УДК 535.39:535.34

СПЕКТРЫ БРЭГГОВСКОГО МИКРОРЕЗОНАТОРА С АКТИВНОЙ ГРАФЕНОВОЙ СРЕДОЙ

© 2022 г. С. В. Елисеева^{1, *}, Д. И. Семенцов¹

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Ульяновский государственный университет", Ульяновск, Россия

> **E-mail: eliseeva-sv@yandex.ru* Поступила в редакцию 01.06.2022 г. После доработки 15.06.2022 г. Принята к публикации 22.06.2022 г.

Получены спектры отражения, пропускания и поглощения симметричной микрорезонаторной структуры с диэлектрическими брэгговскими зеркалами и рабочей полостью, заполненной мелкослоистой графен-содержащей средой. Рассмотрены случаи, когда графен в структуре находится в пассивном или активном (допированном, инвертированном) состояниях. Показана трансформация указанных спектров при изменении энергетического состояния графена. Установлено, что структура может проявлять свойства как сильно поглощающего, так и сильно усиливающего материала.

DOI: 10.31857/S0367676522100052

введение

Одномерные фотонно-кристаллические микрорезонаторы (МКР) в последние годы привлекают пристальное внимание исследователей, что связано с широкими возможностями их практического использования при создании многочисленных устройств управления электромагнитным излучением различных диапазонов [1-6]. Для формирования симметричного фотонно-кристаллического МКР требуется в центре бездефектной периодической структуры смена порядка следования слоев в одном из образовавшихся диэлектрических брэгговских зеркал и создание резонаторной полости [7-9]. Важной для практического применения МКР является возможность перестройки резонансной частоты, что достигается внедрением в полость между зеркалами слоев, материальные параметры которых зависят от легко изменяемых внешних факторов (в частности, электрическое поле, температура).

Одним из перспективных материалов фотоники является графен и различные планарные структуры на его основе. Управление параметрами графен-содержащих структур возможно за счет изменения его химического потенциала (энергии Ферми) [10–14]. В настоящей работе исследуются особенности спектров отражения, пропускания и поглощения (усиления) МКРструктуры, в рабочую полость которой вводится слой активного материала с управляемыми внешним электрическим полем материальными параметрами. В качестве такого материала выбрана мелкослоистая среда графен-SiO₂, слой которого имеет полуволновую толщину, а графен может находиться как в пассивном, так и активном (допированном, инвертированном) состояниях.

МАТЕРИАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ

Рассмотрим симметричную структуру $(\text{SiO}_2/\text{Si})^5 (\text{Gr}/\text{SiO}_2) (\text{Si}/\text{SiO}_2)^5$, образованную двумя брэгговскими зеркалами (БЗ) и заполняющей резонаторную полость мелкослоистой средой, состоящей из чередующихся слоев графена и окиси кремния. Каждое из БЗ состоит из пяти периодов структуры (SiO₂/Si), которая включает оптически изотропный слой окиси кремния с диэлектрической проницаемостью (ДП) є_{SiO2}, толщиной L_1 и слой чистого кремния с ДП ε_{s_i} и толщиной L2. Мелкослоистая периодическая среда (Gr/SiO_2) состоит из слоев графена толщиной d_{gr} и окиси кремния толщиной *d*_{SiO2}. Покровной средой и подложкой для структуры считаем вакуум. Магнитные проницаемости всех материалов структуры равны единице. Подобная структура обладает выделенным направлением (ось OZ), что определяет одноосную анизотропию ее свойств.

На рис. 1 для рассматриваемой резонаторной структуры с указанными выше параметрами при-



Рис. 1. Распределение волнового поля и профиль ДП в структуре с незаполненной полостью (сплошная и пунктирная линии).

ведены распределения вдоль оси симметрии структуры ДП и амплитуды электрического поля волны (штриховая и сплошная линии). Распределение амплитуды электрического поля отвечает центральной частоте f_0 первой фотонной запрещенной зоны БЗ. Видно, что амплитуда электрического поля достигает максимума в центре структуры, а на боковых границах полости — минимума (при этом амплитуда волнового магнитного поля в центре полости достигает минимума, а на ее границах — максимума).

Тензор эффективной ДП мелкослоистой графеновой среды имеет отличные от нуля компоненты $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{ef}, \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{ef}^{0}$. В длинноволновом приближении ($d_{gr} + d_{SiO_2} \ll \lambda$) указанные компоненты эффективной ДП могут быть представлены в виде

$$\varepsilon_{ef} = \frac{\varepsilon_{\mathrm{SiO}_2} d_{\mathrm{SiO}_2} + \varepsilon_{gr} d_{gr}}{d_{gr} + d_{\mathrm{SiO}_2}} = \frac{\varepsilon_{\mathrm{SiO}_2} + \theta \varepsilon_{gr}}{\theta + 1} = \frac{1}{\theta + 1} \left(\varepsilon_{\mathrm{SiO}_2} - \frac{4\pi\sigma''}{\omega d_{\mathrm{SiO}_2}} + i\frac{4\pi\sigma'}{\omega d_{\mathrm{SiO}_2}} \right),$$
(1)

$$\varepsilon_{ef}^{0} = \frac{\varepsilon_{gr}\varepsilon_{\mathrm{SiO}_{2}}(d_{\mathrm{SiO}_{2}} + d_{gr})}{d_{gr}\varepsilon_{\mathrm{SiO}_{2}} + d_{\mathrm{SiO}_{2}}\varepsilon_{gr}} = (1+\theta)\frac{\varepsilon_{gr}\varepsilon_{\mathrm{SiO}_{2}}}{\theta\varepsilon_{\mathrm{SiO}_{2}} + \varepsilon_{gr}},$$

где параметр $\theta = d_{gr}/d_{SiO_2}$. При записи ε_{ef} учтено, что для графена ДП ε_{gr} связана с его поверхностной проводимостью $\sigma = \sigma' + i\sigma''$ соотношением $\varepsilon_{gr} = i4\pi\sigma/\omega d_{gr}$, где ω – частота. В реальных структурах $d_{gr} \ll d_{SiO_2}$ (так как $d_{gr} \cong 0.335$ нм) и параметр $\theta \ll 1$, поэтому выражения (1) совпадают с выражениями, полученными в работах [15, 16]:

$$\varepsilon_{ef} = \varepsilon_{\mathrm{SiO}_2} - \frac{4\pi\sigma''}{\omega d_{\mathrm{SiO}_2}} + i\frac{4\pi\sigma'}{\omega d_{\mathrm{SiO}_2}}, \quad \varepsilon_{ef}^0 = \varepsilon_{\mathrm{SiO}_2}.$$
 (2)

Слои графена могут находиться как в пассивном, так и в активном состояниях. Пассивным будем считать графен, для которого энергия Ферми (химический потенциал) равна нулю. При этом валентная зона полностью заполнена, зона проводимости — полностью свободна, а запрещенная зона отсутствует. Для активного графена энергия Ферми отлична от нуля и характер заполнения энергетических зон иной. Различают допированный и инвертированный графены, для которых различным является заполнение зоны проводимости и валентной зоны [17, 18]. Частотные зависимости динамической поверхностной проводимости допированного и инвертированного графена в рамках модели Кубо определяются соответственно следующими выражениями [19, 20]:

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{8k_B T\tau}{\pi\hbar(1-i\omega\tau)} \times$$

$$\times \ln\left[2\mathrm{ch}\left(\frac{E_F}{2k_B T}\right)\right] + G\left(\frac{\hbar\omega}{2}, E_F\right) - R\left(\frac{\hbar\omega}{2}, E_F\right),$$

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{8k_B T\tau}{\pi\hbar(1-i\omega\tau)} \times$$

$$\times \ln\left[1 + \exp\left(\frac{E_F}{k_B T}\right)\right] + \mathrm{th}\left(\frac{\hbar\omega - 2E_F}{4k_B T}\right) - R\left(\frac{\hbar\omega}{2}, E_F\right),$$
(3)
(3)

где *G* – функция двух переменных: альфа и бета,

$$G(\alpha,\beta) = \frac{\operatorname{sh}(\alpha/k_BT)}{\operatorname{ch}(\alpha/k_BT) + \operatorname{ch}(\beta/k_BT)}, \qquad R = \frac{4\hbar\omega}{i\pi} \times \int_0^\infty \frac{G(E,E_F) - G(\hbar\omega/2,E_F)}{(\hbar\omega)^2 - 4E^2} dE.$$

Здесь $\sigma_0 = e^2/4\hbar$ — фундаментальная (статическая) проводимость графена, e — заряд электрона, \hbar — постоянная Планка, k_B — постоянная Больцмана, T — температура, E_F — энергия Ферми (для допированного графена) и квазиэнергия Ферми (для инвертированного графена). Оба выражения при E_F = 0 приводят к одной зависимости $\sigma(\omega)$ для пассивного графена.

Анализ соотношений (3) и (4) показывает, что для допированного графена действительная и мнимая части проводимости принимают только положительные значения при всех энергиях Ферми во всем частотном диапазоне. Для инвертированного графена при значениях $E_F > 10$ мэВ действительная часть проводимости принимает отрицательные значения в области частот $f = \omega/2\pi \approx 5-50$ ТГц. Отметим возможность управления величиной E_F с помощью внешнего электрического поля, что является важным моментом для практического использования различных планарных структур на основе графена.

На рис. 2 приведены частотные зависимости действительной и мнимой части (сплошная и штриховая кривые) эффективной ДП мелкослоистой среды ε_{ef} , полученные для $\theta = 0.01$ и T = 300 К (эти значения используются и далее) в случае допированного графена при $E_F = 0, 100, 300 \text{ мэВ}(a),$ в случае инвертированного графена – при $E_F = 0, 30, 70$ мэВ (б) (кривые, соответственно, черная, красная и синяя). Видна существенная зависимость спектров от величины возбуждения графена, т.е. энергии (квазиэнергии) Ферми. Важно, что в обоих спектрах имеется область частот, где величина є отрицательна. В этой области графеновая среда является непрозрачной, и объемная волна при распространении в ней должна затухать. На частотах, где действительная часть проводимости является отрицательной, мнимая часть эффективной ДП также отрицательна, что реализуется лишь для инвертированного графена. В указанной области частот должно наблюдаться усиление проходящих и отраженных от структуры волн; с увеличением квазиэнергии Ферми эта область значительно расширяется.

ПЕРЕДАТОЧНЫЕ МАТРИЦЫ И ПОЛЕ В СТРУКТУРЕ

Будем считать, что на вход структуры нормально к ее поверхности падает плоская монохроматическая волна. Ввиду симметрии структуры относительно нормали к поверхности слоев в каждом из слоев возможно распространение двух собственных ТЕМ волн с ортогональной поляризацией. Для резонаторной структуры с управляемым слоем, заполняющим полость резонатора, передаточная матрица, связывающая поле волны на входе и выходе из структуры, имеет вид $G = (N_1 N_2)^a N_{ef} (N_2 N_1)^a$, где a – число периодов в БЗ. Передаточные матрицы отдельных слоев имеют вид [21]:

$$N_{j} = \begin{pmatrix} \cos k_{j}L_{j} & i\sqrt{\varepsilon_{j}}\sin k_{j}L_{j} \\ (i/\sqrt{\varepsilon_{j}})\sin k_{j}L_{j} & \cos k_{j}L_{j} \end{pmatrix}, \qquad (5)$$

где для БЗ j = 1,2 и $k_j = k_0 \sqrt{\varepsilon_j}$ — константы распространения в диэлектрических слоях, $k_0 = \omega/c$, c — скорость волны в вакууме. Для слоя, заполняющего резонаторную полость, j = 3 и $\varepsilon_3 = \varepsilon_{ef}$, $k_3 = k_0 \sqrt{\varepsilon_{ef}}$.

Амплитудные коэффициенты отражения и прохождения для всей МКР структуры определяются через матричные элементы передаточной матрицы:

$$r = \frac{G_{11} + G_{12} - G_{21} - G_{22}}{G_{11} + G_{12} + G_{21} + G_{22}},$$

$$t = \frac{2}{G_{11} + G_{12} + G_{21} + G_{22}}.$$
(6)

Энергетические коэффициенты отражения и прохождения в этом случае имеют вид $R = |r|^2$, $T = |t|^2$.



Рис. 2. Частотная зависимость действительной и мнимой части ДП эффективной среды (Gr/SiO₂) (сплошная и штриховая кривые) в случае графена допированного при $E_F = 0$, 100, 300 мэВ (*a*) и инвертированного при $E_F = 0$, 30, 70 мэВ (*b*) (черная, красная и синяя кривые).

Для выявления спектральных особенностей рассматриваемого МКР, возникающих при введении в полость слоя графен-содержащей среды, рассмотрим распределение волнового поля по резонаторной структуре с полностью свободной рабочей полостью, т.е. $G = (N_1 N_2)^a N_3 (N_2 N_1)^a$, где N₃ – передаточная матрица вакуумной полости с $\varepsilon_3 = 1, k_3 = k_0$ и $L_3 = \lambda_0/2$. Как отмечалось выше, период брэгговских зеркал состоит из двух слоев изотропных диэлектриков SiO₂ и Si с ДП, $\epsilon_1 = \epsilon_{SiO_2} = 5.07$ и $\epsilon_2 = \epsilon_{Si} = 10.9$ [22] и одинаковы-МИ оптическими толщинами $L_0 = L_1 \sqrt{\varepsilon_1} =$ $= L_2 \sqrt{\epsilon_2} = \lambda_0/4$, где $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0 = 10$ мкм (на частоте $f_0 = 30$ ТГц). При этом реальные толщины слоев $L_1 = 1.11$ мкм и $L_2 = 0.76$ мкм, а оптическая толщина $L_0 = 2.5$ мкм. В каждом из зеркал число периодов a = 5, период $L_1 + L_2 = 1.87$ мкм, толщина каждого зеркала L = 9.35 мкм.



Рис. 3. Спектры отражения *R*, прохождения *T* и поглощения *A* резонаторной структуры при незаполненной резонаторной полости (*a*) и заполнении ее мелкослоистой средой (Gr/SiO₂) с $E_p = 0$ (*б*, *в*).

На рис. 3 представлены спектры отражения, прохождения (a, δ) и поглощения (b) для двух типов структуры $G = (N_1 N_2)^a N_3 (N_2 N_1)^a$, когда полость не заполнена (a) и когда полость заполнена эффективной графен-содержащей средой (δ , e), в которой слои графена находятся в невозбужденном состоянии (т.е. $E_F = 0$). У резонатора со свободной полостью спектр содержит хорошо разрешимые зоны пропускания и непропускания, первые фотонные запрещенные зоны (ФЗЗ) лежат в терагерцовом диапазоне. Центральная частота первой ФЗЗ $f_1 = f_0 = 3 \cdot 10^{13}$ Гц, а ширина составляет $\Delta f_1 = 12.7$ ТГц. В центрах ФЗЗ из-за нарушения периодичности структуры возникают узкие пики прохождения (дефектные моды). Их можно использовать для оценки добротности исследуемой резонаторной структуры, которая связывает резонансную частоту с шириной резонансной кривой (на ее полувысоте), в области первой Ф33 $Q_1 \simeq f_1/\Delta f_1$. Оценка добротности для исследуемого резонатора на указанной частоте дает величину $Q_1 \approx 107$. Отметим, что с увеличением числа периодов в брэгговских зеркалах, оптического контраста в соседних слоях зеркал и толщины полости добротность МКР возрастает [3]. В рассматриваемом случае непоглощающих зеркал поглощение отсутствует и во всем частотном диапазоне выполняется условие $R(\omega) + T(\omega) = 1$.

СПЕКТРЫ МКР С ГРАФЕНОВОЙ СРЕДОЙ

Рассмотрим теперь трансформацию представленных выше спектров при заполнении полости резонатора пассивной графеновой средой, в которой графен находится в невозбужденном состо-



Рис. 4. Спектры отражения *R*, прохождения *T* и поглощения *A* МКР-структуры при заполнении резонаторной полости эффективной средой с допированным графеном при $E_F = 100, 300 \text{ мэВ}(a, b)$ и кривые 1, 2 (в).

янии (с $E_F = 0$). Видно, что даже пассивный графен в мелкослоистой среде приводит к существенной перестройке указанных спектров. Так, в спектре поглощения наблюдаются сильные осцилляции во всем частотном диапазоне, на низких частотах среднее значение коэффициента поглощения *A* растет, в области между первой и второй ФЗЗ поглощение в среднем практически не изменяется, в центрах ФЗЗ возникают локальные максимумы поглощения. При этом поглощение в структуре приводит к практически полному подавлению пиков пропускания в центрах ФЗЗ и значительному уменьшению амплитуды осцилляций коэффициентов *R* и *T* в интервалах между ФЗЗ (рис. 36 и Зв).

На рис. 4 представлены спектры *R*, *T*, и *A* резонатора, полость которого заполнена активной графеновой средой, в которой графен является

допированным с $E_F = 100,300$ мэВ (a, δ); в спектре поглощения (*в*) указанным значениям *E_F* отвечают кривые 1, 2. Видна существенная зависимость спектров от степени допирования, т.е. от величины энергии Ферми E_F . Так, при $E_F = 100$ мэВ (*a*) изменения коэффициентов *R* и *T* (по сравнению с МКР с пассивным графеном) наиболее значительны на низких частотах ($f \leq 20$ ТГц) терагерцового диапазона, где прохождение отсутствует, а отражение существенно возрастает. С ростом частоты отличия R, T и A от соответствующих коэффициентов в случае структуры с пассивным графеном незначительны. При увеличении степени допирования графена изменения в частотных зависимостях указанных коэффициентов более существенны. Так, при $E_F = 300$ мэВ в области частот $f \le 40$ ТГц прохождение полностью подавляется, отражение, за исключением слабых интерференцион-



Рис. 5. Спектры отражения *R* и прохождения *T* МКР-структуры при заполнении резонансной полости эффективной средой с инвертированным графеном при $E_F = 30,70$ мэВ (*a*, *б*), увеличенный масштаб в области усиления (*в*, *г*).

ных осцилляций, становится близким к полному (б), а поглощение, также за исключением слабых всплесков, отсутствует (в). На более высоких частотах средние значения отражения и поглощения падают, а прохождения растет. В области $f \approx 40$ ТГц поглощение резко возрастает, что связано с возрастанием в этой области внутризонных переходов в графене.

На рис. 5 представлены спектры отражения и прохождения резонатора, полость которого заполнена инвертированной графеновой средой, в которой графен находится в инвертированном состоянии (например, в результате инжекционной накачки) с квазиэнергией Ферми $E_F = 30,70$ мэВ (a, δ) . Отличительной чертой обоих приведенных спектров является наличие в терагерцовой области частот усиления взаимодействующих со структурой волн. В этой области коэффициенты отражения и прохождения оказываются существенно больше единицы. При более высоких значениях квазиэнергии Ферми, т.е. при более высоких уровнях накачки эффект усиления проявляется сильнее. На рис. 5*в* и 5*г* для случая $E_F = 70$ мэВ в увеличенном масштабе приведена часть спектров *R* и *T* из рис. 5*б* в диапазоне, где наблюдается усиление. Видно, что коэффициенты отражения и прохождения оказываются существенно больше единицы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенного анализа выявлены особенности спектров отражения, пропускания и поглощения микрорезонатора с диэлектрическими брэгговскими зеркалами, в рабочую вакуумную полость которого вводится слой полуволновой толщины эффективной графен-содержащей среды. Исследованы случаи, когда заполненная

полость имеет полуволновую толщину, а графен может находиться как в невозбужденном, так и в возбужденном (допированном, инвертированном) состояниях. Наличие в структуре двух различных вилов лефектов (инверсии и внелрения) приводит к появлению минизоны пропускания в ФЗЗ бездефектного кристалла. Присутствие в МКР-структуре эффективной графеновой среды приводит к появлению в спектре поглошения и частичному или полному подавлению дефектной моды, а также к существенной зависимости характера спектров от энергетического состояния графена. Варьирование энергией (квазиэнергией) Ферми позволяет не только осуществлять перестройку фотонных спектров, изменяя в широких пределах отражение, прохождение и поглощение падающего на структуру излучения, но и создавать условия для усиления взаимодействующего со структурой излучения. В зависимости от типа возбуждения графена в спектрах МКР появляются области как полного отражения, так и области с высокой прозрачностью, либо поглощением. Отличительной чертой спектров с инвертированным состоянием графена является наличие в терагерцовой области усиления взаимодействующих со структурой волн, где коэффициенты отражения и прохождения оказываются сушественно больше единицы.

Работа поддержана Министерством науки и высшего образования РФ в рамках темы государственного задания № 0830-2020-0009.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Heebner J., Grover R., Ibrahim T.* Optical microresonators: theory, fabrication, and applications. London: Springer, 2008. 268 p.
- 2. *Chremmos I., Schwelb O., Uzunoglu N.* Photonic microresonator research and applications. New York, London: Springer, 2010. 515 p.

- 3. Городецкий М.Л. Основы теории оптических микрорезонаторов. М.: Физматлит, 2011. 416 с.
- Ветров С.Я., Авдеева А.Ю., Тимофеев И.В. // ЖЭТФ. 2011. Т. 140. № 5. С. 871.
- 5. Елисеева С.В., Семенцов Д.И. // ЖЭТФ. 2011. Т. 139. № 2. С. 235.
- Averkov Yu. O., Yakovenko V.M., Yampol'skii V.A., Franco Nori // Phys. Rev. B. 2014. V. 90. Art. No. 045415.
- 7. *Федорова И.В., Семенцов Д.И.* // Радиотех. и электрон. 2019. Т. 64. № 11. С. 1138.
- 8. Fedorova I.V., Eliseeva S.V., Sementsov D.I. // Superlatt. Microstruct. 2018. V. 117. P. 488.
- 9. Fedorova I.V., Eliseeva S.V, Sementsov D.I. // Photonics. 2022. V. 9. No. 6. P. 391.
- Falkovsky L.A., Pershoguba S.S. // Phys. Rev. B. 2007. V. 76. Art. No.153410.
- Морозов С.В., Новоселов К.С., Гейм А.К. // УФН. 2008. Т. 178. № 7. С. 776.
- Berman O.L., Kezerashvili R.Ya // J. Phys. Cond. Matter. 2012. V. 24. Art. No. 015305.
- 13. Madani A., Entezar S.R. // Physica B. 2013. V. 431. P. 1.
- 14. Evseev D.A., Eliseeva S.V., Sementsov D.I. // EPJ Appl. Phys. 2017. V. 80. No. 1. Art. No. 10501.
- 15. *Zhang T., Mao M.Y., Ma Y. et al.* // Optik. 2020. V. 223. Art. No. 165636.
- 16. Smirnova D.A., Iorsh I.V., Shadrivov I.V., Kivshar Y.S. // JETP Lett. 2014. V. 99. No. 8. P. 456.
- 17. *Dubinov A.A., Aleshkin V.Y., Mitin V.V.et al.* // J. Phys. Cond. Matter. 2011. V. 23. Art. No. 145302.
- Полищук О.В., Фатеев Д.В., Попов В.В. // ФТП. 2018. Т. 52. № 12. С. 1430.
- 19. Morozov M.Yu., Moiseenko I.M., Popov V.V. // J. Phys. Cond. Matter. 2018. V. 30. Art. No. 08LT02.
- 20. Морозов М.Ю., Моисеенко И.М., Коротченков А.В., Попов В.В. // ФТП. 2021. Т. 55. Т. 6. Р. 518.
- Басс Ф.Г., Булгаков А.А., Тетервов А.П. Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками. М.: Наука. 1989. 288 с.
- 22. Lee H.Y, Yao T. // J. Appl. Phys. 2003. V. 93. No. 2. P. 819.

Spectra of a Bragg microresonator with an active graphene medium

S. V. Eliseeva^{*a*, *}, D. I. Sementsov^{*a*}

^a Ulyanovsk State University, Ulyanovsk, Russia

*e-mail: eliseeva-sv@yandex.ru

The reflection, transmission, and absorption spectra of a symmetric microresonator structure with dielectric Bragg mirrors and a working cavity filled with a finely layered graphene-containing medium are obtained. The cases when the graphene in the structure is in the passive or active (doped, inverted) states are considered. The transformation of these spectra with a change in the energy state of graphene is shown. The structure can exhibit the properties of both a highly absorbing and a highly amplifying material has been established.