ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 42–46

УДК 535.14

О ВОЗМОЖНОСТИ ГЕНЕРАЦИИ ВСТРЕЧНЫХ ОРТОГОНАЛЬНО-ПОЛЯРИЗОВАННЫХ МОД В КРИСТАЛЛЕ С РЕГУЛЯРНОЙ ДОМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ С УЧЕТОМ ДИФРАКЦИИ И ФОРМИРОВАНИЯ КВАНТОВЫХ ФАНТОМНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

© 2022 г. А. В. Белинский[1], Р. Сингх[1, *]

[1]*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова", Физический факультет, Москва, Россия*

***E-mail: ranjit.singh@mail.ru**

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Рассмотрена реализация вырожденного параметрического процесса, когда 2 ортогонально-поляризованные встречные моды рождаются и распространяются в кристалле с регулярной доменной структурой. Предложена схема формирования квантовых фантомных изображений. Установлено, что дифракция пучков практически не влияет на корреляционные коэффициенты 2-го порядка, что обуславливает хорошие перспективы получения фантомных изображений высокого качества, поскольку именно дифракция, как правило, наиболее губительно действует на их пространственное разрешение.

DOI: 10.31857/S0367676522010045

ВВЕДЕНИЕ

Генерация встречных ортогонально-поляризованных мод традиционно рассматривается в изотропных кубически нелинейных средах [1]. Встречные моды удобно использовать для формирования квантовых фантомных изображений [2]. Отметим, что в квадратичных монодоменных кристаллах рождение и генерация встречных мод отсутствует в связи с отсутствием фазового синхронизма между взаимодействующими пучками. В то же время, ранее теоретически и экспериментально рассматривалось встречное взаимодействие в кристаллах с регулярной доменной структурой (РДС-кристаллах), когда все взаимодействующие моды имели одинаковую поляризацию в том числе спонтанное параметрическое рассеяние [3, 4]. Недавние работы [5–8] теоретически и экспериментально рассматривали рождение встречных поляризованных мод с учетом только спонтанного параметрического процесса и минуя квантовые корреляции и поляризационные характеристики мод. Также отметим работы [9–13], посвященные теме абсолютного измерения яркости терагерцовых волн, где рассмотрены процессы спонтанного параметрического процесса с генерацией не только попутных, но и встречных терагерцовых волн в РДС-кристаллах.

Данная работа посвящена возможности рождения и реализации двух нелинейных процессов (спонтанный параметрический процесс, суммарная генерация частот) и изучению квантовых статистических характеристик ортогонально-поляризованных встречных мод, что позволяет их легко разделить в экспериментальных схемах. Для реализации таких процессов можно использовать метаматериалы, например, регулярные доменные структуры (РДС), чтобы компенсировать фазовый набег за счет обратной решетки волнового вектора или чередования значения восприимчивости $\chi^{(2)}$ с периодом домена Λ (см. рис. 1).

ПРОЦЕССЫ В РДС-КРИСТАЛЛЕ

Пусть четыре стационарные, плоские, монохроматические моды, характеризуемые операторами уничтожения фотона $\hat{A}_{1e}$, $\hat{A}_{1o}$, $\hat{A}_{2e}$ и $\hat{A}_{3e}$ коллинеарно распространяются внутри РДС-кристалла с квадратичной нелинейностью. Нелинейные оптические процессы, которые описывают эффективное взаимодействие и распространение четырех мод внутри РДС-кристалла имеют вид:

$$2\omega_e = \omega_o + \omega_e, \quad \delta k_1 = k_{2e} + k_{1e} - k_{1o} + m_1 G_1, \qquad (1)$$

$$\omega_e + 2\omega_e = 3\omega_e, \quad \delta k_2 = k_{3e} - k_{2e} + k_{1e} + m_2 G_2, \qquad (2)$$

где k_{jp} — абсолютные значения волновых векторов соответствующих мод с частотами ω_{jp}; $j = 1, 2, 3,$

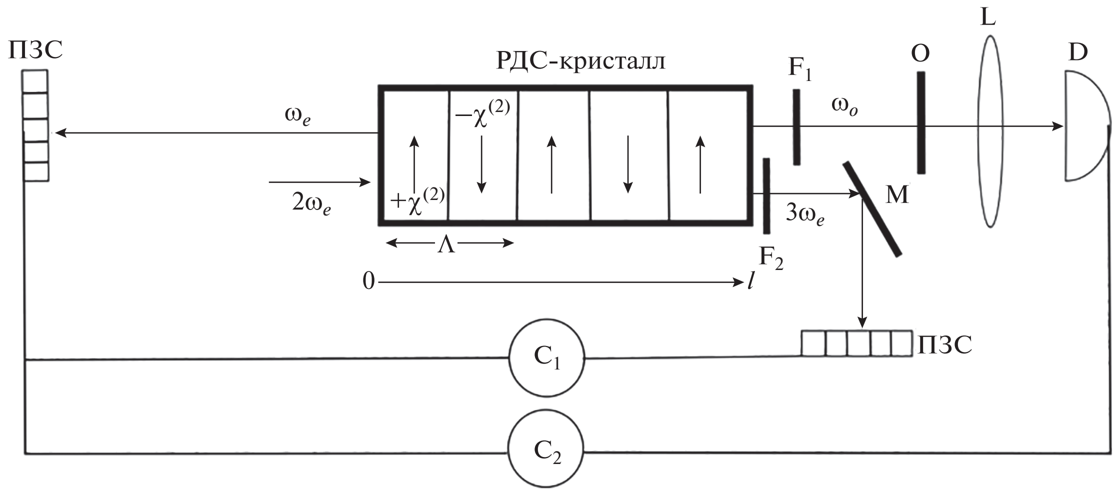

Рис. 1. Схема рождения встречных ортогонально поляризационных мод внутри РДС-кристалла и формирования фантомного изображения объекта O на матрице детекторов ПЗС. Моды имеют вырожденные частоты с поляризациями o (обыкновенная) и e (необыкновенная). Накачка на частоте $2\omega_e$ в расчетах предполагается неистощимой, а остальные моды находятся в начальном вакуумном состоянии. Для разделения частот используются фильтры F_1 и F_2. Одна из встречных мод – сигнальная на частоте ω_o – облучает прозрачный объект, затем объектив L собирает пучки, и они регистрируются на интегральном детекторе D. Холостая мода на частоте ω_e и мода на частоте $3\omega_e$, используются для восстановления изображения объекта с пространственной регистрацией фотонов на матрице детекторов (ПЗС). M – зеркало, которое отражает моду на частоте $3\omega_e$. Моды на частотах (ω_e, ω_o) и $(\omega_e, 3\omega_e)$ попарно коррелированы. Корреляторы $C_{1,2}$ фиксируют одновременную регистрацию фотонов.

$j = 1,2,3$; $p = o,e$; Δk_q – волновые расстройки соответствующего процесса для однородного кристалла; $q = 1,2$; $m_q = \pm1,\pm3,\pm5...$ – порядки квазисинхронизма; $G_q = 2\pi/\Lambda_q$ – волновое число – модуль "псевдовектора" решетки доменной структуры с периодом Λ_q; $\delta k_{1,2}$ – волновые расстройки соответствующего процесса и $-m_{1,2} = \pm1,\pm3,\pm5...$ порядки квазисинхронизма. Выполнение условия квазисинхронизма для рассматриваемых процессов соответствует $\delta k_1 = \delta k_1 = 0$. Одновременный квазисинхронизм в одной и той же доменной структуре с $G_1 = G_2 = G$ можно реализовать, например, при различных порядках квазисинхронизма $m_{1,2}$. Нами найдены значения порядков квазисинхронизма, когда $m_1 = m_2 = 1,3,5,7$ (для процессов 1 и 2) при длинах волн $\lambda_{1e} = \lambda_{1o} = 5.349\mu m$, $\lambda_{2e} = 2.6745\mu m$, $\lambda_{3e} = 1.7830\mu m$ и периодов $\Lambda_{1,2}^{(1)} = 1.2\mu m$; $\Lambda_{1,2}^{(3)} = 3.8\mu m$; $\Lambda_{1,2}^{(5)} = 6.4\mu m$; $\Lambda_{1,2}^{(7)} = 8.9\mu m$ в РДС-кристалле $LiNbO_3$. Верхний индекс при Λ означает порядок квазисинхронизма.

ПОВОРОТ ДОМЕНА И КОМПОНЕНТЫ ТЕНЗОРОВ $\chi^{(1)}$ И $\chi^{(2)}$

Рассмотрим РДС-кристалл на основе $LiNbO_3$. Определим знаки перед компонентами тензора второго (линейная восприимчивость $\chi^{(1)}$) и третьего (нелинейная восприимчивость $\chi^{(2)}$) рангов. Отметим, что, тензор третьего ранга $\chi^{(2)}_{m,n,p}$ симметричен относительно перестановки двух последних индексов, то есть, $\chi^{(2)}_{m,n,p} = \chi^{(2)}_{m,p,n}$ и обладает симметрией класса C_{3v} [14]. Известно, что данный кристалл имеет только три независимых ненулевых компонента $\chi^{(2)}_{z,z,z}(= d_{33})$, $\chi^{(2)}_{y,y,y}(=d_{22}) = -\chi^{(2)}_{x,y,x} = -\chi^{(2)}_{y,x,x}$ и $\chi^{(2)}_{x,x,z}(= d_{15}) = \chi^{(2)}_{y,y,z} = \chi^{(2)}_{z,x,x} = \chi^{(2)}_{z,y,y}$.

Для определения знака перед компонентами связи необходимо применить матрицу вращения R на $\chi^{(2)}$ [14]. Поворот домена кристалла вокруг оси x на угол α и знак минус перед $\chi^{(2)}$ задается следующим уравнением [14]

$$\tilde{\chi}^{(2)}_{j,k,l}(\alpha) = \sum_{m,n,p=1}^{3} R^x_{j,m}(\alpha) R^x_{k,n}(\alpha) R^x_{l,p}(\alpha) \chi^{(2)}_{m,n,p}, \quad (3)$$

где $R^x(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$ – матрица вращения против часовой стрелки вокруг оси x на угол α. В случае, когда $\alpha = \pi$, появляется отрицательный знак перед нелинейными компонентами тензора $\tilde{\chi}^{(2)}_{z,z,z}(\pi) = -\chi^{(2)}_{z,z,z}$, $\tilde{\chi}^{(2)}_{y,y,y}(\pi) = -\chi^{(2)}_{y,y,y}$ и $\tilde{\chi}^{(2)}_{x,x,z}(\pi) = -\chi^{(2)}_{x,x,z}$, т.е., все ненулевые компоненты тензора третьего ранга становятся отрицательными. Аналогичную процедуру поворота домена можно применить в случае, когда рассматривается тензор линейной восприимчивости $\chi^{(1)}$:

$$\tilde{\chi}^{(1)}_{j,k}(\alpha) = \sum_{l,m=1}^{3} R^{x}_{j,l}(\alpha) R^{x}_{k,m}(\alpha) \chi^{(1)}_{l,m}. \tag{4}$$

Отметим, что поворот домена против часовой стрелки на угол $\alpha = \pi$ вокруг оси x не меняет знаки главных компонентов тензора $\tilde{\chi}^{(1)}_{j,j} = \chi^{(1)}_{j,j}$. Тензор $\chi^{(1)}$ является симметричным, поэтому ее недиагональные компоненты после поворота можно привести к диагональному виду, т.е., недиагональные элементы можно свести к нулю [14]. В результате поворота компоненты тензора $\chi^{(2)}$ и значения нелинейных эффективных коэффициентов меняют знак с положительного на отрицательный.

СИСТЕМА ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ

Система операторных уравнений, которая описывает рассматриваемые нелинейные процессы (1), (2) имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial z}\hat{A}_{1o}(x,y,z) + i\frac{1}{2k^{(z)}_{1o}}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\hat{A}_{1o}(x,y,z) = -i\hat{A}^{\dagger}_{1e}(x,y,z), \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\hat{A}^{\dagger}_{1e}(x,y,z) + i\frac{1}{2k^{(z)}_{1o}}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\hat{A}^{\dagger}_{1e}(x,y,z) = -i\hat{A}_{1o}(x,y,z) - i\hat{A}^{\dagger}_{3e}(x,y,z), \tag{6}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\hat{A}^{\dagger}_{3e}(x,y,z) - i\frac{1}{2k^{(z)}_{3e}}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\hat{A}^{\dagger}_{3e}(x,y,z) = i\hat{A}^{\dagger}_{1e}(x,y,z). \tag{7}$$

Здесь $\gamma = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}$ – соотношение нелинейных коэффициентов, которые отвечают за нелинейные процессы (1,2); $\ell = \gamma_1 z$ – приведенная длина взаимодействия. Система (5)–(7) операторных уравнений нами решена аналитически с помощью преобразования Фурье по поперечным координатам (x, y)

$$\hat{A}_{jp}(\vec{r},\ell) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{a}_{jp}(\vec{\varkappa},\ell)e^{i\vec{r}\cdot\vec{\varkappa}}d^2\vec{\varkappa}, \tag{8}$$

$$\hat{A}^{\dagger}_{jp}(\vec{r},\ell) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{a}^{\dagger}_{jp}(\vec{\varkappa},\ell)e^{-i\vec{r}\cdot\vec{\varkappa}}d^2\vec{\varkappa}, \tag{9}$$

где $\hat{a}_{jp}$, $\hat{a}^{\dagger}_{jp}$ – соответственно, операторы уничтожения и рождения фотонов. Они удовлетворяют стандартным коммутационным соотношениям: $\left[\hat{a}^{\dagger}_{jp}, \hat{a}_{j'p'}\right] = \delta_{jp,j'p'}$. Интегрирование ведется в поперечной плоскости $\vec{r} = \{x, y\}$.

Корректность решения линейной системы операторных уравнений (5)–(7) и расчетов проверялась выполнением коммутационных соотношений. Конкретный вид решения опущен в связи с громоздкостью.

КВАНТОВЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛЯРИЗАЦИИ МОД

Для изучения квантовых статистических характеристик [15, 16] среднего числа фотонов, коэффициентов корреляций 2-го порядка и степени поляризации между ортогонально-поляризованными модами на частотах ω_o и ω_e вычислены следующие величины.

Среднее число фотонов

$$N_{1o,3e}(\vec{\varkappa},\ell) = \left\langle \hat{a}^{\dagger}_{1o,3e}(\vec{\varkappa},\ell)\hat{a}_{1o,3e}(\vec{\varkappa},\ell)\right\rangle, \quad N_{1e}(\vec{\varkappa},0) = \left\langle \hat{a}^{\dagger}_{1e}(\vec{\varkappa},0)\hat{a}_{1e}(\vec{\varkappa},0)\right\rangle. \tag{10}$$

Коэффициенты корреляции фотонов между модами

$$g^{(2)}_{1o,1e}(\vec{\varkappa},\ell) = \frac{\left\langle \hat{N}_{1o}(\vec{\varkappa},\ell)\hat{N}_{1e}(\vec{\varkappa},0)\right\rangle}{N_{1o}(\vec{\varkappa},\ell)N_{1e}(\vec{\varkappa},0)}, \tag{11}$$

$$g^{(2)}_{1o,3e}(\vec{\varkappa},\ell) = \frac{\left\langle \hat{N}_{1o}(\vec{\varkappa},\ell)\hat{N}_{3e}(\vec{\varkappa},\ell)\right\rangle}{N_{1o}(\vec{\varkappa},\ell)N_{3e}(\vec{\varkappa},\ell)}, \tag{12}$$

$$g^{(2)}_{1e,3e}(\vec{\varkappa},\ell) = \frac{\left\langle \hat{N}_{1e}(\vec{\varkappa},0)\hat{N}_{3e}(\vec{\varkappa},\ell)\right\rangle}{N_{1e}(\vec{\varkappa},0)N_{3e}(\vec{\varkappa},\ell)}. \tag{13}$$

Степень поляризации взаимодействующих ортогональных мод

$$DoP(\vec{\varkappa},\ell) = \frac{\sqrt{\left\langle \hat{S}^2_1(\vec{\varkappa},\ell) + \hat{S}^2_2(\vec{\varkappa},\ell) + \hat{S}^2_3(\vec{\varkappa},\ell)\right\rangle}}{\left\langle \hat{S}_0(\vec{\varkappa},\ell)\left(\hat{S}_0(\vec{\varkappa},\ell) + 2\right)\right\rangle}, \tag{14}$$

где $|\vec{\varkappa}|^2 = \frac{\left(k^{(x)}_{jp}\right)^2 + \left(k^{(y)}_{jp}\right)^2}{2k_{jp}}$, $\hat{S}_{0,1}(\vec{\varkappa},\ell) = \hat{a}^{+}_{1o}(\vec{\varkappa},\ell) \times \hat{a}_{1o}(\vec{\varkappa},\ell) \pm \hat{a}^{+}_{1e}(\vec{\varkappa},0)\hat{a}_{1e}(\vec{\varkappa},0)$, $\hat{S}_2(\vec{\varkappa},\ell) = \hat{a}^{+}_{1o}(\vec{\varkappa},\ell) \times \hat{a}_{1e}(\vec{\varkappa},0) + \hat{a}^{+}_{1e}(\vec{\varkappa},0)\hat{a}_{1o}(\vec{\varkappa},\ell)$, и $\hat{S}_3(\vec{\varkappa},\ell) = i\hat{a}^{+}_{1e}(\vec{\varkappa},0) \times \hat{a}_{1o}(\vec{\varkappa},\ell) - i\hat{a}^{+}_{1o}(\vec{\varkappa},\ell)\hat{a}_{1e}(\vec{\varkappa},0)$ – операторы Стокса и удовлетворяют стандартным коммутационным соотношениям [15, 16].

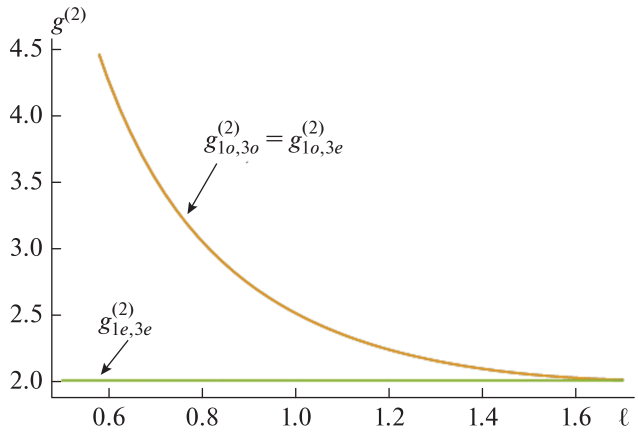

Рис. 2. Коэффициенты корреляций между модами. Опущены кривые корреляций при разных значениях поперечной части волнового числа, так как их поведение почти не-, или слабо меняется. При этом $\gamma = 0.5$.

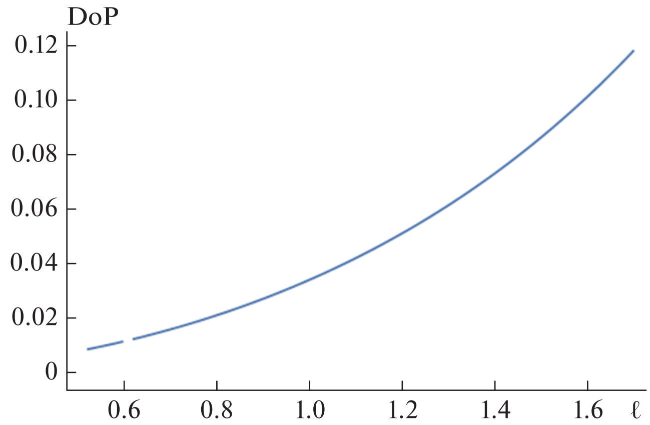

Рис. 3. Степень поляризации между модами на частотах ω_o и ω_e. Опущены кривые степени поляризации при разных значениях поперечной части волнового числа, так как они практически совпадают. При этом $\gamma = 0.5$.

Усреднение фотонов, коэффициентов корреляций и степени поляризации (8)—(11) произведены в случае, когда мода накачки не истощалась, а остальные моды находились в вакуумном состоянии (см. рис. 2 и 3). Значения коэффициентов корреляций и степени поляризации вычислялись, когда мода на частоте ω_e находилась в начальной точке кристалла 0, а моды на частотах ω_o и $3\omega_e$- в конечной точке ℓ. Рисунок 2 показывает, что имеется высокая корреляции между модами (ω_o,ω_e), $(\omega_o,3\omega_e)$ и $(\omega_e,3\omega_e)$. С возрастанием длины РДС-кристалла значение коэффициентов корреляций стремится к 2.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Впервые рассмотрена возможность реализации вырожденного параметрического процесса, когда две ортогонально-поляризованные встречные моды рождаются и распространяются внутри РДС-кристалла. Найдены длины волны, периоды решеток и порядки квазисинхронизма в случае $LiNbO_3$, когда оба нелинейных процесса (1), (2) одновременно могут эффективно реализовываться.

Установлено, что среднее число фотонов (10), корреляционные коэффициенты второго порядка (11)—(13) слабо зависят от дифракции внутри РДС-кристалла. Это дает хорошие шансы получать фантомные изображения высокого качества, потому что дифракция, как правило, наиболее губительно действует на пространственное разрешение [17]. Опущены кривые корреляций и степень поляризации при разных значениях поперечной части волнового числа, так как поведение кривых почти не меняется, что и подтверждает независимость взаимодействующих пучков от условий фазового синхронизма.

На рис. 2 приведены значения коэффициентов корреляции 2-го порядка. При $g^{(2)} > 1$ преобладают фотоны парные, коррелированные в двух модах. Кривые корреляций показывают, что встречные ортогонально-поляризованные моды могут стать хорошими кандидатами для формирования квантовых фантомных изображений аналогично, как в случае встречного четырехфотонного смешения в формировании фантомных изображений с помощью кубической нелинейной среды [2].

Отмечено, что дифракция внутри РДС-кристалла слабо влияет на эффективность нелинейных процессов по сравнению с попутным взаимодействием.

Показано, что степень поляризации не равна нулю (см. рис. 3). Это связано с тем, что фотон моды на частоте ω_e участвует в процессе (3).

Отметим, что волноводы, интегральные схемы на основе квадратичной нелинейности (РДС-кристалл на базе $LiNbO_3$ [8]) могут стать хорошим кандидатом для задач эндоскопии, так как встречные ортогонально-поляризованные коррелированные моды также могут содержать поляризационные характеристики изучаемого объекта при формировании фантомных изображений. Встречные моды в рассматриваемом РДС-кристалле слабо зависят от дифракции, что важно для формирования квантовых фантомных изображений высокого качества.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект № 21-12-00155).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Yariv A., Pepper D.* // Opt. Lett. 1977. V. 1. No. 1. P. 16.
2. *Белинский А.В., Сингх Р.* // ЖЭТФ. 2021. Т. 159. № 2. С. 258.
3. *Волков В.В., Чиркин А.С.* // Квант. электрон. 1999. Т. 26. № 1. С. 82.
4. *Волоховский В.В., Чиркин А.С.* // Квант. электрон. 2001. Т. 31. № 5. С. 437.
5. *Luo K., Ansari V., Massaro M. et al.* // Opt. Expr. 2020. V. 28. P. 3215.
6. *Mutter P., Zukauskas A., Viotti A. et al.* // EPJ Web Conf. 2020. V. 243. Art. No. 18003.
7. *Booth M.C., Atature M., Guiseppe G.Di. et al.* // Proc. 15th Ann. Meeting. IEEE Lasers Electro-Opt. Soc. V. 1. (Glasgow, 2002). P. 83
8. *Duan J., Zhang J., Zhu Y. et al.* // J. Opt. Soc. Amer. B. 2020. V. 37. No. 7. P. 2139.
9. *Kornienko V.V., Kitaeva G.K., Sedlmeir F. et al.* // APL Photon. 2018. V. 3. No. 5. Art. No. 051704.
10. *Kitaeva G.K., Yakunin P.V., Kornienko V.V., Penin A.N.* // Appl. Phys. B. 2014. V. 116. No. 4. P. 929.
11. *Kuznetsov K.A., Kovalev S.P., Kitaeva G.K. et al.* // Appl. Phys. B. 2010. V. 101. No. 4. P. 811.
12. *Китаева Г.Х., Пенин А.Н., Тучак А.Н. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 2010. Т. 92. № 5. С. 327.
13. *Kitaeva G.K., Kovalev S.P., Penin A.N. et al.* // J. Infrared Millimeter Terahertz Waves. 2011. V. 32. No. 10. P. 1144.10.1007/s10762-011-9780-y
14. *Най Д.* Физические свойства кристаллов. М.: ИЛ, 1960.
15. *Чиркин А.С.* // Опт. и спектроск. 2015. Т. 119. № 3. С. 397.
16. *Белинский А.В., Сингх Р.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 1. С. 45; *Belinsky A.V., Singh R.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2021. V. 85. No. 1. P. 39.
17. *Белинский А.В.* // Вестн. Моск. ун-та. Сер. физ. и астрон. 2018. № 5. С. 3.

On the possibility of generation of counter propagating orthogonally polarized modes in a periodically poled nonlinear crystal, considering diffraction and the formation of quantum ghost images

A. V. Belinksy[a], R. Singh[a, *]

[a] *Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

**e-mail: ranjit.singh@mail.ru*

We consider the implementation of a degenerate parametric process when 2 orthogonally polarized counter propagating modes are generated/propagated in a periodically poled nonlinear crystal. A scheme for the formation of quantum ghost images is proposed. It is established that the diffraction of beams practically does not affect the correlation coefficients of the 2-nd order, which leads to good prospects for obtaining high-quality ghost images, since diffraction, as a rule, has the most detrimental effect on their spatial resolution.