разделения на нуклоны и α -ча-

стицы. Представленные на рис. 3в модели положений частиц, соответствующих максимумам плотностей вероятности $|\Psi_0(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})|^2$ основного состояния, согласуются с представлениями о форме ядер ^{10}B и ^{10}C как о ядерных молекулах, состоящих из двух α -частиц (α -кластеров) и внешних (валентных) нуклонов. Как видно из рисунка, конфигурации 1 с дипротонным (дейтронным) кластером наиболее вероятны и соответствуют основному состоянию ядер ^{10}C и ^{10}B . Конфигурации 2, соответствующие валентным нуклонам, удаленным друг

Таблица 1. Значения энергии разделения ядер на две альфа-частицы и нуклоны, на альфа-частицу и ядра ^6Li , ^6Be

| Ядра | Энергия разделения, МэВ | |
|---|-----------------------------------|------------------|
| | Эксперимент (см., например, [17]) | Теория |
| $^{10}\text{Be} \rightarrow 2\alpha + 2n$ | 8.38 | 8.48 ± 0.12 |
| $^{10}\text{B} \rightarrow 2\alpha + p + n$ | 8.159 | 8.28 ± 0.20 |
| $^{10}\text{B} \rightarrow ^4\text{He} + ^6\text{Li}$ | 4.461 | 3.41 ± 0.30 |
| $^{10}\text{C} \rightarrow 2\alpha + 2p$ | 3.728 | 2.55 ± 0.08 |
| $^{10}\text{C} \rightarrow ^4\text{He} + ^6\text{Be}$ | -0.03 | -0.2 ± 0.13 |
| $^{11}\text{B} \rightarrow 2\alpha + p + 2n$ | 19.613 | 19.34 ± 0.80 |
| $^{11}\text{C} \rightarrow 2\alpha + 2p + n$ | 16.848 | 16.51 ± 0.80 |

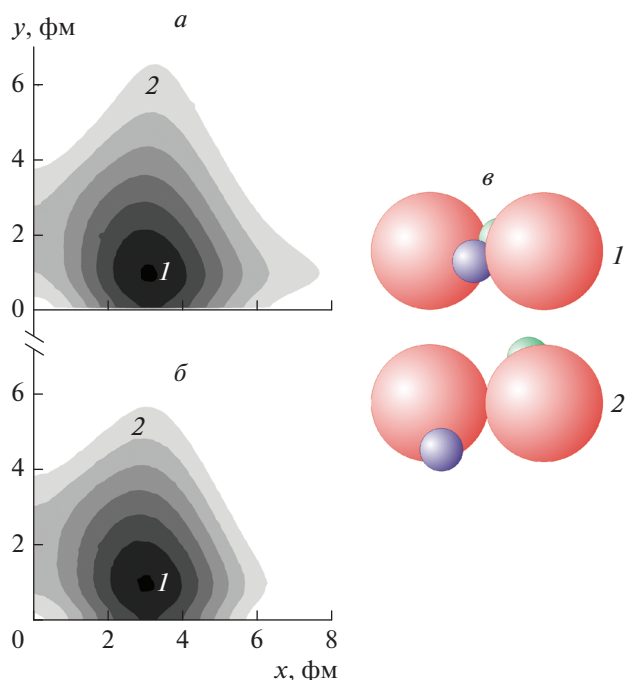


Рис. 3. Топография (в относительных единицах и логарифмическом масштабе) пропагатора $\tilde{K}_E(x, y, z; \tau)$, соответствующего плотности вероятности основного состояния $|\Psi_0(x, y, z)|^2$, в координатах Якоби $\bar{x} \perp \bar{y}$, $z = 0$ при $\tilde{\tau} = \tau/t_0 = 12$ для систем ^{10}C ($2\alpha + 2p$) (а) и ^{10}B ($2\alpha + p + n$) (б) с примерами положений (в) нуклонов (малые шары) и α -частиц (большие шары). Наиболее вероятные конфигурации 1 соответствуют дипротонному кластеру для ^{10}C ($\alpha + p^2 + \alpha$) и дейтронному – для ^{10}B ($\alpha + d + \alpha$) и основному состоянию ядер ^{10}C и ^{10}B , конфигурации 2 – валентным нуклонам, удаленным друг от друга на расстояние, превышающее радиус действия ядерных сил.

от друга на расстояние, превышающее радиус действия ядерных сил, маловероятны.

Сравнение распределений $\tilde{K}_E(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \tau; \bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, 0)$ для двух значений $\tilde{\tau} = \tau/t_0 = 12$ и $\tilde{\tau} = \tau/t_0 = 20$ показано на рис. 4. Величина $\tilde{K}_E(x, y, z, \tau; x, y, z, 0)$ представляет собой комбинацию (1) плотностей вероятности $|\Psi_0(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})|^2$ основного состояния и возбужденных состояний, причем веса последних снижаются с ростом τ . Такое снижение имеет место для максимумов при больших расстояниях между α -частицами и отсутствует для максимумов при $x = |\vec{r}_{\alpha_2} - \vec{r}_{\alpha_1}| \approx 3$ фм, соответствующих основному состоянию ядер ^{10}C и ^{10}B . Поэтому максимумы функции $\tilde{K}_E(x, y, z, \tau; x, y, z, 0)$ при больших расстояниях между α -частицами соответствуют возбужденным состояниям с движением ядра ^4He

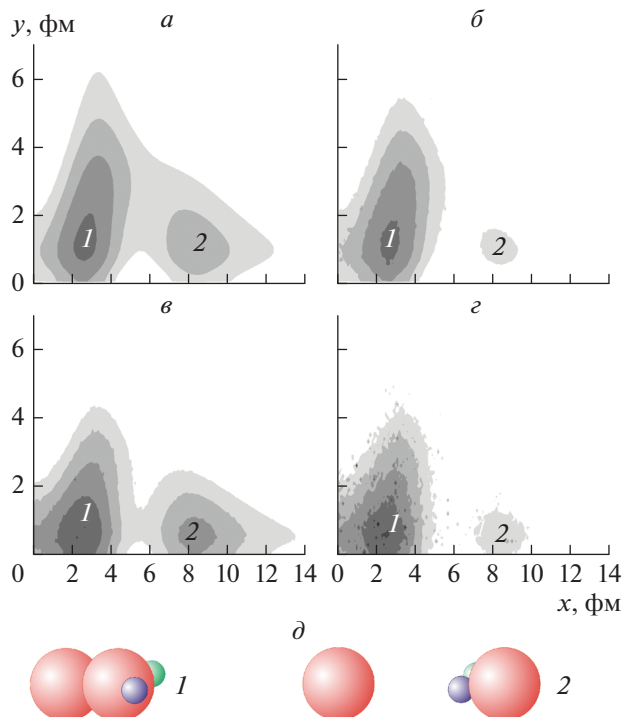


Рис. 4. Топография пропагатора $\tilde{K}_E(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \tau; \bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, 0)$ (в относительных единицах и логарифмическом масштабе как на рис. 3а, б) в координатах Якоби $\bar{x} \perp \bar{y}$, $\bar{z} \parallel \bar{y}$, $z = 2.5$ фм при $\tilde{\tau} = \tau/t_0 = 12$ (а, в) и $\tilde{\tau} = \tau/t_0 = 20$ (б, з) для системы ^{10}C ($2\alpha + 2p$) (а, б) и ^{10}B ($2\alpha + p + n$) (в, з) с примерами положений (д) нуклонов (малые шары) и α -частиц (большие шары). Конфигурации 1 – те же, что и на рис. 3; конфигурации 2 соответствуют возбужденным состояниям с инфинитным движением разделенных ядер $^4\text{He} + ^6\text{Be}$ (а, б) и $^4\text{He} + ^6\text{Li}$ (в, з), или с колебательным относительным движением между центральным отталкивательным кором межъядерного взаимодействия и вершиной кулоновского барьера.

и нестабильного ядра ^6Be на рис. 4а, 4б и стабильного ядра ^6Li на рис. 4в, 4з. Такое движение может быть инфинитным с резонансом в области притяжения ядер или колебательным между центральным отталкивательным кором и вершиной кулоновского барьера межъядерного взаимодействия подобного, показанному на рис. 1.

Сравнение зависимостей пропагатора $\tilde{K}_E(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \tau; \bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, 0)$ от $\tilde{\tau} = \tau/t_0$ вблизи для максимумов при малых и больших расстояниях между α -частицами для ядер ^{10}B и ^{10}C показаны на рис. 5. Определенные с помощью линейной регрессии по линейным участкам графиков значения энергии возбужденных состояний приведены в табл. 1. Они близки к экспериментальным значениям энергии разделения ядер, соответственно $^{10}\text{B} \rightarrow ^4\text{He} + ^6\text{Li}$ и $^{10}\text{C} \rightarrow ^4\text{He} + ^6\text{Be}$ (см., например, [17]).

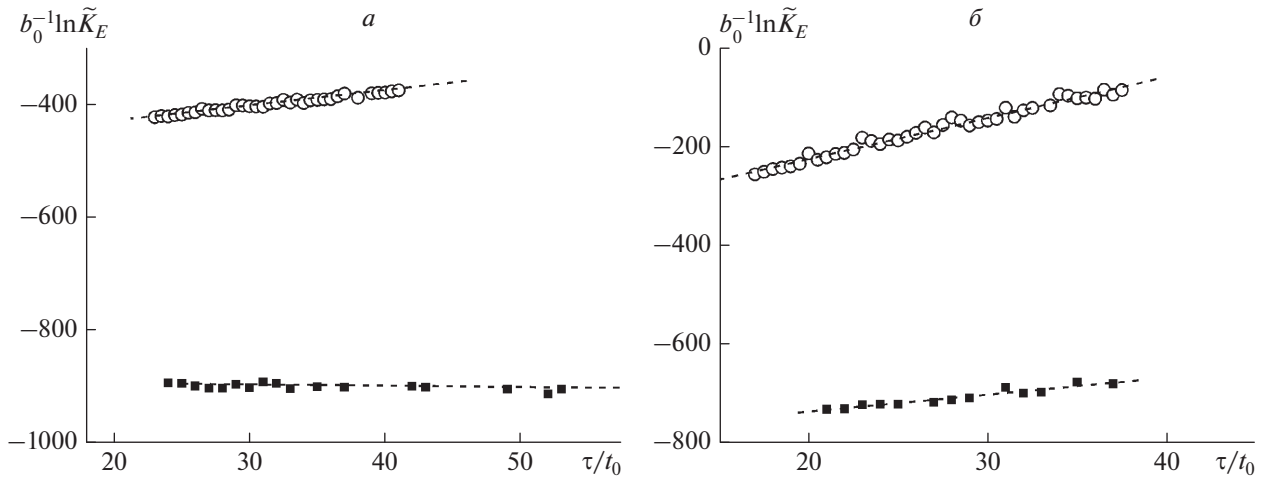


Рис. 5. Зависимости нормированного логарифма пропагатора $b_0^{-1} \ln \tilde{K}_E$ от мнимого времени $\tilde{\tau} = \tau/t_0$ для ^{10}C (а) и ^{10}B (б) для окрестностей максимумов $\tilde{K}_E(x, y, z; \tilde{\tau})$, соответствующих основным состояниям 1 на рис. 3 (кружки) и для окрестностей максимумов $\tilde{K}_E(x, y, z; \tilde{\tau})$, соответствующих возбужденным состояниям 2 на рис. 4 (квадраты), прямые – результаты линейной регрессии, примененной к линейным участкам графиков.

Топография пропагатора $\tilde{K}_E(x, y, z; \tilde{\tau})$ в координатах Якоби $\bar{x} \perp \bar{y}$, $\bar{z} \parallel \bar{y}$ для большого расстояния между центрами масс α -частицам и нуклонов $z = 7$ фм, показанная на рис. 6, позволяет выделить плотности вероятности $|\Psi_n|^2$ для возбужденных разделенных состояний системы $(2\alpha + p + n)$. Локальные максимумы соответствуют разделению системы на: дейтрон и ядро ^8Be (конфигурация 1), ядра ^4He и ^6Li (конфигурации 2 и 3). Протяженная область 4 соответствует разделению системы на два ядра ^4He и дейтрон.

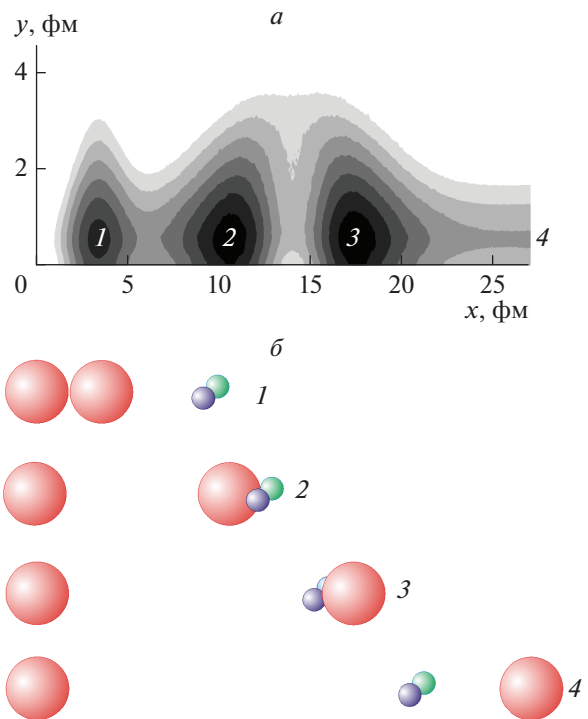


Рис. 6. Топография (в относительных единицах и логарифмическом масштабе) пропагатора $\tilde{K}_E(x, y, z; \tilde{\tau})$ в координатах Якоби $\bar{x} \perp \bar{y}$, $\bar{z} \parallel \bar{y}$, $z=7$ фм при $\tilde{\tau} = \tau/t_0 = 12$ для возбужденных разделенных состояний системы $(2\alpha + p + n)$ (а) с примерами положений (б) нуклонов (малые шары) и α -частиц (большие шары). Конфигурация 1 соответствует разделению системы на дейтрон и ядро ^8Be , конфигурации 2 и 3 – на ядра ^4He и ^6Li , конфигурация 4 – на два ядра ^4He и дейтрон.

ОСНОВНЫЕ СОСТОЯНИЯ ЯДЕР ^{11}B , ^{11}C

Ядра ^{11}B и ^{11}C представим состоящими из двух α -кластеров и трех нуклонов: двух нейтронов и протона для ^{11}B , двух протонов и нейтрона для ^{11}C .

Для ядра ^{11}B (системы $2\alpha + p + 2n$) использовались координаты Якоби (см. рис. 7)

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \bar{r}_{\alpha_2} - \bar{r}_{\alpha_1}, \quad \bar{y} = \bar{r}_{n_2} - \bar{r}_{n_1}, \quad \bar{z} = \bar{r}_p - \frac{1}{2}(\bar{r}_{n_2} + \bar{r}_{n_1}), \\ \bar{s} &= \frac{1}{2}(\bar{r}_{n_1} + \bar{r}_{n_2} + \bar{r}_p) - \frac{1}{2}(\bar{r}_{\alpha_2} + \bar{r}_{\alpha_1}). \end{aligned} \tag{11}$$

Потенциальная энергия ядра ^{11}B

$$\begin{aligned} V_{^{11}\text{B}} &= V_{p,p,n}^{(N)} + V_{p-\alpha}(|\bar{r}_p - \bar{r}_{\alpha_1}|) + V_{p-\alpha}(|\bar{r}_p - \bar{r}_{\alpha_2}|) + \\ &+ V_{n-\alpha}(|\bar{r}_{n_1} - \bar{r}_{\alpha_1}|) + V_{n-\alpha}(|\bar{r}_{n_1} - \bar{r}_{\alpha_2}|) + \\ &+ V_{n-\alpha}(|\bar{r}_{n_2} - \bar{r}_{\alpha_1}|) + V_{n-\alpha}(|\bar{r}_{n_2} - \bar{r}_{\alpha_2}|) + V_{\alpha-\alpha}(|\bar{r}_{\alpha_2} - \bar{r}_{\alpha_1}|), \end{aligned} \tag{12}$$

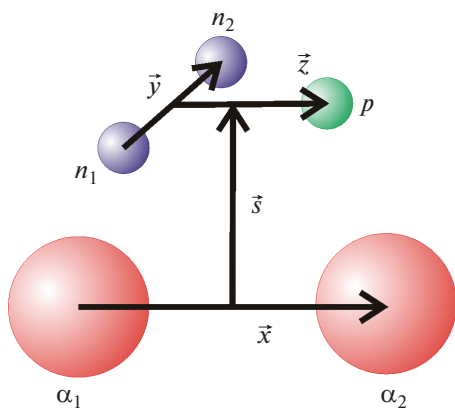


Рис. 7. Координаты Якоби для ядра $^{11}\text{В}$ (системы $2\alpha + p + 2n$) с положениями нуклонов (малые шары) и α -частиц (большие шары).

это не имеющие связанных состояний синглетные потенциалы взаимодействия соответственно протона с нейтроном и протона с протоном. Определяемый энергией (12), (13) пропагатор $\tilde{K}_E(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, \vec{s}, \tau, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, \vec{s}, 0)$ также несимметричен по отношению к перестановке нейтронов. Координатная волновая функция должна быть симметрична по отношению к перестановке двух нейтронов с радиус-векторами $\vec{r}_{n_1}, \vec{r}_{n_2}$ из-за антисимметричности спиновой волновой функции с полным спином $S = 0$ по отношению к перестановке нейтронов. Такая ненормированная координатная волновая функция может быть получена с помощью симметричной комбинации в координатах Якоби

$$\Psi_S(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, \vec{s}) = \Phi_0(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, \vec{s}) + \Phi_0(\vec{x}, -\vec{y}, \vec{z}, \vec{s}), \quad (14)$$

где

$$\Phi_0(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, \vec{s}) = \sqrt{\tilde{K}_E(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, \vec{s}, \tau, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, \vec{s}, 0)}. \quad (15)$$

включает нуклон-нуклонную часть

$$V_{p,p,n}^{(N)} = V_{p-n}^{(1^+)}(|\vec{r}_p - \vec{r}_{n_1}|) + V_{p-n}^{(0^+)}(|\vec{r}_p - \vec{r}_{n_2}|) + V_{n-n}^{(0^+)}(|\vec{r}_{n_1} - \vec{r}_{n_2}|), \quad (13)$$

которая несимметрична по отношению к перестановке нейтронов. Здесь $V_{p-n}^{(0^+)}(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)$ и $V_{p-p}^{(0^+)}(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)$ —

Результаты расчетов пропагатора для ядер $^{11}\text{В}$ и $^{11}\text{С}$ показаны на рис. 2б. Определенные с помощью линейной регрессии по линейным участкам графиков значения энергии разделения ядер на две альфа-частицы и нуклоны в сравнении с экс-

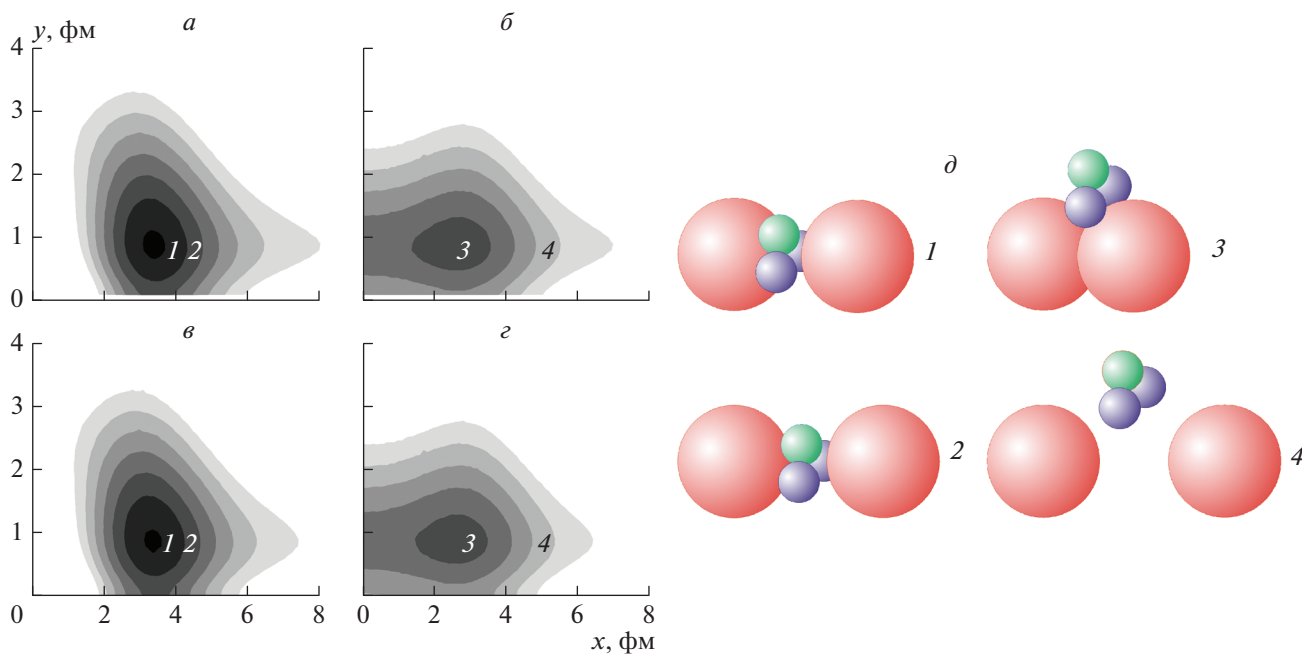


Рис. 8. Топография (в относительных единицах и логарифмическом масштабе) пропагатора $\tilde{K}_E(x, y, z, s; \vec{\tau})$, соответствующего плотности вероятности основного состояния $|\Psi_0(x, y, z, s)|^2$, в координатах Якоби $\vec{x} \perp \vec{y} \perp \vec{z}$, $\vec{z} \parallel \vec{s}$, $z = y\sqrt{3}/2$, $s = 0$ (а), (с) и $s = 2$ фм (б), (д) для систем $^{11}\text{С}$ ($2\alpha + 2p + n$) (а), (б) и $^{10}\text{В}$ ($2\alpha + p + 2n$) (в) (д) с примерами положений (д) нуклонов (малые шары) и α -частиц (большие шары). Наиболее вероятные конфигурации 1 соответствуют для ядра $^{11}\text{С}$ кластеру $^3\text{Не}$ между α -частицами ($\alpha + ^3\text{Не} + \alpha$), для ядра $^{11}\text{В}$ — тритонному кластеру t между α -частицами ($\alpha + t + \alpha$).

периментальными значениями (см., например, [17]) приведены в табл. 1.

Примеры распределений плотности вероятности для конфигураций ^{11}C ($2\alpha + 2p + n$) и ^{11}B ($2\alpha + p + 2n$) показаны на рис. 8а–8г. Узкие максимумы соответствуют плотности вероятности $|\Psi_0(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, \vec{s})|^2$ основного состояния ядер ^{11}C и ^{11}B . Для ядра ^{11}B наиболее вероятными является конфигурация с валентными протоном и нейтронами (тритонным кластером t) между α -частицами ($\alpha + t + \alpha$). Аналогично для ядра ^{11}C наиболее вероятна конфигурация с валентными нейтронами и протоном (кластером ^3He между α -частицами (системы $\alpha + ^3\text{He} + \alpha$).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный подход к расчетам характеристик основного состояния ядер $^{10,11}\text{B}$, $^{10,11}\text{C}$ может служить полезным дополнением к существующим более сложным теоретическим методам. Он позволяет достаточно просто определить зависимость энергии основного состояния от параметров потенциалов и вероятности различных конфигураций составляющих систему частиц.

Автор выражает благодарность команде гетерогенного кластера Лаборатории информационных технологий ОИЯИ за содействие выполнению трудоемких компьютерных расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. von Oertzen W., Freer M., Kanada En'yo Y. // Phys. Rep. 2006. V. 432. P. 43.
2. Freer M. // Rep. Prog. Phys. 2007. V. 70. P. 2149.
3. Самарин В.В., Науменко М.А. // Изв. РАН. Сер. физ. 2019. Т. 83. № 4. С. 460; Samarina V.V., Naumenko M.A. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2019. V. 83. No. 4. P. 411.
4. Самарин В.В. // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 8. С. 1187; Samarina V.V. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 8. P. 981.
5. Ikeda K., Takigawa N., Horiuchi H. // Progr. Theor. Phys. Suppl. 1968. Extra No. P. 464.
6. Horiuchi H., Ikeda K., Suzuki Y. // Progr. Theor. Phys. Suppl. 1972. No. 52. Chapter 3.
7. Фейнман Р., Хибс А. Квантовая механика и интегралы по траекториям. М.: Мир, 1968.
8. Блохинцев Д.И. Основы квантовой механики. М.: Наука, 1976.
9. Шурык Э.В. // УФН. 1984. Т. 143. С. 309; Shuryak E.V. // Sov. Phys. Usp. 1984. V. 27. P. 448.
10. Shuryak E.V., Zhiron O.V. // Nucl. Phys. B. 1984. V. 242. P. 393.
11. Самарин В.В., Науменко М.А. // ЯФ. 2017. V. 80. С. 473; Naumenko M.A., Samarina V.V. // Phys. Atom. Nucl. 2017. V. 80. P. 877.
12. Naumenko M.A., Samarina V.V. // Supercomp. Front. Innov. 2016. V. 3. P. 80.
13. <https://developer.nvidia.com/cuda-zone>.
14. Перепёлкин Е.Е., Садовников Б.И., Иноземцева Н.Г. Вычисления на графических процессорах (GPU) в задачах математической и теоретической физики. М.: Ленанд, 2014.
15. Сандерс Д., Кэндрот Э. Технология CUDA в примерах: введение в программирование графических процессоров. М.: ДМК, 2011.
16. <http://hybrilit.jinr.ru>.
17. <http://nrv.jinr.ru>.

Study of ground states of $^{10,11}\text{B}$, $^{10,11}\text{C}$ nuclei by Feynman's continual integrals method

V. V. Samarina^{a, b, *}

^aJoint Institute for Nuclear Research, Dubna, 141980 Russia

^bDubna State University, Dubna, 141982 Russia

*e-mail: samarin@jinr.ru

The energy and the square of the wave function modulus for the ground state of $^{10,11}\text{B}$, $^{10,11}\text{C}$ nuclei are calculated using Feynman continual integrals (path integrals) in the model of the interaction between alpha-clusters and external nucleons. The obtained values of energy are in good agreement with the experimental data.