

УДК 534-16

ОБ ОЦЕНКЕ СКОРОСТИ РОТАЦИОННЫХ ВОЛН В ПРОСТОЙ КУБИЧЕСКОЙ РЕШЕТКЕ КРИСТАЛЛА ФУЛЛЕРИТА

© 2021 г. И. С. Павлов^{1,2,*}, В. И. Ерофеев¹, А. В. Муравьева², А. А. Васильев³

¹Институт проблем машиностроения РАН – филиал Федерального государственного бюджетного научного учреждения “Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук”, Нижний Новгород, Россия

²Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования “Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет имени Н.И. Лобачевского”, Нижний Новгород, Россия

³Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Тверской государственный университет”, Тверь, Россия

*E-mail: ispavlov@mail.ru

Поступила в редакцию 09.12.2020 г.

После доработки 25.01.2021 г.

Принята к публикации 26.02.2021 г.

Методом структурного моделирования построена трехмерная математическая модель простой кубической решетки кристалла фуллерита. Получены аналитические зависимости скоростей акустических и вращательных (ротационных) волн от параметров микроструктуры такой среды. Показано, что в зависимости от значений параметров микроструктуры скорость ротационных волн может превосходить скорость поперечных волн.

DOI: 10.31857/S0367676521060193

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время интенсивно развиваются технологии создания метаматериалов – нового класса веществ со сложно организованной внутренней структурой (микроструктурой), обладающих уникальными физико-механическими свойствами [1]. Впервые они появились в области оптики и фотоники [2], но сейчас все чаще встречаются и в других областях. Например, широко применяются акустические метаматериалы [3–7], используемые, в частности, как акустические поглотители [8].

Одним из примеров материала с уникальными физико-механическими свойствами являются фуллериты – твердотельные структуры, образованные на основе фуллеренов (как C_{60} , так и высших фуллеренов – C_{70} , C_{76} , C_{78} , C_{80} , C_{82} и т.д.) [9]. Принадлежность фуллеритов к кристаллам молекулярного типа позволяет рассматривать образующие их фуллерены подобно молекулам, причем при тепловом движении они могут легко менять относительную пространственную ориентацию даже в условиях кристаллического окружения, т.е. совершать так называемые ориентационные фазовые переходы. Такая способность фуллеренов обусловлена их высокосимметричной, почти сферической формой. Смена ориентации фулле-

ренов происходит в том случае, когда они, совершая крутильные колебания, преодолевают определенный энергетический барьер и переходят к псевдовращению. В частности, фуллерены C_{60} в кристалле находятся в состоянии почти свободного вращения с тремя степенями свободы [9].

Сверх- и ультра-твердые фуллериты характеризуются уникально высокими значениями скоростей продольных упругих волн и широким диапазоном этих значений в пределах от 11 до 26 км/с в зависимости от их структуры, определяемой условиями синтеза [10]. Измеренное в одной из фуллеритовых фаз значение 26 км/с является рекордным – оно почти на 20% больше скорости продольных волн в графите вдоль атомных слоев, равной 21.6 км/с (до последнего времени это значение было наибольшим для всех известных веществ) и на 40% больше соответствующей скорости в алмазе (18.6 км/с). Скорости поперечных волн в твердых фуллеритовых фазах также высоки (их значения лежат в пределах от 7 до 9.7 км/с), но все же они меньше, чем в алмазе (11.6–12.8 км/с), которые по-прежнему остаются рекордными среди известных в настоящее время веществ.

Экспериментальные данные показывают [9], что фуллерены C_{60} при комнатной температуре кристаллизуются с образованием гранцентриро-

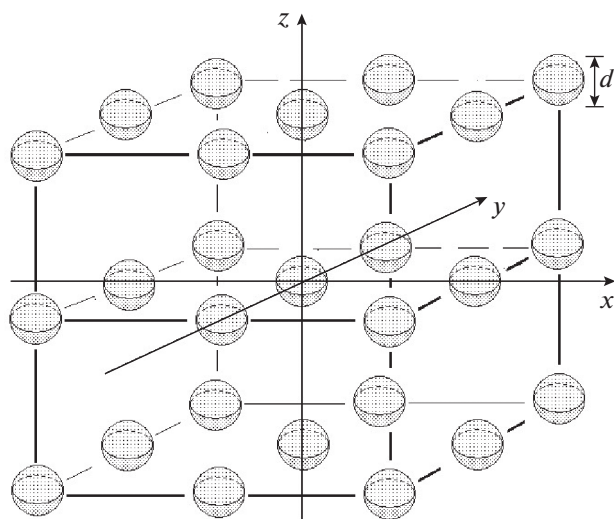


Рис. 1. Трехмерная решетка из сферических частиц.

ванной кубической решетки (ГЦК) – самой плотноупакованной из кубических решеток с постоянной решетки $a = 1.417$ нм. Расстояние между центрами ближайших фуллеренов C_{60} в кристаллической структуре 1.002 нм, плотность фуллерита составляет 1.72 г/см³. При понижении температуры до 250 К, кристаллическая структура фуллерита C_{60} испытывает фазовое превращение первого рода, при котором ГЦК-решетка перестраивается в простую кубическую (ПК) решетку [11].

Однако создание метаматериалов и исследование протекающих в них линейных и нелинейных волновых процессов [12–14] при отсутствии адекватных математических моделей крайне затруднительно. Одним из наиболее эффективных методов построения математических моделей метаматериалов является метод структурного моделирования [15–19]. Этот метод в явном виде учитывает микроструктуру среды и позволяет строить не только дискретные, но и континуальные модели среды в различных приближениях. Микроструктура среды в таких моделях, как правило, описывается частицами конечного размера, их взаимным расположением по отношению друг к другу (т.е. структурой решетки), а также параметрами силового и моментного взаимодействия между частицами. Сами же взаимодействия обычно моделируются стержнями, балками [20, 21] или пружинами [16, 22]. В отличие от обобщенных континуумов типа среды Коссера [23], математические модели метаматериалов, построенные таким методом, позволяют не только получить представление о качественном влиянии локальной структуры на эффективные модули упругости соответствующей среды, но и проводить количественные оценки этих величин.

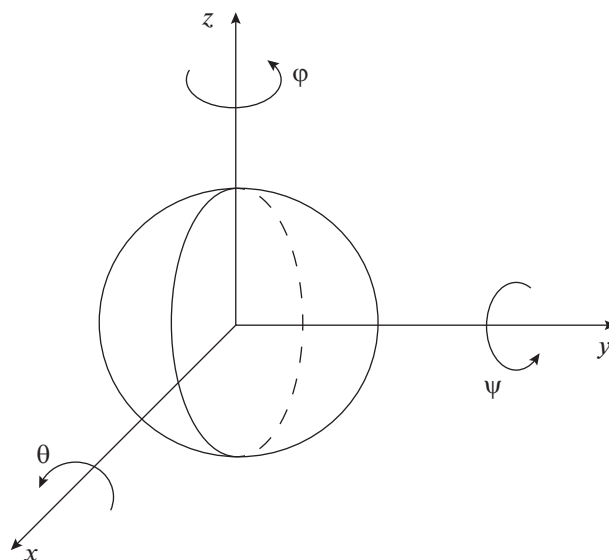


Рис. 2. Ротационные степени свободы частицы.

В данной работе методом структурного моделирования разрабатывается трехмерная математическая модель простой кубической решетки кристалла фуллерита, состоящего из сферических частиц, обладающих тремя трансляционными и тремя ротационными (вращательными) степенями свободы. В рамках такой модели удалось установить аналитические зависимости между параметрами микроструктуры и макрохарактеристиками среды и, как следствие, произвести теоретические оценки скоростей ротационных волн.

ДИСКРЕТНАЯ МОДЕЛЬ КРИСТАЛЛА ФУЛЛЕРИТА

Рассмотрим кубическую решетку из жестких шарообразных частиц (зерен) массы M , имеющих форму шара диаметром d (рис. 1). В исходном состоянии они сосредоточены в узлах решетки с периодом a . Каждая частица обладает шестью степенями свободы: центр масс частицы с номером $N = N(i, j, k)$ может смещаться вдоль осей x , y и z (трансляционные степени свободы $u_{i,j,k}$, $v_{i,j,k}$ и $w_{i,j,k}$), а сама частица может поворачиваться вокруг каждой из этих осей (ротационные степени свободы $\theta_{i,j,k}$, $\psi_{i,j,k}$ и $\phi_{i,j,k}$) (рис. 2). В этом случае кинетическая энергия частицы N описывается следующей формулой:

$$T = \frac{M}{2}(u_i^2 + v_i^2 + w_i^2) + \frac{J}{2}(\phi_i^2 + \theta_i^2 + \psi_i^2), \quad (1)$$

где $J = \frac{2}{5} M \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{1}{10} M d^2 = \frac{2}{5} M \frac{3b^2}{4} = 0.3 M b^2$ – момент инерции частицы относительно каждой оси, проходящей через ее центр масс.

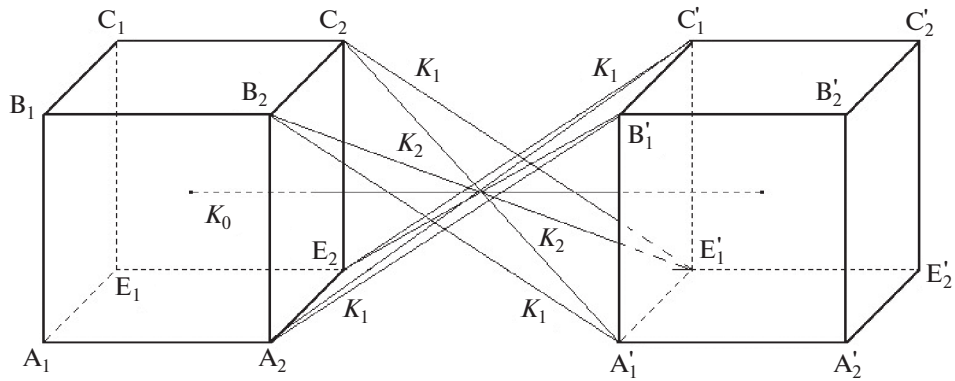


Рис. 3. Схема силовых взаимодействий между ближайшими соседями по решетке (частицами первой координационной сферы).

Пространство между частицами представляет собой безмассовую упругую среду, через которую передаются силовые и моментные воздействия, моделируемые упругими пружинами. Считается, что частица $N = N(i, j, k)$ взаимодействует лишь с ближайшими соседями, удаленными от нее на расстояние a (частицы 1-й координационной сферы: $(i - 1, j, k)$, $(i, j - 1, k)$, $(i, j + 1, k)$, $(i + 1, j, k)$), $a\sqrt{2}$ (частицы 2-й координационной сферы: $(i - 1, j - 1, k)$, $(i - 1, j + 1, k)$, $(i + 1, j - 1, k)$, $(i + 1, j + 1, k)$) и $a\sqrt{3}$ (частицы 3-й сферы: $(i - 1, j - 1, k - 1)$, $(i - 1, j - 1, k + 1)$, $(i - 1, j + 1, k - 1)$, $(i - 1, j + 1, k + 1)$, $(i + 1, j - 1, k - 1)$, $(i + 1, j - 1, k + 1)$, $(i + 1, j + 1, k - 1)$, $(i + 1, j + 1, k + 1)$) (рис. 1).

Центральные и нецентральные взаимодействия соседних частиц моделируются упругими пружинами пяти типов: центральными (с жесткостью K_0), нецентральными с жесткостью K_1 (рис. 3), диагональными (K_2), а также пружинами с жесткостями K_3 и K_4 , соединяющими центральную частицу с зернами, соответственно, второй и третьей координационных сфер. Центральные пружины K_0 соединяют центры соседних частиц, точки соединения с частицами пружин вида K_1 и K_2 лежат в вершинах куба со стороной b , вписанного в шар диаметра $d = b\sqrt{3}$ (на рис. 3 A_2B_1' , B_2A_1' , E_2C_1' , C_2E_1' – пружины с жесткостью K_1 , A_2C_1' , E_2B_1' , B_2E_1' , C_2A_1' – пружины вида K_2), а пружины с жесткостями K_3 и K_4 прикреплены к серединам ближайших друг к другу ребер кубов, геометрические центры которых в исходном состоянии расположены на расстояниях $a\sqrt{2}$ и $a\sqrt{3}$.

Пружины с жесткостями K_0 , K_1 , K_2 и K_3 описывают взаимодействия частиц внутри одного слоя. Так, центральные (K_0) и нецентральные (K_1) пружины характеризуют взаимодействия при растяжении–сжатии материала. Через пружины K_1 передаются также моменты при поворотах частиц.

Пружины с жесткостью K_1 и K_2 характеризуют силовые взаимодействия частиц при сдвиговых деформациях в материале. Заметим, что выбранная схема силовых взаимодействий внутри одного слоя аналогична введенной в двумерной решетке из круглых частиц [17].

Предполагается, что смещения зерен малы по сравнению с размерами элементарной ячейки рассматриваемой решетки. Взаимодействие частиц при отклонениях от положения равновесия определяется относительными удлинениями пружин. Потенциальная энергия, обусловленная взаимодействием частицы N с восемью ближайшими соседями по решетке, описывается формулой

$$U_N = \frac{1}{2} \left(\sum_{n=1}^4 \frac{K_0}{2} D_{0n}^2 + \sum_{n=1}^{16} \frac{K_1}{2} D_{1n}^2 + \sum_{n=1}^{16} \frac{K_2}{2} D_{2n}^2 + \sum_{n=1}^4 \frac{K_3}{2} D_{3n}^2 + \sum_{n=1}^4 \frac{K_4}{2} D_{4n}^2 \right), \quad (2)$$

где D_{ln} ($l = 0, 1, 2, 3, 4$) – удлинения пронумерованных в произвольном порядке пружин пяти типов, соединяющих частицу с ее соседями. Эти удлинения определяются изменениями расстояний между точками соединения соответствующих пружин (рис. 3). Далее от полученной дискретной модели перейдем в континуальное приближение. Для этого выразим удлинения пружин через смещения и углы поворотов частиц и разложим последние в ряд Тейлора до квадратичных членов.

КОНТИНУАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ КРИСТАЛЛА ФУЛЛЕРИТА

В случае длинноволновых возмущений, когда $\lambda \gg a$ функция Лагранжа L рассматриваемой сре-

ды из сферических частиц с точностью до квадратичных слагаемых примет вид:

$$\begin{aligned}
 L = & \frac{M}{2}(u_i^2 + v_i^2 + w_i^2) + \frac{J}{2}(\varphi_i^2 + \theta_i^2 + \psi_i^2) - \\
 & - \frac{M}{2}[c_1^2(u_x^2 + v_y^2 + w_z^2) + c_2^2(v_x^2 + v_z^2 + u_y^2 + u_z^2 + \\
 & + w_x^2 + w_y^2) + s^2(v_y w_z + v_z w_y + u_x w_z + u_z w_x + \\
 & + u_x v_y + u_y v_x) + \beta_1^2(\varphi^2 + \theta^2 + \psi^2) + \\
 & + \beta_2^2(v_x \varphi - w_x \psi + w_y \theta - u_y \varphi + u_z \psi - v_z \theta) + \\
 & + b^2 c_3^2(\varphi_z^2 + \theta_x^2 + \psi_y^2) + \\
 & + b^2 c_4^2(\varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \theta_y^2 + \theta_z^2 + \psi_x^2 + \psi_z^2)]. \quad (3)
 \end{aligned}$$

Здесь введены обозначения: c_i ($i = 1-4$) – характерные скорости распространения соответственно продольной, поперечной и ротационных волн, s – коэффициент связи между продольными и сдвиговыми деформациями, β_1 и β_2 – параметры связи микроповоротов с поперечной и продольной волнами.

С помощью вариационного принципа Гамильтона–Остроградского из функции Лагранжа (3) получена система дифференциальных уравнений, описывающая распространение акустических и ротационных волн в кубической решетке из сферических частиц:

$$\begin{aligned}
 u_{tt} - c_1^2 u_{xx} - c_2^2(u_{yy} + u_{zz}) - s^2(v_{xy} + w_{xz}) + \\
 + \frac{\beta_2^2}{2}(\varphi_y - \psi_z) = 0, \\
 v_{tt} - c_1^2 v_{yy} - c_2^2(v_{xx} + v_{zz}) - \\
 - s^2(u_{xy} + w_{yz}) + \frac{\beta_2^2}{2}(\theta_z - \varphi_x) = 0, \\
 w_{tt} - c_1^2 w_{zz} - c_2^2(w_{xx} + w_{yy}) - s^2(u_{xz} + v_{yz}) + \\
 + \frac{\beta_2^2}{2}(\psi_x - \theta_y) = 0, \quad (4) \\
 \theta_{tt} - c_3^2 \theta_{xx} - c_4^2(\theta_{yy} + \theta_{zz}) + \\
 + \frac{\beta_2^2}{2J}(w_y - v_z) + \frac{\beta_1^2}{J}\theta = 0, \\
 \psi_{tt} - c_3^2 \psi_{yy} - c_4^2(\psi_{xx} + \psi_{zz}) + \frac{\beta_2^2}{2J}(u_z - w_x) + \frac{\beta_1^2}{J}\psi = 0, \\
 \varphi_{tt} - c_3^2 \varphi_{zz} - c_4^2(\varphi_{xx} + \varphi_{yy}) + \\
 + \frac{\beta_2^2}{2J}(v_x - u_y) + \frac{\beta_1^2}{J}\varphi = 0.
 \end{aligned}$$

Система (4) аналогична уравнениям динамики континуума Коссера, состоящего из центрально-симметричных частиц с тремя трансляционными и тремя ротационными степенями свободы [24]. Отличия наблюдаются лишь в коэффициентах. Коэффициенты уравнений системы (4), т.е. мак-

ропараметры среды, выражаются через силовые постоянные K_0, K_1, K_2, K_3, K_4 , период решетки a и размер частицы $b = d/2\sqrt{3}$ следующим образом:

$$\begin{aligned}
 c_1^2 = & \frac{1}{\rho} \left(K_0 + \frac{8(a-b)^2}{(a-b)^2 + b^2} K_1 + \frac{4(a-b)^2}{(a-b)^2 + 2b^2} \times \right. \\
 & \times K_2 + \frac{K_3}{\sqrt{2}} + \frac{2K_4}{3} \left. \right), \\
 c_2^2 = & \frac{1}{\rho} \left(\frac{4b^2}{(a-b)^2 + b^2} K_1 + \right. \\
 & + \frac{4b^2}{(a-b)^2 + 2b^2} K_2 + \frac{K_3}{2\sqrt{2}} + \frac{2K_4}{3} \left. \right), \\
 s^2 = & \frac{1}{\rho} \left(\frac{K_3}{\sqrt{2}} + \frac{4K_4}{3} \right), \quad (5) \\
 \beta_1^2 = & \frac{8b^2}{\rho} \left(\frac{K_1}{(a-b)^2 + b^2} + \frac{K_2}{(a-b)^2 + 2b^2} \right), \\
 \beta_2^2 = & \frac{8b^2}{\rho} \left(\frac{K_2}{(a-b)^2 + 2b^2} \right), \\
 c_3^2 = & \frac{2b^2}{\rho} \left(\frac{K_1}{(a-b)^2 + b^2} \right), \\
 c_4^2 = & \frac{1}{\rho} \left(\frac{K_1(a^2 + (a-b)^2)}{(a-b)^2 + b^2} + \frac{K_2 a^2}{(a-b)^2 + 2b^2} \right).
 \end{aligned}$$

Здесь $\rho = M/a^3$ – плотность рассматриваемой среды. Из (5) следует

$$\beta_1^2 + s^2 = 2c_2^2, \quad \beta_2^2 + 4c_3^2 = \beta_1^2. \quad (6)$$

Таким образом, в данной анизотропной среде имеется лишь 5 независимых макроконстант, причем при переходе к изотропной среде (в этом случае $c_1^2 = c_2^2 + s^2$) останется лишь 4 константы. Данная среда становится изотропной при выполнении следующего соотношения:

$$\begin{aligned}
 K_0 = & \frac{4b^2 - 8(a-b)^2}{(a-b)^2 + b^2} K_1 + \frac{4a(2b-a)}{(a-b)^2 + 2b^2} K_2 - \\
 & - \frac{K_3}{4\sqrt{2}} + \frac{4}{3} K_4. \quad (7)
 \end{aligned}$$

В данной модели $\beta_2 \equiv 0$ при отсутствии пружин K_2 , в результате чего исчезает связь между трансляционными и ротационными степенями свободы частиц в линейном приближении, присутствующая в континууме Коссера. Если $K_1 = 0$, то $c_3 \equiv 0$, в то время как в континууме Коссера этот коэффициент является ненулевым. Введение центральных пружин (с жесткостью K_0) обеспечивает превосходство скорости продольных волн над скоростями остальных волн. Пружины K_3 и K_4 кажутся, на первый взгляд, дублирующими друг друга. Однако, как следует из формул (5), пружи-

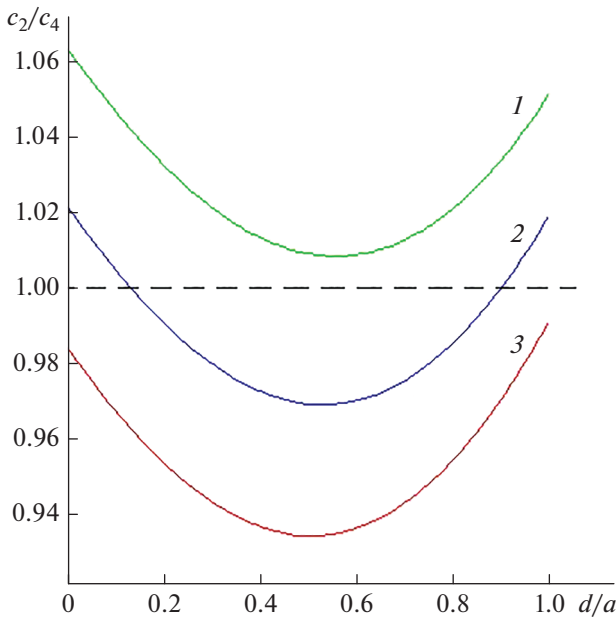


Рис. 4. Зависимость отношения скоростей поперечных и ротационных волн c_2/c_4 от относительного размера частиц при $K_1/K_0 = 0.5$, $K_3/K_0 = 1.2$, $K_4/K_0 = 1.4$. Кривая 1 соответствует $K_2/K_0 = 0.2$, кривая 2 – $K_2/K_0 = 0.3$, кривая 3 – $K_2/K_0 = 0.4$.

ны этих двух типов в количественном отношении по-разному влияют на параметры c_1 , c_2 и s . Кроме того, соотношение (7) показывает их разное качественное влияние на выполнение условия изотропии среды.

АНАЛИЗ ЗАВИСИМОСТИ СКОРОСТЕЙ АКУСТИЧЕСКИХ И РОТАЦИОННЫХ ВОЛН ОТ ПАРАМЕТРОВ МИКРОСТРУКТУРЫ

В отличие от классической теории упругости, рассматриваемая здесь трехмерная модель кристаллической среды учитывает ротационные степени свободы. Но наблюдать экспериментально в лабораторных условиях распространение ротационных волн в твердых телах до сих пор никому не удавалось [25]. Известно лишь, что их близкими аналогами являются спиновые волны в ферромагнетиках [26] и волны директора в жидких кристаллах [27]. В связи с этим вызывают интерес теоретические оценки скоростей таких волн. Анализ соотношений (5) с учетом положительных жесткостей пружин K_i ($i = 0-4$) показывает, что из скоростей c_1 , c_2 , c_3 , c_4 наибольшей является скорость продольных волн c_1 , а наименьшей – скорость ротационных волн c_3 .

На рис. 4 приведены зависимости отношения скорости поперечных волн c_2 к скорости ротационных волн c_4 от относительного размера частиц

d/a при $K_{10} = 0.5$, $K_{30} = 1.2$, $K_{40} = 1.4$ (здесь и далее $K_{i0} = K_i/K_0$). Из этого рисунка видно, что увеличение параметра моментных взаимодействий K_{20} приводит к тому, что $c_4 > c_2$. Кроме того, численный анализ показывает, что увеличение параметров K_{30} и K_{40} , а также уменьшение параметра K_{10} ведет к противоположному результату – $c_2 > c_4$. Таким образом, в рассматриваемой среде скорости c_2 и c_4 одного порядка. При этом в кристалле фуллерита с простой кубической решеткой $c_1 = 2943$ м/с, $c_2 = 2325$ м/с [28].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе методом структурного моделирования построена трехмерная математическая модель простой кубической решетки кристалла фуллерита из сферических частиц, обладающих тремя трансляционными и тремя ротационными степенями свободы. Найдено условие на параметры микроструктуры такой среды, при выполнении которого среда становится изотропной. Получены аналитические зависимости скоростей акустических и ротационных волн от параметров микроструктуры. Наибольшей среди всех скоростей является скорость продольных волн c_1 , а наименьшей – скорость ротационных волн c_3 . Скорость ротационных волн c_4 может превосходить скорость поперечных волн c_2 . Соотношению $c_4 > c_2$ способствуют увеличение параметров моментных взаимодействий K_{10} и K_{20} , а также уменьшение параметров K_{30} и K_{40} .

Работа выполнена в рамках государственного задания ИПФ РАН на проведение фундаментальных научных исследований на 2021–2023 гг. по теме № 0030-2021-0025, а также при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 19-08-00965-а и 18-29-10073-мк).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гуляев Ю.В., Лагарьков А.Н., Никитов С.А. // Вестн. РАН. 2008. Т. 78. № 5. С. 438.
2. Shining Zhu, Xiang Zhang // Nat. Sci. Rev. 2018. V. 5. No. 2. P. 131.
3. Бобровницкий Ю.И. // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 4. С. 347; Bobrovnikskii Yu.I. // Acoust. Phys. 2014. V. 60. No. 4. P. 371.
4. Бобровницкий Ю.И. // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 3. С. 283; Bobrovnikskii Yu.I. // Acoust. Phys. 2015. V. 61. No. 3. P. 255.
5. Федотовский В.С. // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 5. С. 547; Fedotovskii V.S. // Acoust. Phys. 2018. V. 64. No. 5. P. 548.
6. Cummer S.A., Christensen J., Alù A. // Nat. Rev. Mater. 2016. V. 1. Art. No. 16001.

7. Zhou L., Jiang H. // Phys. Stat. Sol. B. 2016. V. 253. No. 7. P. 1331.
8. Бобровницкий Ю.И., Томилина Т.М. // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 5. С. 517; Bobrovnikskii Yu.I., Tomilina T.M. // Acoust. Phys. 2018. V. 64. No. 5. P. 519.
9. Сидоров Л.Н., Юровская М.А., Борщевский А.Я. и др. Фуллерены. Уч. пособ. М.: Экзамен, 2005. 688 с.
10. Бланк В.Д., Левин В.М., Прохоров В.М. и др. // ЖЭТФ. 1998. Т. 114. С. 1364. Blank V.D., Levin V.M., Prokhorov V.M. et al. // J. Exp. Theor. Phys. 1998. V. 87. P. 741.
11. Кобелев Н.П., Моравский А.П., Сойфер Я.М. и др. // ФТТ. 1994. Т. 36. № 9. С. 2732.
12. Руденко О.В. // Изв. РАН. Сер. физ. 2015. Т. 79. № 10. С. 1369; Rudenko O.V. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2015. V. 79. No. 10. P. 1215.
13. Ерофеев В.И., Герасимов С.И., Кажасев В.В., Павлов И.С. // Изв. РАН. Сер. физ. 2016. Т. 80. № 10. С. 1333; Erofeev V.I., Gerasimov S.I., Kazhaev V.V., Pavlov I.S. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2016. V. 80. No. 10. P. 1203.
14. Ерофеев В.И., Леонтьева А.В., Мальханов А.О. // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 5. С. 591; Erofeev V.I., Leonteva A.V., Malhanov A.O. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. No. 5. P. 520.
15. Chunyu Li, Tsu-Wei Chou // Int. J. Sol. Struct. 2003. V. 40. No. 10. P. 2487.
16. Павлов И.С., Потанов А.И. // ДАН. 2008. Т. 421. № 3. С. 348; Pavlov I.S., Potanov A.I. // Dokl. Phys. 2008. V. 53. No. 7. P. 408.
17. Pavlov I.S., Potanov A.I., Maugin G.A. // Int. J. Sol. Struct. 2006. V. 43. No. 20. P. 6194.
18. Ерофеев В.И., Павлов И.С. Структурное моделирование метаматериалов. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2019. 196 с.
19. Vasiliev A.A., Pavlov I.S. // IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Engin. 2018. V. 447. Art. No. 012079.
20. Spadoni A., Ruzzene M. // J. Mech. Phys. Sol. 2012. V. 60. P. 156.
21. Конек Д.А., Войцеховски К.В., Плескачевский Ю.М., Шилько С.В. // МКМК. 2004. Т. 10. № 1. С. 35.
22. Vasiliev A.A., Miroshnichenko A.E., Dmitriev S.V. // Eur. J. Mech. A. 2014. V. 46. P. 96.
23. Altenbach H., Maugin G.A., Erofeev V.I. Mechanics of generalized continua. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2011. 350 p.
24. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.
25. Erofeev V.I., Pavlov I.S., Vikulin A.V. // Mater. Phys. Mech. 2018. V. 35. No. 1. P. 53.
26. Ахизер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны. М.: Наука, 1967. 368 с.
27. Lee J.D., Eringen A.C. // J. Chem. Phys. 1971. V. 54. No. 12. P. 5027.
28. Yildirim T., Harris A.B. // Phys. Rev. B. 1992. V. 46. Art. No. 7878.

On estimation of the rotational wave velocity in a simple cubic lattice of a fullerite crystal

I. S. Pavlov^{a, b, *}, V. I. Erofeev^a, A. V. Muravieva^b, A. A. Vasiliev^c

^aInstitute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences, Mechanical Engineering Research Institute RAS, Nizhny Novgorod, 603024 Russia

^bLobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, 603950 Russia

^cTver State University, Tver, 603950 Russia

*e-mail: ispavlov@mail.ru

A three-dimensional mathematical model of a simple cubic lattice of a fullerite crystal has been elaborated using the structural modeling method. Analytical dependences of the velocities of acoustic and rotational waves on the parameters of the microstructure of such a medium are obtained. It is shown that, depending on the values of microstructure parameters, the rotational wave velocity can exceed the shear wave velocity.