

УДК 535.42

## ИНДЕКС ПОЛЯРИЗАЦИОННОЙ СИНГУЛЯРНОСТИ ПУЧКОВ ПУАНКАРЕ

© 2022 г. В. В. Котляр<sup>1</sup>, \*, А. А. Ковалёв<sup>1</sup>, С. С. Стафеев<sup>1</sup>, В. Д. Зайцев<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт систем обработки изображений Российской академии наук – филиал Федерального государственного учреждения “Федеральный научно-исследовательский центр “Кристаллография и фотоника” Российской академии наук, Самара, Россия

\*E-mail: kotlyar@ipsiras.ru

Поступила в редакцию 01.06.2022 г.

После доработки 15.06.2022 г.

Принята к публикации 22.06.2022 г.

Теоретически и численно исследована острая фокусировка лазерных пучков Пуанкаре. С помощью параметров Стокса найден индекс поляризационной сингулярности таких пучков, он оказался равен топологическому заряду оптических вихрей, участвующих в формировании пучка Пуанкаре. С помощью формализма Ричардса–Вольфа найдены аналитические выражения для проекций вектора напряженности электрического поля вблизи острого фокуса данных пучков.

DOI: 10.31857/S0367676522100118

### ВВЕДЕНИЕ

Вихревые лазерные пучки [1] активно исследуются в настоящее время, что связано с их широким применением в оптических телекоммуникациях [2], манипуляции частицами [3, 4], квантовой информатике [5, 6], сенсорике [7] и медицине [8]. Вихревые пучки или оптические вихри характеризуются двумя основными величинами: орбитальным угловым моментом (ОУМ) [9] и топологическим зарядом (ТЗ) [10]. Вихревые пучки, как правило, являются параксиальными лазерными пучками с линейной поляризацией, амплитуда которых описывается скалярной функцией. В настоящее время также активно изучаются лазерные пучки с неоднородной поляризацией, например, с радиальной или азимутальной [11]. Такие пучки называются цилиндрическими векторными пучками. В сечении таких пучков потоки локальных векторов поляризации (линейных или эллиптических) имеют точки поляризационной сингулярности: V-точки и C-точки. В этих точках не определено направление вектора линейной поляризации или направления осей эллипса поляризации. Такие точки поляризационной сингулярности описываются индексами сингулярности Стокса или Пуанкаре–Хопфа [12–14]. Оказывается, что ТЗ скалярных оптических вихрей и индексы поляризационной сингулярности можно рассчитывать одинаковым образом с помощью определения топологического заряда, данного М. Берри [10].

В данной работе исследуется широкий класс векторных лазерных пучков – пучков Пуанкаре

[15, 16], в которые как частные случаи входят как однородно поляризованные пучки с линейной и круговой поляризацией, так и цилиндрические векторные пучки с радиальной и азимутальной поляризацией, и пучки с неоднородной эллиптической поляризацией. По аналогии с ТЗ будет рассчитан индекс поляризационной сингулярности пучков Пуанкаре. С помощью формализма Ричардса–Вольфа [17] будут получены аналитические выражения для распределения проекций вектора напряженности электрического поля вблизи острого фокуса пучков Пуанкаре. И будет приведено выражение для распределения интенсивности в плоскости фокуса. Теоретические предсказания, следующие из полученных выражений, будут подтверждены с помощью компьютерного моделирования.

### ВЕКТОР СТОКСА И ПОЛЯРИЗАЦИОННАЯ СФЕРА ПУАНКАРЕ

Световые пучки, состояние поляризации которых описывается единичными векторами на сфере Пуанкаре имеют вектор Джонса вида [15, 16]:

$$E_P(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} ae^{-i\varphi} + be^{i\varphi} \\ ia e^{-i\varphi} - ib e^{i\varphi} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $a = \cos(\theta/2)e^{-i\psi/2}$ ,  $b = \sin(\theta/2)e^{i\psi/2}$ ,  $a^2 + b^2 = 1$ , а  $\theta$  и  $\varphi$  – полярный и азимутальные углы на сфере. Параметры Стокса [18]:

$$S_1 = \frac{|E_x|^2 - |E_y|^2}{|E_x|^2 + |E_y|^2}, \quad S_2 = \frac{2 \operatorname{Re}(E_x^* E_y)}{|E_x|^2 + |E_y|^2}, \quad (2)$$

$$S_3 = \frac{2 \operatorname{Im}(E_x^* E_y)}{|E_x|^2 + |E_y|^2},$$

где  $\operatorname{Re}$  и  $\operatorname{Im}$  – знаки реальной и мнимой части числа. Вектор Стокса, как видно из (2), имеет единичную длину  $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = 1$ . Для пучка Пуанкаре (1) в начальной плоскости вектор Стокса будет иметь координаты:

$$S_1 = 2|ab| \cos(2n\varphi - \arg a + \arg b),$$

$$S_2 = 2|ab| \sin(2n\varphi - \arg a + \arg b), \quad (3)$$

$$S_3 = |a|^2 - |b|^2.$$

Из (3) следует, что круговая поляризация у пучков Пуанкаре будет, если  $S_3 = |a|^2 - |b|^2 = \cos \theta = \pm 1$  или

$$S_3 = \begin{cases} 1, & |a| = 1, \quad |b| = 0, \\ -1, & |a| = 0, \quad |b| = 1. \end{cases} \quad (4)$$

Круговая поляризация у пучков Пуанкаре (1) будет только при двух углах при  $\theta = 0, \theta = \pi$  или в двух точках на сфере Пуанкаре (на “северном и южном” полюсах”). Угол  $\theta$  отсчитывается от вертикальной оси сверху вниз. Линейная поляризация у пучка (1) будет при  $S_3 = |a|^2 - |b|^2 = \cos \theta = 0$ , то есть при  $\theta = \pi/2$  или на “экваторе” сферы Пуанкаре. Угол наклона вектора линейной поляризации в разных точках “экватора” будет определяться углом  $\psi$ . Азимутальный угол  $\psi$  откладывается в плоскости  $(x, y)$  и увеличивается от положительного направления оси  $x$  к оси  $y$ . Поэтому вектор Джонса для линейной поляризации ( $n = 0$ ) будет иметь вид  $(\cos \psi, \sin \psi)$ . Пучки с разным направлением вектора линейной поляризации будут располагаться в горизонтальной плоскости сферы Пуанкаре (в плоскости “экватора”,  $\theta = \pi/2$ ). В частности, горизонтальная линейная поляризация будет при  $\psi = 0$ , а вертикальная линейная поляризация при  $\psi = \pi/2$ . Таким образом, каждой точке сферы Пуанкаре можно сопоставить определенное поляризационное состояние пучков Пуанкаре (1).

### ТОПОЛОГИЧЕСКИЙ ЗАРЯД ОПТИЧЕСКИХ ВИХРЕЙ

В современной оптике широкое применение нашли вихревые лазерные пучки [1], которые имеют точки фазовых сингулярностей, и у которых поток энергии распространяется по спирали. Такие вихревые пучки характеризуются двумя основными параметрами: орбитальным угловым

моментом (ОУМ) и топологическим зарядом (ТЗ). Топологический заряд обычно определяется как целое число скачков фазы на  $2\pi$  скалярного светового пол при обходе по замкнутому контуру вокруг точки фазовой сингулярности (точки изолированного нуля интенсивности). Если таких точек сингулярности в сечении лазерного пучка несколько, то ТЗ равен алгебраической сумме ТЗ для каждой точки сингулярности. Недостатком такого определения ТЗ является то, что на практике затруднительно найти все точки фазовой сингулярности в сечении пучка, так как некоторые из них могут располагаться в области малых значений интенсивности (на периферии пучка). В данной работе мы будем пользоваться более конструктивным определением ТЗ, которое выражается формулой М. Берри [10]

$$TC = \frac{1}{2\pi} \lim_{r \rightarrow \infty} \operatorname{Im} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\partial E(r, \varphi) / \partial \varphi}{E(r, \varphi)}. \quad (5)$$

В (5)  $E(r, \varphi)$  – комплексная амплитуда светового поля,  $(r, \varphi)$  – полярные координаты в сечении пучка,  $\lim$  – знак предела при стремлении радиальной координаты к бесконечности,  $\operatorname{Im}$  – мнимая часть пучка. Формула (5) вычисляет ТЗ по окружности бесконечного радиуса в одном из сечений пучка. Поэтому формула (5) автоматически учитывает все точки фазовых дислокаций, которые есть в пучке. Топологический заряд [19], как и ОУМ, сохраняются при распространении пучка в свободном пространстве. Правда ТЗ в начальной плоскости может отличаться от ТЗ при распространении пучка, так как в поле ТЗ должен быть всегда целым, а в начальной плоскости ТЗ может быть и дробным.

В данной работе мы применим формулу Берри (5) для вычисления индекса поляризационной сингулярности пучков Пуанкаре.

### ИНДЕКС ПОЛЯРИЗАЦИОННОЙ СИНГУЛЯРНОСТИ

Для характеристики векторных световых полей с поляризационной сингулярностью вместо топологического заряда используют индексы поляризационной сингулярности. Это связанные между собой индекс Стокса и индекс Пуанкаре–Хопфа. Наиболее подробно исследовал оба эти индекса И. Фройнд в работах [12–14]. Точки поляризационной сингулярности неоднородно поляризованных световых полей имеются такие: V-точки и C-точки. Они определяют топологию потоков локальных векторов поляризации в сечении пучка. V-точки – это точки сингулярности (неопределенности) направления вектора локальной линейной поляризации. В этой точке у светового поля интенсивность равна нулю. C-точки – это точки, в которых не определено направление

большой оси локального эллипса поляризации. То есть это точки, в которых поляризация круговая. Если в поле есть линии неопределенности направления линейной поляризации – это V-линии (или L-линии). А линии круговой поляризации называются C-линиями. Индексы сингулярности для V- и C-точек, а также для L- и S-линий определяются с помощью параметров Стокса и комплексных полей Стокса [12–14]. С помощью (3) можно сформировать комплексное поле Стокса, которое будет иметь вид:

$$S_c = S_1 + iS_2 = 2|ab|\exp(2i\eta - i\arg a + i\arg b). \quad (6)$$

Подставим комплексную амплитуду (6) в формулу Берри (5) и получим, что индекс Стокса  $\sigma$  равен удвоенному индексу Пуанкаре–Хопфа  $\eta$  и для поля (1) равен:

$$\sigma = 2\eta = \begin{cases} 2n, & |a| > 0, |b| > 0, \\ 0, & |a| = 0, \text{ или } |b| = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Из (7) следует, что индекс Пуанкаре–Хопфа поля (1) равен топологическому заряду  $n$ , а само поле имеет неоднородную линейную поляризацию, если модули  $a$  и  $b$  оба отличны от нуля. И поле имеет круговую поляризацию и нет сингулярности ( $\eta = 0$ ), если либо  $a$ , либо  $b$  равны нулю. Из (7) следует, что в сечении пучков Пуанкаре в центре на оптической оси имеется точка поляризации одной сингулярности с индексом равным  $n$ . Это означает, что поток локальных векторов с линейной поляризацией при обходе по замкнутому контуру вокруг оптической оси совершает  $n$  полных оборотов на угол  $2\pi$ . Из (7) следует, что у пучков Пуанкаре (1) не может быть C-точек, так как у векторных полей с C-точками индекс должен быть равен  $\eta = n/2$ . В разделе моделирования будут приведены распределения векторов поляризации в сечении пучков Пуанкаре при разных значениях параметров  $a, b, n$ .

### ОСТРАЯ ФОКУСИРОВКА ПУЧКОВ ПУАНКАРЕ

Все 6 проекций электромагнитного поля (1) вблизи острого фокуса можно найти с помощью формализма Ричардса–Вольфа [17]. В этом разделе мы приведем результаты расчета распределения интенсивности и проекций векторов Стокса в фокусе для начального светового поля (1). Расчет производился с помощью общих формул Ричардса–Вольфа [17], которые описывают свет в области фокуса:

$$\vec{U}(\rho, \psi, z) = -\frac{if}{\lambda} \int_0^{\alpha} \int_0^{2\pi} B(\theta, \varphi) T(\theta) \vec{P}(\theta, \varphi) \times \quad (8)$$

$$\times \exp\{ik[\rho \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta]\} \sin \theta d\theta d\varphi,$$

где  $\vec{U}(\rho, \psi, z)$  – напряженность электрического или магнитного поля,  $B(\theta, \varphi)$  – электрическое

или магнитное поле на входе широкоапертурной оптической системы в координатах выходного зрачка ( $\theta$  – полярный угол,  $\varphi$  – азимутальный),  $T(\theta) = (\cos \theta)^{1/2}$  – функция аподизации линзы,  $f$  – фокусное расстояние,  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число,  $\lambda$  – длина волны,  $\alpha$  – максимальный полярный угол, определяемый числовой апертурой линзы ( $NA = \sin \alpha$ ),  $\vec{P}(\theta, \varphi)$  – матрица поляризации. Интеграл (8) позволяет вычислять распределение компонент электромагнитного поля в координатах выходного зрачка. Матрица поляризации  $\vec{P}(\theta, \varphi)$  для напряженности электрического и магнитного полей имеет вид [20]:

$$\vec{P}(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} 1 + \cos^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \cos \varphi \end{bmatrix} a(\theta, \varphi) + \begin{bmatrix} \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ 1 + \sin^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \sin \varphi \end{bmatrix} b(\theta, \varphi), \quad (9)$$

где  $a(\theta, \varphi)$ ,  $b(\theta, \varphi)$  – функции поляризации для  $x$ -,  $y$ - и  $z$ -компонент падающего поля. Для начального поля (1) функции поляризации будут иметь вид

$$E(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} a(\theta, \varphi) \\ b(\theta, \varphi) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} ae^{-i\varphi} + be^{i\varphi} \\ iae^{-i\varphi} - ibe^{i\varphi} \end{pmatrix} \quad (10)$$

для напряженности электрического поля. Подставляя (10) в (8) и (9), получим распределения проекций вектора напряженности электрического поля вблизи острого фокуса  $\mathbf{V}(\theta, \varphi) = \mathbf{A}(\theta)$  – амплитуда в выходном зрачке, например, гауссовая функция от угла  $\theta$ ):

$$E_x(r, \varphi, z) = \frac{i^{n-1}}{\sqrt{2}} \times \left[ (ae^{-i\varphi} + be^{i\varphi}) I_{0,n} + (ae^{-i(n-2)\varphi} + be^{i(n-2)\varphi}) I_{2,n-2} \right],$$

$$E_y(r, \varphi, z) = \frac{i^n}{\sqrt{2}} \times \left[ (ae^{-i\varphi} - be^{i\varphi}) I_{0,n} - (ae^{-i(n-2)\varphi} - be^{i(n-2)\varphi}) I_{2,n-2} \right], \quad (11)$$

$$E_z(r, \varphi, z) = \sqrt{2} i^n (ae^{-i(n-1)\varphi} + be^{i(n-1)\varphi}) I_{1,n-1}.$$

В (11) функции  $I_{v,\mu}$  зависят только от радиальной переменной  $r$  и расстояния  $z$  от фокуса и равны выражению:

$$I_{v,\mu} = \left( \frac{\pi f}{\lambda} \right) \int_0^{\theta_0} \sin^{v+1} \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos^{3-v} \left( \frac{\theta}{2} \right) \times \cos^{1/2}(\theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{\mu}(x) d\theta, \quad (12)$$

где  $k$  – волновое число света,  $\lambda$  – длина волны света,  $f$  – фокусное расстояние идеальной сферической линзы, формирующей фокус,  $z$  – оптическая ось, при  $z = 0$  – плоскость фокуса,  $x = kr \sin \theta$ ,

$J_\mu(x)$  – функция Бесселя первого рода  $\mu$ -го порядка,  $NA = \sin\theta_0$  – числовая апертура апланатической оптической системы,  $A(\theta)$  – любая действительная функция, описывающая амплитуду входного поля, обладающего осевой симметрией (плоская волна, гауссов пучок, пучок Бесселя–Гаусса). У интегралов  $I_{\nu,\mu}$  (12) первый индекс  $\nu = 0, 1, 2$  описывает тип интеграла, а второй индекс  $\mu = 0, 1, 2, \dots, m$  равен порядку функции Бесселя.

Чтобы проверить правильность полученных выражений для проекций вектора напряженности электрического поля вблизи фокуса (11) для пучков Пуанкаре (1) положим в (11)  $n = 0$ ,  $\theta = \pi/2$  и  $\psi = 0$ . Тогда в начальной плоскости получим линейную поляризацию вдоль горизонтальной оси  $x$ , а вблизи фокуса получим выражения для проекций электрического поля, точно совпадающие с аналогичными выражениями, полученными в [17]. Из (11) при  $a = b = 2^{-1/2}$  можно получить компоненты электрического вектора в фокусе для цилиндрического векторного поля целого порядка  $n$ , которые точно совпадают с полученными ранее в [11, 21].

Найдем распределение интенсивности в остром фокусе ( $z = 0$ ) для пучков Пуанкаре:

$$I(r, \varphi) = I_x + I_y + I_z = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2 = I_{0,n}^2 + I_{2,n-2}^2 + 2I_{1,n-1}^2 + 2 \sin \theta \cos(2(n-1)\varphi + \psi) (I_{0,n}I_{2,n-2} + 2I_{1,n-1}^2). \quad (13)$$

В (13) входят все три параметра, которые характеризуют поляризационное состояние пучка Пуанкаре (1):  $n$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ . Варьируя эти параметры можно управлять формой фокусного пятна. Из (13) видно, что в общем случае распределение интенсивности в фокусе (фокусное пятно) для пучков Пуанкаре (1) имеет осевую симметрию, так как при смене угла  $\varphi$  на  $\varphi + \pi$  интенсивность (13) не меняется. В (13) косинус будет достигать максимума на углах, удовлетворяющих уравнению

$$2(n-1)\varphi + \psi = 2\pi p, \quad p = 0, 1, 2, \dots \quad (14)$$

то есть при обходе вокруг оптической оси в плоскости фокуса по окружности некоторого радиуса интенсивность будет иметь  $2(n-1)$  локальных максимумов.

## РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

На рис. 1 показаны распределения потоков локальных векторов линейной поляризации при  $\theta = \pi/2$ . В этом случае пучки Пуанкаре сводятся к цилиндрическим пучкам порядка  $n$ . На рис. 1 показаны поля векторов поляризации для пучков второго,  $n = 2$  (а, в) и третьего,  $n = 3$  (б, г) порядков. В центре пучка находится точка поляризационной сингулярности (V-точка), в которой не определено направление вектора линейной поля-

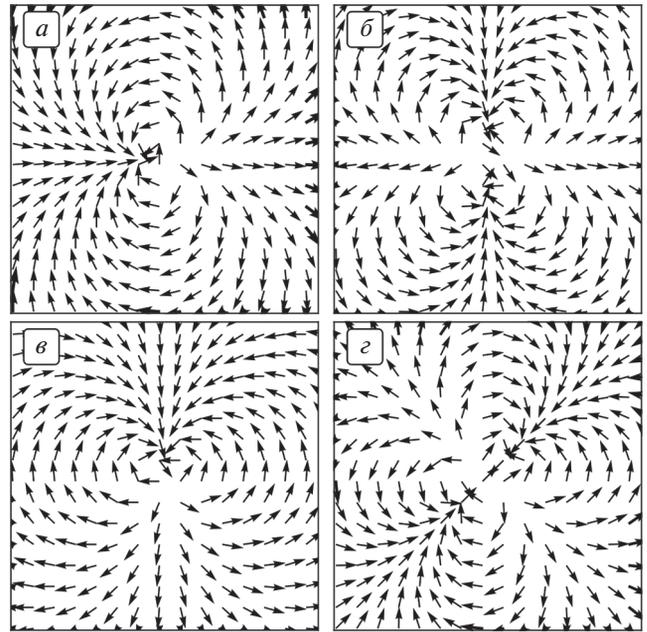


Рис. 1. Распределение локальных векторов поляризации в сечении пучков Пуанкаре в начальной плоскости ( $\theta = \pi/2$ ):  $n = 2$ ,  $\psi = 0$  (а);  $n = 3$ ,  $\psi = 0$  (б);  $n = 2$ ,  $\psi = \pi/2$  (в);  $n = 3$ ,  $\psi = \pi/2$  (г).

ризации. Индекс сингулярности Пуанкаре–Хопфа для этих полей равен их номеру (7). В этом можно убедиться, определив сколько полных оборотов делают вектора линейной поляризации при обходе по замкнутому контуру вокруг центра пучка. На рис. 1а и 1в вектора линейной поляризации делают 2 полных оборота, а на рис. 1б и 1г – три полных оборота (четыре оборота на угол  $3\pi/2$  каждый). Также из рис. 1 видно, что при  $\psi = \pi/2$  поле векторов поляризации поворачивается на  $\pi/2$  при  $n = 2$  (рис. 1а и 1в) или на  $\pi/4$  при  $n = 3$  (рис. 1б и 1г).

На рис. 2 показаны распределения суммарной интенсивности  $I(r, \varphi) = I_x + I_y + I_z$  (13) в плоскости фокуса для начального поля (1) при следующих параметрах: длина волны 633 нм, числовая апертура идеальной сферической линзы  $NA = 0.95$ . Параметры пучка:  $\theta = \pi/2$ ,  $\psi = 0$ ,  $n = 2$  (рис. 2а),  $n = 3$  (рис. 2б). Из рис. 2 видно, что и полная интенсивность имеет  $2(n-1)$  локальных максимумов:  $2(2-1) = 2$  (рис. 2а) и  $2(3-1) = 4$  (рис. 2б). Это подтверждает правильность полученного выражения (13).

На рис. 3 показаны распределения суммарной интенсивности для пучка (1) с параметрами  $\theta = \pi/2$ ,  $\psi = \pi/2$  и  $n = 2$  (а),  $n = 3$  (б). Из сравнения рис. 2 и 3 видно, что форма фокусных пятен сохранилась (два и четыре локальных максимума интенсивности), но картина повернулась на  $\pi/2$  (а) и  $\pi/4$  (б). В центре (на оптической оси) интенсивность равна нулю, как и предсказывают

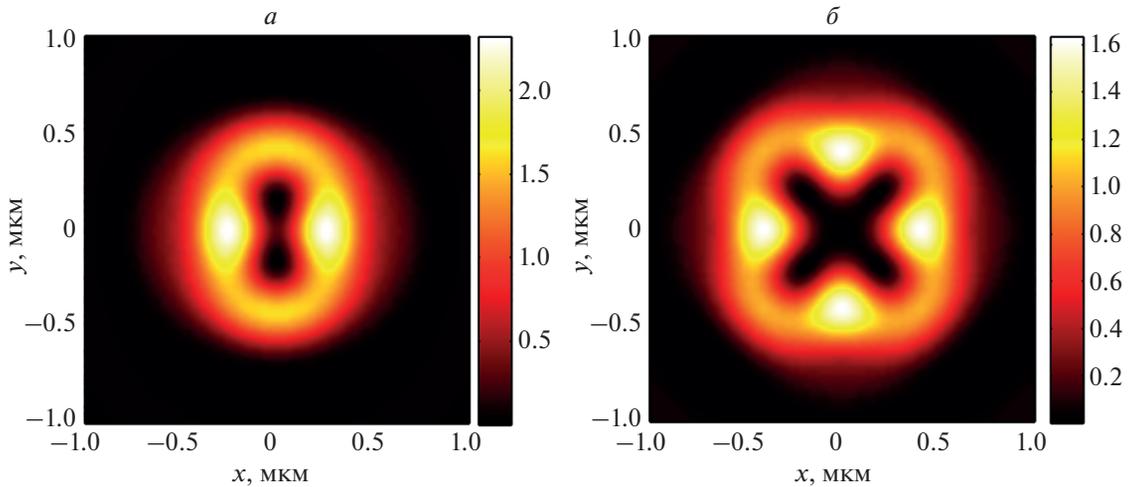


Рис. 2. Распределение суммарной интенсивности в фокусе для пучка (1) с параметрами  $\theta = \pi/2, \psi = 0$  и  $n = 2$  (а), 3 (б).

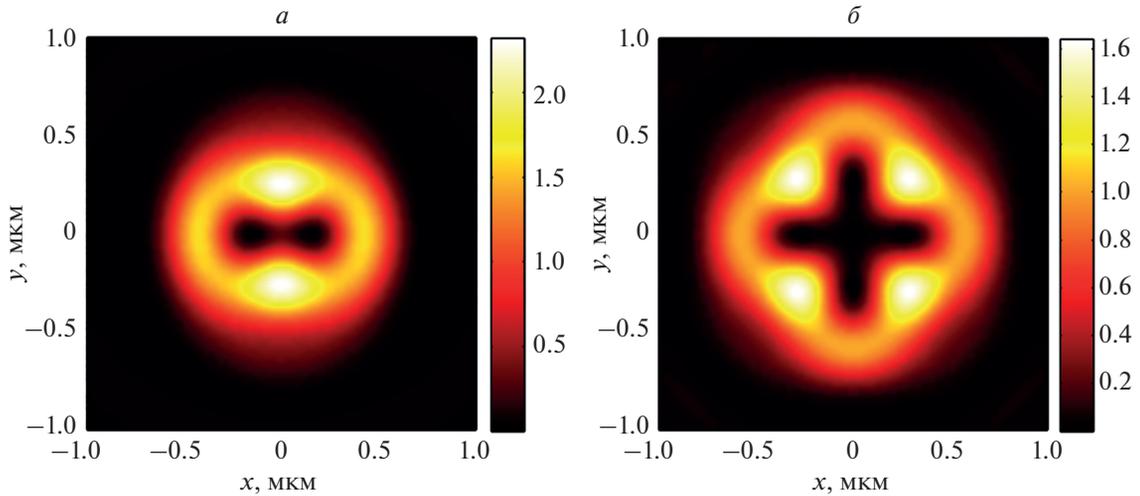


Рис. 3. Распределение суммарной интенсивности в фокусе для пучка (1) с параметрами  $\theta = \pi/2, \psi = \pi/2$  и  $n = 2$  (а), 3 (б).

выражения (11) и (13). Таким образом можно утверждать, что номер  $n$  (топологический заряд) пучка Пуанкаре равен индексу поляризационной сингулярности Пуанкаре–Хопфа и определяет число локальных максимумов в остром фокусе пучка Пуанкаре, число которых равно  $2(n - 1)$ . Выбор параметра  $\psi = \pi/2$  вместо  $\psi = 0$  приводит к повороту фокусного пятна на угол  $\pi/(2(n - 1))$ .

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Показано, что индекс поляризационной сингулярности пучков Пуанкаре всегда целый и равен параметру  $n$ , одному из трех параметров, определяющих поляризационное состояние семейства пучков Пуанкаре. Это целое число  $n$  можно также интерпретировать как топологиче-

ский заряд оптического вихря  $\exp(in\varphi)$ , который участвует в формировании пучков Пуанкаре:

$$E_p(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} ae^{-in\varphi} + be^{in\varphi} \\ iae^{-in\varphi} - ibe^{in\varphi} \end{pmatrix} = \frac{ae^{-in\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + \frac{be^{in\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}. \tag{15}$$

Выражение (15) показывает, как можно на практике сформировать пучки Пуанкаре. Для этого надо лазерный гауссов пучок с линейной поляризацией разделить на два пучка, каждый из которых должен пройти спиральную фазовую пластинку с пропусканием  $\exp(\pm in\varphi)$ , которая сформирует оптический вихрь с топологическим зарядом  $\pm n$ , и четвертьволновую пластинку, которая преобразует линейную поляризацию (1, 0) в

круговую ( $1, \pm i$ ). Далее с помощью зеркал и дели- тельного кубика оба пучка нужно совместить, и получится пучок (15). Параметры  $a$  и  $b$  можно не- прерывно менять, изменяя амплитуду и фазу од- ного из пучков с помощью нейтральных ампли- тудных фильтров и световых клиньев.

Работа выполнена при поддержке Российско- го научного фонда (проект № 22-12-00137) (тео- рия), а также Министерства науки и высшего об- разования РФ в рамках выполнения работ по теме государственного задания ФНИЦ “Кристалло- графия и фотоника” РАН (моделирование).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kotlyar V.V., Kovalev A.A., Porfirev A.P. Vortex laser beams. Boca Raton: CRC Press, 2018.
2. Wang J., Yang J., Fazal I.M. et al. // Nature Photonics. 2012. V. 6. P. 488.
3. Padgett M., Bowman R. // Nature Photonics. 2011. V. 5. P. 343.
4. Yang Y.J., Ren Y.X., Chen M.Z. et al. // Adv. Photon. 2021. V. 3. Art. No. 034001.
5. Nikolas A., Veissier L., Giner L. et al. // Nature Photonics. 2014. V. 8. P. 234.
6. Otte E., Rosales-Guzman C., Ndagano B. et al. // Light Sci. Appl. 2018. V. 7. Art. No. 18009.
7. Lavery M.P., Speirits F.C., Barnett S.M. et al. // Science. 2013. V. 341. P. 537.
8. Gianani I., Suprano A., Giordani T. et al. // Adv. Photon. 2020. V. 2. Art. No. 36003.
9. Allen L., Beijersbergen M.W., Spreeuw R.J.C. et al. // Phys. Rev. A. 1992. V. 11. Art. No. 8185.
10. Berry M.V. // J. Optics A. 2004. V. 6. P. 259.
11. Zhan Q. // Adv. Opt. Photon. 2009. V. 1. P. 1.
12. Freund I. // Opt. Lett. 2001. V. 26. P. 1996.
13. Freund I. // Opt. Commun. 2002. V. 201. P. 251.
14. Freund I., Mokhun A.I., Soskin M.S. et al. // Opt. Lett. 2002. V. 27. P. 545.
15. Beckley A.M., Brown T.G., Alonso M.A. // Opt. Express. 2010. V. 18. Art. No. 10777.
16. Chen S., Zhou X., Liu Y. et al. // Opt. Lett. 2014. V. 39. P. 5274.
17. Richards B., Wolf E. // Proc. Royal Soc. A. 1959. V. 253. P. 358.
18. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973.
19. Kovalev A.A., Kotlyar V.V., Nalimov A.G. // Photonics. 2021. V. 8. P. 445.
20. Pereira S.F., Van de Nes A.S. // Opt. Commun. 2004. V. 234. P. 119.
21. Kotlyar V.V., Kovalev A.A., Stafeev S.S. et al. // Opt. Laser Techn. 2022. V. 145. Art. No. 107479.
22. Kotlyar V.V., Kovalev A.A., Zaitsev V.D. // Photonics. 2022. V. 9. P. 298.

### Index of the polarization singularity of Poincare beams

V. V. Kotlyar<sup>a, \*</sup>, A. A. Kovalev<sup>a</sup>, S. S. Stafeev<sup>a</sup>, V. D. Zaitsev<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences – branch of the Federal State Institution “Federal Research Center “Crystallography and Photonics” of the Russian Academy of Sciences, Samara, Russia

\*e-mail: kotlyar@ipsiras.ru

Poincare laser beams and their sharp focusing were studied theoretically and numerically. Using the Stokes parameters, the index of the polarization singularity of such beams was found; it turned out to be equal to the topological charge of the optical vortices involved in the formation of the Poincare beam. Using the Richards-Wolf formalism, analytical expressions are found for the projections of the electric field strength vector near the sharp focus of these beams.