

УДК 621.396.67

К ТЕОРИИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СИГНАЛОВ В РАДИООПТИКЕ МЕТАМАТЕРИАЛОВ

© 2022 г. Х. Б. Мирзокулов¹, *, А. Н. Салахитдинов¹, А. Н. Юрасов²

¹Ташкентский университет информационных технологий имени Мухаммада ал-Хоразмий, Самаркандский филиал, Самарканд, Республика Узбекистан

²Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “МИРЭА – Российский технологический университет”, Москва, Россия

*E-mail: liverpool_2592@mail.ru

Поступила в редакцию 13.12.2021 г.

После доработки 24.12.2021 г.

Принята к публикации 21.01.2022 г.

Предложена теория правосторонних и левосторонних материалов, функционирующих в оптическом диапазоне, актуальных для фундаментальной науки и практических применений. Рассмотрена система связи с распределенными параметрами и ограниченными размерами.

DOI: 10.31857/S0367676522050179

ВВЕДЕНИЕ

Первоначально в [1] был проиллюстрирован способ создания метаматериала в радиочастотном диапазоне. Отметим, что в качестве ячейки метаматериала рассматриваются два параллельно расположенных элемента, один из которых – диэлектрик, а второй – последовательно-периодически соединенные между собой нечетные однопроводные открытые линии связи. Далее с использованием данных элементов создается многослойная метаструктура. Этот метод создания левосторонних материалов (left handed materials, ЛНМ) [2] не является резонансным. Он широкополосный и перспективен для применения к антенной технике, чем возможный второй способ реализации метаматериала в виде метаструктуры с размерами ячейки много меньше длины волны передающего сигнала, содержащей тонкие проводящие стержни и разомкнутые рамки [3, 4].

В последнее время перспективными метаматериалами, помимо гиперболоидных [5–7] и магнитооптических композитных метаматериалов [8], являются боратные стекла с парамагнитными добавками – ионами Cu^{1+} , Cu^{2+} , Fe^{2+} , Fe^{3+} и другие [8, 9]. Калиево-алюмоборатные (КАБ) стекла, активированные ионами Fe^{3+} [9–12] имеют ярко выраженные особенности радиационно-оптических и терморadiационных свойств. Несмотря на то, что радиационно-оптические свойства достаточно изучены, существуют своеобразные превращения парамагнитных радиационно-наведенных центров окраски в кислородсодержащей сре-

де вида VO_3 и VO_4 (3-х и 4-х координированный бор, соответственно). Они возникают под воздействием рентгеновского и гамма-излучения ^{60}Co , а также высоких температур. Радиационно-наведенными центрами окраски являются $[\text{VO}_3]_i^{e-}$ и $[\text{VO}_4]_i^{e+}$ – соответственно электронные и дырочные центры окраски в боратных стеклах, взаимодействующие и составляющие комплексоны вида $\{[\text{VO}_3]_i^{e-}/\text{Fe}^{3+}\}$, $\{[\text{VO}_4]_i^{e+}/\text{Fe}^{3+}\}$ и другие комплексоны с ионами Cu^{1+} , Cu^{2+} . Совместное влияние термического и радиационных полей [10–12] приводит к изменению координационного состояния ионов-активаторов в среде. При этом наблюдается отрицательное дифференциальное поглощение $\Delta D < 0$, которое приводит к тому, что у среды появляется отрицательный коэффициент рефракции $\Delta n < 0$. В этом достаточно легко убедиться по результатам работы [11] (см. рис. 2 в указанной работе). Впервые отрицательное дифференциальное поглощение в спектрах боратных стекол с оксидами железа было показано в работе [13].

Состояние ионов железа Fe^{2+} , Fe^{3+} рассматривается как парамагнитный зонд, с помощью которого выявляется отрицательное ЭПР поглощение по отношению к исходным стеклам. Показано, что отрицательное радиационное наведенное поглощение в терморadiационных поглощениях свидетельствует о гомогенизации структуры стек-

ла и позволяет получить новые материалы из кислородосодержащих стекла без оптических потерь.

В работах [14, 15] явление отрицательного дифференциального поглощения связывалось с отрицательным индексом поглощения или отрицательным коэффициентом рефракции, что непосредственно сказывается на проявление свойств метаматериала в калиево-алюмооборатных стеклах с добавками ионов железа Fe^{3+} при терморрадиационных воздействиях.

Авторы [14, 15] предполагают, что

$$n(E) = n_0 + \delta n_E = n_0(1 + (\delta n_E/n_0)), \quad (1)$$

где n_0 – постоянный показатель преломления, $\delta n_E/n_0$ – относительный показатель преломления, учитывающий дисперсию. Заменяя, для простоты $\alpha_m(E) = \alpha; n_E = n_-$ и, учитывая (1) для производной $[d\alpha_-/dn_-]$, находим:

$$[d\alpha_-/dn_-] = C \cdot [N/\Delta E_{1/2}] \cdot \{(d/dn_-) \times \\ \times [((n_0^2 + 2)/(n_0 + n_-)) + ((2n_0 + n_-)/(n_0 + n_-))]\}. \quad (2)$$

Для простоты обозначим $(n_-/n_0) = n'_-$ и окончательно получим

$$[d\alpha_-/dn'_-] = \Delta\alpha_- = [2/(1 + n'_-)] - \\ - [(1 + (2/n_0^2))/(1 + n'_-)^2] - \\ - [(2n'_-)/(n_0(1 + n'_-)^2)]. \quad (3)$$

Для метаматериала можно принять $-1 < n'_- < +1$ и вычисление по (3) показывает, что $-4 < \Delta\alpha_- < -2.25$. Таким образом, отрицательное значение коэффициента поглощения, обусловленное терморрадиационным воздействием, приводит к отрицательному значению индекса преломления оксидного стекла. Физически это означает, что при определенных условиях эксперимента стекло становится самопрозрачным.

В настоящей работе в отличие от [1] предлагается метод изучения правосторонних (right handed materials, RHM) и LHM материалов с целью создания метаматериалов в оптическом диапазоне аналогично радиодиапазону [16]. При расчетах мы пользуемся компьютерными программами, описанными в [17, 18]. Далее, рассматривая эквивалентную схему системы связи с распределенными параметрами [1], с учетом ограничения линейных пространственных размеров, получаем, что в метаматериале, который находится между передатчиком и приемником распространяются, как бегущие, так и отраженные волны, аналогичные СВЧ диапазону.

РАСЧЕТ СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ СИГНАЛА ПО ВОЛНОВОМУ АНАЛОГУ ДЛЯ RHM МАТЕРИАЛА

Для простоты расчетов рассмотрим плоскую скалярную монохроматическую волну вида

$$E = 2A \cos(\omega t - kr - \varphi_0) = \\ = A \exp(i\varphi + i\omega t - ikr) + \\ + A \exp(i\varphi - i\omega t + ikr). \quad (4)$$

Если в (1) учесть оба члена, то можно рассмотреть нелинейные процессы. Учет только второго члена (1) приведет к рассмотрению лишь линейных процессов. В этом случае необходимо добавить комплексно-сопряженный член.

Можно показать [16], что в прямоугольной системе координат составляющие волнового вектора будут следующими:

$$k_x = k \sin \alpha, \quad k_y = k \sin \varphi \cos \alpha, \\ k_z = k \cos \alpha \cos \varphi, \quad (5)$$

где угол α выбран между \vec{k} и плоскостью OYZ , φ – между k_z и проекцией \vec{k} на плоскость OYZ . Из (5) следует, что независимыми угловыми переменными являются только две $k_x = u_1; k_y = u_2$.

В таком случае общим решением волнового уравнения с учетом (4) является $P = p(x, y, z)e^{-i\omega t}$, где

$$p(x, y, z) = A \exp(iy) \cdot \exp(\pm iz\sqrt{k^2 - u_1^2 - u_2^2}) \times \\ \times \exp[i(u_1x + u_2x)]. \quad (6)$$

Для распространения плоской волны в свободном пространстве начиная от плоскости раскроя передающей антенны должно выполняться следующее условие $u_1^2 + u_2^2 \leq k^2$.

Поскольку электромагнитное поле в виде плоской волны (4)–(6) с разными параметрами является решением волнового уравнения, то решение будет получено в виде суммы (интеграла) полей вида (7) для трехмерной системы:

$$p(x, y, z) = \\ = \frac{1}{4\pi^2} \int \int_{-\infty}^{+\infty} g(u_1, u_2) e^{\pm iz\sqrt{k^2 - u_1^2 - u_2^2}} e^{i(u_1x + u_2y)} du_1 du_2, \quad (7)$$

где $g(u_1, u_2)$ комплексная функция, описывающая амплитуду и фазу отдельной плоской волны с направлением распространения, определяющая совокупностью действительных переменных u_1, u_2 , т.е. все возможные плоские волны, в том числе неоднородные.

Уравнение (7) является обобщением решения волнового уравнения на случай неплоской монохроматической волны, например для сферической волны. От (7) можно перейти к реальному

полю, если умножить его на $\exp(-j\omega t)$ и прибавить к комплексно-сопряженный член.

Пусть даны значения волнового уравнения на плоскости $z = 0$ (начальная плоскость расположения антенны) диаграммы направленности. Требуется найти решение волнового уравнения, превращающееся в заданную функцию на плоскости $z = 0$. Из условий излучения Кирхгоффа на бесконечной сфере волнового поля эта функция должна быть равна нулю. Из (7) получим следующее

$$p(x, y, z = 0) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(u_1, u_2) e^{i(u_1 x + u_2 y)} du_1 du_2, \quad (8)$$

где

$$g(u_1, u_2) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p(x, y, 0) e^{-i(u_1 x + u_2 y)} dx dy. \quad (9)$$

Определив спектр частот $g(u_1, u_2)$ из (9) и $p(x, y, 0, t)$, находим граничные условия при $z = 0$.

Из (8), (9) вытекает, что для неоднородных бегущих волн $u_1^2 + u_2^2 > k^2$, причем из (7) можно выделить решение $p(x, y, z)$ при $z > 0$ (неоднородные бегущие волны) и при $z < 0$, соответствующее обратным волнам.

В частном случае (8) и (9) при $z = 0, y = 0$ находим пространственное распределение полей для одномерного (1D) случая:

$$p(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} g_1(\omega) e^{-i\omega x'} dx'; \quad (10)$$

$$g(\omega) = g(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x, 0) e^{-i\omega x'} dx'. \quad (11)$$

Формула (10) справедлива при любом значении z . Координаты точек пространства x, y имеют размерность длины l . Переменные u_1, u_2 имеют размерность обратной длины волны см^{-1} и соответствуют пространственным частотам. Формулы (8) и (9) соответствуют двумерным (2D) интегралам Фурье; формулы (10), (11) соответствуют обычным 1D интегралам Фурье. Используем их для расчета системы передачи сигнала по волновому каналу. Для получения пространственного спектра сигнала используем явный вид входной функции $f(x, z_x = 0)$. В данном случае возьмем в качестве нее спектральную зависимость КАБ стекла [10]. Спектр поглощения для отдельного центра окраски имеет гауссову форму:

$$I_\Gamma = I_{0_{max}}^\Gamma \exp \left[- \left(\frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega_{1/2}} \right)^2 \right], \quad (12)$$

где, $\Delta\omega_{1/2}^\Gamma = \frac{1}{2\sqrt{\ln 2}} \delta_{1/2}$ – полуширина на полувысоте, $\delta_{1/2}$ – параметр, ω_0 – резонансная частота.

С учетом (12) формула (6) для “пространственной частоты” приобретает следующий вид

$$g(u) = g(\omega) = A \int_0^{+\infty} e^{-b\omega^2 + 2b\omega_0\omega} e^{-iu\omega} d\omega, \quad (13)$$

где для простоты вычислений в случае RHM материала приняты следующие обозначения:

$$A = I_{0_{max}}^\Gamma \exp(-bx_0^2); \quad b = \frac{4 \ln 2}{(\delta_{1/2})^2}. \quad (14)$$

После преобразований и вычислений с использованием теории вычетов [19, 20], получим

$$g(\omega)_{RHM} = -32\pi e^{-\frac{b\omega_0^2}{2}} \left[e^{\frac{b(u')^2\omega^2}{2}} \cos(b\omega_0\omega u') \right] + 4\pi j e^{-\frac{b}{2}\omega_0(\omega_0-1)} + 32\pi j e^{-\frac{b\omega_0^2}{2}} \left(e^{\frac{b(u')^2\omega^2}{2}} \cos(b\omega_0\omega u') \right), \quad (15)$$

$$f(\omega)_{RHM} = -16e^{-\frac{b\omega_0^2}{2}} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \left[e^{\frac{b(u')^2\omega^2}{2}} \cos(b\omega_0\omega u') e^{ju'\omega} \right] d\omega + j \int_{-\infty}^{+\infty} 32\pi e^{-\frac{b\omega_0^2}{2}} \left[e^{\frac{b(u')^2\omega^2}{2}} \cos(b\omega_0\omega u') e^{ju'\omega} \right] d\omega \right\}, \quad (16)$$

где для применения теории вычетов проведена замена переменных $u' = \text{tg}(\omega/2)$ [19, 20], в таком случае выражение $\cos(b\omega_0\omega u')$ при $\omega_0 = 1$ будет равно $\cos\left(\frac{\omega^2}{\delta\omega^2}\right)$. Тогда из (16) получим окончательную формулу

$$f(\omega)_{RHM} = 4\pi j + (1 - j) \cdot 2^9 \pi e^{-b\omega_0} \varphi(\omega^2/2\omega_0), \quad (17)$$

где через $\varphi(\omega^2/2\omega_0)$ обозначено $\exp(\tau^2/2)$, здесь $\tau = i\omega$, другими словами за единицу измерений можно принять $\omega_0 = 1$, в свою очередь $\exp(\tau^2/2)$ является табулированной функцией [20].

РАСЧЕТ СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ СИГНАЛА ПО ВОЛНОВОМУ КАНАЛУ С УЧЕТОМ ПРИСУТСТВИЯ ЛНМ МАТЕРИАЛА

По аналогии с предыдущим пунктом были проведены расчеты для ЛНМ материала, которые для III-квadrанта ($\epsilon(\omega) < 0, \mu(\omega) < 0$), привели к следующему результату:

$$f(\omega)_{LHM} = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^0 g(\omega)(\cos u' \omega - j \sin u' \omega) du', \quad (18)$$

где переменная u с одной стороны, имеет смысл “пространственных частот”, и по размерности соответствует обратной длине волны, а с другой стороны, — это параметр распространения плоских волн.

Для среды с ЛНМ метаматериалом, аналогично (15), (16), проводя замену переменных и применяя теорию вычетов, после всех преобразований получаем следующую формулу:

$$\frac{|g(\omega)_{LHM}|}{|g(\omega)_{RHM}|} = \sqrt{\frac{e^{-2} + 16e^{-0.5} \cos^2 \tau \varphi^2 (\tau^2/2)}{[1 + 8e^{-\omega_0} \varphi(\tau^2/2\omega_0)]}}. \quad (21)$$

Результаты расчетов по формуле (21) представлены в виде графика на рис. 1.

Важно отметить, что в направлении распространения “бегущих волн” ($u = 1$) наблюдается пространственный спектр (рис. 1) с поглощением бегущих волн в диапазоне частот $\tau = \omega/\omega_0 = 1-2$, а при $2 < \omega/\omega_0 < 4$ наблюдается усиление гармоник.

Заметим, что вычисления при $k = u = -1$ (рис. 1, красная линия) в зависимости от ω/ω_0 аналогичны и при $k = +1$ (рис. 1, черная линия). Используя (13) и (16), получим важную формулу, характери-

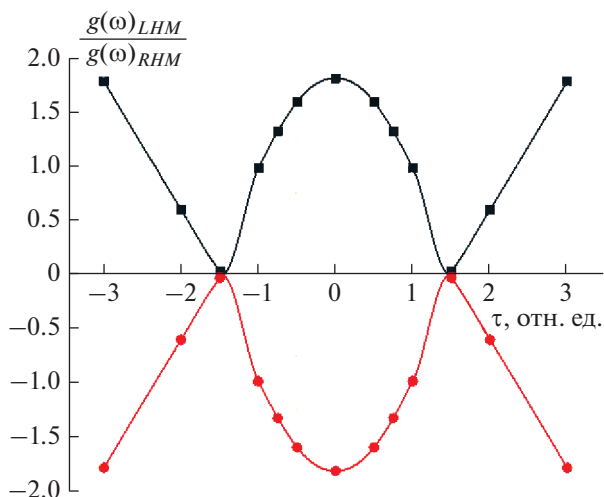


Рис. 1. Зависимость амплитуды пространственных спектров от частоты: черная линия — при значении $k = +1$; красная линия — при значении $k = -1$.

$$g(\omega)_{LHM} = 16\pi e^{-b\omega_0^2/2} \left[\left[e^{-b(u')^2 \omega^2/2} \cos b\omega_0 u' \omega \right) + j \left(e^{b(u')^2 \omega^2/2} \cos b\omega_0 u' \omega - e^{b\omega_0^2/2 + (0.25 - \omega_0)} \right) \right]. \quad (19)$$

Отметим, что получена также формула для метаматериала с отрицательным коэффициентом поглощения по пространственному распределению амплитуды полей в виде

$$f(\omega) = 298\varphi(\omega^2/2\omega_0) + j1194(24\varphi(\omega^2/2\omega_0) - 1). \quad (20)$$

Проблема размерностей при вычислениях табулированной функции учтена в формулах (17) и (20), за счет замены переменных [19, 20].

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Следуя (10)–(16), рассчитываем отношение пространственных спектров частот

зующую распределение амплитуды электромагнитного поля в среде с ЛНМ метаматериалом по отношению к обычным (RHM) материалам:

$$\frac{f(\omega)_{LHM}}{f(\omega)_{RHM}} = \frac{\left[298\varphi\left(\frac{\omega^2}{2\omega_0}\right) + j1194\left(24\varphi\left(\frac{\omega^2}{2\omega_0}\right) - 1\right) \right]}{\left[4\pi j + (1 - j) \cdot 2^9 \pi e^{-b\omega_0} \varphi\left(\frac{\omega^2}{2\omega_0}\right) \right]}. \quad (22)$$

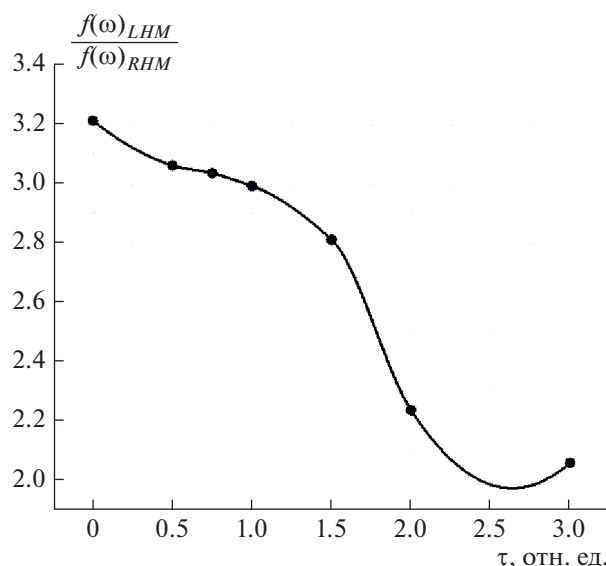


Рис. 2. Распределение амплитуды электромагнитного поля в среде с ЛНМ метаматериалом по отношению к среде без метаматериала (RHM) в зависимости от частоты.

Сопоставление результатов настоящей работы с данными из [6–9] показывает, что данная амплитудно-частотная характеристика (рис. 2) является широкополосной и явно заметно усиление сигнала средой метаматериалов.

Распределение амплитуд (22) от относительной частоты представлено на рис. 2. Видно, что во всем диапазоне рабочих частот наблюдается усиление сигнала, а также широкополосность системы с метаматериалом.

Отметим также, что реально создаются, как последовательные соединенные, так и параллельно расположенные элементы [1, 21], что позволяет обеспечивать значительное усиление по сравнению с обсужденной однонаправленной линейной системой.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результатом исследования является теоретическое решение задачи получения метаматериала из аморфного стекла. Для обеспечения необходимых показателей метаматериала при радиационной обработке, с учетом высоких температур облучения перспективно рассматривать аморфные пленки из магнитооптического КАБ стекла с добавками оксида железа.

По аналогии отрицательного дифференциального поглощения центров окраски (в КАБ – стеклах с добавками Fe_2O_3) и мощности передачи сигнала в метаматериале получена связь отрицательного коэффициента рефракции с отрицательным дифференциальным поглощением центров окраски при терморadiационном воздействии.

Представлены расчеты системы передачи сигнала для правосторонних и левосторонних материалов. Получены численные значения коэффициента усиления при разных значениях частоты для среды с метаматериалом. Результаты расчета показывают возможность преобразования сигнала на основе метаматериала как в радиочастотном, так и в оптическом диапазоне волн.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Salakhitdinov A.N., Mirzokulov Kh.B.* // IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Engin. 2020. V. 939. Art. No. 012064.

2. *Панченко Б.А., Гизатулин М.Г.* Наноантенны. Москва: Радиотехника, 2010.

3. *Smith D.R., Willie J. Padilla, Vier D.C. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. P. 4184.

4. *Shelby R.A., Smith D.R., Schultz S.* // Science 2001. V. 292. No. 5514. P. 77.

5. *Poddubny A., Iorsh I., Belov P. et al.* // Nature Photon. 2013. V. 7. No. 12. P. 948.

6. *Belov P.A.* // Microwave Opt. Tech. Lett. 2003. V. 37. P. 259.

7. *Shchelokova A.V., Kapitanova P.V., Belov P.A.* // Sci. Tech. J. Inf. Technol. Mech. Opt. 2014. V. 90. No. 2. P. 23.

8. *Юрасов А.Н., Яшин М.М., Мирзокулов Х.Б. и др.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2019. Т. 83. № 7. С. 969; *Yurasov A.N., Yashin M.M., Mirzokulov Kh.B. et al.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2019. V. 83. No. 7. P. 884.

9. *Иванова О.С., Великанов Д.А., Диденко О.Н., Заиковский В.И.* // Журн. Сиб. фед. ун-та. Сер. матем. и физ. 2011. № 4. С. 470.

10. *Салахитдинов А.Н., Бабаев А.Х., Икрамов Г.И. и др.* Физика и химия радиационной обработки стекол. Ташкент: ФАН, 1992.

11. *Бабаев А., Икрамов Г.И., Салахитдинов А.Н.* // в кн.: Сб. науч. тр. “Физика и химия обработки материалов”. Ташкент: ТГПИ им. Низами, 1985.

12. *Салахитдинов А.Н., Бабаев А.Х., Икрамов Г.И., Семешкин И.В.* // Стекло и керам. 1989. № 46. С. 166.

13. *Salakhitdinov A.N., Salakhitdinova M.K., Yusupov A.A.* // Proc. Int. conf. “Nuclear Science and ITS application” (Uzbekistan, 2012). P. 244.

14. *Salakhitdinov A., Ibragimova E., Salakhitdinova M.* // Appl. Phys. A. 2018. V. 124. P. 187.

15. *Ibragimova E.M., Salakhitdinov A.N., Salakhitdinova M.K. et al.* // J. Magn. Magn. Mater. 2018. V. 459. P. 12.

16. *Зверев В.А.* Радиооптика. М.: Советское радио. 1975.

17. *Salakhitdinov A.N., Ochilov M.M.* Certificate of official registration of a computer program No. DGU 03662, 2016.

18. *Mirzokulov Kh.B., Salakhitdinov A.N.* Certificate of official registration of a computer program No. DGU 06910, 2019.

19. *Анго А.* Математика для электро-радиоинженеров. М.: Наука, 1967. С. 50.

20. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1978. С. 118.

21. *Салахитдинов А.Н., Мирзокулов Х.Б.* // Сб. докл. респуб. научн.-техн. конф. “Значение информационно-коммуникационных технологий в инновационном развитии отраслей экономики”. Ташкент, 2021.

On the theory of signal conversion in radio-optics of metamaterials

Kh. B. Mirzokulov^{a,*}, A. N. Salakhitdinov^a, A. N. Yurasov^b

^a Samarkand branch of the Tashkent University of Information Technologies, Samarkand, Republic of Uzbekistan

^b MIREA—Russian Technological University, Moscow, Russia

*e-mail: liverpool_2592@mail.ru

A theory of right- and left-handed materials operating in the optical range, relevant for fundamental science and practical applications, is proposed. A communication system with distributed parameters and limited dimensions is considered.