ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 6, с. 766–769

УДК 535.2

О ДИССИПАТИВНЫХ СОЛИТОНАХ В НЕРАВНОВЕСНЫХ МЕТАСТАБИЛЬНЫХ СРЕДАХ

© 2022 г. С. В. Сазонов[1, 2, 3, *]

[1]Федеральное государственное бюджетное учреждение
"Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", Москва, Россия

[2]Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
"Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова", Москва, Россия

[3]Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
"Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)", Москва, Россия

*E-mail: sazonov.sergey@gmail.com

Поступила в редакцию 17.01.2022 г.
После доработки 07.02.2022 г.
Принята к публикации 21.02.2022 г.

Предложено уравнение для исследования нелинейной динамики локализованных диссипативных предельно коротких структур в неравновесных нерезонансных средах. Длительность данных структур значительно меньше характерного времени релаксации населенности квантовых состояний среды, но может быть сравнима со временем фазовой релаксации. Проанализировано частное решение в виде уединенного униполярного импульса при наложенном ограничении на коэффициенты уравнения. При аналогичных условиях выведено уравнение для огибающей квазимонохроматического импульса и отмечены его отличия от уравнения Гинзбурга–Ландау.

DOI: 10.31857/S0367676522060242

ВВЕДЕНИЕ

Временные солитоны представляют собой уединенные волны, локализованные в направлении распространения и способные формироваться в нелинейной среде. В оптике временными солитонами могут быть короткие лазерные импульсы. Различают консервативные и диссипативные солитоны.

Для формирования консервативных временных солитонов, помимо нелинейности, необходимо присутствие дисперсии. При этом в среде практически отсутствуют необратимые потери энергии (диссипация). Взаимная компенсация нелинейного самосжатия и дисперсионного расплывания волнового пакета может привести к формированию консервативного солитона.

Для формирования диссипативных солитонов необходимо наличие нелинейного автономного источника энергии и необратимых потерь [1, 2]. Взаимная компенсация притока энергии и ее диссипации способна привести к образованию устойчивой локализованной диссипативной структуры – диссипативного солитона.

К настоящему времени исследовано достаточно много консервативных и диссипативных оптических солитонов. При этом рассмотрены резонансные и нерезонансные солитоны.

Нерезонансные временные диссипативные солитоны исследуются обычно на основе обобщенных версий комплексного уравнения Гинзбурга–Ландау (ГЛ) [1–7]. Обычно рассматриваются кубическая нелинейность или совокупность нелинейностей третьей и пятой степеней [3, 8], а также насыщающая нелинейность [1]. При этом неявно предполагается, что временная длительность τ_p солитона превышает как времена фазовой T_2, так и энергетической T_1 релаксации (релаксации населенностей квантовых состояний).

В твердых телах обычно $T_2 \ll T_1$. Причем отношение T_2/T_1 лежит для различных сред и квантовых переходов в широком интервале значений от 10^{-2} до 10^{-5} [9]. В этой связи возникает вопрос о свойствах диссипативных солитонов, длительности τ_p которых и соответствующие времена наблюдения Δt удовлетворяют условию

$$T_2 \sim \tau_p, \quad \Delta t \ll T_1. \tag{1}$$

В этом случае неравновесная среда не успевает релаксировать к термодинамическому равновесию, но может перейти в другое неравновесное метастабильное состояние.

Исследованию диссипативных оптических солитонов, удовлетворяющих условию (1), посвящена настоящая работа.

ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ И ЕГО РЕШЕНИЕ В ВИДЕ УНИПОЛЯРНОГО ИМПУЛЬСА

Одной из тенденций развития лазерной физики и нелинейной оптики является создание в лабораторных условиях импульсов все более коротких длительностей. Сегодня уже можно говорить об оптике однопериодных [10] и даже униполярных [11] импульсов. Ниже оба типа сигналов будем называть предельно короткими импульсами (ПКИ). По понятным причинам при исследовании взаимодействия таких импульсов с веществом неприменимо стандартное для квазимонохроматических сигналов приближение медленно меняющихся огибающих. Поэтому необходимо выводить волновые уравнения непосредственно для электрического поля E импульса.

В [12, 13] для электрического поля нерезонансного импульса, распространяющегося в диспергирующей консервативной нелинейной среде при условии $\omega_0\tau_p \gg 1$ (ω_0 – характерная частота задействованных квантовых переходов) было получено модифицированное уравнение Кортевега–де Вриза (МКдВ). В работах [14, 15] было показано, что динамика нерезонансного ПКИ в неравновесной среде, длительность которого значительно превышает время T_2, но гораздо меньше времени T_1, описывается уравнением диффузии с нелинейным нелокальным источником.

Левая часть неравенства (1) соответствует ситуации, когда длительность ПКИ может быть порядка T_2. В этих условиях следует учитывать как дисперсионные эффекты, которыми пренебрегалось в [14, 15], так и диссипативные процессы, обусловленные фазовой релаксацией и оставленные за рамками рассмотрения в [12, 13]. В результате для импульса, распространяющегося вдоль оси z, будем иметь уравнение вида

$$\frac{\partial E}{\partial z} = \alpha\frac{\partial}{\partial\tau}\left(E\int_{-\infty}^{\tau}E^2 d\tau'\right) + \beta E^2\frac{\partial E}{\partial\tau} + \gamma\frac{\partial^2 E}{\partial\tau^2} + \sigma\frac{\partial^3 E}{\partial\tau^3}. \tag{2}$$

Здесь $\tau = t - n_0 z/c$ – “бегущее” время, c – скорость света в вакууме, n_0 – безынерционный показатель преломления среды, которая характеризуется также коэффициентами α, β, γ и σ; при этом $\gamma \sim \sigma/T_2$, $\alpha \sim \beta/T_2$.

Важно заметить, что при нормальной (не инверсной) заселенности квантовых состояний атомов среды коэффициенты α, β, γ и σ положительны. В случае же инверсной населенности они отрицательны.

Уравнение (2) справедливо как для импульсов в двухуровневой, так и в многоуровневой среде. Так как здесь нет принципиальных различий, то в целях простоты выпишем выражение для динамики разности населенностей W двухуровневых атомов, сопровождающей распространение ПКИ:

$$W = W_{-\infty}\left[1 - 2\left(\frac{d}{\hbar\omega_0}\right)^2\left(\frac{2}{T_2}\int_{-\infty}^{t}E^2 dt' + E^2\right)\right]. \tag{3}$$

Здесь $W_{-\infty}$ – начальная (при $t = -\infty$) разность населенностей (при инверсной начальной населенности $W_{-\infty} > 0$, при нормальной – $W_{-\infty} < 0$), d – дипольный момент рассматриваемого квантового перехода, $\hbar$ – постоянная Планка.

Положив в (2) формально $T_2 \to \infty$, что соответствует условию $\tau_p \ll T_2$, получим $\gamma = \alpha = 0$. Тогда (2) переходит в уравнение МКдВ [12, 13]. В противоположном пределе $\tau_p \gg T_2$ в (2) можно положить $\beta = \sigma = 0$. В этом случае (2) переходит в уравнение, полученное в [14, 15].

В обоих этих предельных случаях имеются точные локализованные решения в виде гиперболических секансов, описывающих распространение униполярных импульсов [12–15]. Причем оба решения, будучи совершенно различными по физическому содержанию, обладают непрерывным свободным параметром в виде временной длительности τ_p солитона. С уменьшением τ_p амплитуда как консервативного, так и диссипативного солитона возрастает. В непрерывном свободном параметре содержится информация об импульсе на входе в среду. Этот результат нетривиален для диссипативного униполярного солитона. Обычно решение в виде диссипативного солитона не обладает непрерывным свободным параметром. Объясняется это тем, что в результате диссипации в процессе формирования солитона стирается информация о входных условиях. Ситуация здесь аналогична предельному циклу в теории автоколебаний, который обладает широкой областью притяжения к себе начальных условий из фазового пространства.

Нетрудно видеть, что при условии

$$\frac{\gamma}{\alpha} = \frac{2\sigma}{3\beta} \tag{4}$$

уравнение (2) имеет решение в виде униполярного солитона с непрерывным свободным параметром τ_p:

$$E = \frac{1}{\tau_p}\sqrt{\frac{\gamma}{\alpha}}\operatorname{sech}\left(\frac{t - z/\upsilon}{\tau_p}\right), \tag{5}$$

где скорость υ солитона связана с его длительностью τ_p соотношением

$$\frac{1}{\upsilon} = \frac{n_0}{c} + \frac{\gamma}{\tau_p} - \frac{\sigma}{\tau_p^2}. \tag{6}$$

Заметим, что данное решение существует как при инверсной (α, β, γ, $\sigma < 0$), так и при нормальной (α, β, γ, $\sigma > 0$) населенности квантовых состояний атомов среды. Однако в обоих случаях состояние среды является неравновесным. При инверсной населенности запасом энергии обладает рассматриваемая среда. При нормальной населенности данный запас содержится в окружающем среду термостате, так как температура термостата выше температуры окружающей среды [15]. Здесь диссипативный солитон является своего рода переключателем, выравнивающим состояния неравновесной среды и термостата. В случае двухуровневой среды $\gamma/\alpha = \hbar^2/2d^2$ [14]. Тогда из (3) и (5) для разности населенностей после прохождения диссипативного солитона найдем

$$W_{+\infty} = W_{-\infty}\left(1 - \frac{4}{\omega_0^2 T_2 \tau_p}\right). \tag{7}$$

Так как выполняются условия $\omega_0\tau_p \gg 1$ и $\omega_0 T_2 \gg 1$, то изменение разности населенностей весьма незначительно. Т.е., после прохождения солитона в среде не устанавливается термодинамическое равновесие. Среда переходит в некоторое короткоживущее метастабильное состояние, время жизни которого порядка T_1. В любом случае данное метастабильное состояние ближе к термодинамическому равновесию, нежели начальное состояние.

В органических материалах (например, полимерах) время фазовой релаксации может быть очень коротким и составлять порядка 10^{-13} с. Тогда, взяв $\tau_p \sim 10^{-13}$ с, $d \sim 10^{-18}$ СГСЭ, для напряженности электрического поля солитона будем иметь $E \sim \hbar/d\tau_p \sim 10^6$ В/см. Таким напряженностям соответствуют интенсивности $\sim 10^{11}$ Вт/см^2.

УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ОГИБАЮЩЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Перейдем теперь от униполярных импульсов к квазимонохроматическим сигналам с несущей частотой ω и волновым числом k. Для этого представим электрическое поле импульса в виде

$$E = \psi e^{i(\omega t - kz)} + \psi^* e^{-i(\omega t - kz)}. \tag{8}$$

Подставляя (8) в (2) и пренебрегая при этом быстро осциллирующими слагаемыми, а также, в силу условия $\omega\tau_p \gg 1$, третьей производной от огибающей ψ, придем к уравнению

$$\begin{aligned}\frac{\partial\psi}{\partial z} = -\Gamma\psi + D\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2} + b|\psi|^2\psi + \\ + 2\alpha\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\int_{-\infty}^{\theta}|\psi|^2 d\theta' + ia\psi\int_{-\infty}^{\theta}|\psi|^2 d\theta'.\end{aligned} \tag{9}$$

Здесь $\Gamma = \gamma\omega^2$, $D = \gamma + 3i\sigma\omega$, $b = 5\alpha/2 + i\beta\omega$, $a = 2\alpha\omega$, $\theta = t - z/\upsilon_g$, а групповая скорость υ_g определяется выражением $1/\upsilon_g = dk/d\omega = n_0/c + \sigma\omega^2$.

Уравнение (9) отличается от уравнения ГЛ с кубической нелинейностью [1], описывающего диссипативные солитоны с длительностью $\tau_p \gg T_1$. Отличие, прежде всего, состоит в том, что в (9) присутствует нелокальная диссипативная нелинейность, описываемая двумя интегральными слагаемыми в правой части. Данные слагаемые описывают нелинейный пространственный чирп. Первое слагаемое в правой части при нормальной населенности квантовых состояний ($\gamma > 0$) описывает линейное поглощение, а при инверсной населенности ($\gamma < 0$) – линейное усиление. Комплексный коэффициент D во втором слагаемом соответствует диффузионно-дисперсионным процессам. Действительная часть коэффициента в третьем нелинейном слагаемом описывает нелинейное пороговое усиление (при нормальной населенности) и насыщение нелинейного поглощения (при инверсной населенности). Мнимая часть коэффициента b – соответствует модуляционной неустойчивости сигнала.

Заметим, что уравнение, описывающее динамику импульса в резонансной диссипативной среде, также содержит слагаемое $\sim \psi\int_{-\infty}^{\theta}|\psi|^2 d\theta'$, но с действительным, а не мнимым, как в уравнении (9), коэффициентом [16]. Поэтому в резонансном случае оно описывает нелинейное ограничение усиления, а не пространственный чирп.

Для выявления особенностей квазимонохроматических диссипативных нерезонансных структур, длительность которых удовлетворяет условию (1), необходим анализ решений уравнения (9).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, на основе уравнения (2) предложено описывать предельно короткие диссипативные нерезонансные солитоны, временная длительность которых и время наблюдения удовлетворяют условию (1). Решение (5), (6) данного уравнения в виде униполярного диссипативного солитона с непрерывным свободным параметром показывает, что в данном солитоне, несмотря на диссипацию, сохраняется информация об условиях на входе в среду. Существенным недостатком данного решения является то, что оно получено при условии (4), которое накладывает жесткую связь на коэффициенты уравнения (2). Эта связь является в значительной мере искусственной. Поэтому возникает естественный вопрос об устойчивости рассмотренного решения по отношению к нарушению условия (4). По всей вероятности, ответ может быть получен на основе численного моделирования задачи, связанной с уравнением (2). Скорее всего, такое же исследование предстоит провести с уравнением (9), чтобы ответить на вопрос о возможности формирования при условии (1) в нерезонансной среде локализованных диссипативных структур с ярко выраженной несущей частотой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Розанов Н.Н.* Диссипативные оптические и родственные солитоны. М.: Физматлит, 2021. 664 с.
2. *Турицын С.К., Розанов Н.Н., Яруткина И.Я. и др.* // УФН. 2016. Т. 186. С. 713.
3. *Akhmediev N., Ankiewicz A., Soto-Crespo J.M., Grelu Ph.* // Int. J. Bifurcation Chaos. 2009. V. 19. P. 2621.
4. *Zezyulin D.A., Kartashov Y.V., Konotop V.V.* // Opt. Lett. 2011. V. 36. P. 1200.
5. *Kartashov Y.V., Konotop V.V., Vysloukh V.A.* // Opt. Lett. 2011. V. 36. P. 82.
6. *Lobanov V.E., Kartashov Y.V., Vysloukh V.A., Torner L.* // Opt. Lett. 2011. V. 36. P. 85.
7. *Yanchuk S., Ruschel S., Sieber J., Wolfrum M.* // Phys. Rev. Lett. 2019. V. 123. Art. No. 053901.
8. *Mayteevarunyoo T., Malomed B.A., Skryabin D.V.* // Opt. Express. 2019. V. 27. Art. No. 037364.
9. *Крюков П.Г., Летохов В.С.* // УФН. 1969. Т. 99. С. 169.
10. *Sazonov S.V., Ustinov N.V.* // Phys. Rev. A. 2019. V. 100. Art. No. 053807.
11. *Архипов Р.М.* // Письма в ЖЭТФ. 2021. Т. 113. С. 636.
12. *Беленов Э.М., Назаркин А.В.* // Письма в ЖЭТФ. 1990. Т. 51. С. 252.
13. *Беленов Э.М., Назаркин А.В., Ущаповский В.А.* // ЖЭТФ. 1991. Т. 100. С. 762.
14. *Сазонов С.В.* // Письма в ЖЭТФ. 2021. Т. 114. С. 160.
15. *Sazonov S.V.* // Laser Phys. Lett. 2021. V. 18. Art. No. 105401.
16. *Sazonov S.V.* // Phys. Rev. A. 2021. V. 103. Art. No. 053512.

On the dissipative solitons in non-equilibrium metastable media

S. V. Sazonov[a, b, c, *]

[a] *National Research Centre “Kurchatov Institute”, Moscow, 123182 Russia*

[b] *Lomonosov Moscow State University, Moscow, 191991 Russia*

[c] *Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993 Russia*

**e-mail: sazonov.sergey@gmail.com*

An equation is proposed for studying of the nonlinear dynamics of localized dissipative extremely short structures in nonequilibrium nonresonant media. The duration of these structures is much shorter than the characteristic relaxation time of the population of quantum states of the medium, but it can be comparable with the phase relaxation time. A particular solution is analyzed in the form of a solitary unipolar pulse with a restriction imposed on the coefficients of the equation. Under similar conditions, an equation for the envelope of a quasi-monochromatic pulse is derived and its differences from the Ginzburg–Landau equation are noted.