

УДК 535.8:517.958

## “КОСЫЕ” ОПТИКО-ТЕРАГЕРЦОВЫЕ СОЛИТОНЫ СИСТЕМЫ ЯДЗИМЫ–ОЙКАВЫ–КАДОМЦЕВА–ПЕТВИАШВИЛИ

© 2022 г. С. В. Сазонов<sup>1, 2, 3, \*</sup>, Н. В. Устинов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное учреждение

“Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия

<sup>2</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

“Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова”, физический факультет, Москва, Россия

<sup>3</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

“Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)”, Москва, Россия

\*E-mail: sazonov.sergey@gmail.com

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.

После доработки 06.09.2021 г.

Принята к публикации 22.09.2021 г.

Выведена система нелинейных уравнений, описывающая генерацию терагерцового излучения оптическим методом и обобщающая уравнения Ядзимы–Ойкавы и Кадомцева–Петвиашвили. На основе решения в виде оптико-терагерцовых “косых” солитонов проанализирован режим генерации при учете дифракции терагерцовой составляющей.

DOI: 10.31857/S0367676522010239

### ВВЕДЕНИЕ

Вопросы, связанные с эффективной генерацией терагерцового излучения, на сегодняшний день весьма актуальны. Одним из наиболее эффективных методов генерации является оптический метод, основанный на эффекте оптического выпрямления в квадратично-нелинейных средах [1–3].

При теоретическом описании процесса генерации терагерцового излучения оптическим методом выводятся системы уравнений, которые помимо прикладного интереса могут представлять интерес, связанный с исследованиями математической структуры данных уравнений, а также с их нетривиальными решениями. В свою очередь решения солитонного типа способны пролить дополнительный свет на прикладные аспекты.

Как с фундаментальной, так и с прикладной точки зрения немаловажным является вопрос о возможности локализации в пространстве генерируемого терагерцового излучения. Данный вопрос тесно связан с влиянием дисперсии и дифракции, которые приводят к расщеплению сигнала. Нелинейность, напротив, способна усилить локализацию энергии сигнала.

Настоящая работа посвящена выводу системы уравнений, описывающей вышеупомянутый процесс генерации при учете дисперсии, дифракции и нелинейности терагерцовой компоненты.

### ВЫВОД СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Пусть фазовые волновые фронты оптического импульса, подаваемого на вход нелинейной среды, перпендикулярны оси  $z$ . Если электрическое поле  $E$  импульса поляризовано в плоскости главного сечения, то справедливо скалярное уравнение вида

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \Delta_{\perp} E. \quad (1)$$

Здесь  $c$  – скорость света в вакууме,  $t$  – время,  $P$  – поляризационный отклик среды,  $\Delta_{\perp}$  – поперечная часть лапласиана.

Для простоты будем считать, что плотность кристалла мала настолько, что его показатель преломления в оптической и терагерцовой областях спектра незначительно отличается от единицы. Данное предположение не повлияет принципиально на окончательные выводы, но существенно упростит математические выкладки. В этом случае можно использовать приближение однонаправленного распространения [4]. Для этого перепишем (1) в виде

$$\left( \frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left( \frac{\partial E}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t} \right) = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \Delta_{\perp} E. \quad (1a)$$

Так как импульс распространяется вдоль оси  $z$ , то в левой скобке можно положить приближенно  $\partial/\partial z \approx -c^{-1}\partial/\partial t$ . Тогда

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial E}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{2\pi}{c} \frac{\partial P}{\partial t} \right) = \frac{c}{2} \Delta_{\perp} E. \quad (2)$$

Легко видеть, что принятое допущение согласуется с учетом дифракции в параксиальном приближении.

Представим электрическое поле импульса, а также поляризационный отклик среды в виде суммы оптических  $E_{opt}$ ,  $P_{opt}$  и терагерцовых  $E_T$ ,  $P_T$  компонент:

$$E = E_{opt} + E_T, \quad P = P_{opt} + P_T. \quad (3)$$

Поляризационный отклик  $P_{opt}$  обладает несущей частотой  $\omega$  оптической компоненты, а отклик  $P_T$  несущей частотой не обладает, так как генерируемый терагерцовый сигнал является широкополосным в спектральном смысле.

Принимая во внимание, что оптическая компонента обладает несущей частотой  $\omega$ , представим ее через комплексную медленно меняющуюся огибающую  $\psi = \psi(\vec{r}, t)$ , где  $\vec{r}$  – радиус-вектор рассматриваемой точки. Таким образом,

$$E_{opt} = \psi e^{i(\omega t - kz)} + \psi^* e^{-i(\omega t - kz)}, \quad (4)$$

где  $k$  – продольная компонента волнового вектора оптической компоненты.

Дифракционная длина определяется соотношением  $l_D \sim D^2/\lambda$ , где  $D$  – поперечная апертура импульса,  $\lambda$  – характерная длина волны в спектре сигнала. Длина волны оптической компоненты на три–четыре порядка меньше характерной длины волны терагерцовой составляющей. Поэтому дифракционная длина для оптической компоненты на три–четыре порядка больше, чем аналогичная длина для терагерцовой составляющей. Пусть, например, апертура  $D \sim 1$  мм, а длина волны, соответствующая красной (или ближней инфракрасной) области спектра,  $\lambda \sim 10^{-4}$  см. Тогда оптическая дифракционная длина  $l_D \sim 10^2$  см. Для терагерцовой же компоненты дифракционная длина окажется порядка 1 мм.

Если рассматривать процессы на дистанциях распространения в промежутке между этими длинами, то дифракцией оптической компоненты можно пренебречь. Тогда после интегрирования (2) получим для данной компоненты

$$\frac{\partial E_{opt}}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial E_{opt}}{\partial t} + \frac{2\pi}{c} \frac{\partial P_{opt}}{\partial t} = 0. \quad (5)$$

Для терагерцовой составляющей будем иметь (см. (2)):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial E_T}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial E_T}{\partial t} + \frac{2\pi}{c} \frac{\partial P_T}{\partial t} \right) = \frac{c}{2} \frac{\partial^2 E_T}{\partial x^2}. \quad (6)$$

Здесь мы приняли, что дифракция имеет планарный характер, т.е.  $\Delta_{\perp} E_T = \frac{\partial^2 E_T}{\partial x^2}$ .

Поляризационный отклик среды представим в виде суммы линейной  $P^{lin}$  и нелинейной  $P^{non}$  компонент. Считая, что нелинейный отклик квадратичен по полю, запишем, учитывая временную дисперсию (нелокальность) линейного отклика,

$$P^{lin} = \int_0^{\infty} \chi(\tau) E(t - \tau) d\tau, \quad (7)$$

$$P^{non} = \chi^{(2)} E^2. \quad (8)$$

Здесь  $\chi(\tau)$  – временная линейная восприимчивость среды,  $\chi^{(2)}$  – нелинейная квадратичная восприимчивость. В (8) мы в целях простоты пренебрегли нелокальностью нелинейной части отклика.

Подставляя (3) и (4) в (7), получим для линейных частей оптического и терагерцового откликов

$$P_{opt}^{lin} = e^{i(\omega t - kz)} \int_0^{\infty} \chi(\tau) \psi(t - \tau) e^{-i\omega\tau} d\tau + c.c., \quad (9)$$

$$P_T^{lin} = \int_0^{\infty} \chi(\tau) E_T(t - \tau) d\tau.$$

Здесь “с.с.” обозначает комплексное сопряжение.

Считая дисперсию слабой, используем разложения

$$\psi(t - \tau) = \psi(t) - \tau \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\tau^2}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \dots,$$

$$E_T(t - \tau) = E_T(t) - \tau \frac{\partial E_T}{\partial t} + \frac{\tau^2}{2} \frac{\partial^2 E_T}{\partial t^2} - \dots$$

Тогда

$$P_{opt}^{lin} = e^{i(\omega t - kz)} \left[ \chi_{\omega} \psi - i \frac{\partial \chi_{\omega}}{\partial \omega} \frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi_{\omega}}{\partial \omega^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \right] + c.c., \quad (10)$$

где частотная восприимчивость

$$\chi_{\omega} = \int_0^{\infty} \chi(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau. \quad (11)$$

Аналогично для терагерцового линейного отклика будем иметь

$$P_T^{lin} = \chi_0 E_T + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 \chi_{\omega}}{\partial \omega^2} \right)_{\omega=0} \frac{\partial^2 E_T}{\partial t^2}. \quad (12)$$

При получении (12) учтено, что  $\left( \frac{\partial \chi_{\omega}}{\partial \omega} \right)_{\omega=0} = \int_0^{\infty} \tau \chi(\tau) d\tau = 0$ . Действительно, из (11) следует,

что  $\chi_{\omega}^* = \chi_{-\omega}$ . При отсутствии необратимых потерь восприимчивость является вещественным параметром. Поэтому  $\chi_{\omega} = \chi_{-\omega}$ . Т.е. восприимчивость является четной функцией частоты. Следовательно, ее производная  $\frac{\partial \chi_{\omega}}{\partial \omega}$  есть нечетная функция и поэтому  $\left(\frac{\partial \chi_{\omega}}{\partial \omega}\right)_{\omega=0} = 0$ .

Подставляя теперь (3) и (4) в (8) и сохраняя только слагаемые на частоте  $\omega$  и на нулевой частоте, получим

$$P_{opt}^{non} = 2\chi^{(2)} E_T \psi e^{i(\omega t - kz)} + c.c.,$$

$$P_T^{non} = \chi^{(2)} (E_T^2 + 2|\psi|^2).$$

Отсюда, а также из (10) и (12) найдем

$$P_{opt} = e^{i(\omega t - kz)} \left[ \chi_{\omega} \psi - i \frac{\partial \chi_{\omega}}{\partial \omega} \frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi_{\omega}}{\partial \omega^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \right] + 2\chi^{(2)} E_T \psi e^{i(\omega t - kz)} + c.c.,$$

$$P_T^{lin} = \chi_0 E_T + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 \chi_{\omega}}{\partial \omega^2} \right)_{\omega=0} \frac{\partial^2 E_T}{\partial t^2} + \chi^{(2)} (E_T^2 + 2|\psi|^2).$$

Подставляя (4) и (13) в (5), а (14) в (6), придем к системе

$$i \left( \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) = -\frac{\beta \partial^2 \psi}{2 \partial t^2} + \alpha E_T \psi, \tag{15}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial E_T}{\partial z} + \frac{n_T}{c} \frac{\partial E_T}{\partial t} - \gamma \frac{\partial^3 E_T}{\partial t^3} + \mu E_T \frac{\partial E_T}{\partial t} + \sigma \frac{\partial}{\partial t} (|\psi|^2) \right) = \frac{c \partial^2 E_T}{2 \partial x^2}.$$

Здесь групповая скорость  $v_g$  оптической компоненты определяется выражением  $1/v_g = dk/d\omega$ , а введенная выше продольная компонента  $k$  волнового вектора оптической компоненты связана с несущей частотой  $\omega$  соотношением  $k = \omega n/c$ , оптический  $n$  и терагерцовый  $n_T$  показатели преломления определяются как  $n = 1 + 2\pi\chi_{\omega}$ ,  $n_T = 1 + 2\pi\chi_0$ ,  $\beta = \partial^2 k / \partial \omega^2$  – параметр дисперсии групповой скорости (ДГС) оптической компоненты,  $\gamma = \pi (\partial^2 \chi_{\omega} / \partial \omega^2)_{\omega=0} / c$  – параметр дисперсии терагерцовой компоненты,  $\alpha = 4\pi\omega\chi^{(2)} / c$ ,  $\mu = \sigma = 4\pi\chi^{(2)} / c$ .

Наиболее эффективная генерация происходит при выполнении условия Захарова–Бенни (ЗБ) [5], которое в нашем случае имеет вид

$$v_g = \frac{c}{n_T}. \tag{17}$$

Считая, что условие (17) выполнено, после введения “бегущего” времени  $\tau = t - z/v_g$  перепишем систему (15), (16) в виде

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} = -\frac{\beta \partial^2 \psi}{2 \partial \tau^2} + \alpha E_T \psi, \tag{18}$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\partial E_T}{\partial z} - \gamma \frac{\partial^3 E_T}{\partial \tau^3} + \mu E_T \frac{\partial E_T}{\partial \tau} + \sigma \frac{\partial}{\partial \tau} (|\psi|^2) \right) = \frac{c \partial^2 E_T}{2 \partial x^2}.$$

Если в (19) пренебречь дифракцией, а также положить  $\gamma = \mu = 0$ , то после интегрирования будем иметь

$$\frac{\partial E_T}{\partial z} = -\sigma \frac{\partial}{\partial \tau} (|\psi|^2). \tag{20}$$

Система (18), (20) известна как система Ядзими–Ойкавы (ЯО) [6].

В случае  $\sigma = 0$  связь между оптической и терагерцовой компонентами разрывается, а уравнение (19) переходит в уравнение Кадомцева–Петвиашвили (КП) [7]. В соответствии с этим замечанием будем называть уравнения (18), (19) системой Ядзими–Ойкавы–Кадомцева–Петвиашвили (ЯО–КП).

### СОЛИТОННОЕ РЕШЕНИЕ И ЕГО АНАЛИЗ

Система ЯО–КП (18), (19) имеет решение в виде “косого” солитона:

$$\psi = \psi_m \operatorname{sech}^2 \left[ \frac{t - (z \cos \theta + x \sin \theta) / v}{2\tau_p} \right] \times \exp \left\{ i \left[ \frac{\beta}{2} \left( \frac{1}{\tau_p^2} - \Omega^2 \right) z - \Omega \tau \right] \right\}, \tag{21}$$

$$E = -E_m \operatorname{sech}^2 \left[ \frac{t - (z \cos \theta + x \sin \theta) / v}{2\tau_p} \right], \tag{22}$$

где амплитуды компонент

$$\psi_m = \frac{3}{4\alpha\tau_p^2} \sqrt{\frac{\beta}{2\sigma} (4\alpha\gamma - \beta\mu)}, \quad E_m = \frac{3\beta}{4\alpha\tau_p^2}. \tag{23}$$

Сдвиг  $\Omega$  несущей частоты оптической компоненты, угол  $\theta$  между фазовыми и групповыми фронтами оптического импульса и временная длительность  $\tau_p$  импульса связаны между собой соотношением

$$\beta\Omega = \frac{c}{2v_g^2} \operatorname{tg}^2 \theta (1 - v_g \beta \Omega)^2 + \frac{\gamma}{\tau_p^2}. \tag{24}$$

При этом групповая скорость солитона

$$v = \frac{v_g \cos \theta}{1 - v_g \beta \Omega}. \quad (25)$$

Таким образом, солитонное решение (21)–(25) обладает двумя свободными параметрами, в качестве которых можно выбрать длительность  $\tau_p$  и угол  $\theta$ . При этом сдвиг несущей частоты определяется из выражения (24). Из него сразу же следует, что  $\beta \Omega > 0$ , так как для равновесного кристалла  $\gamma > 0$  [8]. Таким образом, в спектральной области нормальной ДГС ( $\beta > 0$ ) имеем  $\Omega > 0$ . В этом случае несущая частота оптического импульса смещается в красную область. Если же ДГС аномальна, то имеем фиолетовый сдвиг частоты.

Из (23) видно, что рассматриваемый солитон реализуется при условии  $2\beta(4\alpha\gamma - \beta\mu)/\sigma > 0$ . Заметим в этой связи, что в различных кристаллах и при различных значениях несущей частоты  $\omega$  параметры  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\mu$  и  $\sigma$  могут быть как положительными, так и отрицательными.

По аналогии с солитонным решением уравнения КП [7] рассматриваемое решение можно назвать “косым” солитоном системы ЯО–КП. Здесь важно подчеркнуть, что направления распространения фазовых и групповых фронтов оптической компоненты неколлинеарны. В случае “косого” солитона КП вообще не приходится говорить о фазовых фронтах, так как отсутствует компонента поля с несущей частотой. В этом состоит важное отличие солитона (21)–(25) от “косого” солитона уравнения КП.

Выражение (25) можно рассматривать как черенковское условие генерации терагерцового излучения оптическим импульсом. Действительно, групповая скорость солитона системы ЯО определяется выражением  $\tilde{v} = v_g/(1 - v_g \beta \Omega)$  [9]. Тогда (25) принимает вид  $\cos \theta = v/\tilde{v}$ . Таким образом, для эффективной генерации терагерцового сигнала групповая скорость солитона ЯО должна превышать скорость солитона ЯО–КП. Можно сказать, что это есть солитонное условие ЗБ. В этой связи заметим, что в оптических экспериментах для повышения эффективности генерации терагерцового излучения часто используется техника наклонных фазовых фронтов оптического сигнала [10, 11]. При этом условие генерации очень похоже на полученное здесь солитонное условие ЗБ.

Если в решении (21)–(25) положить  $\theta = 0$ , то вовсе исключается зависимость солитона от по-

перечной координаты. В этом случае уравнение (19) после интегрирования по  $\tau$  принимает вид

$$\frac{\partial E_T}{\partial z} - \gamma \frac{\partial^3 E_T}{\partial \tau^3} + \mu E_T \frac{\partial E_T}{\partial \tau} + \sigma \frac{\partial}{\partial \tau} (|\Psi|^2) = 0. \quad (26)$$

Таким образом, вместо системы ЯО–КП (18), (19) имеем систему (18), (26) Ядзимы–Ойкавы–Кортевега–де Вриза (ЯО–КдВ). Солитонное решение данной системы, полученное ранее в [12] и [13], находится из решения (21)–(25) при  $\theta = 0$ . Заметим, что в этом случае мы имеем один свободный параметр  $\tau_p$ . Амплитуды обеих компонент связаны с этим параметром выражениями (23), а сдвиг частоты и групповая скорость солитона ЯО–КдВ определяются соотношениями

$$\Omega = \frac{\gamma}{\beta \tau_p^2}, \quad v = \frac{v_g}{1 - v_g \gamma / \tau_p^2}. \quad (27)$$

Исходные физические предположения, при которых здесь выведена система (18), (19) согласуются с условиями  $v_g \leq c$ ,  $\theta \ll 1$  и  $v_g \beta \Omega \approx c \beta \Omega \ll 1$ .

Легко видеть, что в этом случае (24) записывается как

$$c \beta \Omega = \frac{\theta^2}{2} + \frac{c \gamma}{\tau_p^2}, \quad (28)$$

а выражение для скорости солитона сохраняет вид (27). Итак, в рассматриваемом случае скорость “косого” солитона ЯО–КП практически не зависит от угла  $\theta$ . В то же время абсолютное значение сдвига несущей частоты оптической компоненты увеличивается с ростом этого угла.

Приближения, принятые при выводе (18), (19), наряду с решением в виде “косого” солитона оставляют неизменным правило сохранения электрической “площади”  $S_E \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} E dt = \int_{-\infty}^{+\infty} E_T dt$  импульса, вытекающее из уравнений Максвелла [14, 15] (определенная таким образом “площадь” оптической компоненты равна нулю из-за отсутствия в ее спектре нулевой частоты). Действительно, интегрируя (19) по  $\tau$ , запишем данное уравнение в виде закона сохранения

$$\frac{\partial E_T}{\partial z} + \frac{\partial j_\tau}{\partial \tau} + \frac{\partial j_x}{\partial x} = 0, \quad (29)$$

где  $j_\tau = -\gamma \frac{\partial^2 E_T}{\partial \tau^2} + \frac{\mu}{2} E_T^2 + \sigma |\Psi|^2$ ,  $j_x = \frac{c}{2} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-\infty}^{\tau} E_T d\tau$ .

После перехода от (19) к интегральной форме закона сохранения с помощью математической теоремы Гаусса и учета того, что поле импульса со-

всеми своими производными на бесконечности равно нулю, будем иметь  $\frac{d}{dz} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} E_T d\tau = 0$ .

Отсюда  $\int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} E_T d\tau = \text{const}$ . Так как групповые волновые фронты “косого” солитона являются плоскими, то интегрирование здесь по координате  $x$ , сводится к умножению на стремящуюся к бесконечности постоянную  $l_x$ , которая при малых углах  $\theta$  имеет смысл поперечного размера солитона.

Таким образом,  $\int_{-\infty}^{+\infty} E_T d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} E dt = S_E = \text{const}$ .

Сделаем численные оценки параметров рассмотренного здесь “косого” солитона. Взяв типичное значение для нелинейной восприимчивости одноосного кристалла  $\chi^{(2)} \sim 10^{-9}$  СГСЭ [16] и для несущей частоты оптического импульса  $\omega \sim 10^{15}$  с<sup>-1</sup>, найдем  $\alpha \sim 10^{-3}$  СГСЭ,  $\sigma \sim \mu \sim 10^{-18}$  СГСЭ. Для дисперсионных параметров справедливы оценки  $\beta \sim (\omega c)^{-1} \sim 10^{-25}$  с<sup>2</sup>/см,  $\gamma \sim \pi \chi_T / (c \omega_T^2)$ , где  $\omega_T$  – характерная резонансная частота среды в терагерцовом диапазоне. Взяв  $\omega_T \sim 10^{13}$  с<sup>-1</sup>,  $\pi \chi_T \sim 10^{-1}$ , найдем  $\gamma \sim 10^{-37}$  СГСЭ. Тогда по формулам (23) при  $\tau_p \sim 10^{-12}$  с будем иметь  $\psi_m \sim E_m \sim 10^2$  СГСЭ. Для интенсивностей оптической  $I_{opt}$  и терагерцовой  $I_T$  компонент получим  $I_{opt} \sim c \psi_m^2 / 4\pi \sim I_T \sim c E_T^2 / 4\pi \sim 10^6$  Вт/см<sup>2</sup>. Таким образом, интенсивности обеих компонент сравнимы между собой. Если пренебречь собственной дисперсией и собственной нелинейностью терагерцовой компоненты, то интенсивность оптической компоненты солитона оказывается на три–четыре порядка выше интенсивности терагерцовой составляющей [17]. Это говорит о том, что дисперсия и нелинейность в терагерцовом диапазоне приводят к повышению эффективности генерации терагерцового излучения. Характерная дистанция, на которой способен сформироваться солитон, порядка дисперсионной длины  $l_d^T = \tau_p^3 / \gamma$  терагерцовой компоненты. Используя приведенные выше оценки, будем иметь  $l_d^T \sim 10^2$  см. Солитоны же системы Ядзимы–Ойкавы формируются на дистанциях порядка оптической дисперсионной длины  $l_d^T \sim \tau_p^2 / \beta \sim 10$  см. При тех же параметрах из (28) при  $\theta = 0$  для сдвига несущей частоты имеем  $\Omega \sim 10^{12}$  с<sup>-1</sup>. Как видно из (28) сравнимый по величине вклад в данный сдвиг, обусловленный наклоном волновых фронтов, вносится при  $\theta \sim 2^\circ - 3^\circ$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, выведена система нелинейных волновых уравнений типа ЯО–КП, описывающая генерацию терагерцового излучения при учете дисперсии и нелинейности для терагерцовой компоненты, а также наклона волновых фронтов оптической составляющей. Анализ солитонного решения выведенной системы показывает, что эффективность генерации и сдвиг несущей частоты оптического импульса весьма существенно зависят от угла между его фазовыми и волновыми фронтами.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-02-00234а).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абдуллин У.А., Ляхов Г.А., Руденко О.В., Чиркин А.С. // ЖЭТФ. 1974. Т. 66. С. 1295.
2. Багдасарян Д.А., Макарян А.О., Погосян П.С. // Письма в ЖЭТФ. 1983. Т. 37. С. 498.
3. Auston D.H., Cheung K.P., Valdmanis J.A., Kleinman D.A. // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 53. P. 1555.
4. Caudrey P.J., Eilbeck J.C., Gibbon J.D., Bullough R.K. // J. Phys. A. 1973. V. 6. Art. No. L53.
5. Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Моррис Х. Солитоны и нелинейные волновые уравнения. М.: Мир, 1988.
6. Yajima N., Oikawa M. // Progr. Theor. Phys. 1976. V. 56. No. 6. P. 1719.
7. Захаров В.Е., Манаков С.В., Новиков С.П., Питаевский Л.П. Теория солитонов: Метод обратной задачи. М.: Наука, 1980.
8. Бугай А.Н., Сазонов С.В. // Письма в ЖЭТФ. 2008. Т. 87. С. 470.
9. Сазонов С.В., Соболевский А.Ф. // Письма в ЖЭТФ. 2002. Т. 75. С. 746.
10. Hattori T., Takeuchi K. // Opt. Expr. 2007. V. 15. P. 8076.
11. Степанов А.Г., Мельников А.А., Компанец В.О., Чекалин С.В. // Письма в ЖЭТФ. 2007. Т. 85. С. 279.
12. Gromov E., Malomed B. // Chaos. 2017. V. 27. Art. No. 113107.
13. Cisneros-Ake L.A., Solano Peláez J.F. // Physica D. 2017. V. 346. P. 20.
14. Розанов Н.Н. // Опт. и спектроск. 2009. Т. 107. № 5. С. 761.
15. Розанов Н.Н., Архипов Р.М., Архипов М.В. // УФН. 2018. Т. 188. С. 1347; Rosanov N.N., Arkhipov R.M., Arkhipov M.V. // Phys. Usp. 2018. V. 61. P. 1227.
16. Яриш А. Квантовая электроника. М.: Сов. Радио, 1980.
17. Сазонов С.В., Соболевский А.Ф. // ЖЭТФ. 2003. Т. 123. С. 1160.

**“Tilted” optical-terahertz solitons of the system  
of Yajima–Oikawa–Kadomtsev–Petviashvili**

**S. V. Sazonov<sup>a, b, c, \*</sup>, N. V. Ustinov<sup>b</sup>**

<sup>a</sup> *National Research Centre “Kurchatov Institute”, Moscow, 123182 Russia*

<sup>b</sup> *Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

<sup>c</sup> *Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993 Russia*

*\*e-mail: sazonov.sergey@gmail.com*

A system of nonlinear equations is derived that describes the generation of terahertz radiation through the optical method and generalizes the Yajima–Oikawa and Kadomtsev–Petviashvili equations. Based on the solution in the form of optical-terahertz “tilted” solitons, the generation regime is analyzed with accounting for the diffraction of the terahertz component.