

УДК 539.172.17

## ОПИСАНИЕ СТОЛКНОВЕНИЙ АТОМНЫХ ЯДЕР В НЕРАВНОВЕСНОМ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ ПОДХОДЕ КАК СТОЛКНОВЕНИЙ СОЛИТОНОВ КОРТЕВЕГА–ДЕ ФРИЗА

© 2022 г. А. Т. Дьяченко<sup>1, 2, \*</sup>, И. А. Митропольский<sup>2, 3</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
“Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I”,  
Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup>Федеральное государственное бюджетное учреждение  
“Петербургский институт ядерной физики имени Б.П. Константинова”  
Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Гатчина, Россия

<sup>3</sup>Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
“Санкт-Петербургский научный центр Российской академии наук”, Санкт-Петербург, Россия

\*E-mail: dyachenko\_a@mail.ru

Поступила в редакцию 14.03.2022 г.

После доработки 08.04.2022 г.

Принята к публикации 22.04.2022 г.

В рамках неравновесного гидродинамического подхода найдено солитонно-подобное аналитическое решение уравнений для столкновения ядерных слоев–слэбов. Обоснована перспективность гидродинамического подхода к описанию столкновений тяжелых ионов средних энергий и важность учета неравновесных процессов. В рамках единой формулы рассмотрены стадии сжатия, расширения и разлета слоев ядерной материи с энергиями порядка десяти МэВ на нуклон. На этой основе для стадии сжатия показано образование hot spot. Сведение решений уравнений гидродинамики в этом случае к решению двух уравнений Кортевега–де Фриза ранее не рассматривалось и представляет самостоятельный интерес для широкого круга прикладных задач

DOI: 10.31857/S0367676522080063

### ВВЕДЕНИЕ

Эффективность термодинамики и гидродинамики для физики была отмечена в трудах классиков [1–3], соответствующий подход успешно использовался авторами [4–7] и остается актуальным. Зачастую [3], для описания столкновений тяжелых ионов используют равновесную гидродинамику. В наших работах [4–11] было показано, что локальное термодинамическое равновесие в процессе столкновений тяжелых ионов устанавливается не сразу. С этой целью в настоящей работе использован результат решения кинетического уравнения [8, 9] для нахождения функции распределения нуклонов, которое при низких энергиях приводит к уравнениям неравновесной длиннопробежной гидродинамики [4].

Решение этих уравнений гидродинамики в одномерном случае найдено аналитически с использованием односолитонных решений уравнения Кортевега–де Фриза (см., например, [12–15]). Это представляет самостоятельный интерес, поскольку солитоны играют большую роль в физике элементарных частиц, ядерной физике, физике

вообще, и это открывает путь к точному интегрированию уравнений гидродинамики. На этой основе получено обоснование образования горячего пятна hot spot – источника быстрых частиц с учетом дисперсии в эффективных силах.

### НЕРАВНОВЕСНЫЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ ПОДХОД И ВОЗМОЖНОСТЬ ОБРАЗОВАНИЯ HOT SPOT

При средних энергиях сталкивающихся тяжелых ионов мы ищем решение кинетического уравнения [8, 9] для нахождения нуклонной функции распределения  $f(\vec{r}, \vec{p}, t)$  ( $\vec{r}(x_1, x_2, x_3)$  – пространственная координата,  $\vec{p}(p_1, p_2, p_3)$  – импульс,  $t$  – время) в виде:

$$f(\vec{r}, \vec{p}, t) = f_1 q + f_0(1 - q), \quad (1)$$

где  $f_0(\vec{r}, \vec{p}, t)$  – локально равновесная функция распределения,  $f_1(\vec{r}, \vec{p}, t)$  – неравновесная функция распределения, являющаяся удобной формой описания возбуждений в теории ферми-жидкости,

$q$  – релаксационный фактор. В результате получается [5–9] замкнутая система уравнений для нахождения плотности  $\rho = g \int f \frac{d^3 \vec{p}}{(2\pi\hbar)^3}$ , плотности  $i$ -й

компоненты импульса  $m\rho v_i = g \int p_i f \frac{d^3 \vec{p}}{(2\pi\hbar)^3}$ , плот-

ности внутренней энергии  $e = e_{kin} + e_{int}$ , где  $\hbar$  – постоянная Планка,  $g = 4$  – спин-изоспиновый фактор,  $m$  – масса нуклона. Члены взаимодействия для плотности энергии  $e_{int}$  и давления  $P_{int}$  соответственно равны

$$e_{int} = \int_0^{\rho} W(\rho) d\rho, \quad P_{int} = \rho^2 \frac{d(e_{int}/\rho)}{d\rho}, \quad (2)$$

где  $W(\rho)$  – зависящий от плотности  $\rho$  одночастичный самосогласованный потенциал.

Как показано в [8, 9], при энергиях  $E_0 < 100$  МэВ/нуклон релаксационный фактор максимален,  $q = 1$ , приводя к уравнениям неравновесной длиннопробежной гидродинамики [4]. С увеличением энергии он уменьшается, приводя к большей изотропии функции распределения.

Взаимодействие двух ядер сводится к взаимодействию их областей перекрытия [5–9]. Это сопровождается сжатием, что можно интерпретировать приближенно как процесс образования hot spot – источника быстрых частиц. Ранее нами, в отсутствие дисперсии в эффективных силах, процесс сжатия рассматривался путем образования ударных волн. Включение дисперсионных членов может затруднить образование ударных волн и процесс сжатия.

В следующем разделе настоящей работы будет проанализирован механизм образования hot spot, исходя из уравнений гидродинамики, путем их точного аналитического решения с учетом дисперсии в эффективном взаимодействии.

### РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ГИДРОДИНАМИКИ В ОДНОМЕРНОМ СЛУЧАЕ И ОБСУЖДЕНИЕ

В настоящей работе нас интересует влияние на процесс столкновения, которое оказывают дисперсионные члены для эффективных сил, опущенные в выражениях (2) в работах [5–9]. Здесь для простоты это рассмотрение проведено в плоской одномерной геометрии, и задача столкновения ядер сведена к взаимодействию ядерных слоев-слобов. Будет найдено аналитическое решение этой задачи путем сведения ее к столкновению солитонов уравнения Кортевега–де Фриза. Само по себе представляющее новый подход и определенный интерес для решения уравнений гидродинамики.

Уравнения гидродинамики [8, 9] при релаксационном факторе  $q = 1$  (неравновесный случай) в одномерном случае сводятся к следующей системе уравнений для нахождения плотности  $\rho(x, t)$ , скорости  $v(x, t)$ , плотности тепловой энергии  $I(x, t)$ :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{m\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} + v \frac{\partial I}{\partial x} + 3I \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (5)$$

где давление  $P(x, t) = P(\rho) = a\rho + b\rho^2 + \alpha \frac{d^2 \rho}{dx^2}$  задано в приближении эффективных ядерных сил типа сил Скимма. При этом коэффициенты  $a$  и  $b$  связаны соотношением  $a\rho_0 + b\rho_0^2 = 0$ , где  $\rho_0 = 0.15$  фм<sup>-3</sup> – равновесная ядерная плотность, а дисперсионный член с коэффициентом  $\alpha$  определяет дисперсию (скоростной член), величина которого будет определена ниже.

Из уравнений (3) и (5) следует, что  $I = I_1 \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^3$ ,

где  $I_1$  – независящий от  $\rho$  коэффициент. Совместное решение уравнений (3) и (4) ищем в виде  $v = v(\rho)$ . Откуда получаем соотношение

$$(\rho v'(\rho))^2 = \frac{1}{m} \frac{\partial P}{\partial \rho} = a + 2b\rho + \alpha \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} \right). \quad (6)$$

Следовательно

$$\begin{aligned} \rho v'(\rho) &= \pm \sqrt{\frac{\partial P}{m \partial \rho}} \approx \\ &\approx \pm \left[ c_{so} + \beta(\rho - \rho_0) + \frac{\alpha}{2m c_{so}} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} \right) \right] = \pm c_s(\rho) \end{aligned} \quad (7)$$

и

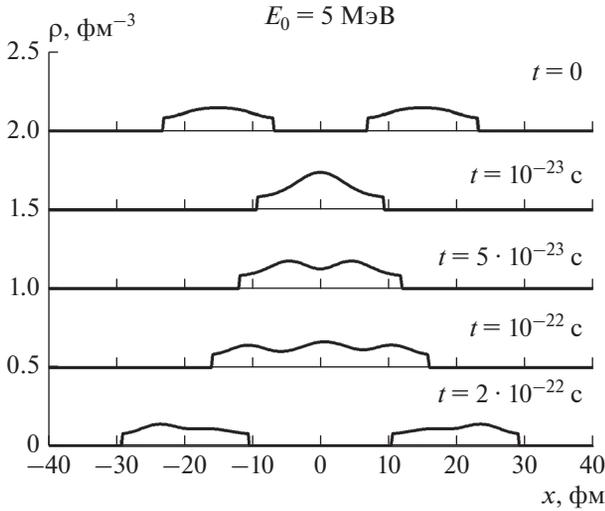
$$v = \pm \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{c_s(\rho)}{\rho} d\rho + v_0, \quad (8)$$

где скорость звука  $c_{s0} = \sqrt{\frac{a + 2b\rho_0}{m}} \approx 1/3c \approx 10^8$  м/с,

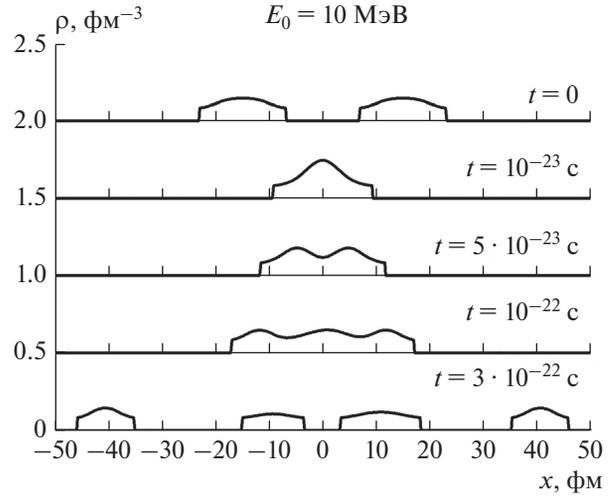
$$\beta = \frac{b}{m c_{so}}, \quad \frac{\alpha}{2m c_{so}^2} = (\text{фм})^2.$$

После подстановки (7), (8) в уравнение (3) получаем два уравнения Кортевега–де Фриза

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left( v_0 + c_{so} + 2c_{so} \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right) \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\alpha}{m c_{so}} \frac{\partial^3 \rho}{\partial x^3} = 0, \quad (9)$$



**Рис. 1.** Мгновенные профили столкновения ядерных слоев-слэбов при энергии  $E_0 = 5$  МэВ на нуклон в различные моменты времени при  $t = 0; 0.1; 0.5; 1$  и  $2$  в единицах времени  $10^{-22}$  с.



**Рис. 2.** Мгновенные профили столкновения ядерных слоев-слэбов при энергии  $E_0 = 10$  МэВ на нуклон в различные моменты времени при  $t = 0; 0.1; 0.5; 1$  и  $3$  в единицах времени  $10^{-22}$  с.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left( v_0 - c_{so} - 2c_{so} \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right) \frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{\alpha}{mc_{so}} \frac{\partial^3 \rho}{\partial x^3} = 0. \quad (10)$$

То есть уравнения гидродинамики сведены к двум уравнениям Кортевега–де Фриза [12, 13]. Уравнения (9), (10) можно привести к безразмерному виду

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t'} + 6\zeta \frac{\partial \zeta}{\partial x'} + \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x'^3} = 0, \quad (11)$$

$$\zeta = \left[ \pm v_0 + c_{so} + 2c_{so} \frac{(\rho - \rho_0)}{\rho_0} \right] \frac{1}{A}, \quad (12)$$

$t' = \pm t/\gamma$ ,  $x' = x/\lambda$ ,  $A = \gamma = 6^{6/10} \Theta^{1/5}$ ,  $\lambda = 6^{1/5} \Theta^{2/5}$ ,  $\Theta = c_{so} 2(\text{фм})^2$ . Как хорошо известно [14, 15], уравнение (11) сводится подстановкой

$$\zeta = 2 \frac{\partial^2 \ln s}{\partial x'^2} \quad (13)$$

к билинейному однородному уравнению для  $s$ , которое содержит солитонные решения и, в частности, односолитонное решение

$$s = 1 + \exp(\omega t' + k(x' - x_1)), \quad (14)$$

где  $\omega = -k^3$ .

Замечательным свойством уравнения Кортевега–де Фриза являются интегралы движения. Очевидным интегралом (11) является сумма  $\int_{-\infty}^{\infty} \zeta dx'$  односолитонных решений. Это позволяет перейти к представлению столкновения ядер, как столкновению солитонов, если простую волну

уравнения Кортевега–де Фриза (13), (14) проинтегрировать по  $x_1$ . То есть найти приближенное решение

$$Z = \int_0^L \xi \frac{dx_1}{L}, \quad (15)$$

поскольку одинаковые солитоны движутся с постоянной скоростью, не взаимодействуя. Здесь  $L$  – толщина слоя, на концах которого значение  $Z$  пренебрежимо мало,  $Z$  – является простой волной Кортевега–де Фриза, испущенной этим слоем. Пользуясь (12), затем можно найти плотность  $\rho$  и скорость  $v_0$ , как функции  $x$  и  $t$  для двух простых волн уравнений (9) и (10). Это относится к каждому ядерному слою – источнику простых волн. Учитывая многократные отражения волн Кортевега–де Фриза от границ системы, можно рассмотреть всю динамику столкновения ядерных слоев-слэбов. Что мы и сделали.

На рис. 1. представлены мгновенные фотографии- профили плотности для столкновения ядерных слоев при энергии  $E_0 = 5$  МэВ на нуклон в различные моменты времени при  $t = 0; 0.1; 0.5; 1$  и  $2$  в единицах времени  $10^{-22}$  с. Можно видеть первоначальное сжатие и образование hot spot, его распад и последующий разлет системы с образованием двух ядер.

На рис. 2 представлены мгновенные профили плотности для столкновения ядерных слоев при энергии  $E_0 = 10$  МэВ на нуклон в моменты времени  $t = 0; 0.1; 0.5; 1$  и  $3$  в единицах времени  $10^{-22}$  с. После первоначального сжатия, образования hot

spot и последующего расширения на стадии разлета наблюдается фрагментация, т.е. образуются слои-фрагменты (их четыре) вместо двух первоначальных ядер.

Эти результаты получены аналитически, они совершенно не требуют затрат машинного времени. Из аналитических выражений находятся плотность  $\rho(x, t)$ , скорость  $v(x, t)$ , а также находится из сохранения энергии плотность тепловой энергии.

В результате мы убедились, что введение дисперсии в эффективные силы и в давление не нарушает представления о сжатии и образовании hot spot. Введение дополнительных размерностей не нарушит это представление кардинально. А сам подход на основе уравнения Кортвега–де Фриза представляет самостоятельный интерес и может быть использован и в других областях физики и техники.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, мы показали, что введение дисперсии в эффективные силы не нарушает представления об образовании hot spot и при относительно низких энергиях. Использование неравновесных гидродинамических уравнений с образованием hot spot, как было показано в [5–11], позволяет описывать экспериментальные данные лучше, чем уравнения традиционной гидродинамики.

Нами также открыт путь к точному интегрированию уравнений гидродинамики. Сведение неравновесных уравнений гидродинамики к решению двух уравнений Кортвега–де Фриза в виде солитонов позволило найти аналитическое решение задачи, что представляет самостоятельный фундаментальный интерес для физики вообще и может быть использовано в различных прикладных областях.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фортвов В.Е., Ломоносов И.В. // УФН. 2014. Т. 184. № 3. С. 231; Fortov V.E., Lomonosov I.V. // Phys. Usp. 2014. V. 57. No. 3. P. 219.
2. Фортвов В.Е., Шарков Б.Ю., Шмокер Х. // УФН. 2012. Т. 182. № 6. С. 621; Fortov V.E., Sharkov B.Yu., Stöcker H. // Phys. Usp. 2012. V. 55. No. 6. P. 582.
3. Stöcker H., Greiner W. // Phys. Rep. 1986. V. 137. No. 5–6. P. 277.
4. D'yachenko A.T., Gridnev K.A., Greiner W. // J. Phys. G. 2013. V. 40. No. 3. Art. No. 085101.
5. Дьяченко А.Т., Митропольский И.А. // ЯФ. 2020. Т. 83. С. 317; D'yachenko A.T., Mitropolsky I.A. // Phys. Atom. Nucl. 2020. V. 83. P. 558.
6. Дьяченко А.Т., Митропольский И.А. // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. С. 508; D'yachenko A.T., Mitropolsky I.A. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. P. 391.
7. Дьяченко А.Т., Митропольский И.А. // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. С. 716; D'yachenko A.T., Mitropolsky I.A. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2021. V. 85. P. 554.
8. Дьяченко А.Т., Гриднев К.А., Митропольский И.А. // Изв. РАН. Сер. физ. 2015. Т. 79. С. 952; D'yachenko A.T., Mitropolsky I.A. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2021. V. 79. P. 858.
9. Дьяченко А.Т., Митропольский И.А. // Изв. РАН. Сер. физ. 2017. Т. 81. С. 1720; D'yachenko A.T., Mitropolsky I.A. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2017. V. 81. P. 1521.
10. D'yachenko A.T., Mitropolsky I.A. // EPJ Web Conf. 2019. V. 204. No. 3. Art. No. 03018.
11. D'yachenko A.T., Mitropolsky I.A. // Phys. Atom. Nucl. 2019. V. 82. P. 1641.
12. Korteweg D.J., Vries G. // Phil. Mag. 1895. V. 39. P. 422.
13. D'yachenko A.T. // Proc. Int. Conf "Nuclear Shells – 50 Years" (Dubna, 1999). World. Sci. Singapore (2000). P. 492.
14. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А. Механика сплошных сред. Ч. 1. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2000.
15. Лэм Дж. Л. Введение в теорию солитонов. М.: Биб-физмат, 1997.

## Description of atomic nucleus collisions in the non-equilibrium hydrodynamic approach as collisions of Korteweg–de Vries solitons

A. T. D'yachenko<sup>a, b, \*</sup>, I. A. Mitropolsky<sup>b, c</sup>

<sup>a</sup> St. Petersburg State Transport University, St. Petersburg, 190031 Russia

<sup>b</sup> Konstantinov Petersburg Nuclear Physics Institute, National Research Center "Kurchatov Institute", Gatchina, 188300 Russia

<sup>c</sup> Saint Petersburg Scientific Center of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, 199034 Russia

\*e-mail: dyachenko\_a@mail.ru

Within the framework of the non-equilibrium hydrodynamic approach, a soliton-like analytical solution of the equations for the collision of nuclear layers-slabs is found. The prospects of the hydrodynamic approach to the description of collisions of heavy ions of medium energies and the importance of considering non-equilibrium processes are noted. Within the framework of a single formula, the stages of compression, expansion, and expansion of layers of nuclear matter with energies of the order of ten MeV per nucleon are considered. On this basis, the formation of a hot spot is shown for the compression stage. The reduction of solutions of hydrodynamic equations in this case to the solution of two Korteweg–de Vries equations has not been previously considered and is of independent interest for a wide range of applied problems.