

УДК 539.186.3

## ПЛЕНЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ В ТРЕХМЕРНОМ НЕУПОРЯДОЧЕННОМ АТОМНОМ АНСАМБЛЕ В ВОЛНОВОДЕ

© 2022 г. А. С. Курапцев<sup>1</sup>, \*, К. А. Баранцев<sup>1</sup>, А. Н. Литвинов<sup>1</sup>,  
Г. В. Волошин<sup>1</sup>, Мэн Хуэй<sup>1</sup>, И. М. Соколов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
“Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого”, Санкт-Петербург, Россия

\*E-mail: [aleksej-kurapcev@yandex.ru](mailto:aleksej-kurapcev@yandex.ru)

Поступила в редакцию 17.01.2022 г.

После доработки 07.02.2022 г.

Принята к публикации 21.02.2022 г.

На основе последовательного квантового микроскопического подхода проанализирован эффект пленения излучения в неупорядоченном ансамбле точечных примесных атомов в волноводе. Показано, что в одномодовом волноводе время пленения излучения экспоненциально возрастает при увеличении размера среды, что указывает на андерсоновскую локализацию света.

DOI: 10.31857/S0367676522060187

### ВВЕДЕНИЕ

Начиная с пионерской работы Парселла [1], взаимодействие света с атомами, находящимися в резонаторе или в волноводе, привлекает значительное внимание. В настоящее время хорошо известно, что резонатор модифицирует пространственную структуру мод электромагнитного поля. Это приводит к изменениям в характере взаимодействия атома с полем, в том числе с вакуумными модами поля. В частности, это вызывает усиление или замедление скорости спонтанного распада [2–6]. Данный эффект дает возможности для приготовления сред с заданными оптическими свойствами и для управления этими свойствами в режиме реального времени. По этой причине исследование атомных систем, находящихся в резонаторе или в волноводе, является одним из современных трендов в атомной оптике и в квантовой оптике. Взаимодействие света с атомами, связанными с нанопотонными структурами, такими как нановолокно [7–9], фотонно-кристаллические резонаторы [10] и волноводы [11, 12], может стать основой для будущих приложений в квантовой метрологии, масштабируемых квантовых сетях и квантовой информатике [13–15].

Модификация структуры мод электромагнитного поля приводит к изменению не только одноатомных характеристик, но и характера обмена фотонами между различными атомами. В свою очередь, это приводит к изменению межатомного диполь-дипольного взаимодействия [16, 17], а также связанных с ним кооперативных эффектов

[18–21]. При этом такое косвенное влияние на свойства атомной среды посредством модификации кооперативных эффектов может быть более значимо, чем прямое влияние через модификацию одноатомных свойств. По этой причине кооперативные свойства холодных атомарных газов, связанных с диэлектрическими наноразмерными структурами, такими как нановолокна [22–27] и фотонные кристаллы [28–30], активно изучаются в настоящее время. Кооперативные явления, такие как суперизлучение, привлекают значительное внимание в широкой области исследований, в частности, в плазмонике [31–34]. Еще одним актуальным направлением является исследование влияния безызлучательных эффектов на сверхизлучение [35, 36].

Увеличение размера атомного ансамбля, т.е. увеличение числа атомов, приводит не только к количественным изменениям, но и к качественно новым эффектам при взаимодействии атомов с электромагнитным полем, например, андерсоновской локализации света. По этой причине исследование многоатомных кооперативных эффектов заслуживает особого внимания. Тем не менее, многоатомные явления, такие как многократное и рекуррентное рассеяние света в ансамбле точечных примесных атомов в волноводе, в настоящее время не изучены детально.

Целью работы является последовательное квантовомеханическое описание многоатомных кооперативных эффектов в ансамбле точечных примесных атомов, внедренных в твердый про-

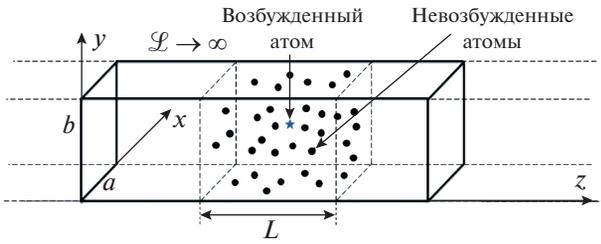


Рис. 1. Схематическое изображение волновода и находящихся внутри него атомов.

зрачный диэлектрик и помещенных в волновод. Мы проанализировали пленение излучение в таком ансамбле. Показано, что в одномодовом волноводе время пленения излучения экспоненциально возрастает при увеличении размера среды, что указывает на андерсоновскую локализацию света.

## ОСНОВНЫЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ И ПОДХОД

Для описания динамики атомно-полевой системы мы используем последовательный квантовый микроскопический подход, в рамках которого примесные атомы рассматриваются как точечные неподвижные рассеиватели электромагнитных волн. Данная модель хорошо подходит для описания ансамблей примесных атомов, находящихся в твердом прозрачном диэлектрике при низких температурах, что дает возможности для экспериментальной верификации теории [37, 38]. Для определенности мы будем считать, что атомы одинаковые, имеют невырожденное основное состояние  $|g_i\rangle$  с энергией  $E_g$  и полным угловым моментом  $J_g = 0$  и возбужденное состояние  $|e_i\rangle$ , которому соответствует  $E_e = E_g + \hbar\omega_0$ ,  $J_e = 1$  и естественная ширина линии  $\gamma_0$  ( $\hbar$  — постоянная Планка, индекс  $i = 1, \dots, N$  обозначает характеристики, соответствующие атому с номером  $i$  в ансамбле из  $N$  атомов). Возбужденное состояние, таким образом, является трехкратно вырожденным, и представляет собой три зеемановских подуровня  $|e_{i,m_j}\rangle$ , отличающихся друг от друга проекцией полного углового момента на ось квантования  $z - m_j = -1, 0, 1$ . Для удобства выберем ось  $z$  вдоль оси волновода. Считая стенки волновода идеально проводящими (т.е. пренебрегая потерями), мы можем записать нестационарное уравнение Шрёдингера для волновой функции объединенной системы, которая состоит из атомов и электромагнитного поля в волно-

воде, включая вакуумный термостат. Эта система описывается следующим гамильтонианом [39]:

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^N \sum_{m_j=-1}^1 \hbar\omega_0 |e_{i,m_j}\rangle \langle e_{i,m_j}| + \sum_{k,\alpha} \hbar\omega_k \left( \hat{a}_{k,\alpha}^\dagger \hat{a}_{k,\alpha} + \frac{1}{2} \right) - \sum_{i=1}^N \hat{d}_i \cdot \hat{E}(\vec{r}_i) + \frac{1}{2\epsilon_0} \sum_{i \neq j}^N \hat{d}_i \cdot \hat{d}_j \delta(\vec{r}_i - \vec{r}_j), \quad (1)$$

где первые два слагаемых описывают невзаимодействующие атомы и электромагнитное поле в пустом волноводе, соответственно; третье слагаемое описывает взаимодействие между атомами и полем в дипольном приближении и последнее слагаемое (контактный член) обеспечивает правильное описание электромагнитного поля, излученного атомами [39]. В выражении (1)  $\hat{a}_{k,\alpha}^\dagger$  и  $\hat{a}_{k,\alpha}$  — это операторы рождения и уничтожения фотона в соответствующей моде,  $\omega_k$  — частота фотона,  $\hat{d}_i$  — оператор дипольного момента атома  $i$ ,  $\hat{E}(\vec{r}_i)$  — оператор вектора электрического смещения в волноводе,  $\vec{r}_i$  — радиус-вектор атома  $i$ .

Поперечное сечение волновода мы будем считать прямоугольным, размеры сторон  $a$  и  $b$ . Конкретный вид оператора  $\hat{E}(\vec{r}_i)$ , соответствующий такому волноводу можно найти, например, в работе [40]. Этот оператор был получен на основе стандартной процедуры квантования электромагнитного поля; продольный размер ящика квантования  $\mathcal{L} \rightarrow \infty$ . Атомный ансамбль заполняет все поперечное сечение волновода. Продольную длину среды вдоль оси  $z$  обозначим  $L$ , см. рис. 1.

Начальные условия рассмотрим в следующем виде. При  $t = 0$  в ансамбле с достоверной вероятностью возбужден только один атом, расположенный в центре образца. Для определенности, будем полагать, что у данного атома заселен только подуровень возбужденного состояния  $m_j = -1$ . При этом все остальные атомы в начальный момент времени находятся в основном состоянии, а электромагнитное поле находится в вакуумном состоянии. Такие начальные условия позволят нам проанализировать динамику распространения излученного внутри среды света и, соответственно, эффект пленения излучения.

Решая уравнение Шрёдингера для объединенной системы, которая состоит из атомов и электромагнитного поля в волноводе, и ограничиваясь рассмотрением состояний с не более чем одним фотоном в полевой подсистеме (т.е. пренебрегая нелинейными эффектами), мы мо-

жем получить систему уравнений для квантово-механических амплитуд однократно возбужденных атомных состояний  $b_e$  со связью между атомами, обусловленной диполь-дипольным взаимодействием. Для фурье-компонент  $b_e(\omega)$  мы имеем (подробнее см. [41])

$$\sum_{e'} \left[ (\omega - \omega_0) \delta_{ee'} + \frac{\gamma_0}{2} G_{ee'}(\omega_0) \right] b_{e'}(\omega) = i \delta_{es}. \quad (2)$$

Индекс “s”, как и индексы “e” и “e'”, содержит информацию о номере атома и о номере конкретного зеемановского подуровня возбужденного состояния соответствующего атома. Состояние “s” обозначает подуровень  $m_J = -1$  изначально возбужденного атома.

Посредством обратного преобразования Фурье мы находим временную зависимость квантово-механических амплитуд  $b_e(t)$ . В свою очередь, это позволяет нам найти амплитуды всех полевых состояний, учитываемых в расчете, и в конечном итоге волновую функцию объединенной атомно-полевой системы. Случайную неупорядоченность среды мы учитываем посредством многократных статистических усреднений наблюдаемых величин методом Монте-Карло. Данный метод был апробирован нами ранее при анализе атомных ансамблей, находящихся в резонаторе Фабри–Перо [19, 20], а также вблизи одной проводящей поверхности [41–43]. Важным преимуществом квантового микроскопического подхода является его универсальность, а именно, возможность с единых позиций рассматривать как динамические задачи, такие как, например, задача о спонтанном распаде возбужденного атома в среде, так и возбуждение атомного ансамбля внешним излучением. При этом внешнее пробное излучение может быть как стационарным [44, 45], так и импульсным [46–48].

## РЕЗУЛЬТАТЫ

Характер пленения излучения может быть проанализирован на основе динамики атомного возбуждения. Вероятность заселения каждого из зеемановских подуровней возбужденного состояния для каждого атома вычисляется стандартным образом как  $|b_e(t)|^2$ . Полную вероятность атомного возбуждения  $P_{sum}(t)$  определим как сумму  $|b_e(t)|^2$  по всем атомам ансамбля. Таким образом, в начальный момент времени величина  $P_{sum}$ , очевидно, равна 1. С течением времени полная вероятность атомного возбуждения монотонно убывает, так как излучение постепенно выходит из атомного ансамбля. Это убывание происходит тем медленнее, чем больше размер среды. Определим характерное время пленения излучения  $\tau$  как

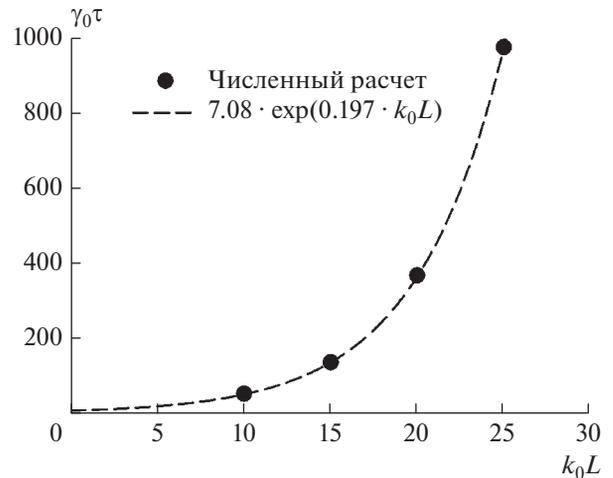


Рис. 2. Зависимость времени пленения излучения от продольной длины среды. Размеры поперечного сечения волновода  $a = 4$ ,  $b = 2$ ; атомная плотность  $n = 0.1$ .

то время, за которое полная вероятность атомного возбуждения уменьшается в  $e$  раз по сравнению с первоначальным значением ( $e$  — основание натуральных логарифмов), т.е.  $P_{sum}(\tau) = 1/e$ .

На рис. 2 показана зависимость времени пленения излучения от продольного размера среды,  $\tau(L)$ . Размеры волновода выбраны так, чтобы волновод был одномодовым по отношению к излучению на резонансной частоте атомного перехода:  $a = 4$ ,  $b = 2$  (здесь и далее мы принимаем обратное волновое число излучения, резонансного перехода изолированного атома,  $k_0^{-1}$ , за единицу длины). Атомная плотность выбрана  $n = 0.1$ . Длина свободного пробега резонансного фотона в атомном ансамбле, находящемся в свободном пространстве,  $l_{fr}$ , при такой плотности атомов сравнительно мала:  $l_{fr} < 1.5$  [44]. Таким образом, можно сделать заключение о том, что при тех размерах среды, которые рассмотрены на рис. 2, атомный ансамбль является оптически плотным, и, соответственно, в нем происходит многократное рассеяние света [49].

На рис. 2 отчетливо видно, что асимптотика зависимости  $\tau(L)$  при больших значениях длины среды ( $L \gg l_{fr}$ ) является экспоненциальной. Для наглядности на рисунке представлена экспоненциальная аппроксимация, построенная на базе нескольких расчетных точек. Видно, что расчетные точки с хорошей точностью ложатся на экспоненциальную кривую.

Экспоненциальная зависимость времени пленения излучения от размера среды является одним из признаков андерсоновской локализации

света. Это дает нам основания полагать, что в одномодовом волноводе может иметь место данное физическое явление.

По нашему мнению, объяснение наблюдаемого эффекта может лежать в дальнедействующем характере диполь-дипольного взаимодействия в волноводе. Как было показано ранее, в волноводе даже далеко отстоящие друг от друга атомы могут сильно взаимодействовать посредством обмена резонансными фотонами [40]. В случае одномодового волновода этот эффект проявляет себя наиболее ярко, т.к. расстояние между проекциями расположений атомов на плоскость поперечного сечения волновода мало, а зависимость энергии диполь-дипольного взаимодействия от координат атомов носит гармонический характер. Такое усиленное межатомное взаимодействие может приводить ко многим нетривиальным эффектам, не характерным для свободного пространства, в частности, к андерсоновской локализации света.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Отметим, что наблюдаемый эффект связан с дальнедействием диполь-дипольного взаимодействия в волноводе. В свою очередь, это дальнедействие обусловлено модификацией пространственной структуры мод электромагнитного поля в волноводе по сравнению со свободным пространством. Таким образом, дальнедействие диполь-дипольного взаимодействия в волноводе является частным случаем более общего эффекта, а именно, модификации характера любого электромагнитного взаимодействия между частицами в волноводах и резонаторах. Это актуально для многих прикладных задач, в частности, для разработки нанолазера [50]. Кроме того, можно ожидать, что в резонаторах и волноводах изменится также характер двухфотонных резонансов, таких как двойной радиооптический резонанс [51] и резонанс когерентного пленения населенностей [52, 53].

Результаты работы были получены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого ([www.scc.spbstu.ru](http://www.scc.spbstu.ru)).

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 21-72-10004).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Purcell E.M. // Phys. Rev. 1946. V. 69. P. 681.
2. Agarwal G.S. // Phys. Rev. A. 1975. V. 12. P. 1475.
3. Kleppner D. // Phys. Rev. Lett. 1981. V. 47. P. 233.
4. Barut A.O., Dowling J.P. // Phys. Rev. A. 1987. V. 36. P. 649.
5. Dowling J.P. // Found. Phys. 1993. V. 23. P. 895.
6. Agarwal G.S. // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. P. 5500.
7. Vetsch E., Reitz D., Sagué G. et al. // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 104. Art. No. 203603.
8. Goban A., Choi K.S., Alton D.J. et al. // Phys. Rev. Lett. 2012. V. 109. Art. No. 033603.
9. Kien F.-L., Gupta S.D., Balykin V.I., Hakuta K. // Phys. Rev. A. 2005. V. 72. Art. No. 032509.
10. Thompson J.D., Tiecke T.G., de Leon N.P. et al. // Science. 2013. V. 340. P. 1202.
11. Yu S.-P., Hood J.D., Muniz J.A. et al. // Appl. Phys. Lett. 2014. V. 104. Art. No. 111103.
12. Goban A., Hung C.-L., Yu S.-P. et al. // Nature Commun. 2014. V. 5. P. 3808.
13. Gorshkov A.V., Andre A., Lukin M.D., Sorensen A.S. // Phys. Rev. A. 2007. V. 76. Art. No. 033804.
14. Kalachev A. // Phys. Rev. A. 2008. V. 78. Art. No. 043812.
15. Kalachev A., Kocharovskaya O. // Phys. Rev. A. 2013. V. 88. Art. No. 033846.
16. Kobayashi T., Zheng Q., Sekiguchi T. // Phys. Rev. A. 1995. V. 52. P. 2835.
17. Agarwal G.S., Gupta S.D. // Phys. Rev. A. 1998. V. 57. P. 667.
18. Rohlsberger R., Schlage K., Sahoo B. et al. // Science. 2010. V. 328. P. 1248.
19. Курапцев А.С., Соколов И.М. // ЖЭТФ. 2016. Т. 150. С. 275; Kuraptsev A.S., Sokolov I.M. // J. Exp. Theor. Phys. 2016. V. 123. P. 237.
20. Kuraptsev A.S., Sokolov I.M. // Phys. Rev. A. 2016. V. 94. Art. No. 022511.
21. Lee M.D., Jenkins S.D., Bronstein Y., Ruostekoski J. // Phys. Rev. A. 2017. V. 96. Art. No. 023855.
22. Kien F.-L., Gupta S.D., Nayak K.P. et al. // Phys. Rev. A. 2005. V. 72. Art. No. 063815.
23. Corzo N.V., Gouraud B., Chandra A. et al. // Phys. Rev. Lett. 2016. V. 117. Art. No. 133603.
24. Pivovarov V.A., Sheremet A.S., Gerasimov L.V. et al. // Phys. Rev. A. 2018. V. 97. Art. No. 023827.
25. Yan G.-A., Lu H., Qiao H.-X. et al. // Opt. Commun. 2018. V. 416. P. 50.
26. Solano P., Fatemi F.K., Orozco L.A. et al. // Opt. Lett. 2017. V. 42. P. 2283.
27. Cheng M.-T., Xu J., Agarwal G.S. // Phys. Rev. A. 2017. V. 95. Art. No. 053807.
28. Douglas J.S., Habibian H., Hung C.-L. et al. // Nature Photon. 2015. V. 9. P. 326.
29. Gonzalez-Tudela A., Hung C.-L., Chang D.E. et al. // Nature Photon. 2015. V. 9. P. 320.
30. Goban A., Hung C.-L., Hood J.D. et al. // Phys. Rev. Lett. 2015. V. 115. Art. No. 063601.
31. Zhang Y.-X., Zhang Y., Molmer K. // Phys. Rev. A. 2018. V. 98. Art. No. 033821.
32. Zhang Y.-X., Zhang Y., Molmer K. // ACS Photon. 2019. V. 6. P. 871.
33. Губин М.Ю., Гладуш М.Г., Прохоров А.В. // Опт. и спектроск. 2019. Т. 126. № 1. С. 78; Gubin M.Y., Gladush M.G., Prokhorov A.V. // Opt. Spectrosc. 2019. V. 126. No. 1. P. 83.

34. *Evangelou S., Yannopoulos V., Paspalakis E.* // Phys. Rev. A. 2011. V. 83. Art. No. 023819.
35. *Shammah N., Lambert N., Nori F., Liberato S.D.* // Phys. Rev. A. 2017. V. 96. Art. No. 023863.
36. *Shammah N., Ahmed S., Lambert N. et al.* // Phys. Rev. A. 2018. V. 98. Art. No. 063815.
37. *Еремчев И.Ю., Лозинг Н.А., Баев А.А. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 2018. Т. 108. № 1. С. 26; *Eremchev I.Y., Lozing N.A., Baev A.A. et al.* // JETP Lett. 2018. V. 108. P. 30.
38. *Naumov A.V., Gorshchev A.A., Gladush M.G. et al.* // Nano Lett. 2018. V. 18. P. 6129.
39. *Morice O., Castin Y., Dalibard J.* // Phys. Rev. A. 1995. V. 51. P. 3896.
40. *Kuraptsev A.S., Sokolov I.M.* // Phys. Rev. A. 2020. V. 101. Art. No. 053852.
41. *Kuraptsev A.S., Sokolov I.M.* // Laser Phys. 2018. V. 28. Art. No. 085203.
42. *Куранцев А.С., Соколов И.М.* // ЖЭТФ. 2018. Т. 154. С. 534; *Kuraptsev A.S., Sokolov I.M.* // J. Exp. Theor. Phys. 2018. V. 127. P. 455.
43. *Kuraptsev A.S., Sokolov I.M.* // Phys. Rev. A. 2019. V. 100. Art. No. 063836.
44. *Kuraptsev A.S., Sokolov I.M.* // Phys. Rev. A. 2011. V. 84. Art. No. 053811.
45. *Kuraptsev A.S., Sokolov I.M.* // Phys. Rev. A. 2013. V. 87. Art. No. 063839.
46. *Соколов И.М.* // ЖЭТФ. 2017. Т. 153. С. 453; *Sokolov I.M.* // J. Exp. Theor. Phys. 2017. V. 125. P. 384.
47. *Божокин С.В., Соколов И.М.* // ЖТФ. 2018. Т. 88. С. 1771; *Bozhokin S.V., Sokolov I.M.* // Tech. Phys. 2018. V. 63. P. 1711.
48. *Соколов И.М.* // ЖЭТФ. 2021. Т. 159. С. 68; *Sokolov I.M.* // J. Exp. Theor. Phys. 2021. V. 132. P. 56.
49. *Ларионов Н.В., Соколов И.М.* // ЖЭТФ. 2018. Т. 154. С. 310; *Larionov N.V., Sokolov I.M.* // J. Exp. Theor. Phys. 2018. V. 127. P. 264.
50. *Larionov N.V., Kolobov M.I.* // Phys. Rev. A. 2011. V. 84. Art. No. 055801.
51. *Litvinov A., Kazakov G., Matisov B., Mazets I.* // J. Phys. B. 2008. V. 41. Art. No. 125401.
52. *Barantsev K.A., Velichko E.N., Litvinov A.N.* // J. Phys. B. 2014. V. 47. Art. No. 245401.
53. *Баранцев К.А., Попов Е.Н., Литвинов А.Н.* // Квант. электрон. 2018. Т. 48. С. 615; *Barantsev K.A., Popov E.N., Litvinov A.N.* // Quantum Electron. 2018. V. 48. P. 615.

### Radiation trapping in a three-dimensional disordered atomic ensemble in a waveguide

A. S. Kuraptsev<sup>a, \*</sup>, K. A. Barantsev<sup>a</sup>, A. N. Litvinov<sup>a</sup>, G. V. Voloshin<sup>a</sup>, Hui Meng, I. M. Sokolov<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, 195251 Russia

\*e-mail: aleksej-kurapcev@yandex.ru

On the basis of a consistent quantum microscopic approach, we have analyzed the effect of radiation trapping in a disordered ensemble of point impurity atoms in a waveguide. We have shown that, in a single-mode waveguide, the time of radiation trapping exponentially increases with an increase in the size of the medium, which indicates the Anderson localization of light.