

УДК 535.2

ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛНОВЫХ ПУЧКОВ С ФРАКТАЛЬНОЙ СТРУКТУРОЙ

© 2022 г. А. М. Зотов¹, П. В. Короленко^{1, 2, *}, Н. Н. Павлов¹

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова”, Москва, Россия

²Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физический институт имени П.Н. Лебедева Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: pvkorolenko@rambler.ru

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.

После доработки 06.09.2021 г.

Принята к публикации 22.09.2021 г.

Выполнен краткий ретроспективный анализ способов получения и исследований характеристик фрактального светового излучения. Одновременно с ним для определения перспектив данного научного направления приведены новые оригинальные результаты изучения свойств вихревых волновых пучков с фрактальной структурой. Они указывают на высокую устойчивость структуры таких пучков к влиянию турбулентности среды распространения.

DOI: 10.31857/S036767652201029X

ВВЕДЕНИЕ

В рамках исследований по распространению в пространстве когерентных световых пучков определенное место занимает изучение процессов распространения пучков с изначально сложным амплитудно-фазовым профилем. Результаты, полученные в этом направлении, позволили существенно улучшить характеристики лазерных информационных систем. Так, пучки с вихревой структурой волнового фронта обладают рядом уникальных свойств, обеспечивающих повышенную степень стабильности характеристик при распространении в турбулентной атмосфере [1, 2]. Привлекли внимание исследователей также волны с фрактальной структурой волнового фронта (диффракталы) [3]. Их ценным качеством является проявление структурного самоподобия в процессе распространения. Однако в литературе явно недостаточно рассмотрен случай, когда рассматриваемые пучки обладают одновременно вихревыми и фрактальными свойствами [4]. Целью данной работы является разработка и использование алгоритмов и расчетной программы для определения устойчивости характеристик фрактальных вихревых пучков к влиянию турбулентных образований в среде распространения.

РЕТРОСПЕКТИВНЫЙ АНАЛИЗ СПОСОБОВ ПОЛУЧЕНИЯ И ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ФРАКТАЛЬНЫХ ПУЧКОВ

Общее представление о пучках с фрактальной структурой волнового фронта дает рис. 1. На нем

приведены графики функции $h(x)$, характеризующей распределение фазы по поперечной координате для значения фрактальной размерности $D = 1.5$ и рассчитанные с помощью функции Вейерштрасса [5]. Один из них (рис. 1а) относится к пучку с регулярной структурой, а другой (рис. 1б) — со стохастической. Их общим свойством является наличие самоподобных элементов.

Существует несколько способов создания фрактальных пучков. Наиболее перспективные и рас-

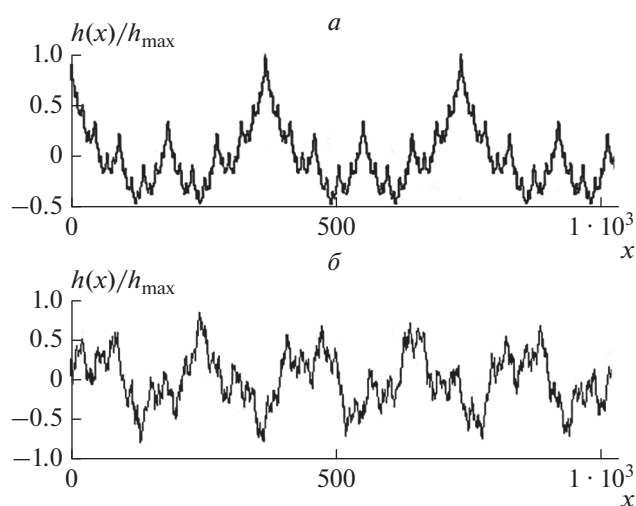


Рис. 1. Форма волнового фронта фрактального пучка с регулярной (а) и стохастической (б) структурой. Поперечная координата x задана количеством значащих точек распределения.

пространенные из них нашли освещение в обзоре [3]. Фрактальные волновые пучки могут быть получены путем пропускания плоской волны через различного рода маски, пластины и экраны с фрактальной конфигурацией. Поля этих пучков обладают целым рядом примечательных свойств. Так, кольцевые осесимметричные маски, получающиеся путем вращения одномерной системы Кантора, формируют самоподобные распределения как в поперечном, так и в продольном направлениях. Причем вдоль оптической оси образуется целая система областей фокусировки излучения, расстояние между которыми подчиняется скейлинговой зависимости [6]. К ценным свойствам пластины Кантора следует отнести слабое проявление хроматических аберраций.

Фрактальные волновые структуры могут быть получены также в результате прохождения плоской волны через апертуры, границы которых описываются фрактальными кривыми. В частности, картина дифракции на апертуре, описываемой кривой Коха, имеет самоподобный вид, причем фрактальные размерности дифрагирующего и изначального полей взаимосвязаны [7]. Последнее обстоятельство дает возможность определить фрактальность объекта на основе свойств конкретной картины дифракции.

При анализе прохождения излучения через пластины, пропускание которых определяется двумерной функцией Вейерштрасса, была установлена высокая степень корреляции фрактальных свойств фурье-образов структур пластин и изображений световых пучков. Этот результат также имеет важное значение для совершенствования методов диагностики объектов с фрактальными признаками, а также для интерпретации эстетических свойств фрактальных изображений [5].

Недостатком способа получения фрактальных пучков с помощью специально изготовленных пластинчатых масок является их невысокая радиационная прочность. В связи с этим актуальный характер приобрела возможность генерации волн с фрактальной структурой непосредственно в лазерах с неустойчивыми резонаторами. Апертуры таких резонаторов, как правило, имеют форму правильных многоугольников. Уже на первых этапах исследования был продемонстрирован самоподобный характер структуры внутрирезонаторных полей и их пространственных спектров, а также установлена связь фрактальных размерностей профилей мод с формой апертуры [8].

АЛГОРИТМЫ И РАСЧЕТНАЯ СХЕМА

В данной работе выполненные ранее исследования свойств фрактальных пучков дополнены изучением характеристик вихревых фрактальных пучков, для моделирования которых были ис-

пользованы специально разработанные алгоритмы и программное обеспечение. Расчеты проводились, опираясь на подход, основанный на сложении световых полей системы гауссовых пучков с поэтапно изменяющейся конфигурацией [4]. Особенности расчетной схемы можно продемонстрировать для случая, когда начальная конфигурация пучков соответствует известной фрактальной структуре, называемой треугольником Серпинского (рис. 2).

Поэтапный расчет изменения формы распределения амплитуды и фазы светового поля по поперечным координатам x, y осуществлялся методом итераций с использованием следующего выражения для изначального гауссового пучка:

$$g^{(1)}(x, y) = \exp\left(-\frac{(x - c_x)^2 + (y - c_y)^2}{w^2}\right), \quad (1)$$

где w ширина пучка с центром в точке (c_x, c_y) .

Каждый из этих пучков распадался на N дочерних пучков, так что $n + 1$ итерация имела вид

$$g^{(n+1)}(x, y) = \sum_{k=0}^{N-1} g^{(n)} \times \left(x + \frac{R}{\tau^n} \cos\left(\frac{2\pi k}{N}\right), y + \frac{R}{\tau^n} \sin\left(\frac{2\pi k}{N}\right)\right) \exp\left(\frac{2\pi k}{N}\right). \quad (2)$$

Здесь $\frac{R}{\tau^n}$ — характеризует расстояние смещения дочерних пучков от родительского при очередной итерации (τ — коэффициент скейлинга), $\cos(2\pi k/N)$ и $\sin(2\pi k/N)$ — компоненты вектора сдвига, показатель экспоненты дает азимутальный набег фазы в случае фрактальных винтовых пучков. В расчетах использовались значения $\tau = 2$ и $N = 3, 4, 5, 6$. Величина R считалась константой, которая могла варьироваться. Использовались три итерации.

Распространение пучков моделировалось методом разложения поля на плоские волны. Распределение поля $g^{(\dots)}(x, y)$ на сетке размером $K \times K$ преобразовывалось в дискретную матрицу $g_{m,n}$ где m и n пробегает значения от 0 до $K - 1$. Далее $g_{m,n}$ разлагалась с помощью процедуры БПФ на комплексные амплитуды плоских волн $S_{p,q}$, распространяющихся под малыми углами к продольной оси Z . В параксиальном приближении набег фазы волны с индексами p, q на расстоянии z составлял

$$\Phi_{p,q} = \frac{2\pi z}{T} (f(p)^2 + f(q)^2). \quad (3)$$

Здесь $T = 2a^2/\lambda$ — расстояние Тальбо, a — полный размер сетки, на которой задано поле, λ — длина волны. $f(p) = \text{mod}\left(p + \frac{K}{2}, K\right) - K/2$ — вспомога-

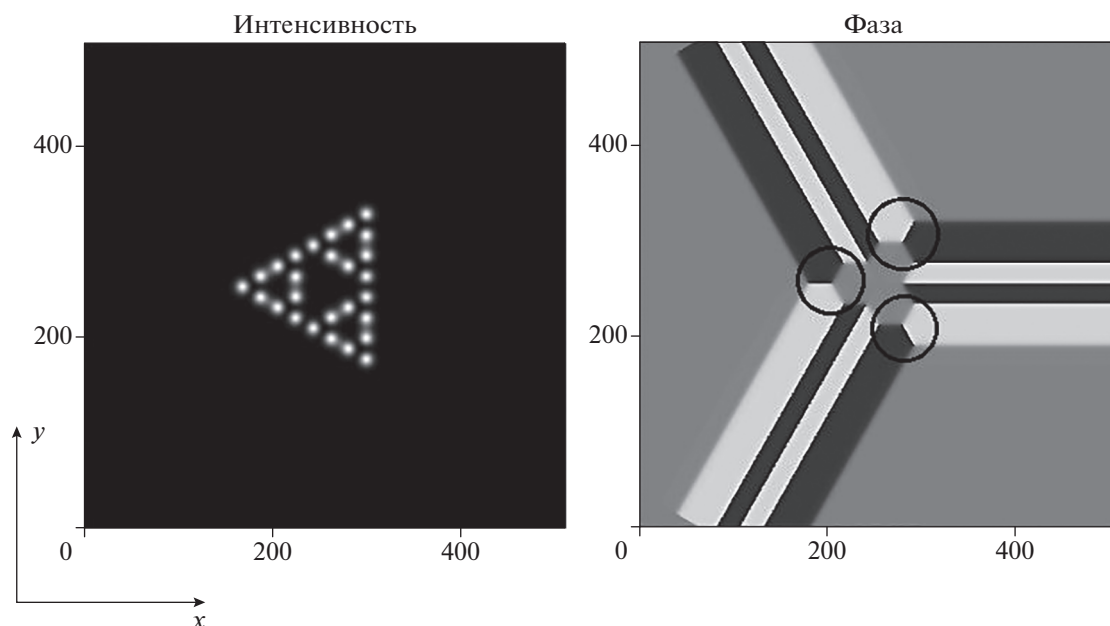


Рис. 2. Распределение интенсивности и фазы конфигурации гауссовых пучков в начальной плоскости. Фаза представлена в градациях серого. x, y — значения поперечных координат в относительных единицах. Окружностями помечены дислокации волнового фронта.

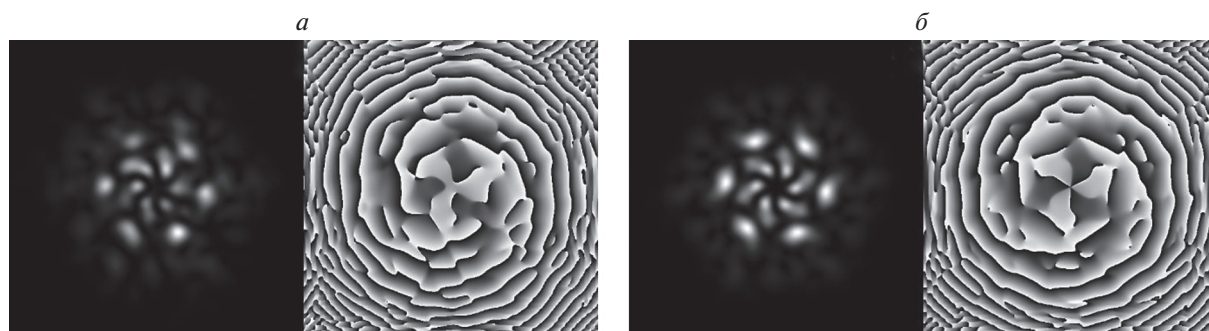


Рис. 3. Распределения амплитуды и фазы вихревых фрактальных пучков в среде распространения. Структура пучка с учетом турбулентности (*а*). Структура пучка без учета влияния турбулентных образований (*б*). Левые кадры — распределение интенсивности, правые — фазы.

тельная функция, позволяющая единообразно учесть положительные и отрицательные гармоники поля. Амплитуды плоских волн на расстоянии z , таким образом, имели вид $S_{p,q} \exp(i\varphi_{p,q})$. Для получения итогового распределения поля использовалось обратное БПФ.

УЧЕТ ВЛИЯНИЯ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Влияние турбулентности передающей среды на характеристики фрактальных пучков проводилось с помощью фазового экрана, моделирующего атмосферные неоднородности. Использовался фазовый экран с гауссовой статистикой с характерным размером неоднородностей $r = 2$ мм и среднеквадратичной глубиной модуляции фазы

$\sigma = 0.42$. При этом величины w и R считались равными $w = 1$ мм, $R = 5$ мм.

Моделирование показало, что для небольших значений N , характеризующих азимутальный набег фазы, среднеквадратичные флуктуации “центра массы” сечения вихревого фрактального пучка σ_x, σ_y , примерно, такие же как и в случае изначально плоского волнового фронта, однако, при росте N вихревые фрактальные пучки оказываются менее устойчивыми. В то же время турбулентность слабо меняет структуру пучка. Так, коэффициент корреляции по распределению интенсивности возмущенного турбулентностью пучка с невозмущенным пучком составляет 0.93. Качественно факт структурной устойчивости фрактальных вихревых пучков подтверждает рис. 3. На нем приведено графическое сравнение распре-

лений интенсивностей и фаз фрактальных пучков, рассчитанных для дальней зоны с учетом и без учета влияния турбулентности. Хорошо видно, что в обоих случаях распределения интенсивностей и фаз имеют схожий фрактальный характер. Это свойство фрактальных вихревых пучков делает их перспективными для использования в атмосферных линиях связи, поскольку даже при регистрации на приемной апертуре фрагмента поперечной структуры пучка можно в силу ее самоподобия судить об общих характеристиках распространяющегося излучения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненный в первой части работы ретроспективный анализ свойств фрактальных пучков указывает на актуальность проводимых в этом направлении исследований как с общетеоретической, так и с практической точек зрения.

Приведенные во второй части статьи результаты оригинального исследования вихревых фрактальных пучков существенно дополняет обзорный материал. Разработанная и примененная расчетная схема, подтвердившая свою эффективность, может быть использована для расчета характеристик волн других типов. Значимость полученных результатов во многом определяется тем, что они получены для важного в практическом отношении случая распространения пучков в турбулентной

атмосфере. Обнаруженная структурная устойчивость фрактальных вихревых пучков может сыграть положительную роль при их использовании в атмосферных линиях связи.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 19-12-00310).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Аверченко А.В., Зотов А.М., Короленко П.В. и др.* // Изв. РАН. Сер физ. 2020. Т. 84. № 1. С. 21; *Averchenko A.V., Zotov A.M., Korolenko P.V. et al.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 1. P. 15.
2. *Аксенов В.П., Дудоров В.В., Колосов В.В.* // Опт. атм. и океана. 2019. Т. 32. № 9. С. 792.
3. *Korolenko P.V.* // Phys. Wave Phenom. 2020. V. 28. No. 4. P. 313.
4. *Cho Y-K., Kim K.* // Proc. 10th IEEE-Nano 2010 (Korea, 2010). P. 312.
5. *Зотов А.М., Короленко П.В., Мишин А.Ю. и др.* // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ. и астрон. 2019. № 6. С. 52; *Zotov A.M., Korolenko P.V., Mishin A.Y. et al.* // Moscow Univ. Phys. Bull. 2019. V. 74. No. 6. P. 625.
6. *Muzichenko Ya.B., Zinchik A.A., Stafeev S.K.* // Sci. Tech. J. Inf. Technol. Mech. Opt. 2010. V. 6. No. 70. P. 22.
7. *Horvath P., Smid P., Vaskova I. et al.* // Optik. 2010. V. 121. P. 206.
8. *Sroor H., Naidoo D., Miller S.W. et al.* // Phys. Rev. 2019. V. A 99. Art. No. 013848.

Specific features of propagation of wave beams with a fractal structure

A. M. Zotov^a, P. V. Korolenko^{a, b,*}, N. N. Pavlov^a

^a Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia

^b Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow 119991 Russia

*e-mail: pvkorolenko@rambler.ru

A brief retrospective analysis of the methods for obtaining and studying the characteristics of fractal light radiation is carried out. Simultaneously, in order to determine the prospects of this scientific direction, new original results of studying the properties of vortex wave beams with a fractal structure are presented. They indicate a high stability of the structure of such beams to the influence of turbulence in the propagation medium.