

## ОСОБЕННОСТИ САМОФОКУСИРОВКИ ИМПУЛЬСНОГО ТЕРАГЕРЦЕВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ СО СПЕКТРОМ В ОБЛАСТИ АНОМАЛЬНОЙ ГРУППОВОЙ ДИСПЕРСИИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СРЕДЫ

© 2022 г. А. А. Дроздов<sup>1</sup>, \*, С. А. Козлов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
“Национальный исследовательский университет ИТМО”, Санкт-Петербург, Россия

\*E-mail: aadrozдов@itmo.ru

Поступила в редакцию 17.01.2022 г.

После доработки 07.02.2022 г.

Принята к публикации 21.02.2022 г.

Показана возможность “подавления” самофокусировки импульсного терагерцового излучения со спектром в области аномальной групповой дисперсии диэлектрической среды, в которой при положительной нелинейности характерно самосжатие импульса, этой дисперсией. Реализация самофокусировки волны с таким спектром требует тем большего превышения ее мощности над критической мощностью самофокусировки, чем меньше отношение длины дисперсии к длине дифракции волнового пакета в среде. При длине дифракции, меньшей длины дисперсии, временное сжатие волны начинается раньше ее пространственной самофокусировки, а при большей – наоборот.

DOI: 10.31857/S0367676522060096

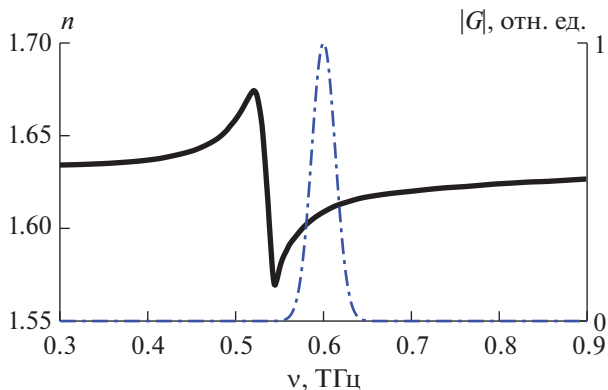
### ВВЕДЕНИЕ

Развивающаяся в последние годы нелинейная оптика импульсного терагерцового (ТГц) излучения преподнесла много сюрпризов. Прежде всего, оказалось, что важнейшая характеристика нелинейных свойств вещества – его коэффициент нелинейного показателя преломления – для ряда материалов в ТГц спектральном диапазоне может на несколько порядков превышать это значение для тех же материалов в видимом и ближнем ИК диапазонах спектра [1–3]. Механизм такой гигантской нелинейности оказался малоинерционным, поэтому можно ожидать уже в ближайшем будущем создания устройств ТГц фотоники на основе нелинейных эффектов с высоким быстродействием.

Анализ нелинейных явлений в поле интенсивного импульсного ТГц излучения показал, что характер их протекания может качественно отличаться от того, каким мы его привыкли видеть в хорошо освоенной области нелинейной оптики импульсного излучения видимого и ближнего ИК диапазонов спектра. Так, в статьях [4, 5] было показано, что в импульсном ТГц излучении могут значительно видоизменяться классические явления генерации второй и третьей гармоники. Возможна их трансформация в генерацию, соответственно, утроенных и учетверенных частот. Это

необычное явление связано, прежде всего, с тем, что импульсное излучение в ТГц диапазоне спектра обычно представляет собой волны, состоящие из малого числа колебаний электрического и магнитного полей, спектр которых значимо асимметричен. В работе [6] было показано, что классическое явление самофокусировки для волн из малого числа колебаний ТГц спектрального диапазона тоже может проявлять весьма необычные черты, например, не наблюдаться даже при значительном превышении мощности излучения над критической мощностью самофокусировки. Удивительное исчезновение эффекта самофокусировки происходит из-за сильной дисперсии волн из малого числа колебаний, что было обосновано в [6] для диэлектрических сред с нормальной дисперсией групповой скорости волны в них (нормальной групповой дисперсией).

В настоящей работе, по-видимому, впервые исследуются закономерности самофокусировки импульсного ТГц излучения со спектром в области аномальной дисперсии групповой скорости волны в диэлектрической среде (аномальной групповой дисперсии). В такой спектральной области, как хорошо известно [7], дисперсия и нелинейная рефракция (при положительном коэффициенте нелинейного показателя преломления среды) конкурируют между собой, приводя при высокой интенсивности излучения к самосжатию



**Рис. 1.** Зависимость показателя преломления  $n$  альфа-лактозы (черная сплошная линия) от частоты  $\nu$  [9] и модуль начального спектра ТГц волны (синяя штрих пунктирная линия) для начального числа колебаний в импульсе  $N = 20$  с центральной частотой  $\nu_0 = 0.6$  ТГц.

импульса. В то время, как в области нормальной групповой дисперсии, рассмотренной в [6], и дисперсия, и нелинейная рефракция (коэффициент нелинейного показателя преломления рассматривался положительным) действуют “совместно”, уширяя оптический импульс во времени. При столь разном поведении импульсного излучения в указанных спектральных диапазонах в случае самовоздействия волн со спектром в области аномальной групповой дисперсии среды возможно ожидать существенных отличий в характере самофокусировки волн, состоящих из небольшого числа колебаний поля, от обнаруженных в [6], в том числе в условиях ее “исчезновения” при превышении критической мощности самофокусировки. Эти особенности самофокусировки ТГц волн из небольшого числа колебаний в диэлектрических средах с аномальной групповой дисперсией и изучались впервые в настоящей работе.

#### УРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ ПОЛЯ ИМПУЛЬСНОГО ТГц ИЗЛУЧЕНИЯ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СРЕДЕ С АНОМАЛЬНОЙ ГРУППОВОЙ ДИСПЕРСИЕЙ

Пространственно-временную динамику поля ТГц волны в нелинейной среде мы рассматривали на основе численных решений волнового уравнения вида [8]

$$\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{N_0}{c} \frac{\partial E}{\partial t} - a \frac{\partial^3 E}{\partial t^3} + b \int_{-\infty}^t E dt' + g E^2 \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{c}{2N_0} \Delta_{\perp} \int_{-\infty}^t E dt', \quad (1)$$

где  $E(z, x, y, t)$  – электрическое поле волны;  $z$  – пространственная координата, вдоль которой она распространяется;  $\Delta_{\perp} = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$  – поперечный лапласиан;  $t$  – время;  $c$  – скорость света в вакууме;  $N_0, a, b$  – параметры, характеризующие зависимость линейного показателя преломления среды  $n(\omega) = N_0 + a c \omega^2 - b c \omega^{-2}$  от частоты  $\omega$  излучения; параметр  $g$  характеризует безынерционную кубическую по полю нелинейность поляриционного отклика среды и связан с коэффициентом ее нелинейного показателя преломления  $n_2$  (в системе СГС) соотношением  $g = 3n_2/c$ .

Диэлектрическую среду мы полагали однородной изотропной с безынерционной кубической по полю нелинейностью, поглощением в расчетах пренебрегали. В качестве физических параметров математической модели такой среды мы рассматривали характеристики альфа-лактозы, т.к. данный органический материал обладает аномальной групповой дисперсией в ТГц диапазоне спектра [9] (см. рис. 1).

Коэффициент нелинейного показателя преломления модельной среды (альфа-лактозы) мы брали равным  $n_2' = 5.0 \cdot 10^{-10}$  см<sup>2</sup>/Вт [10]. В литературе по данным нашего поиска отсутствуют сведения об измерениях  $n_2$  альфа-лактозы в ТГц диапазоне спектра. Величину этого коэффициента в расчетах мы принимали равным  $n_2$  воды, поскольку, судя по химическому составу (C<sub>12</sub>H<sub>22</sub>O<sub>11</sub>) и по спектру поглощения, в альфа-лактозе основная колебательная нелинейность, как и в воде, определяется О–Н связями. Как и для воды, мы полагали, что основной вклад в малоинерционную нелинейность показателя преломления альфа-лактозы вносят валентные колебания в области 3 мкм, а узкие полосы поглощения в ТГц диапазоне дают в  $n_2$  малый вклад. Но, с другой стороны, именно эти узкие линии определяют зависимость линейного показателя преломления альфа-лактозы от частоты и аномальную групповую дисперсию для нее в диапазоне от 0.545 до 0.725 ТГц.

Пространственно-временную эволюцию поля ТГц волны на входе в среду (т.е. при  $z = 0$ ) мы рассматривали в виде осесимметричного параксиального гауссова пучка

$$E(0, r, t) = E_0 \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right) \exp\left(-\frac{t^2}{\tau_0^2}\right) \sin(\omega_0 t), \quad (2)$$

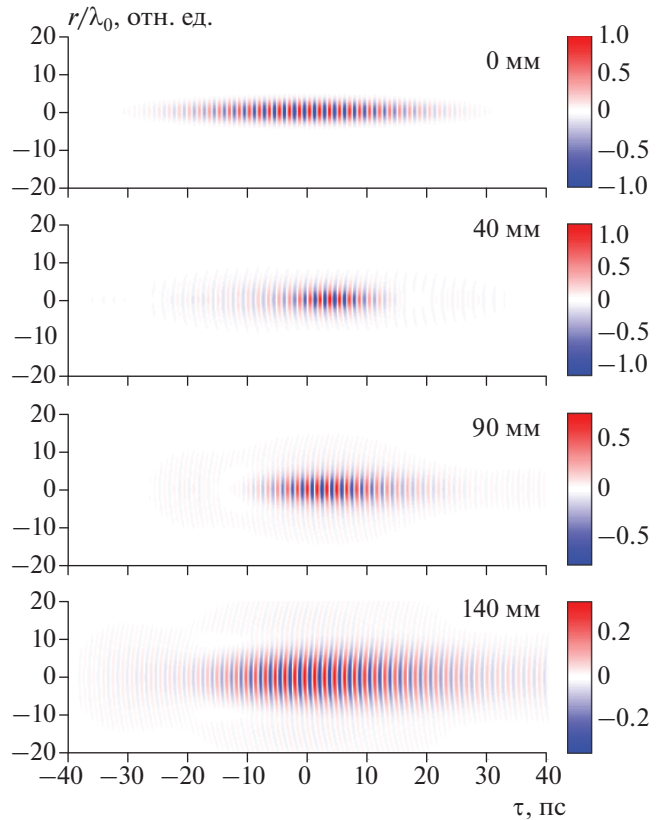
где  $E_0$  – входная амплитуда электрического поля волны,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $t$  – время,  $r_0$  – входной радиус пучка,  $\tau_0$  – начальная длительность импульса,  $\omega_0$  – его центральная частота.

Для предварительной оценки того, какое явление доминирует на начальном этапе распространения излучения в нелинейной среде — его самодействие, дисперсионное расплывание или дифракция — целесообразно использовать характерные длины нелинейности  $L_{\text{нел}} = c/\omega_0 n_2' I_0$ , дисперсии  $L_{\text{дисп}} = 2\tau_0^2/|\beta_2|$ , где  $\beta_2 = (\partial^2 k/\partial \omega^2)_{\omega_0}$ , и дифракции  $L_{\text{дифр}} = 2k_0 r_0^2$ , где  $k_0 = n_0 \omega_0/c$ ,  $n_0 = n(\omega_0)$  [6], которые, что видно из формул, зависят, как от характеристик среды, так и входных параметров излучения. Для расчета этих длин мы аппроксимировали часть кривой дисперсии, начинающейся с интересующей нас в работе области аномальной групповой дисперсии, по экспериментальной частотной зависимости показателя преломления альфа-лактозы [9], иллюстрация которой представлена на рис. 1 черной сплошной линией.

При анализе мы также использовали хорошо известное понятие длины самофокусировки  $L_{\text{сф}} = \frac{L_{\text{дифр}}}{\sqrt{P_0/P_{\text{кр}} - 1}}$  [11], где  $P_0 = (\pi r_0^2) I_0$  — пиковая мощность пучка на входе в среду, а  $P_{\text{кр}} = 3.77 \frac{\lambda_0^2}{8\pi n_0 n_2'}$  — критическая мощность самофокусировки [6],  $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$  — центральная длина волны излучения.

### ОСОБЕННОСТИ САМОФОКУСИРОВКИ ТГц ВОЛН ИЗ НЕБОЛЬШОГО ЧИСЛА КОЛЕБАНИЙ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СРЕДАХ С АНОМАЛЬНОЙ ГРУППОВОЙ ДИСПЕРСИЕЙ

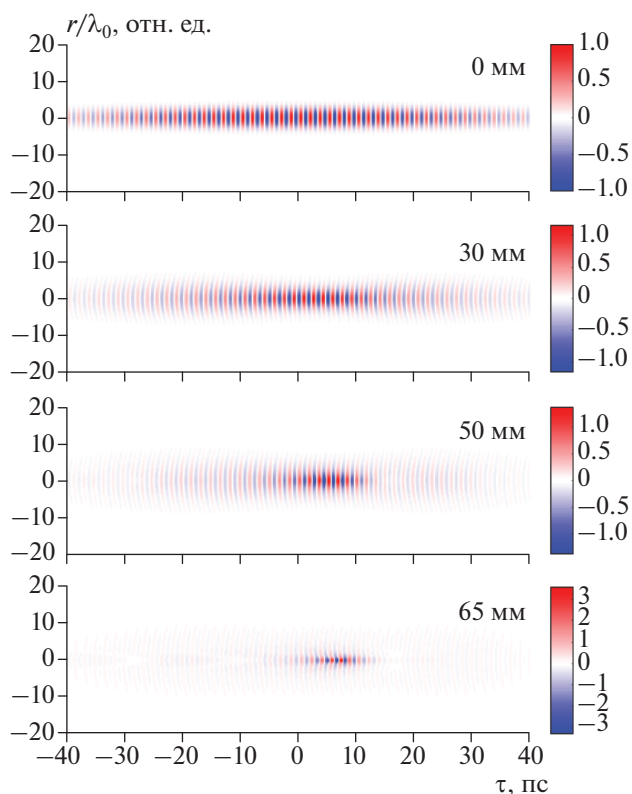
В качестве примера физической среды с аномальной групповой дисперсией мы выбрали конкретный материал, в котором эта область однозначно определена. Такой выбор ограничил возможность варьирования входной длительностью ТГц импульса, и, соответственно, начальной ширины его спектра, поскольку этот спектр должен находиться внутри области аномальной групповой дисперсии материала, которая не широка. Поэтому мы далее в расчетах полагали минимальное исходное число колебаний поля в волне равным  $N = 2\tau_0/T_0 = 20$ , где  $T_0 = 2\pi/\omega_0$  — центральный период колебаний, что при центральной частоте излучения  $\nu_0 = \omega_0/2\pi = 0.6$  ТГц означало значительное перекрытие спектром волны диапазона области аномальной групповой дисперсии материала (смотри рис. 1). При указанных параметрах входного импульса для выбранного материала дисперсионная длина составляла  $L_{\text{дисп}} = 24.9$  см. Для также рассмотренного ниже случая импульса с более узким спектром и с большим числом колебаний  $N = 40$  эта длина составляла  $L_{\text{дисп}} = 99.6$  см.



**Рис. 2.** Пространственно-временная эволюция электрического поля волны с гауссовым поперечным распределением для исходного числа колебаний  $N = 20$  и диаметра  $D_0 = 5\lambda_0$  с центральной частотой  $\nu_0 = 0.6$  ТГц. Начальные параметры волны:  $I_0 = 1.8 \cdot 10^7$  Вт/см<sup>2</sup>,  $P_0/P_{\text{кр}} = 1.9$ ,  $L_{\text{нел}} = 0.9$  см,  $L_{\text{дисп}} = 24.9$  см,  $L_{\text{дифр}} = 6.3$  см,  $L_{\text{сф}} = 6.7$  см.

Рассмотрим сначала закономерности самофокусировки ТГц пучка для случая, когда длина дифракции меньше дисперсионной длины, то есть, полагая, что на начальном этапе распространения пучка в нелинейной оптической среде его дифракция доминирует над дисперсией. При этом длину нелинейности выбираем меньшей длины дифракции, то есть рассматриваем мощность излучения большей, чем критическая мощность его самофокусировки.

На рис. 2 и 3 приведены результаты численного моделирования по полемому уравнению (1) распространения оптических волн вида (2) с одним и тем же входным поперечным размером (диаметром)  $D_0 = 2r_0 = 5\lambda_0$  для разных значений входной длительности импульса. По осям на рисунках отложены нормированная на центральную длину волны поперечная пространственная координата  $r$  и время в сопровождающей импульс системе координат  $\tau$ . Красным участкам



**Рис. 3.** Пространственно-временная эволюция электрического поля волны с гауссовым поперечным распределением для исходного числа колебаний  $N = 40$  и диаметра  $D_0 = 5\lambda_0$  с центральной частотой  $\nu_0 = 0.6$  ТГц. Начальные параметры волны:  $I_0 = 1.8 \cdot 10^7$  Вт/см<sup>2</sup>,  $P_0/P_{кр} = 1.9$ ,  $L_{нел} = 0.9$  см,  $L_{дисп} = 99.6$  см,  $L_{дифр} = 6.3$  см,  $L_{сф} = 6.7$  см.

плоскостных изображений этих рисунков соответствуют максимальные положительные значения пространственно-временного распределения поля волны, а синим — максимальные отрицательные. При выбранном значении диаметра пучка длина дифракции для него на обоих рисунках составляла  $L_{дифр} = 6.3$  см.

Расчеты эволюции в диэлектрической среде волнового пакета с исходным относительно небольшим числом колебаний  $N = 20$ , интенсивностью  $I_0 = 9.5 \cdot 10^6$  Вт/см<sup>2</sup>, то есть длиной нелинейности  $L_{нел} = 1.7$  см и отношением  $P_0/P_{кр} = 1$  (в рассматриваемых условиях взаимодействия излучения с веществом  $P_{кр} = 4.7 \cdot 10^5$  Вт) показали, что нелинейные эффекты временного или пространственного сжатия волны практически незаметны, реализуется ее линейное дисперсионно-дифракционное расплывание. Заметными нелинейные эффекты становятся лишь при мощности

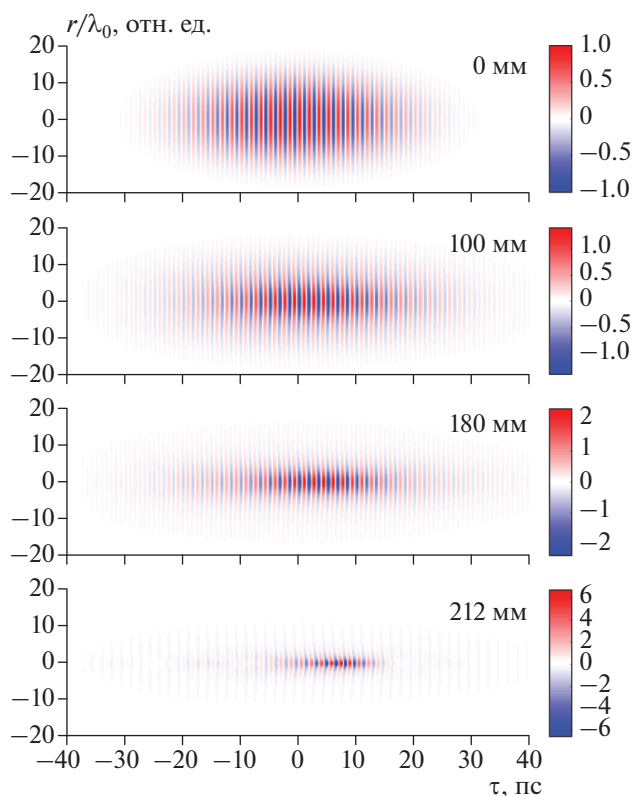
излучения, превышающей критическую мощность самофокусировки почти в два раза. На рис. 2 приведена эволюция пространственно-временного распределения электрического поля волны для  $N = 20$  и исходной пиковой интенсивности излучения  $I_0 = 1.8 \cdot 10^7$  Вт/см<sup>2</sup>, для которой длина нелинейности  $L_{нел} = 0.9$  см и отношение мощности излучения к критической мощности самофокусировки составляло  $P_0/P_{кр} = 1.9$ . Из рис. 2 видно, что нелинейные эффекты — пространственное и временное сжатие волны — при такой мощности излучения становятся наблюдаемыми. При этом временное самосжатие импульса является более сильным эффектом, чем пространственная самофокусировка пучка. Длительность импульса на оси пучка становится более, чем в два раза (по половинному уровню от максимального значения амплитуды) короче его исходной длительности. В то время как, продольные размеры пучка меняются незначительно.

На рис. 3 приведены результаты расчета пространственно-временной эволюции поля волны для тех же ее исходных поперечных размеров (той же длине дифракции) и том же отношении мощности к критической мощности самофокусировки в данной среде, что и для волны на рис. 2, но при ее двукратно большей исходной длительности (большей длине дисперсии). Из рис. 3 видно для более длинного импульса ( $N = 40$ ), но при остающихся неизменными других его параметрах, самофокусировка становится глубокой и полностью соответствующей ее классическим параметрам, например, с рассчитанной длиной самофокусировки  $L_{сф} = 6.7$  см, которая вытекает из известной оценки для квазимонохроматических пучков [11].

Из сопоставления результатов, приведенных на рис. 2 и 3, следует подтверждение того, что дисперсия импульсного ТГц излучения может “подавлять” их самофокусировку. Сверхкороткий ТГц импульс из исходно сорока колебаний поля продемонстрировал в нелинейной среде поведение, практически полностью совпадающее с классической теорией самофокусировки, в то время как для импульса из исходно двух десятков колебаний той же мощности дисперсия самофокусировку уже “подавила”.

В отличие от рассмотренного в работе [6] случая нормальной групповой дисперсии среды, в настоящей работе мы наблюдаем дополнительно эффект сильного временного сжатия волны (более, чем в два раза на рис. 2 и более, чем в десять раз на рис. 3), которое происходит раньше сжатия пучка в поперечных размерах.

Рассмотрим теперь закономерности самофокусировки ТГц пучка для случая, когда длина дифракции больше дисперсионной длины. На рис. 4 при-



**Рис. 4.** Пространственно-временная эволюция электрического поля волны с гауссовым поперечным распределением для исходного числа колебаний  $N = 20$  и диаметра  $D_0 = 20\lambda_0$  с центральной частотой  $\nu_0 = 0.6$  ТГц. Начальные параметры волны:  $I_0 = 2.67 \cdot 10^6$  Вт/см<sup>2</sup>,  $P_0/P_{кр} = 4.5$ ,  $L_{нел} = 6.0$  см,  $L_{дисп} = 24.9$  см,  $L_{дифр} = 101.2$  см,  $L_{сф} = 54.1$  см.

ведены численные расчеты для волны, характеризуемой рассмотренным выше исходным числом колебаний в волне  $N = 20$ , но при значительно большем входном диаметре пучка  $D_0 = 20\lambda_0$ , при котором длина дифракции  $L_{дифр} = 101.2$  см и становится значительно большей длины дисперсии  $L_{дисп} = 24.9$  см, с пиковой интенсивностью  $I_0 = 2.67 \cdot 10^6$  Вт/см<sup>2</sup>, для которой отношение  $P_0/P_{кр} = 4.5$ . Из рисунка видно, что при таком превышении мощности излучения над критической мощностью самофокусировка происходит. Но по другому сценарию, чем на рис. 2 и 3. В ходе самовоздействия волны сначала уменьшается поперечный размер пучка и только потом наблюдается уменьшение длительности импульса. Таким образом, реализуется сценарий обратный тому, что происходит с волной, для которой длина дифракции меньше длины дисперсии.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что самофокусировка импульсного ТГц излучения со спектром в области аномальной групповой дисперсии диэлектрической среды, как и для рассмотренного ранее авторами случая нормальной групповой дисперсии, может этой дисперсией “подавляться”. Продемонстрирована необходимость для наблюдения самофокусировки превышения мощности импульсного излучения над критической мощностью самофокусировки в разы, но не в сотни раз, как в статье [6]. Это связано с тем, что в данной работе изучалась самофокусировка волн не из нескольких колебаний, а из нескольких их десятков. Только при таком условии спектр излучения попадал в область аномальной групповой дисперсии среды. Было показано, что реализация режима самофокусировки волны требует тем большего превышения ее мощности над критической мощностью самофокусировки, чем меньше отношение длины дисперсии к длине дифракции.

Особенностью самофокусировки волн из относительно небольшого числа колебаний в среде с аномальной групповой дисперсией являлось то, что при длине дифракции пучка меньшей длины дисперсии временное сжатие волны начиналось раньше ее пространственной самофокусировки, а при большей, чем длина дисперсии, сначала происходило сжатие в поперечных размерах пучка и только потом временное укорочение импульса.

Авторы работы выражают благодарность академику А.Г. Литваку за идею проанализировать изученный авторами ранее эффект практически полного подавления самофокусировки сверхкоротких импульсов из-за доминирования дисперсии над их дифракцией, но в области не нормальной, а аномальной групповой дисперсии в связи с особенностями самовоздействия импульсов в этом спектральном диапазоне.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-02-00154).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Dolgaleva K., Materikina D.V., Boyd R.W., Kozlov S.A.* // Phys. Rev. A. 2015. V. 92. No. 2. Art. No. 023809.
2. *Zhukova M., Melnik M., Vorontsova I., Tsypkin A., Kozlov S.* // Photonics. 2020. V. 7. No. 4. Art. No. 98.
3. *Tsypkin A., Zhukova M., Melnik M. et al.* // Phys. Rev. Appl. 2021. V. 15. No. 5. Art. No. 054009.
4. *Sazonov S.V.* // J. Russ. Laser Res. 2018. V. 39. No. 3. P. 252.
5. *Drozdov A.A., Kozlov S.A., Sukhorukov A.A., Kivshar Y.S.* // Phys. Rev. A. 2012. V. 86. No. 5. Art. No. 053822.
6. *Kozlov S.A., Drozdov A.A., Choudhary S. et al.* // J. Opt. Soc. Amer. B. 2019. V. 36. No.10. Art. No. G68.

7. Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М.: Наука, 1988. 312 с.
8. Козлов С.А., Сазонов С.В. // ЖЭТФ. 1997. Т. 111. № 2. С. 404; Kozlov S.A., Sazonov S.V. // JETP. 1997. V. 84. No. 2. P. 221.
9. <https://www.menlosystems.com/products/thz-time-domain-solutions/teralyzer-single>.
10. Tsytkin A.N., Melnik M.V., Zhukova M.O. et al. // Opt. Expr. 2019. V. 27. No. 8. P. 10419.
11. Boyd R.W. Nonlinear optics. Academic press, 2020. 634 p.

## Features of self-focusing of pulse terahertz radiation with a spectrum in anomalous group-velocity dispersion region of a dielectric medium

A. A. Drozdov<sup>a, \*</sup>, S. A. Kozlov<sup>a</sup>

<sup>a</sup> ITMO University, St. Petersburg, 197101 Russia

\*e-mail: aadrozdv@itmo.ru

It is shown that self-focusing of pulse terahertz radiation with a spectrum in anomalous group-velocity dispersion region of a dielectric medium can be “suppressed” by this dispersion where pulse self-compression is characteristic for positive nonlinearity. The realization of self-focusing of a wave with considered spectrum requires the greater excess of its power over the critical power for self-focusing the smaller ratio of the dispersion length to the diffraction length of wave packet in the medium. When the diffraction length is shorter than the dispersion length, the temporal compression of a wave begins before its spatial self-focusing and for a longer one, vice versa.