

УДК 534-16

АКУСТИЧЕСКИЙ РЕЗОНАТОР С РАДИАЛЬНЫМ ВОЗБУЖДАЮЩИМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ

© 2021 г. А. А. Теплых¹, *, Б. Д. Зайцев¹, А. П. Семенов¹, И. А. Бородина¹

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова Российской академии наук, Саратовский филиал,
Саратов, Россия

*E-mail: terlykhaa@mail.ru

Поступила в редакцию 09.12.2020 г.

После доработки 25.01.2021 г.

Принята к публикации 26.02.2021 г.

Приводятся результаты исследования нового типа пьезокерамического акустического дискового резонатора с радиальным возбуждающим электрическим полем. Резонатор представляет собой диск из пьезоматериала кристаллографического класса 6mm, на одну сторону которого нанесены два круглых концентрических металлических электрода с зазором между ними. Представлена модель свободного резонатора и резонатора, нагруженного пленкой конечной толщины. Рассчитаны характеристики различных мод акустических колебаний для резонаторов из пьезокерамики ЦТБС-3 при различной ширине электродов и зазора между ними.

DOI: 10.31857/S0367676521060260

ВВЕДЕНИЕ

Одним из возможных новых применений пьезокерамических резонаторов является создание датчиков для определения акустических и электрических характеристик пленок методом широкополосной акустической резонансной спектроскопии [1–3]. Вначале измеряются резонансные частоты свободного акустического резонатора без пленки. Затем исследуемая пленка наносится на поверхность резонатора и измерение резонансных частот повторяется. По изменению значений резонансных частот и величины резонансных пиков можно судить о свойствах нанесенной пленки. Чтобы этот метод позволил определить электрические свойства пленки, электрическое поле, которое сопровождает акустические колебания, должно проникать из резонатора в пленку. Это означает, что пленка должна быть нанесена непосредственно на материал резонатора, а не на металлический электрод. Для применения метода широкополосной акустической резонансной спектроскопии необходимо уметь эффективно вычислять спектр колебаний резонатора (его собственные частоты) или отклик резонатора (его электрический импеданс) на возбуждение на определенной частоте. Наши исследования показали, что достаточно точно и эффективно можно рассчитывать колебания и электрический импеданс пьезоэлектрического диска из пьезоматериала группы 6mm, кристаллографическая ось ко-

торого совпадает с осью диска. При этом возможно математически строго учесть различное положение возбуждающих электродов и неоднородность материала диска, если это не нарушает осевую симметрию задачи [2, 3]. В данной работе предложена конструкция такого резонатора в виде диска из пьезокерамики с радиальным возбуждающим электрическим полем. Создана математическая модель этого резонатора и рассчитаны зависимости его электрического импеданса от частоты при различном расположении электродов.

МОДЕЛЬ ДИСКОВОГО ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА С РАДИАЛЬНЫМ ВОЗБУЖДАЮЩИМ ПОЛЕМ

Рассмотрим задачу о вынужденных колебаниях круглого пьезокерамического диска, возбуждаемого парой концентрических электродов, расположенных на одной стороне диска.

Диск диаметром d и толщиной h изготовлен из пьезокерамики, принадлежащей к кристаллографическому классу 6mm. Ось поляризации керамики параллельна оси диска z . Металлические электроды шириной e_1 и e_2 располагаются на нижней стороне диска, зазор между электродами составляет g . Исследуемая пленка может располагаться на верхней стороне диска. Необходимо найти распределение акустического и электрического поля внутри диска [2, 3]. В такой постановке задача является осесимметричной и двумерной

(в координатах r и z). Искомое решение может быть записано в виде:

$$\left. \begin{aligned} u_r &= u_r(r, z) \exp(i\omega t) \\ u_z &= u_z(r, z) \exp(i\omega t) \\ \varphi &= \varphi(r, z) \exp(i\omega t) \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где u_r, u_z – радиальная и аксиальная компоненты механического смещения, φ – электрический потенциал, ω – круговая частота, t – время. Таким образом, в задаче необходимо учитывать только четыре компоненты деформации S , и две компоненты электрического поля E .

В рассматриваемом двумерном осесимметричном случае из тензоров материальных констант могут быть удалены некоторые строки и столбцы,

и соответствующие тензоры могут быть записаны в виде [4, 5]:

$$[c] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix}, \quad [e] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & e_{15} \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}.$$

Материал резонатора полностью характеризуется пятью модулями упругости $c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{33}, c_{44}$, тремя пьезоэлектрическими модулями e_{15}, e_{31}, e_{33} , двумя модулями диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{11}, \varepsilon_{33}$, и плотностью ρ . Задача описывается системой уравнений [2, 3]:

$$\left. \begin{aligned} -\omega^2 \int_V \rho \{u\}^T \{u\} dV + \int_V ([L_u]\{u\})^T [c][L_u]\{u\} dV + \int_V ([L_u]\{u\})^T [e][L_\varphi]\varphi dV &= 0 \\ \int_V ([L_\varphi]\varphi)^T [e][L_u]\{u\} dV - \int_V ([L_\varphi]\varphi)^T [\varepsilon][L_\varphi]\varphi dV &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

со следующими граничными условиями. На оси диска задано механическое граничное условие:

$$u_r = 0|_{r=0}. \quad (4)$$

На нижней стороне диска на электродах явно задано значение электрического потенциала:

$$\varphi = +V|_{r \in e_1, z = -h/2}, \quad \varphi = -V|_{r \in e_2, z = -h/2}. \quad (5)$$

Остальная поверхность диска, за исключением верхней стороны, механически и электрически свободна. Для верхней стороны диска возможны два случая.

В первом случае верхняя сторона диска также механически и электрически свободна, на ней действуют такие же граничные условия, как на остальной свободной части поверхности:

$$T_{ij}n_j = 0, \quad D_j n_j = 0|_{z=h/2}, \quad (6)$$

где T – механическое напряжение, D – электрическая индукция, n – вектор нормали к поверхности диска. Решение задачи в случае свободного диска методом конечных элементов позволяет вычислить электрический импеданс свободного диска для заданной частоты с учетом известных материальных констант. Решение обратной задачи для этого случая позволяет уточнить материальные константы пьезокерамики, из которой изготовлен диск.

Во втором случае на верхней стороне диска расположен слой изотропного вязкоупругого материала толщиной h^f [3]. Материал характеризуется плотностью ρ^f , двумя материальными кон-

стантами упругости c_{11}^f, c_{44}^f , механической вязкостью η^f , диэлектрической проницаемостью ε^f и электрической проводимостью σ^f . Соответствующие эффективные тензоры могут быть записаны в виде:

$$[c^f] = \begin{bmatrix} c_{11}^f & c_{11}^f - 2c_{44}^f & c_{11}^f - 2c_{44}^f & 0 \\ c_{11}^f - 2c_{44}^f & c_{11}^f & c_{11}^f - 2c_{44}^f & 0 \\ c_{11}^f - 2c_{44}^f & c_{11}^f - 2c_{44}^f & c_{11}^f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^f \end{bmatrix} \times$$

$$\times (1 + i\omega\eta^f), \quad [\varepsilon^f] = \begin{bmatrix} \varepsilon^f - \frac{i\sigma^f}{\omega} & 0 \\ 0 & \varepsilon^f - \frac{i\sigma^f}{\omega} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Распределение акустического и электрического поля внутри слоя описывается системой уравнений

$$\left. \begin{aligned} -\omega^2 \int_V \rho^f \{u\}^T \{u\} dV + \int_V ([L_u]\{u\})^T [c^f][L_u]\{u\} dV &= 0 \\ - \int_V ([L_\varphi]\varphi)^T [\varepsilon^f][L_\varphi]\varphi dV &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (8)$$

которая сопрягается с распределением соответствующих полей внутри пьезодиска при помощи граничных условий неразрывности:

$$\begin{aligned} u_i - u_i^f &= 0, (T_{ij} - T_{ij}^f)n_j = 0, \quad \varphi - \varphi^f = 0, \\ (D_j - D_j^f)n_j &= 0|_{z=h/2}. \end{aligned} \quad (9)$$

Решение данной задачи методом конечных элементов позволяет вычислить электрический импеданс диска, покрытого пленкой, для заданной частоты с учетом известных материальных констант диска и пленки. Решение обратной задачи для этого случая с учетом уточненных материальных констант пьезокерамики диска позволяет определить материальные константы пленки, которой покрыта верхняя сторона диска.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ И РАСЧЕТОВ ДИСКОВОГО РЕЗОНАТОРА С РАДИАЛЬНЫМ ВОЗБУЖДАЮЩИМ ПОЛЕМ ИЗ ПЬЕЗОКЕРАМИКИ ЦТБС-3

В эксперименте использовался круглый резонатор из пьезокерамики ЦТБС-3 диаметром 21.89 мм и толщиной около 2 мм производства ООО “Аврора-ЭЛМА”, г. Волгоград. С торцов резонатора были механически удалены заводские электроды, в результате толщина диска уменьшилась до 1.46 мм. Затем на один торец были нанесены два concentрических алюминиевых электрода, как показано на рис. 1б. Внутренний электрод имел диаметр $e_1 = 10.0$ мм, зазор между электродами составлял $g = 1.0$ мм. При помощи анализатора импеданса Agilent E4990a была измерена реальная и мнимая части электрического импеданса данного резонатора от частоты f в диапазоне 50–1450 кГц.

При помощи вышеописанного метода был рассчитан электрический импеданс резонатора, геометрия которого (диаметр, толщина, расположение электродов) соответствовала экспериментальному образцу. Расчет проводился в том же частотном диапазоне, при этом параметры керамики были взяты из литературы [6]. Плотность пьезокерамики была измерена в лаборатории и оказалась равна $\rho = 7240$ кг/м³. Положения резонансных пиков на теоретической и экспериментальной зависимостях не совпали, что объясняется несоответствием материальных констант, использованных для расчета реальным материальным константам данного образца. Уточненные значения материальных констант были определены при помощи алгоритма Нелдера–Мида [7]. Целевая функция, которую минимизировал алгоритм, записывалась в виде:

$$F = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\lg |Z_i^e| - \lg |Z_i^t|)^2}, \quad (10)$$

где $|Z_i^e|$ и $|Z_i^t|$ – измеренный и рассчитанный модуль импеданса на частоте f_i , соответственно, n – количество точек измерения. Преимущество выбранного алгоритма состоит в том, что он не требует вычисления производных минимизируемой функции. В результате работы алгоритма (процедуры фиттинга) были получены уточненные зна-

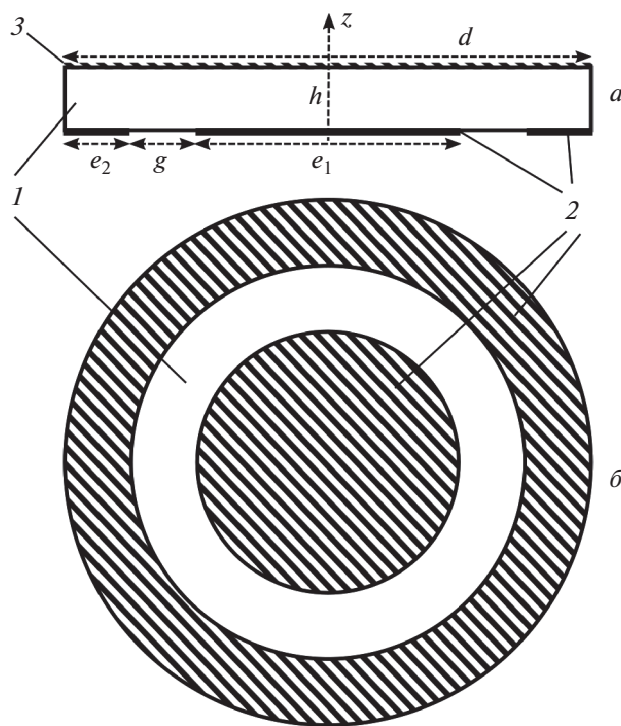


Рис. 1. Геометрия задачи. Вид резонатора сбоку (а) и снизу (б). 1 – Пьезокерамика, 2 – электроды, 3 – пленка.

чения материальных констант данного образца пьезокерамики. Исходные и уточненные в результате процедуры фиттинга материальные константы представлены в табл. 1.

Используя уточненные значения материальных констант пьезокерамики резонатора, было проведено исследование зависимостей его резонансных частот от положения и ширины зазора между электродами. На рис. 2 показаны зависимости частоты параллельного резонанса f_{par} и значения R_{max} на этой частоте от диаметра внутреннего электрода e_1 для первых 9 мод колебаний резонатора при ширине зазора $g = 1$ мм.

На рис. 3 показаны зависимости частоты параллельного резонанса f_{par} и R_{max} на этой частоте от зазора g между электродами для первых 9 мод колебаний резонатора, при этом диаметр внутреннего электрода $e_1 = 11 - g$ мм. Как видно изменение параметров e_1 и g слабо влияет на резонансные частоты, однако оказывает сильное влияние на значение R_{max} . С ростом g значение R_{max} увеличивается, зависимость R_{max} от e_1 немонотонна.

Одновременно были определены частоты параллельных и последовательных резонансов для 9 низших мод колебаний исследуемого резонатора. Это позволило определить коэффициент элек-

Таблица 1. Результат уточнения материальных констант пьезокерамики ЦТБС-3

| Константа | Исходное значение | Уточненное значение | Разница, % |
|------------------------------|-------------------|---------------------|------------|
| $c_{11}, \times 10^{10}$ Па | 15.1 | 15.17 | 0.46 |
| $c_{12}, \times 10^{10}$ Па | 7.9 | 8.30 | 5.06 |
| $c_{13}, \times 10^{10}$ Па | 8.0 | 8.53 | 6.62 |
| $c_{33}, \times 10^{10}$ Па | 13.6 | 13.34 | -1.91 |
| $c_{44}, \times 10^{10}$ Па | 2.9 | 2.74 | -5.52 |
| e_{15} , Кл/м ² | 15.4 | 16.73 | 8.64 |
| e_{31} , Кл/м ² | -7.9 | -6.48 | -17.97 |
| e_{33} , Кл/м ² | 17.7 | 20.29 | 14.63 |
| ϵ_{11}/ϵ_0 | 1610 | 1808 | 12.30 |
| ϵ_{33}/ϵ_0 | 1280 | 1211 | -5.39 |

трехмеханической связи k^2 для этих мод, используя известное соотношение [8]:

$$k^2 = \frac{f_p^2 - f_s^2}{f_p^2} \tag{11}$$

Здесь f_p – частота параллельного резонанса, f_s – частота последовательного резонанса. В результате были определены зависимости k^2 от положения зазора между электродами шириной $g = 1$ мм (рис. 4а) и от ширины зазора между электродами

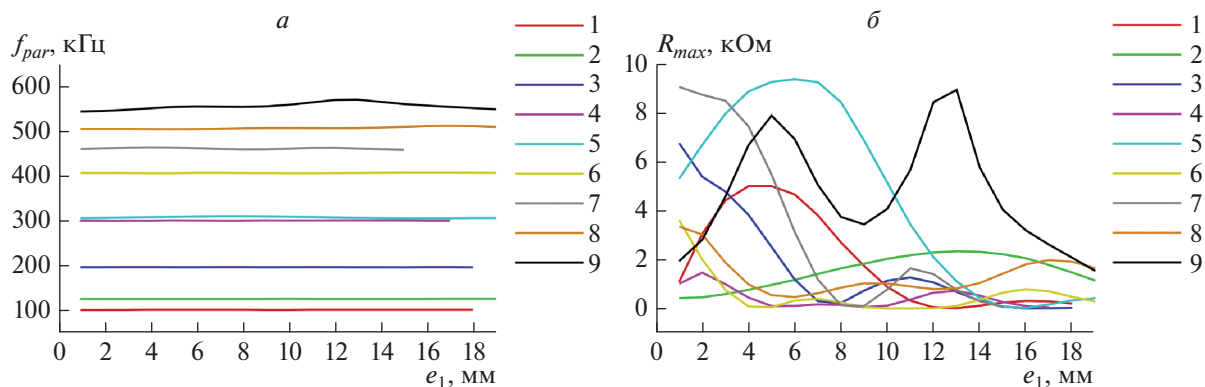


Рис. 2. Зависимости частоты параллельного резонанса f_{par} (а) и значения R_{max} на этой частоте (б) от диаметра внутреннего электрода. Цифры на графике обозначают номер моды колебания в порядке возрастания частоты.

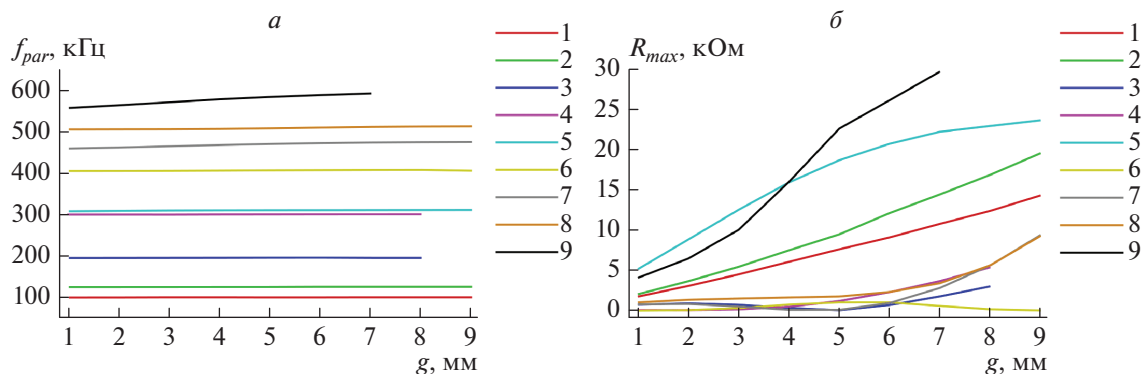


Рис. 3. Зависимости частоты параллельного резонанса f_{par} (а) и значения R_{max} на этой частоте (б) от зазора между электродами. Цифры на графике обозначают номер моды колебания в порядке возрастания частоты.

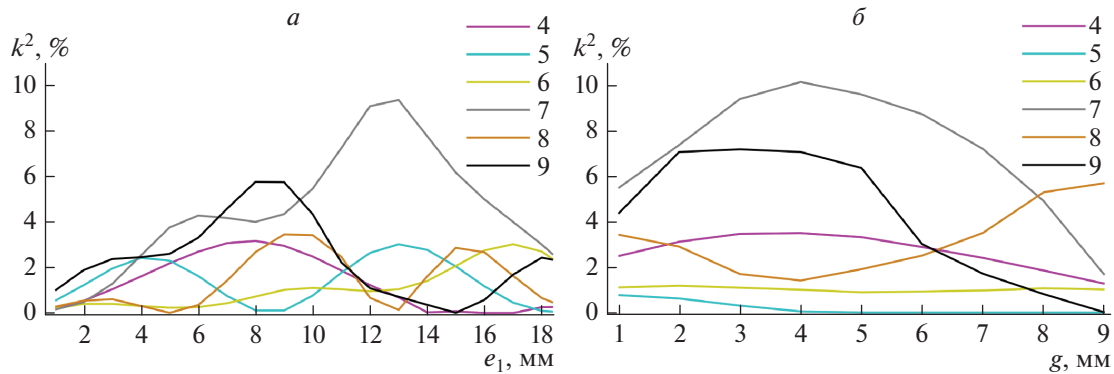


Рис. 4. Зависимости коэффициента электромеханической связи от: (а) положения зазора между электродами e_1 ; (б) ширины зазора между электродами g . Цифры на графике обозначают номер моды колебания в порядке возрастания частоты. Значение k^2 первых 3 мод близко к 0, на графике не показано.

(рис. 4б), при условии, что диаметр внутреннего электрода $e_1 = 11 - g$ мм.

Коэффициент электромеханической связи для трех низших мод оказался близок к 0 и на рисунках не показан. Максимум k^2 достигает 10%, что превышает значение этого коэффициента для резонатора с поперечным электрическим полем, рассмотренного в [9]. При этом, в отличие от [9], не требуется подавление паразитных колебаний путем нанесения поглощающего слоя, поскольку для успешного определения значений материальных констант требуется возбуждение нескольких мод колебаний на различных частотах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлена конечно-элементная модель свободного дискового резонатора с радиальным возбуждающим электрическим полем, а также резонатора, нагруженного вязкоупругой пленкой с конечной проводимостью. Применение процедуры фиттинга позволило уточнить значения материальных констант образца пьезокерамики ЦТБС-3, из которой был изготовлен экспериментальный образец. Расчеты показали, что ширина зазора между электродами оказывает сильное влияние на величину его импеданса.

Полученные результаты показывают, что коэффициент электромеханической связи для некоторых низших мод и конфигурации электродов рассмотренного резонатора может достигать 10%. При этом зависимости k^2 от положения и ширины зазора немонотонны и максимум достигается в узком диапазоне рассмотренных значений. Наибольшей пьезоактивностью обладает мода с $f_p = 530 - 550$ кГц. Все рассмотренные моды име-

ют смешанный тип поляризации: поверхность свободного торца резонатора смещается как в радиальном, так и в аксиальном направлении. Это означает, что возможно применение данного типа резонатора в качестве излучателя или приемника ультразвука в жидкости. Эти выводы будут подвергнуты дальнейшей экспериментальной проверке.

Работа частично финансировалась Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в качестве государственного задания, частично – Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 20-07-00602).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Tohmyoh H., Imaizumi T., Saka M.* // Rev. Sci. Instrum. 2006. V. 77. Art. No. 104901.
2. *Теплых А.А., Зайцев Б.Д., Шихабудинов А.М., Бородин И.А.* // Уч. зап. физ. фак-та МГУ. 2017. Т. 5. С. 1751312.
3. *Teplykh A., Zaitsev B., Borodina I. et al.* // ITM Web Conf. 2019. V. 30. Art. No. 07002.
4. *Сегерлинд Л.* Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. 392 с.
5. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 541 с.
6. *Пугачев С.И.* Пьезокерамические преобразователи. Методы измерения и расчет параметров. Справочник. Ленинград: Судостроение, 1984. 256 с.
7. *Nelder J.A., Mead R.* // Comput. J. 1965. V. 7. No. 4. P. 308.
8. IEEE Standard on Piezoelectricity 176-1987.
9. *Зайцев Б.Д., Шихабудинов А.М., Теплых А.А. и др.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2016. Т. 80. № 10. С. 1350; *Zaitsev B.D., Shikhabudinov A.M., Teplykh A.A. et al.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2016. V. 80. No. 10. P. 1218.

Acoustic resonator with a radial exciting electric field**A. A. Teplykh^{a, *}, B. D. Zaitsev^a, A. P. Semyonov^a, I. A. Borodina^a**^a*Saratov branch of Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics RAS, Saratov, 410019 Russia***e-mail: teplykhaa@mail.ru*

We present a new type of piezoceramic acoustic disk resonator with a radial exciting electric field. The resonator is a disc made of a 6mm crystallographic material with two round concentric metal electrodes with a gap between them placed on one side of the disk. A model of a free resonator and a resonator loaded with a film of finite thickness is presented. The characteristics of various acoustic modes for resonators made of piezoelectric ceramics CTBS-3 are calculated for different widths of electrodes and the gap between them.