УДК 535.3

ВРАЩЕНИЕ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ ТРЕХМЕРНОГО ПРЕДЕЛЬНО КОРОТКОГО ИМПУЛЬСА В АНИЗОТРОПНОМ ФОТОННОМ КРИСТАЛЛЕ ИЗ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК

© 2022 г. Ю. В. Двужилова¹, И. С. Двужилов^{1,} *, Т. Б. Шилов¹, И. А. Челнынцев¹, М. Б. Белоненко¹

¹Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Волгоградский государственный университет", Волгоград, Россия *E-mail: dvuzhilov.ilya@volsu.ru

Поступила в редакцию 29.07.2022 г. После доработки 15.08.2022 г. Принята к публикации 22.08.2022 г.

На основании уравнений Максвелла получены эффективные уравнения на компоненты вектор-потенциала трехмерного предельно короткого лазерного импульса, распространяющегося в среде оптически анизотропного фотонного кристалла на основе полупроводниковых углеродных нанотрубок. Проведено численное моделирование эволюции двух компонент напряженности импульса в такой среде на временах, превышающих несколько дисперсионных длин. Показаны зависимости формы и времени задержки импульса от угла анизотропии. Показана зависимость угла поворота плоскости поляризации импульса от пройденного им расстояния.

DOI: 10.31857/S0367676522120092

ВВЕДЕНИЕ

Тематика работы лежит в области нелинейной оптики и фотоники, а именно, исследований взаимодействия оптического излучения с веществом. В качестве среды распространения излучения выбран фотонный кристалл (ФК), структура которого периодична, и как следствие, показатель преломления которого имеет пространственную неоднородность. Так, на основе ФК возможно создание пространственных модуляторов, переключателей, разветвителей, циркуляторов и т.д. [1, 2].

В качестве оптического излучения рассматриваются трехмерные предельно короткие импульсы (ПКИ), содержащие малое число периодов поля, частота которых лежит в ближнем ИК-диапазоне, а их длительность – фемтосекунды. Энергия таких импульсов остается локализованной в ограниченной области пространства, а также они обладают высокой направленностью их излучения, стабильностью формы и устойчивостью к возмущениям [3-5]. Отметим, что периодичность структуры ФК обеспечивает нелинейную среду, в которой ПКИ могут распространяться устойчиво, с минимальным дисперсионным и дифракционным расплыванием [6]. Дополнительную нелинейность, необходимую для стабилизации ПКИ, вносят полупроводниковые углеродные нанотрубки (УНТ), обладающие нелинейными свойствами в оптическом диапазоне [7, 8].

Особый интерес представляет учет анизотропии ΦK , поскольку в такой среде возможно возникновение двулучепреломления. Учет анизотропии среды может приводить к различным эффектам, например, резонансу Захарова–Бенни [9].

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Для исследования эволюции трехмерных ПКИ в оптически анизотропном ФК и построения вращения плоскости поляризации импульса была выбрана следующая геометрия: ось нанотрубок наклонена под углом α к электрическому полю импульса и возникающему в системе току, направление распространения импульса совпадает с направлением модуляции показателя преломления ФК.

Отметим, что в задаче использованы некоторые приближения:

1. Электрическое поле подложки не учитывается.

2. Используется приближение сплошной среды, считается, что ток равномерно распределен по объему фотонного кристалла. Это приближение справедливо, поскольку геометрические размеры нанотрубок и расстояния между ними, на 1-2 порядка меньше, чем размер области локализации электрического поля импульса.

3. Не учтены межзонные переходы.

Для описания эволюции трехмерного импульса в среде фотонного кристалла воспользуемся уравнениями Максвелла, с использованием Кулоновской калибровки ($E = -\partial A/c\partial t$) [10, 11]:

$$\Delta \vec{A}_{\beta} - \frac{n^2(z)}{c_{\beta}^2} \frac{\partial^2 \vec{A}_{\beta}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}_{\beta} \left(\vec{A}_{\beta} \right) = 0; \qquad (1)$$

здесь $\vec{A}_{\beta} = (A_x(x, y, z, t), A_y(x, y, z, t), 0)$ – вектор-потенциал электрического поля ПКИ; $n(z) = 1 + \mu \cos(2\pi z/\chi)$ – показатель преломления анизотропного ФК (μ – глубина модуляции показателя преломления, χ – период модуляции показателя преломления); c_{β} – скорость электромагнитной волны с поляризацией β ; $\vec{j}_{\beta} = (j_x(x, y, z, t), j_y(x, y, z, t), 0)$ – плотность электрического тока, связанного с углеродными нанотрубками.

Компонента плотности тока, который образуется благодаря взаимодействию поля импульса с электронами в зоне проводимости нанотрубок, имеет вид:

$$j_{CNT} = e \sum_{ps} v_s(p) \left(p - \frac{e}{c} A(t) \right) \left\langle c_{ps}^+ C_{ps} \right\rangle, \qquad (2)$$
$$v_s(p) = \frac{\partial \varepsilon_s(p)}{\partial p},$$
$$\varepsilon(p) = \pm \gamma_0 \left(1 + 4\cos(ap)\cos(\pi s/m) + \cos^2(\pi s/m) \right)^{1/2},$$

где $v_s(p)$ – групповая скорость электронов; e – заряд электрона; $\varepsilon_s(p)$ – закон дисперсии π -электронов в полупроводниковых нанотрубках [8]; γ_0 – интеграл перекрывания ($\approx 2.7 \text{ > B}$); a – постоянная решетки углеродной нанотрубки; p – квазиимпульс электрона; m – количество гексагонов по периметру нанотрубки; C_{ps}^+ , C_{ps} – операторы рождения и уничтожения электронов с квазиимпульсом (p, s); ()– усреднение с неравновесной матрицей плотности $\rho(t)$: (B) = $Sp(B(0)\rho(t))$.

Следует заметить, что:

$$\langle B \rangle_0 = Sp(B(0)\rho(0)),$$

$$\rho(0) = \frac{\exp\left\{-\frac{H}{k_BT}\right\}}{Sp\left(\exp\left\{-\frac{H}{k_BT}\right\}\right)},$$

где k_B – постоянная Больцмана; T – температура.

Далее, закон дисперсии электронов в углеродных нанотрубках $\varepsilon_s(p)$, разложим в ряд Фурье, и подставим выражения для плотности тока нанотрубок (2) в уравнения Максвелла (1), и получим эффективное уравнение на компоненты вектор-

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ том 86 № 12 2022

потенциала электрического поля ПКИ в оптически анизотропном ФК:

$$\Delta A_x - \frac{n^2(z)}{c_x^2} \frac{\partial^2 A_x}{\partial t^2} + \frac{4en_0\gamma_0 a \cdot \sin\alpha}{c} \times \\ \times \sum_{q=1} b_q \cos\left(\frac{aeq\left(A_x \cos\alpha + A_y \sin\alpha\right)}{c}\right) \frac{aeq}{c} = 0, \\ \Delta A_y - \frac{n^2(z)}{c_y^2} \frac{\partial^2 A_y}{\partial t^2} + \frac{4en_0\gamma_0 a \cdot \sin\alpha}{c} \times \\ \times \sum_{q=1} b_q \sin\left(\frac{aeq\left(A_x \cos\alpha + A_y \sin\alpha\right)}{c}\right) \frac{aeq}{c} = 0, \\ r = \sqrt{x^2 + y^2}, \\ b_q = \sum_{s=1} a_{sq} \int_{Z_B} \cos\left(pq\right) \frac{\exp\left\{-\frac{\varepsilon_s(p)}{k_BT}\right\}}{1 + \exp\left\{-\frac{\varepsilon_s(p)}{k_BT}\right\}} dp, \end{cases}$$

здесь n_0 — концентрация электронов в нанотрубках; Δ — лапласиан в цилиндрической системе координат. Однако, поле ПКИ, при распространении в ФК, неоднородно, следовательно, может возникнуть неоднородность тока, из-за чего возможно накопление заряда в какой-то области. Однако, расчеты в [12] показали, что эффектом накопления заряда для фемтосекундных импульсов можно пренебречь. Вследствие этого можно считать, что сохраняется цилиндрическая симметрия в распределении поля, и, следовательно, производной по углу можно пренебречь.

Начальные условия на вектор-потенциал электрического поля трехмерного ПКИ (6) выглядят следующим образом:

$$A_{x}|_{t=0} = A_{0x} \cdot \exp\left(-\frac{r^{2}}{\gamma_{r}^{2}}\right) \cdot \exp\left(-\frac{z^{2}}{\gamma_{z}^{2}}\right);$$

$$\frac{dA_{x}}{dt}\Big|_{t=0} = A_{0x} \cdot \frac{2uz}{\gamma_{z}^{2}} \exp\left(-\frac{r^{2}}{\gamma_{r}^{2}}\right) \cdot \exp\left(-\frac{z^{2}}{\gamma_{z}^{2}}\right); \quad (4)$$

$$A_{y}\Big|_{t=0} = 0; \quad \frac{dA_{y}}{dt}\Big|_{t=0} = 0;$$

где γ_z , γ_r — параметры, определяющие ширину импульса вдоль цилиндрических осей, A_{0x} — начальная амплитуда импульса, u — начальная скорость импульса при входе в среду.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Эффективное уравнение на вектор-потенциал электрического поля ПКИ (3) решалось численно, при помощи явной конечно-разностной схемы типа "крест", на равномерной сетке по времени и координате, со вторым порядком погрешности [13]. Шаги по времени и координате выбирались исходя из условия устойчивости Куранта, и уменьша-



Рис. 1. Зависимости напряженностей *x* и *y*-компонент электрического поля ПКИ от цилиндрических координат в фиксированные момент времени (15, 25, 35 пс) при его распространении в анизотропном Φ K на основе УНТ. По оси абсцисс отложена координата *z* в мкм, по оси ординат – координата *r* в мкм.

лись до тех пор, пока решение не оставалось неизменным в восьмом значащем знаке.

При численном моделировании исследуемой системы ее параметры выбирались следующим образом: m = 13, T = 293 K, время релаксации в нанотрубках $\approx 10^{-11}$ с; длительность импульса $\approx 10^{-14}$ с.

Эволюция напряженности компонент электрического поля трехмерного ПКИ при его распространении в оптически анизотропного ФК на основе нанотрубок представлена на рис. 1. Параметры модуляции показателя преломления ФК задавались следующим образом: период – 2.5 мкм, глубина – 0.25. Значения параметров анизотропии: угол между осью УНТ и вектором электрического поля импульса $\alpha = \pi/3$; скорости импульса вдоль кристаллографических осей были выбраны, как: $v_x/c = 0.9$, $v_y/c = 0.5$.

Из представленной на рис. 1 временной эволюции импульса можно сказать, что присутствие ФК, приводит к изменению формы импульса. Импульс сохраняет свою энергию локализованной в ограниченной пространственной области. После прохождения импульса в среде возникают электрические колебания. Также отмечается увеличение амплитуды импульса с течением времени, вследствие дисперсии электрического поля в среде УНТ. Этот факт позволяет использовать данную среду в устройствах усиления подобных импульсов.

На рис. 2 показаны срезы напряженности трехмерного ПКИ в зависимости от угла между осью нанотрубок и электрическим полем ПКИ. Видно, что угол между вектор-потенциалом электрического поля импульса и осью УНТ оказывает значительное влияние на форму ПКИ. Его энергия перекачивается на передний фронт, импульс сужается. Также отметим, что с уменьшением угла α время задержки импульса уменьшается, т.е. растет групповая скорость волнового пакета. Та



Рис. 2. Зависимости продольных срезов напряженностей *x* и *y*-компонент электрического поля ПКИ от угла между осью нанотрубок и вектор-потенциалом электрического поля импульса в фиксированный момент времени 20 пс.

ким образом, появляется возможность контролировать форму импульса и его скорость, меняя направление анизотропии ΦK , что является особенно важным результатом для практического применения.

Изменение параметров модуляции показателя преломления оптически анизотропного ФК приводят к изменению формы огибающей и времени задержки ПКИ. Данный результат был неоднократно подтвержден, например, в работах [14, 15].

Следующий полученный результат показывает вращение плоскости поляризации трехмерного ПКИ при его распространении в оптически анизотропном ФК на основе нанотрубок.

На основании результата, представленного на рис. 3, можно сделать вывод, что существует оптимальная длина кристалла с УНТ, при которой



Рис. 3. Зависимость угла поворота плоскости поляризации ПКИ, при его распространении в ФК на основе УНТ, от пройденного им расстояния.

происходит максимальное вращение плоскости поляризации. При дальнейшем увеличении длины кристалла угол поворота плоскости поляризации уменьшается, что связано с сильной нелинейностью системы и обратной перекачкой энергии из моды с одной поляризацией в другую.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исходя из результатов, полученных в данной работе, можно сформулировать следующие выводы. Распространение трехмерного ПКИ в оптически анизотропном ФК на основе полупроводниковых УНТ является устойчивым на временах нескольких дисперсионных длин. Угол между осью нанотрубок и вектор-потенциалом электрического поля ПКИ оказывает существенное влияние на форму и время задержки импульса. Установлена длина ФК, при которой происходит максимальная поляризация импульса.

Двужилова Ю.В., Двужилов И.С. выражают благодарность Министерству науки и высшего образования РФ и Совету по грантам Президента РФ (проект № МК-2089.2021.1.2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Mito S., Takagi H., Lim P.B. et al. // J. Appl. Phys. 2011. V. 109. Art. No. 07E313.
- 2. Wang Z., Fan S. // Opt. Lett. 2005. V. 30. P. 1989.
- 3. Fibich G., Ilan B. // Opt. Lett. 2004. V. 29. P. 887.
- Goorjian P.M., Mihalache D. // Rom. J. Phys. 2017. V. 69. P. 403.
- 5. Mihalache D. // Rom. Rep. Phys. 2021. V. 73. P. 403.
- Sazonov S.V., Ustinov N.V. // Phys. Rev. A. 2018. V. 98. Art. No. 063803.
- 7. Елецкий А.В. // УФН. 1997. Т. 167. № 9. С. 945; Eletskii A.V. // Phys. Usp. 1997. V. 40. No. 9. Р. 899.

- 8. *Dresselhaus M.S., Dresselhaus G., Eklund P.C.* Science of fullerenes and carbon nanotubes. San Diego: Academic Press, 1996. 965 p.
- 9. *Сазонов С.В., Соболевский А.Ф.* // Квант. электрон. 2005. Т. 35. № 11. С. 1019.
- 10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1973. 509 с.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика.
 Т. VIII. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 624 с.
- 12. Zhukov A.V., Bouffanais R., Fedorov E.G., Belonenko M.B. // J. Appl. Phys. 2013. V. 114. Art. No. 143106.
- Бахвалов Н.С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения). М.: Наука, 1975. 632 с.
- 14. Dvuzhilova Y.V., Dvuzhilov I.S., Zaporotskova I.V. et al. // Rom. Rep. Phys. 2022. V. 74. No. 1. P. 401.
- Белоненко А.М., Двужилова Ю.В., Двужилов И.С., Белоненко М.Б. // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 2. С. 194; Belonenko A.M., Dvuzhilova Y.V., Dvuzhilov I.S., Belonenko M.B. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 86. No. 2. P. 140.

Rotation of the polarization plane of a three-dimensional few cycle pulse in an anisotropic photonic crystal from carbon nanotubes

Yu. V. Dvuzhilova^a, I. S. Dvuzhilov^{a, *}, T. B. Shilov^a, I. A. Chelnintsev^a, M. B. Belonenko^a

^aVolgograd State University, Volgograd, 400062 Russia *e-mail: dvuzhilov.ilva@volsu.ru

Based on Maxwell's equations, effective equations are obtained for the components of the vector potential of a three-dimensional few cycle laser pulse propagating in the medium of an optically anisotropic photonic crystal based on semiconductor carbon nanotubes. Numerical modeling of the evolution of two components of the pulse strength in such a medium at times exceeding several dispersion lengths has been carried out. The pulse shape and delay time are shown as functions of the anisotropy angle. The dependence of the angle of rotation of the pulse polarization plane on the distance traveled by it is shown.

1712