

УДК 535.14

ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ КВАНТОВОГО ФАНТОМНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТОВ САМОВОЗДЕЙСТВИЯ, КРОСС-ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И ВОЛНОВОЙ РАССТРОЙКИ

© 2022 г. А. В. Белинский^{1, 2}, Р. Сингх^{1, *}

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова”, физический факультет, Москва, Россия

²Государственное бюджетное учреждение здравоохранения города Москвы “Научно-практический центр специализированной медицинской помощи детям имени В.Ф. Войно-Ясенецкого Департамента здравоохранения города Москвы”, Москва, Россия

*E-mail: ranjit.singh@mail.ru

Поступила в редакцию 30.06.2022 г.

После доработки 15.07.2022 г.

Принята к публикации 22.07.2022 г.

Рассмотрена возможность формирования квантовых фантомных изображений на основе коллинеарного попутного четырехфотонного смещения, учитывающего самовоздействие, кросс-взаимодействие и волновую расстройку. Показано, что коэффициент корреляции парных коррелированных фотонов больше или равен 2. Обнаружено, что среднее число фотонов и коэффициент корреляции слабо зависят от волновой расстройки.

DOI: 10.31857/S0367676522110059

ВВЕДЕНИЕ

Одним из источников генерации запутанных состояний является спонтанное параметрическое рассеяние (СПР) на основе нелинейной восприимчивости $\chi^{(2)}$ оптических кристаллов. В результате рождаются коррелированные фотоны, которые затем используются для решения задач квантовой информатики и/или формирования квантовых фантомных изображений. Для формирования квантовых фантомных изображений также используется СПР процесс [1].

Ограничения, связанные с выполнением условия фазового синхронизма при определенных углах взаимодействия световых пучков негативно влияют на эффективное рождение коррелированных фотонов в широкой угловой апертуре в случае кристалла с оптической нелинейностью $\chi^{(2)}$. Интерес к использованию встречного вырожденного по частоте процесса четырехфотонного смещения на основе нелинейности $\chi^{(3)}$ обусловлен безусловным выполнением фазового синхронизма в изотропных средах [2]. Нелинейные операторные уравнения, описывающие этот процесс, не удается решить аналитически, поэтому приходится прибегать к приближению заданного поля. В случае вырожденного по частоте встречного четырехфотонного смещения система нелинейных операторных уравнений линеаризуется, но аналитическое решение становится син-

гулярным при высокой эффективности взаимодействия [2]. Для ухода от сингулярности необходимо решать полную систему операторных уравнений, то есть, без использования приближения заданного поля.

Мы предлагаем еще одну возможность формирования квантовых фантомных изображений на основе коллинеарного попутного четырехфотонного взаимодействия $\omega_3 + \omega_3 = \omega_1 + \omega_2$, включая самовоздействие, кросс-взаимодействие и волновую расстройку.

ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим плоские монохроматические моды с частотами ω_1 , ω_2 и ω_3 характеризующиеся операторами уничтожения (рождения) фотона \hat{a}_1 (\hat{a}_1^+), \hat{a}_2 (\hat{a}_2^+) и \hat{a}_3 (\hat{a}_3^+). Эти моды коллинеарно распространяются внутри нелинейной среды с кубической нелинейностью (см. рис. 1). Операторы удовлетворяют стандартным коммутационным соотношениям: $[\hat{a}_j, \hat{a}_{j'}^+] = \delta_{j,j'}$ ($j = 1, 2, 3; j' = 1, 2, 3$). Гамильтониан взаимодействия имеет следующий вид [3, 4]

$$\begin{aligned} \hat{H}_{int} = & \hbar\gamma_1 \left(\hat{a}_1^+ \hat{a}_2^+ \hat{a}_3^2 e^{-i\Delta kz} + \hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{a}_3^{+2} e^{i\Delta kz} \right) + \\ & + \hbar 2^{-1} \gamma_2 \left(\hat{a}_1^{+2} \hat{a}_1^2 + \hat{a}_2^{+2} \hat{a}_2^2 + \hat{a}_3^{+2} \hat{a}_3^2 \right) + \\ & + \hbar\gamma_2 \left(\hat{a}_1^+ \hat{a}_1 \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 + \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 \hat{a}_3^+ \hat{a}_3 + \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 \hat{a}_3^+ \hat{a}_3 \right), \end{aligned} \quad (1)$$

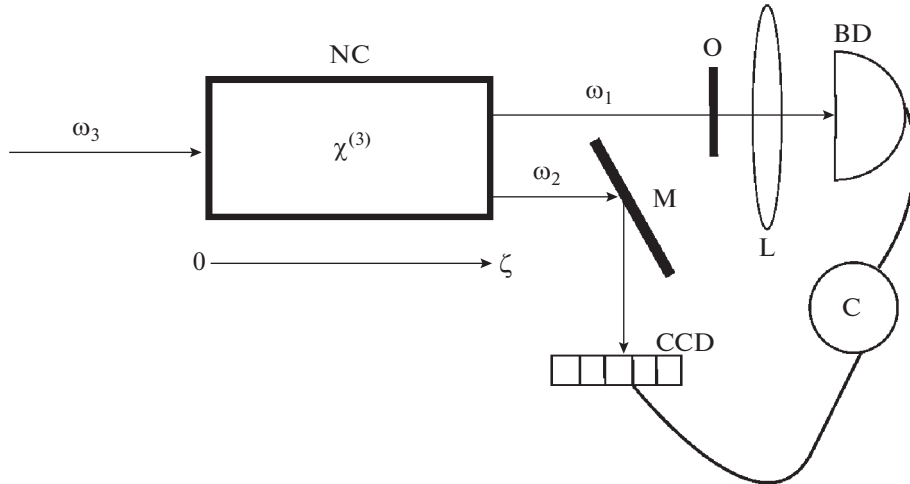


Рис. 1. Схема формирования квантовых фантомных изображений: NC – нелинейный кристалл; ω_3 – накачка; ω_1 и ω_2 – моды запутанных пар фотонов; O – прозрачный объект; M – зеркало; BD – интегрирующий детектор в объектном канале; L – оптический объектив; CCD – матрица фотодетекторов в восстанавливающем канале; C – коррелятор интенсивностей (схема совпадений).

где γ_1 описывает параметрический процесс генерации фотонных пар, γ_2 – самовоздействие и кросс-взаимодействие между модами \hat{a}_1 , \hat{a}_2 и \hat{a}_3 ; а $\Delta k = 2k_{3z} - k_{1z} - k_{2z}$ – волновая расстройка.

Система операторных уравнений Гейзенберга:

$$\frac{d\hat{a}_j}{dz} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}_{int}, \hat{a}_j], \quad (2)$$

$$\frac{d\hat{a}_1}{dz} = -i\gamma_1 \xi_3^2 \hat{a}_2^+ e^{-i\Delta k z} - i\gamma_2 \hat{E} \hat{a}_1, \quad (3)$$

$$\frac{d\hat{a}_2}{dz} = -i\gamma_1 \xi_3^2 \hat{a}_1^+ e^{-i\Delta k z} - i\gamma_2 \hat{E} \hat{a}_2, \quad (4)$$

где ξ_3 – постоянная амплитуда неистошимой накачки моды \hat{a}_3 ; ($d\hat{a}_3/dz = 0$), $\hat{E} = \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 + \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 + \hat{a}_3^+ \hat{a}_3$ – полная энергия рассматриваемого коллинеарного процесса четырехфотонного смешения, которая не меняется от длины взаимодействия, т.е. является инвариантом.

Для решения системы операторных уравнений (3), (4) можно сделать замену переменных $\hat{a}_1 = \hat{A}_1 e^{-i\frac{\Delta k z}{2}}$, $\hat{a}_2 = \hat{A}_2 e^{-i\frac{\Delta k z}{2}}$, тогда система (3), (4) преобразуется к виду [5]:

$$\frac{d\hat{A}_1}{d\zeta} = -i\gamma_1 \xi_3^2 \hat{A}_2^+ - i \left(E - \frac{\Delta k}{2\gamma_2} \right) \hat{A}_1, \quad (5)$$

$$\frac{d\hat{A}_2}{d\zeta} = -i\gamma_1 \xi_3^2 \hat{A}_1^+ - i \left(E - \frac{\Delta k}{2\gamma_2} \right) \hat{A}_2, \quad (6)$$

где $\gamma = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$; $\zeta = \gamma_2 z$ – приведенная длина взаимодействия. Линейные операторные уравнения (5), (6) решаются аналитически, например, с помощью преобразования Лапласа:

$$\hat{a}_1(\zeta) = e^{\frac{i\Delta k \zeta}{2}} u(\zeta) \hat{a}_1(0) + e^{\frac{i\Delta k \zeta}{2}} v(\zeta) \hat{a}_2^+(0), \quad (7)$$

$$\hat{a}_2(\zeta) = e^{\frac{i\Delta k \zeta}{2}} v(\zeta) \hat{a}_1^+(0) + e^{\frac{i\Delta k \zeta}{2}} u(\zeta) \hat{a}_2(0), \quad (8)$$

где $u(\zeta) = \text{ch}(\mu\zeta) - \frac{\tilde{E}}{\mu} \text{sh}(\mu\zeta)$, $v(\zeta) = -i \frac{\xi_3^2}{\mu} \gamma \text{sh}(\mu\zeta)$, $\mu = \sqrt{\gamma^2 |\xi_3|^4 - \tilde{E}^2}$ и $\tilde{E} = E - \frac{\Delta k}{2\gamma_2}$. Правильность решения можно проверить контролем коммутационных соотношений $[\hat{a}_j, \hat{a}_{j'}^+] = \delta_{j,j'}$ ($j = 1, 2$; $j' = 1, 2$). Среднее число фотонов и корреляционная функция между модами \hat{a}_1 и \hat{a}_2 равны:

$$N_j(\zeta) = \langle \hat{a}_j^+ \hat{a}_j \rangle = \frac{|\xi_3|^4}{\mu^2} \text{sh}^2(\mu\zeta), \quad (j = 1, 2), \quad (9)$$

$$g^{(2)}(\zeta) = \frac{\langle \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 \rangle}{\langle \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 \rangle \langle \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 \rangle} = 2 + \left(1 - \frac{\tilde{E}^2}{|\xi_3|^4 \gamma^2} \right) \text{csch}^2(\mu\zeta). \quad (10)$$

Среднее значение N_1 , N_2 и $g^{(2)}$ вычислялись в случае, когда моды \hat{a}_1 и \hat{a}_2 находились в исходном вакуумном состоянии при разных значениях $\Delta k = \{0, 0.1, 0.3\}$ (см. рис. 2 и 3). Поведение кривых корреляции слабо зависит от волновой расстройки.

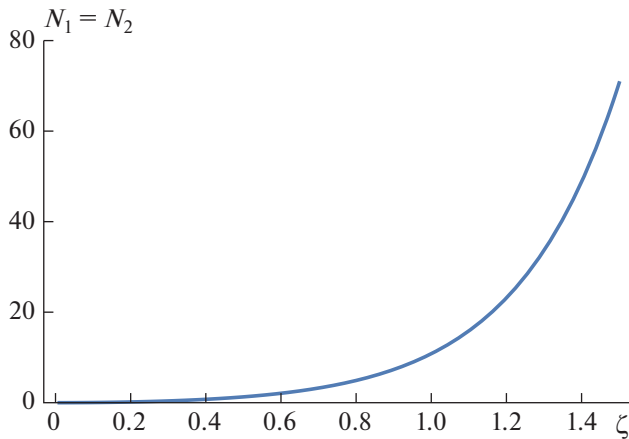


Рис. 2. Среднее число фотонов сигнальной и холостой мод, когда они изначально находились в вакуумном состоянии при $\Delta k = \{0, 0.1, 0.3\}$. Кривые при разных значениях Δk практически совпадают.

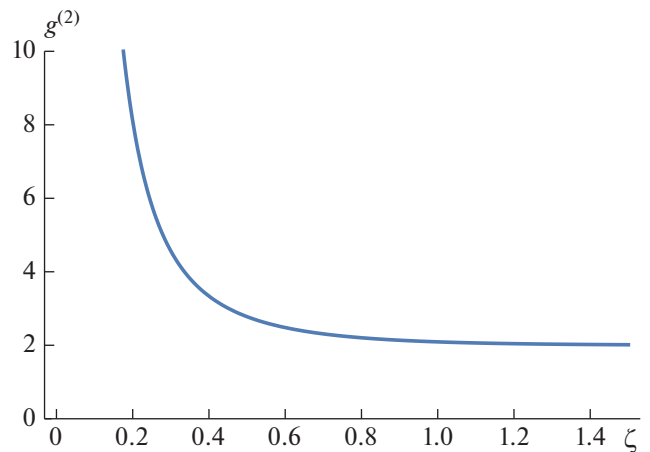


Рис. 3. Коэффициент корреляции между сигнальной и холостой модами, накачка неистощимая, а $\Delta k = \{0, 0.1, 0.3\}$. Кривые при разных значениях Δk практически не отличаются.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Каков физический смысл нашего результата $g^{(2)} \geq 2$? Он означает, что коррелированных фотонных пар больше, чем независимых одиночных фотонов в каждой моде. Таким образом, предложенная схема может стать хорошим кандидатом генерации запутанных/коррелированных фотонов.

Интересно также, что средние значения рожденных фотонов и величина коэффициента корреляции в приближении заданной накачки слабо зависят от волновой расстройки. Этот факт дает надежду на эффективное использование рассматриваемого процесса в формировании квантовых фантомных изображений за счет жесткой корреляции между запутанными фотонами, а также в нелинейных интегральных схемах для создания квантовых компьютеров [7]. Для реализации данного процесса можно использовать нелинейные среды с кубической нелинейностью, например, рутил [8], кальцит и кварц [9].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колобов М.И., Чиркин А.С. Квантовое изображение. М.: Физматлит, 2009.
2. Белинский А.В., Сингх Р. // ЖЭТФ. 2021. Т. 159. № 2. С. 258; Belinsky A.V., Singh R. // JETP. 2021. V. 132. P. 212.
3. Чиркин А.С., Орлов А.А., Паращук Д.Ю. // Квант. электрон. 1993. Т. 20. № 10. С. 999; Chirkin A.S., Orlov A.A., Paraschuk D.Yu. // Quantum Electron. 1993. V. 23. No. 10. P. 870.
4. Gantsog Ts., Tanaś R. // J. Mod. Opt. 1991. V. 38. No. 6. P. 1021.
5. Perina J., Perina J. Jr. // Quant. Semiclass. Opt. 1995. V. 7. P. 863.
6. Borne A, Segonds P, Boulanger B. et al. // Opt. Mater. Express. 2012. V. 2. No. 12. P. 1797.
7. Chi, Y., Huang, J., Zhang, Z. et al. // Nature Commun. 2022. V.13. P. 1166.
8. Gravier F., Boulanger B. // Opt. Expr. 2006. V. 14. № 24. Art. No. 11715.
9. Ghosh G. // Opt. Commun. 1999. V. 163. No. 1–3. P. 95.

Some features of the formation of quantum ghost imaging considering the effects of self-phase modulation, cross-phase modulation, and phase mismatch

A. V. Belinsky^{a, b}, R. Singh^{a, *}

^aFaculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia

^bScientific and Practical Center for Specialized Medical Care for Children, Moscow, 119620 Russia

*e-mail: ranjit.singh@mail.ru

The possibility of formation of quantum ghost images based on collinear interaction of four-wave mixing process, including self-phase modulation, cross-phase modulation and phase mismatch, is considered. It is shown that the correlation coefficient of paired correlated photons is greater than or equal to 2. It is found that the mean number of photons and the correlation coefficient weakly depend on the phase mismatch.