

УДК 535.8

СВОЙСТВА ФРАКТАЛЬНЫХ СПЕКЛ-ПОЛЕЙ: ТЕОРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ

© 2022 г. А. М. Зотов^{1, 2, *}, П. В. Короленко^{1, 2, *}, Н. Н. Павлов¹

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова”, Москва, Россия

²Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физический институт имени П.Н. Лебедева Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: pvkorolenko@rambler.ru

Поступила в редакцию 30.06.2022 г.

После доработки 15.07.2022 г.

Принята к публикации 22.07.2022 г.

Рассмотрены свойства и способы моделирования фрактальных световых пучков со спеклового структурой. Особое внимание уделено актуальным на данный момент исследованиям нерелеевских спеклов, позволяющим реализовать в оптических системах эффект сверхразрешения. Показано, что в рамках используемой модели переход от релеевской статистики распределения интенсивности к нерелеевской не влияет на скейлинговые свойства излучения.

DOI: 10.31857/S0367676522110369

ВВЕДЕНИЕ

Свойства спекл-полей оптического излучения нашли отражение в многочисленных монографиях и статьях. Определенное внимание исследователей привлекли так называемые фрактальные спекловые структуры. Таковую структуру приобретают волны, отраженные от шероховатых плоскостей и прошедшие через гистологические срезы биологических тканей. Было установлено, что в первом случае по величине фрактальной размерности распределения интенсивности волны можно определять степень шероховатости отражающей поверхности [1], а во втором – оценивать предрасположенность ткани к появлению злокачественных образований [2]. Несмотря на многочисленные публикации, ряд вопросов, относящихся к свойствам фрактальных спеклов, остаются открытыми. Не ясно, как меняется фрактальная размерность спекловых пучков по мере их распространения в пространстве, требуют уточнения изменения свойств спеклов при переходе от релеевской статистики к нерелеевской. Последний вопрос весьма актуален, поскольку появились литературные свидетельства о том, что переход к нерелеевской статистике значительно расширяет возможности практического использования спекловых полей (достижение сверхразрешения [3, 4], построение фантомных изображений [5]). Целью данной работы является построение оптико-физической модели для решения совокупности вышеперечисленных вопросов и анализ особенностей процессов формирования и распространения спекловых полей с разными

статистическими и скейлинговыми характеристиками. Большое внимание уделено разработке и программной реализации вычислительных алгоритмов, обеспечивающих возможность варьирования в широких пределах статистических и фрактальных параметров спекловых пучков в начальной плоскости и на разных расстояниях от нее. Помимо решения чисто исследовательских задач, в значительной степени связанных с созданием биомедицинских технологий, созданные алгоритмы могут оказаться весьма полезными при программировании работы пространственных модуляторов света. Такие модуляторы, получивших в последнее время большое распространение [6], позволяют формировать световые пучки с заданным фазовым профилем.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФРАКТАЛЬНЫХ СПЕКЛ-ПОЛЕЙ

Основная часть расчетов структуры световых полей проводилась с использованием алгоритмов, основанных на фрактальных свойствах двумерной модификации функции Манделъброта–Вейерштрасса (МВ) [7], имеющей вид

$$W_{x,y} = \sigma \times \sum_{v=0}^V \sum_{n=0}^N \frac{[1 - e^{ib^n s[(x-\eta)\cos(\alpha v) + (y-\eta)\sin(\alpha v)]}] e^{i(\psi_n k_1 + \psi_v k_2)} e^{i\zeta \alpha v}}{b^{(2-D)n}} \quad (1)$$

Выражение (1) является результатом вращения поля, задаваемого одномерной функцией МВ, относительно изначальной системы координат $\{x, y\}$.

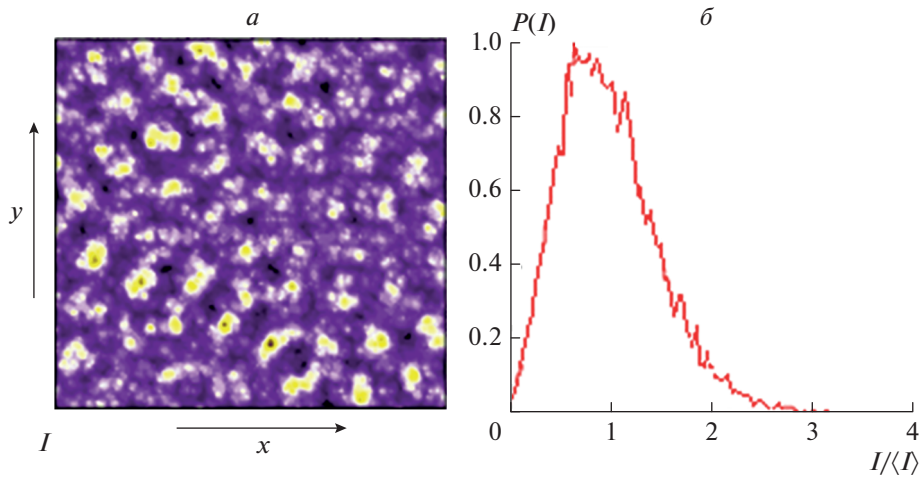


Рис. 1. Распределение интенсивности I (а) и плотности вероятности P (б).

Величина W определяет амплитуду поля, дискретные поперечные координаты $0 \leq x, y \leq K-1$ (K – целое число), D характеризует фрактальную размерность, s – масштабирующий параметр, b – коэффициент скейлинга; σ – нормировочный множитель; n – номер гармоники; ν – азимутальный индекс; $\psi_{n,\nu}$ – фазы гармоник и азимутальных парциальных волн; α – единичный угол поворота амплитудно-фазового распределения; k_1, k_2, η, ζ – числовые параметры. Варьируя входящие в формулу (1) величины и параметры, можно в широких пределах изменять статистические и скейлинговые характеристики моделируемых двумерных фрактальных распределений, относящихся, в частности, к спеклоподобным световым полям с релеевской и нерелеевской статистикой.

АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ ИЗЛУЧЕНИЯ

На рис. 1 показано распределение интенсивности $I(x, y) = |W(x, y)|^2$ с соответствующим графиком плотности вероятности интенсивности. Предполагалось, что $\sigma = 0.3$, $D = 1.3$, $s = 0.4$, $b = 2$, $N = 6$, $V = 47$, $\alpha = 2\pi/48$, $K = 127$, $\psi_{n,\nu} = \frac{2\pi r \text{rnd}(n, \nu)}{(n, \nu + 1)}$, $\eta = (K + 1)/2$, $\zeta = 1$, $k_1 = k_2 = 1$. Наличие в выражении (1) фактора $e^{i\zeta\alpha\nu}$ придает полю вихревой вид, характеризующийся наличием осевой винтовой дислокации.

График плотности вероятности P интенсивности генерируемой спекловой волны качественно отличается от поведения этой величины, относящейся к обычному развитому спекл-полю. В последнем случае график P подчинялся релеевской зависимости, при которой наиболее вероятным значением интенсивности было $I = 0$. Из рис. 1б следует, что при указанном наборе параметров

наиболее вероятные значения интенсивности располагаются вблизи ее средней величины $\langle I \rangle$, т.е. статистика поля становится нерелеевской. Изменением значений параметров в выражении (1) можно было менять форму графика P . Так, при нулевом значении $\zeta = 0$ и сохранении всех других параметров статистика становилась релеевской.

Важно отметить, что независимо от вида статистики фрактальные и скейлинговые свойства излучения не претерпевали сколь-нибудь заметных изменений. Это подтверждает рис. 2. На нем изображены структура пространственного спектра распределения амплитуды нерелеевских спеклов (рис. 2а) и график структурной функции интенсивности (рис. 2б). При расчете пространственного спектра Φ использовался метод БПФ. Двумерную структуру спектра, показанную на рис. 2а, характеризовала система концентрических окружностей. Поскольку их радиусы отличались в два раза, спектр отражал скейлинговые свойства излучения, определяемые коэффициентом скейлинга $b = 2$. Такого рода самоподобная структура пучка создает предпосылки для более эффективной обработки оптических сигналов в коре головного мозга.

Дополнительным подтверждением наличия фрактальных свойств было поведение структурной функции распределения интенсивности. Она задавалась в виде [8]

$$C_m = \frac{1}{(K - 2^{2m})} \sum_{x=0}^{K-2^m} \sum_{y=0}^{K-2^m} |I_{x+2^m, y} - I_{x, y+2^m}|, \quad (2)$$

где m – целое число. Исследовать поведение C_m в двойном логарифмическом масштабе удобно с помощью функции $L_m = \log_2 C_m$. По наклону графика этой функции можно определить параметр Херста H и фрактальную размерность $D = 2 - H$.

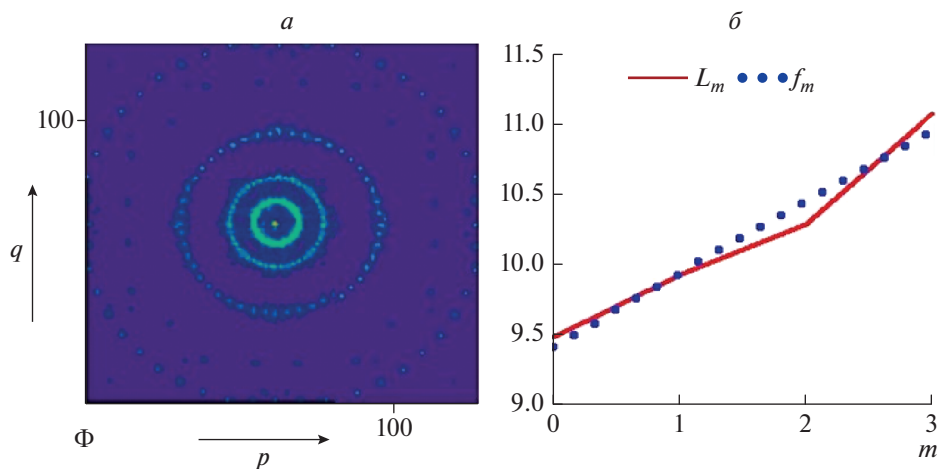


Рис. 2. Структура пространственного спектра Φ (а) и поведение структурной функции (б); p, q – пространственные частоты, f_m – прямая, аппроксимирующая зависимость L_m .

Высокая степень линейности функции L_m свидетельствовала о четко выраженной локальной фрактальности исследуемых распределений. Фрактальная размерность, определяемая из построенной графической зависимости (рис. 2б), имела значение $D = 1.38$, весьма близкое задаваемому при использовании выражения (1).

Для оценки устойчивости фрактальных характеристик было рассмотрено распространение пучков со спекловой структурой в системах, обеспечивающих построение оптических изображений. Было установлено, что изображение спекловой структуры обладает фрактальной размерностью, близкой к размерности изначального поля. В промежуточных плоскостях, лежащих между предметной плоскостью и изображением, фрактальная размерность могла меняться в больших пределах.

ДИСЛОКАЦИИ В НЕРЕЛЕЕВСКИХ СПЕКЛ-ПОЛЯХ

В качестве дополнительного вопроса была рассмотрена динамика трансформации дислокационной структуры волнового фронта спекловых пучков при переходе от нерелеевской статистики к нерелеевской. Изначальная дислокационная структура была образована системой хаотически расположенных винтовых дислокаций. Была использована итерационная процедура Герцберга-Сэкстона (ГС), часто используемая для решения фазовой проблемы в оптике [4, 9]. Программная реализация расчетной схемы позволяла вносить необходимые изменения в форму целевого (требуемого) распределения плотности вероятности при оперативном контроле скейлинговых и статических параметров. Если задать изначальное распределение интенсивности и фазы поля, соот-

ветствующее релеевской, а целевому распределению плотности вероятности придать нерелеевский вид, то после 50 итераций по алгоритму ГС произойдет существенное изменение как структуры поля, так и плотности распределения вероятностей. Независимо от степени упорядоченности начальных распределений и расположения в них винтовых дислокаций в процессе преобразования происходит резкое уменьшение (в 4–5 раз) эффективной площади дислокационных образований. Это видно из рис. 3а и 3г, где контуры дислокаций, внутри которых интенсивность не превышает 10% от среднего значения, помечены зелеными линиями. Это позволяет при построении фазовых портретов световых пучков существенно повысить пространственное разрешение, значительно превысив его дифракционный предел. Процесс перехода к сверхразрешению иллюстрирует рис. 3.

При реализации эффекта сверхразрешения при обработке фазовых изображений способом ГС следует учитывать существование определенных ограничений на уменьшение эффективной площади дислокаций. В этом можно убедиться, используя описание явления Гиббса [10], характеризующего поведение волнового поля вблизи точки сингулярности. Результаты анализа этого явления показывают, что при ограниченном составе пространственных частот излучения минимальная площадь дислокаций будет непосредственно связана с размером рабочего поля, уменьшаясь при его расширении. В этом можно было убедиться при получении данных, показанных на рис. 3. Если количество итераций превышало значение 50, то для данного диапазона изменения поперечных координат уменьшить площади дислокаций не удавалось.

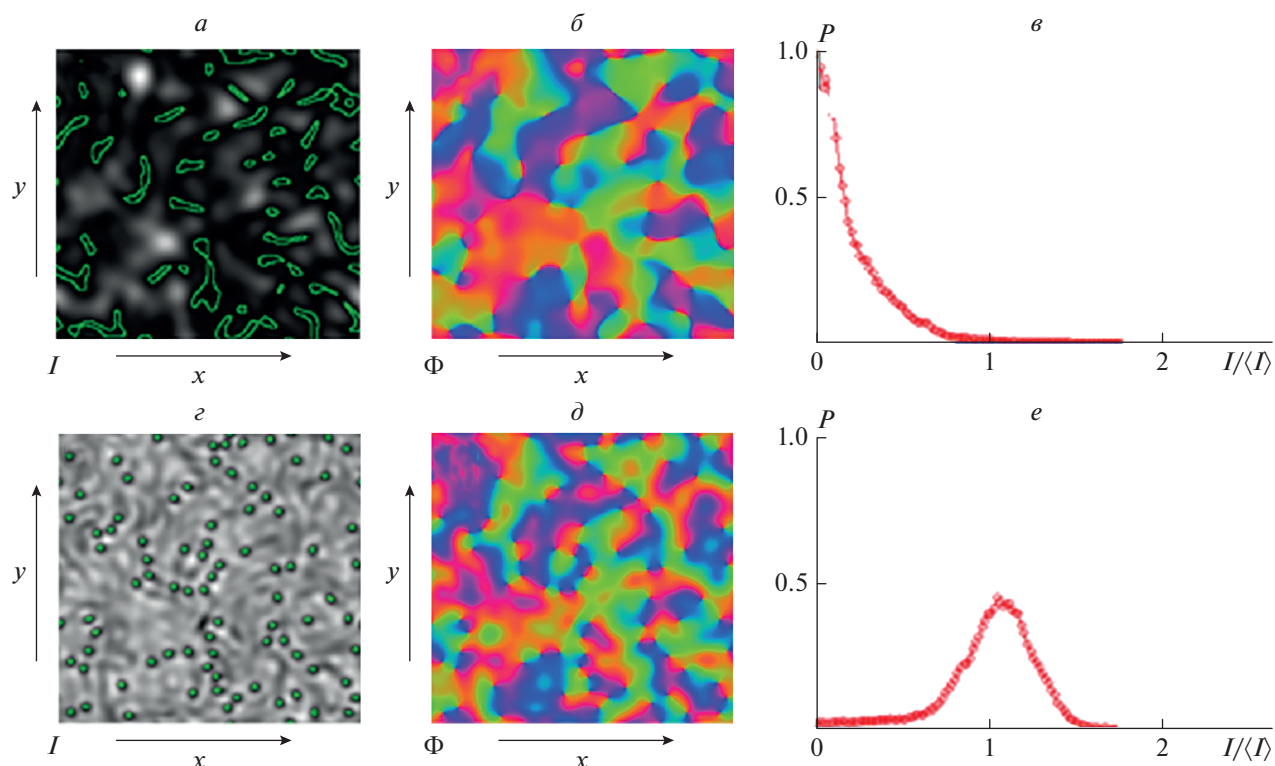


Рис. 3. Трансформация характеристик релейских спеклов. *а, б, в* – Характеристики изначального поля, *з, д, е* – характеристики поля после процедуры ГС. *а, з* – Распределение интенсивности I ; *б, д* – распределение фазы Φ ; *в, е* – графики плотности вероятностей P .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан подход к моделированию фрактальных спекловых полей, допускающий варьирование в широких пределах скейлинговых и статистических параметров излучения. Это их свойство делает их весьма полезными для совершенствования методик, используемых в биомедицине.

Разработанные алгоритмы могут быть использованы для программного обеспечения работы пространственных модуляторов света, формирующих световые пучки с фрактальной структурой.

Показано, что в рамках используемой модели переход от релейской статистики распределения интенсивности спеклов к нерелейской не влияет на скейлинговые свойства световых пучков.

Применительно к системам, обеспечивающим построение оптических изображений, установлено, что изображение спекловой структуры обладает той же самой фрактальной размерностью, что и изначальное поле.

Эффект уменьшения размеров дислокаций волнового фронта в спекловых полях с нерелейской статистикой указывает на возможность реализовать с его помощью пространственное сверхразрешение в фазовых изображениях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Li Z., Li H., Qiu Y. // Proc. SPIE. 2006. V. 6027. Art. No. 60271S.
2. Ульянов А.С. // Квант. электрон. 2008. Т. 38. № 6. С. 557.
3. Pascucci M., Tessier G., Emiliani V. et al. // Phys. Rev. Lett. 2016. V. 116. Art. No. 093904.
4. Bender N., Sun M., Yilmaz H. et al. // Optica. 2021. V. 8. No. 2. P. 122.
5. Kuplicki K., Chan K.W.C. // Opt. Express. 2016. V. 24. No. 23. Art. No. 26766.
6. Funamizu H., Uozumi J. // Opt. Express. 2007. V. 15. No. 12. P. 7416.
7. Короленко П.В., Кубанов Р.Т., Мишин А.Ю. // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 1. С. 68; Korolenko P.V., Kubanov R.T., Mishin A.Yu. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2021. V. 85. No. 1. P. 53.
8. Crownover R.M. Introduction to fractals and chaos. Burlington: Jones and Bartlett, 1995.
9. Bender N., Yilmaz H., Bromberg Y., Cao H. // APL Photonics. 2019. V. 4. No. 11. Art. No. 110806.
10. Хемминг Р.В. Цифровые фильтры. М.: Недра, 1987.

Properties of fractal speckle fields: theory and applications**A. M. Zotov^a, P. V. Korolenko^{a, b}, N. N. Pavlov^a**^a*Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*^b*Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 119991 Russia***e-mail: pykorolenko@rambler.ru*

The properties and methods of modeling fractal light beams with a speckle structure are considered. Particular attention is paid to currently topical studies of non-Rayleigh speckles, which make it possible to implement the superresolution effect in optical systems. It was shown that the transition from the Rayleigh statistics of the intensity distribution to the non-Rayleigh one within the framework of the used model does not affect the scaling properties of the radiation.