ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 11, с. 1664–1667

УДК 004.3

МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ И МЕХАНИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ С УЧЕТОМ КОЛЕБАНИЙ ПРОВОДА В ВЕРТИКАЛЬНОЙ И ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТЯХ

© 2022 г. Д. А. Ярославский[1], М. Ф. Садыков[1], М. П. Горячев[1, *], Н. К. Андреев[1]

[1]Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Казанский государственный энергетический университет", Казань, Россия

**E-mail: goryachev91@mail.ru*

Поступила в редакцию 30.06.2022 г.
После доработки 15.07.2022 г.
Принята к публикации 22.07.2022 г.

Рассмотрена задача мониторинга состояния воздушных линий электропередачи по спектральному составу колебаний провода по данным навесных многопараметрических датчиков. Получена система уравнений, позволяющая описывать пространственные колебания провода по всем трем осям и по спектрам колебаний – определять все его основные механических характеристики.

DOI: 10.31857/S0367676522110345

ВВЕДЕНИЕ

В Российской Федерации высоковольтные линии электропередач (ВЛЭП) являются основным средством передачи электроэнергии от источников генерации до потребителей. Провода линий электропередачи находятся под постоянным воздействием силы тяжести и внешних климатических факторов, которые могут вызвать обрывы и перехлест проводов и, как следствие, короткие замыкания. Для бесперебойного и надежного обеспечения потребителей электрической энергией необходимо осуществлять непрерывный мониторинг состояния ВЛЭП.

Системы мониторинга технического состояния ВЛЭП по их геометрическим и механическим характеристикам строятся обычно путем создания аналитических моделей, включающих по степени важности три механических параметра: стрелу провеса f, силу тяжения T и погонную массу провода $\rho = M/l$, где M – масса, l – длина провода в пролете. Модели связывают эти три параметра ВЛЭП, позволяя проводить их косвенное измерение [1].

На практике используются такие методы определения стрелы провеса, как: инклинометрический [2], оптический [3], на основе колебаний [4] и т.д. Большинство этих методов опирается на измерение статических параметров ВЛЭП. Например, в инклинометрическом методе измеряется угол наклона провода, висящего в пролете вблизи точки подвеса [2], и по проектным значениям механических и геометрических параметров линии оценивается ее текущее техническое состояние. Однако при этом велика методическая погрешность результатов: не учитывается, например, влияние силы ветра на стрелу провиса. Вместе с тем, в динамическом методе определения стрелы провеса по периоду маятниковых колебаний провода в пролете [4] влияние внешних факторов значительно меньше. В последнее время вошли в практику мониторинга многофункциональные малогабаритные измерительные устройства, размещаемые на фазных проводах и содержащие недорогие интегральные акселерометры. В связи с этим методы, основанные на колебаниях провода [5, 6], представляются наиболее перспективными.

Опыт показывает, что используемых на практике динамических моделей описания движения провода как маятника и как туго натянутой струны недостаточно для описания колебаний провода в трех пространственных координатах. Они не охватывают колебаний с четными гармониками и симметричных колебаний, включая "пляску" и вибрации в вертикальной плоскости.

В данном исследовании ставится задача получения аналитической модели, позволяющей описывать пространственные колебания провода ВЛЭП в горизонтальной и вертикальной плоскостях.

МОДЕЛЬ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ПРОВОДА

Остановимся на модели колебаний гибкой упругой нити, которая, казалось бы, позволяет решить эту задачу. Однако при анализе этой модели становятся очевидными некоторые проблемы. Во-первых, уравнение колебаний нерастяжимой цепной линии не имеет аналитического решения, а пригодно лишь для численного моделирования. Во-вторых, теряется неголономная связь проекций элемента нити. В-третьих, прямое введение свойства растяжимости в координатные уравнения опять не дает возможности получить его аналитическое решение. Кроме того, при отсутствии растяжимости нити не возникают условия для существования симметричных поперечных колебаний в плоскости провиса, а в эксперименте они фиксируются.

Описанные проблемы могут быть преодолены при использовании метода малых отклонений. Рассмотрим систему координатных уравнений баланса элемента нити ∂s для малых отклонений:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial s}\left[(T+\tau)\left(\dfrac{dx}{ds}+\dfrac{\partial u}{\partial s}\right)\right]=\dfrac{q}{g}\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\ \dfrac{\partial}{\partial s}\left[(T+\tau)\left(\dfrac{dy}{ds}+\dfrac{\partial \upsilon}{\partial s}\right)\right]=\dfrac{q}{g}\dfrac{\partial^2 \upsilon}{\partial t^2}-q, \\ \dfrac{\partial}{\partial s}\left[(T+\tau)\dfrac{\partial w}{\partial s}\right]=\dfrac{q}{g}\dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \end{cases} \tag{1}$$

здесь s – текущая координата вдоль нити; $T = T(x)$ и $\tau = \tau(x.t)$ – сила тяжения и малое дополнительное тяжение вдоль оси элемента ∂s; ∂u, $\partial\upsilon$ и ∂w – малое дополнительное удлинение элемента ∂s по координатам x, y и z, соответственно; $q = \rho g$ – погонный вес провода; g – ускорение свободного падения. После упрощений и в пренебрежении членами второго порядка малости, получим систему

$$\begin{cases} H\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\dfrac{q}{g}\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\ H\dfrac{\partial^2 \upsilon}{\partial x^2}+h\dfrac{d^2 y}{dx^2}=\dfrac{q}{g}\dfrac{\partial^2 \upsilon}{\partial t^2}, \\ H\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}=\dfrac{q}{g}\dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2}; \end{cases} \tag{2}$$

здесь, $H = \text{const}$ и $h = h(t)$ – статическое и малое дополнительное горизонтальное тяжения. Однако система (2) не имеет совместного решения из-за описанных выше проблем номер два и три.

В [7] был предложен способ решения описанных проблем. Поскольку продольные колебания имеют малые амплитуды, первым уравнением в системе (2) можно пренебречь. Во второе и третье уравнения вносим уравнение растяжения элемента нити по закону Гука, но величинами второго порядка малости пренебрегаем:

$$\begin{cases} H\dfrac{\partial^2 \upsilon}{\partial x^2}+h\dfrac{d^2 y}{dx^2}=\dfrac{q}{g}\dfrac{\partial^2 \upsilon}{\partial t^2}, \\ H\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}=\dfrac{q}{g}\dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \\ \alpha^* h\left(\dfrac{ds}{dx}\right)^3=\dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{dy}{dx}\dfrac{\partial \upsilon}{\partial x}. \end{cases} \tag{3}$$

здесь t – время; α^* – удельное относительное удлинение нити.

Второе уравнение системы (3) – это снова уравнение колебания идеальной струны, на которую действует статическая сила натяжения. Из первого уравнения можно получить два имеет аналитических решения: для асимметричных (А) и для симметричных (Б) колебаний в плоскости провиса.

А) Асимметричные колебания в плоскости провиса можно описать, если принять, что удлинение нити $h = 0$, и заменить переменные $\upsilon(x,t) = V(x)e^{j\omega t}$, $u(x,t) = U(x)e^{j\omega t}$ в первом и третьем уравнениях. Тогда имеем два уравнения по координате x

$$\begin{cases} H\dfrac{d^2 V}{dx^2}+\dfrac{q}{g}\omega^2 V=0, \\ \dfrac{dU}{dx}+\dfrac{dy}{dx}\dfrac{dV}{dx}=0. \end{cases} \tag{4}$$

Если учесть граничные условия $V(0) = V\left(\dfrac{l}{2}\right) = 0$, для амплитуд и круговых частот гармоник вертикальных асимметричных колебаний получаем:

$$V_n(x) = A_n \sin\frac{2n\pi x}{l}, \quad \omega_n = \frac{2n\pi}{l}\sqrt{ag}, \tag{5}$$

где l – длина пролета, $a = H/q$.

Если проинтегрируем второе уравнение системы от 0 до x с учетом граничных условий $U(0) = U(l) = 0$, получаем амплитуды и частоты n-й гармоники горизонтальных колебаний провода:

$$U_n(x) = \frac{A_n}{a}\left[(x-\delta)\sin\frac{2n\pi x}{l} - \frac{l}{2n\pi}\left(1-\cos\frac{2n\pi x}{l}\right)\right], \tag{6}$$

где δ – координата низшей точки кривой провиса. В случае одинаковых высот точек подвеса $\delta = l/2$.

Б) Решение для симметричных колебаний в плоскости провиса получаем путем подстановки $h(t) = \hbar e^{j\omega t}$:

$$\begin{cases} H\dfrac{d^2V}{dx^2} + \dfrac{q}{g}\omega^2 V = \dfrac{\hbar}{a}, \\ \alpha^*\hbar\left(\dfrac{ds}{dx}\right)^3 = \dfrac{dU}{dx} + \dfrac{dy}{dx}\dfrac{dV}{dx}. \end{cases} \quad (7)$$

Учтем неподвижность точек крепления провода:

$$U(0) = U(l) = 0 \quad \text{и} \quad V(0) = V(l) = 0. \quad (8)$$

Принимаем $\beta = \dfrac{\omega}{\sqrt{ag}}$ и ищем решение первого уравнения системы (7) в виде

$$V(x) = \frac{\hbar}{H}\frac{1}{a\beta^2}\left(1 - \mathrm{tg}\frac{\beta l}{2}\sin\beta x - \cos\beta x\right). \quad (9)$$

Исключить неизвестную $\hbar$ можно интегрированием второго уравнения системы (7) по всей длине пролета l:

$$\alpha^*\hbar L_e = \int_0^l \frac{dy}{dx}\frac{dV}{dx}dx = \frac{1}{a}\int_0^l V(x)dx = \frac{\hbar}{H}\frac{1}{(\beta a)^2}\left(l - \frac{2}{\beta}\mathrm{tg}\frac{\beta l}{2}\right). \quad (10)$$

Снова пренебрегаем малыми величинами выше второго порядка малости и получаем:

$$L_e = \int_0^l \left(\frac{ds}{dx}\right)^3 = l + \frac{3}{2a^2}\left(l\delta^2 - l^2\delta + \frac{l^3}{3}\right) \cong l + \frac{l^3}{8a^2}. \quad (11)$$

Комбинируя (10) и (11) можно получить уравнение

$$\mathrm{tg}\frac{\beta l}{2} = \frac{\beta l}{2} - \frac{4}{\lambda^2}\left(\frac{\beta l}{2}\right)^3. \quad (12)$$

В уравнении (12) для вычисления λ^2 можно использовать выражение:

$$\lambda^2 = \left(\frac{l}{a}\right)^2 \frac{l}{\alpha^* H L_e}. \quad (13)$$

Для решения нелинейного уравнения (12) рассмотрим два предельных случая. Первый случай при $\lambda^2 = \infty$ соответствует абсолютно нерастяжимой нити. Решениями уравнения

$$\mathrm{tg}\frac{\beta l}{2} = \frac{\beta l}{2} \quad (14)$$

для первых двух и n-й гармоник являются

$$(\beta l)_1 = 2.86\pi; \quad (\beta l)_2 = 4.92\pi; \quad (\beta l)_n = (2n+1)\pi. \quad (15)$$

Второй случай при $\lambda^2 = 0$ соответствует туго натянутой струне с решениями

$$(\beta l)_n = (2n-1)\pi. \quad (16)$$

Промежуточные решения полного первого уравнения системы (7) лежат в диапазоне

$$(2n-1)\pi < (\beta l)_n < (2n+1)\pi. \quad (17)$$

Выражения для амплитуд продольных колебаний провода в пролете получаются путем интегрирования второго дифференциального уравнения системы (7) по x в пределах $0 - x$:

$$U(x) = \alpha^*\hbar\int_0^x \left(\frac{ds}{dx}\right)^3 dx - \frac{dy}{dx}V(x) - \frac{1}{a}\int_0^x V(x)dx = \alpha^*\hbar\left[x + \frac{3}{2a^2}\left(x\delta^2 + x^2\delta + \frac{x^3}{3}\right)\right] - \frac{1}{a}\times$$
$$\times\left[(\delta - x)V(x) + \frac{\hbar}{H}\frac{1}{\beta^3 a}\left(\beta x + \mathrm{tg}\frac{\beta l}{2}(\cos\beta x - 1) - \sin\beta x\right)\right]. \quad (18)$$

Таким образом, представлены система уравнений (3) и ее решения, позволяющие описывать пространственные колебания провода в пролете по всем трем осям с учетом разницы высот подвеса через величину δ.

Исходя из системы уравнений (3) и их решений, по данным частот маятниковых колебаний можно определить стрелу провеса, а также изменение силы тяжения провода под действием внешних воздействий.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Каковы преимущества динамических методов мониторинга ВЛЭП? Во-первых, при мониторинге определение стрелы провеса по частотам высших гармоник более целесообразно, так как повышается точность измерения периода колебаний. Во-вторых, надежность результатов измерений выше, поскольку при установке датчика возле точки подвеса можно дополнительно использовать данные инклинометрического способа определения стрелы провеса. В-третьих, по спектрам пространственных колебаний проводов линии электропередачи в пролете с учетом ее температуры можно определять все их основные механические характеристики. Кроме того, при реализации метода мониторинга механических и геометрических параметров высоковольтных линий электропередач на практике нет необходимости изменять аппаратуру, разработанную ранее [1, 2, 4]. Достаточно снабдить ее необходимым количеством акселерометрических датчиков и загрузить дополнительные модули программного обеспечения, предназначенные для спектрального анализа колебаний по всем трем пространственным осям и расчета механических и геометрических параметров ЛЭП по результатам учета динамических эффектов.

Исследования выполнены при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках темы государственного задания на выполнение НИР “Распределенные автоматизированные системы мониторинга и диагностики технического состояния воздушных линий электропередачи и подстанций на основе технологии широкополосной передачи данных через линии электропередач и промышленного интернета вещей” (соглашение № 075-03-2022-151 от 14.01.2022).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ярославский Д.А., Садыков М.Ф., Конов А.Б. и др.* // Изв. вузов. Проблемы энергетики. 2017. Т. 19. № 5–6. С. 89.
2. *Садыков М.Ф., Ярославский Д.А., Иванов Д.А. и др.* // Нефтяное хозяйство. 2020. № 7. С. 53.
3. *Дементьев С.С., Дикарев П.В.* // Энерго- и ресурсосбережение: промышленность и транспорт. 2021. № 2(35). С. 6.
4. *Yaroslavsky D.A., Nguyen V.Vu, Sadykov M.F. et al.* // E3S Web Conf. 2020. V. 220. Art. No. 01036.
5. *Макаров А.А.* Надежность и долговечность строительных конструкций. Волгоград: ВПТИ, 1974. С. 146.
6. *Горошков Ю.И., Гуков А.И.,* Горошков *Ю.И.* Ветроустойчивость контактной сети. М.: Транспорт, 1969. 128 с.
7. *Irvine H.M., Caughey T.K.* // Proc. Royal Soc. London. Ser. A. 1974. V. 341. P. 299.

Model for determination of geometric and mechanical parameters of power lines considering oscillations of the electrical wire in a vertical and horizontal planes

D. A. Yaroslavsky[a], M. F. Sadykov[a], M. P. Goryachev[a, *], N. K. Andreev[a]

[a] *Kazan State Power Engineering University, Kazan, 420066 Russia*

**e-mail: goryachev91@mail.ru*

The problem of monitoring the overhead power lines by the spectral composition of electrical wire oscillations according to the data of multi-parameter sensors mounted on them is discussed. The system of equations has been obtained that makes it possible to describe the spatial oscillations of the conductor along all three axes and to determine its main mechanical characteristics from the spectra.