

УДК 539.172.13

## СЕЧЕНИЯ РЕАКЦИЙ ${}^6\text{Li}(d,p_0){}^7\text{Li}$ , ${}^6\text{Li}(d,p_1){}^7\text{Li}^*$ (0.478 МэВ), ${}^6\text{Li}(d,p_2){}^7\text{Li}^*$ (4.63 МэВ), ${}^6\text{Li}(d,p_4){}^7\text{Li}^*$ (7.46 МэВ), ${}^6\text{Li}(d,n_0){}^7\text{Be}$ , ${}^6\text{Li}(d,n_1){}^7\text{Be}^*$ (0.429 МэВ), ${}^6\text{Li}(d,n_2){}^7\text{Be}^*$ (4.57 МэВ), ${}^6\text{Li}(d,n_4){}^7\text{Be}^*$ (7.21 МэВ), ${}^6\text{Li}(d,x){}^7\text{Be}$

© 2022 г. Л. Н. Генералов<sup>1</sup>, В. А. Жеребцов<sup>1</sup>, С. М. Селянкина<sup>1</sup>, \*

<sup>1</sup>Федеральное государственное унитарное предприятие Российский федеральный ядерный центр “Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики”, Саров, Россия

\*E-mail: otd4@expd.vniief.ru

Поступила в редакцию 14.03.2022 г.

После доработки 08.04.2022 г.

Принята к публикации 22.04.2022 г.

Представлена новая оценка интегральных сечений реакций  ${}^6\text{Li}(d,p_{0,1,2,4})$  и соответствующих им зеркальных реакций  ${}^6\text{Li}(d,n_{0,1,2,4})$ , а также  ${}^6\text{Li}(d,x){}^7\text{Be}$ . Оценка получена в нашей электронной библиотеке SaBa (SarovBase) математическими средствами (сплайн аппроксимацией) этой библиотеки. Мотивацией исследований послужили результаты наших измерений сечений реакций  ${}^6\text{Li}(d,p_{0,1,2,4})$  при энергиях дейтронов от 4 до 10 МэВ.

DOI: 10.31857/S0367676522080087

### ВВЕДЕНИЕ

Оценка интегральных сечений реакций  ${}^6\text{Li}(d,p_{0,1,2,4})$  и соответствующих им зеркальных реакций  ${}^6\text{Li}(d,n_{0,1,2,4})$ , а также  ${}^6\text{Li}(d,x){}^7\text{Be}$  получена в нашей электронной библиотеке SaBa (SarovBase) [1] математическими средствами этой библиотеки, см. далее. Мотивацией исследований послужили результаты наших измерений сечений реакций  ${}^6\text{Li}(d,p_{0,1,2,4})$  при энергиях дейтронов от 4 до 10 МэВ. Дифференциальные сечения получены в измерениях сечений каналов реакции  ${}^6\text{Li} + d$  [2]. В настоящей статье они относятся к данным работы [2].

Основные проблемы в оценке сечений указанных реакций обусловлены рассогласованностью наборов экспериментальных данных и их малочисленностью, особенно по реакциям с образованием нейтронов, по которым данные фактически отсутствуют.

Следует отметить следующие особенности в проведении оценки. В анализе имеющихся экспериментальных данных в качестве опорных взяты наши результаты. Каждая пара зеркальных реакций рассматривалась совместно: оценки сечений реакций  ${}^6\text{Li}(d,p_{0,1})$  и  ${}^6\text{Li}(d,n_{0,1})$ , имевшие итерационный характер, состояли не только в получении оптимальных оцененных значений сечений, но и их отношений; а при фактическом отсутствии данных по реакциям  ${}^6\text{Li}(d,n_{2,4})$  для оценки они были дополнены данными соответствующих зеркальных реакций  ${}^6\text{Li}(d,p_{2,4})$ .

Полные сечения реакции  ${}^6\text{Li}(d,x){}^7\text{Be}$  с высокой точностью представляют собой сумму сечений реакций  ${}^6\text{Li}(d,n_0)$  и  ${}^6\text{Li}(d,n_1)$ . По имеющимся экспериментальным данным по первой и третьей реакциям были получены хорошие оценки их сечений, а затем по ним получена оценка сечений реакции  ${}^6\text{Li}(d,n_0)$ , экспериментальные данные по которой крайне бедны.

### ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВУХЧАСТИЧНЫХ ЗЕРКАЛЬНЫХ $dp$ И $dn$ РЕАКЦИЙ

Большинство реакций, протекающих при взаимодействии дейтрона с ядром  ${}^6\text{Li}$ , можно объединить в пары реакций, в которых образующиеся частицы и ядра являются членами соответствующих изотопических мультиплетов с различными проекциями изоспина. Такие реакции называются или изоспиново-сопряженными, или зарядово-сопряженными. Более того, почти все реакции являются зеркальными, так как их конечные частицы и ядра принадлежат изоспиновым дублетам (табл. 1).

Зарядовая симметрия ядерных сил может накладывать ограничения на отношения сечений зеркальных реакций. Для двухчастичных реакций наблюдаемое отличие их сечений обусловлено различиями в  $Q$  реакций, в изоспиновой чистоте продуктов реакций, в особенностях механизмов реакций. Эти ограничения часто предоставляют эффективный метод анализа и оценки сечений реакций. Поэтому зеркальные реакции целесооб-

**Таблица 1.** Зеркальные  $dp$  и  $dn$  реакции (где  $Q$  и  $E_{thr}$  – соответственно энерговыделение и порог реакции)

$dp$ -реакции	$Q$ , МэВ	$E_{thr}$ , МэВ	$dn$ -реакции	$Q$ , МэВ	$E_{thr}$ , МэВ
${}^6\text{Li} + d \rightarrow {}^7\text{Li}_{g.s.} + p_0$	5.026		${}^6\text{Li} + d \rightarrow {}^7\text{Be}_{g.s.} + n_0$	3.382	
${}^6\text{Li} + d \rightarrow {}^7\text{Li}^*(0.478) + p_1$	4.548		${}^6\text{Li} + d \rightarrow {}^7\text{Be}^*(0.429) + n_1$	2.953	
${}^6\text{Li} + d \rightarrow {}^7\text{Li}^*(4.63) + p_2$ $\rightarrow {}^4\text{He} + t + p_2$	0.396		${}^6\text{Li} + d \rightarrow {}^7\text{Be}^*(4.57) + n_2$ $\rightarrow {}^4\text{He} + \text{he} + n_2$	-1.188	1.5867
${}^6\text{Li} + d \rightarrow {}^7\text{Li}^*(6.68) + p_3$ $\rightarrow {}^4\text{He} + t + p_3$	-1.655	2.21	${}^6\text{Li} + d \rightarrow {}^7\text{Be}^*(6.73) + n_3$ $\rightarrow {}^4\text{He} + \text{he} + n_3$	-3.35	4.47
${}^6\text{Li} + d \rightarrow {}^7\text{Li}^*(7.46) + p_4$ $\rightarrow {}^4\text{He} + t + p_4$ $\rightarrow {}^6\text{Li} + n + p_4$	-2.435	3.247	${}^6\text{Li} + d \rightarrow {}^7\text{Be}^*(7.21) + n_4$ $\rightarrow {}^4\text{He} + \text{he} + n_4$ $\rightarrow {}^6\text{Li} + p + n_4$	-3.83	5.11

разно рассматривать совместно. Например, в [9] проявление изоспиновой симметрии непосредственно использовалось в измерении сечений реакций  ${}^6\text{Li}(d, n_0)$  и  ${}^6\text{Li}(d, n_1)$  при энергии дейтронов  $E_d = 0.5\text{--}2.93$  МэВ.

### НАШИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Экспериментальные дифференциальные сечения  $dp$ -реакций при  $E_d = 4\text{--}10$  МэВ и их описание полиномами Лежандра с целью получения интегральных сечений представлены на рис. 1. Для удобства наблюдения дифференциальные сечения умножены на числа, которые заключены в круглые скобки около значений  $E_d$ . Случайные погрешности этих данных равны 7–10%, а систематическая – 4%. Погрешности интегральных сечений оцениваем с учетом неопределенности описания в 6%.

### ОЦЕНКА СЕЧЕНИЙ РЕАКЦИЙ В БИБЛИОТЕКЕ SAVA

Для получения оцененных данных используется метод, который описан в [3], где в выбранном интервале аргумента  $[E_0, E_n]$  в качестве зависимости, аппроксимирующей экспериментальные данные, применяется полиномиальный сплайн степени  $p$  на фиксированной сетке  $E_0 = x_0 < x_1 \dots < x_{n-1} < x_n = E_n$ .

Для сплайна с дефектом  $k = 1$  [4] в узлах сетки все производные до порядка  $p - 1$  непрерывны. Однако довольно часто (например, из-за резких скачков или крутых изгибов в оценочной зависимости) применяются менее гладкие функции. В этом случае в некоторых узлах используется сплайн с дефектом  $k > 1$  и производные непрерывны только до порядка  $p - k$ .

Как следует из теории сплайнов [5], линейное пространство, образуемое множеством сплайнов, определенных на фиксированной сетке с фиксированными значениями дефектов, полностью определено, если в нем определен какой-либо базис. В качестве базиса мы используем функции

$$Q_{i,k}(x) = \sum_{j=1}^{p+2-k} \frac{(x_{j+1} - x)^+{}^p}{(x_{j+1} - x_j)^{k-1} \prod_{m=0}^{p+2-k} (x_{j+1} - x_{m=1})}, \quad (1)$$

имеющие дефект  $k$  в узле  $x_i$ , где  $i = -p, -p + 1, \dots, n - 1$ ;  $1 \leq k \leq p + 1$

$$(x_{j+1} - x)^+{}^p = \begin{cases} (x_{j+1} - x)^p & \text{при } (x_{j+1} - x) > 0 \\ 0 & \text{при } (x_{j+1} - x) < 0. \end{cases}$$

Эти базисные функции отличны от нуля только на небольшом числе интервалов  $p = 2 - k$  сетки, и это обстоятельство при выполнении оценки облегчает решение систем линейных уравнений. В SaVa  $p \leq 3$ .

С помощью базиса любой сплайн можно представить в виде разложения

$$S = \sum_I a_I Q_I, \quad (2)$$

где  $a_I$  – коэффициент разложения,  $I$  номер базисного сплайна, который можно выразить через значения  $i, k$  в формуле (1).

Таким образом, решение любой задачи построения приближения в абстрактном линейном конечномерном функциональном пространстве будет иметь решение в виде сплайнов. Отсюда следует, что использование сплайнов в задачах оценки, основанных на методе максимума правдоподобия,

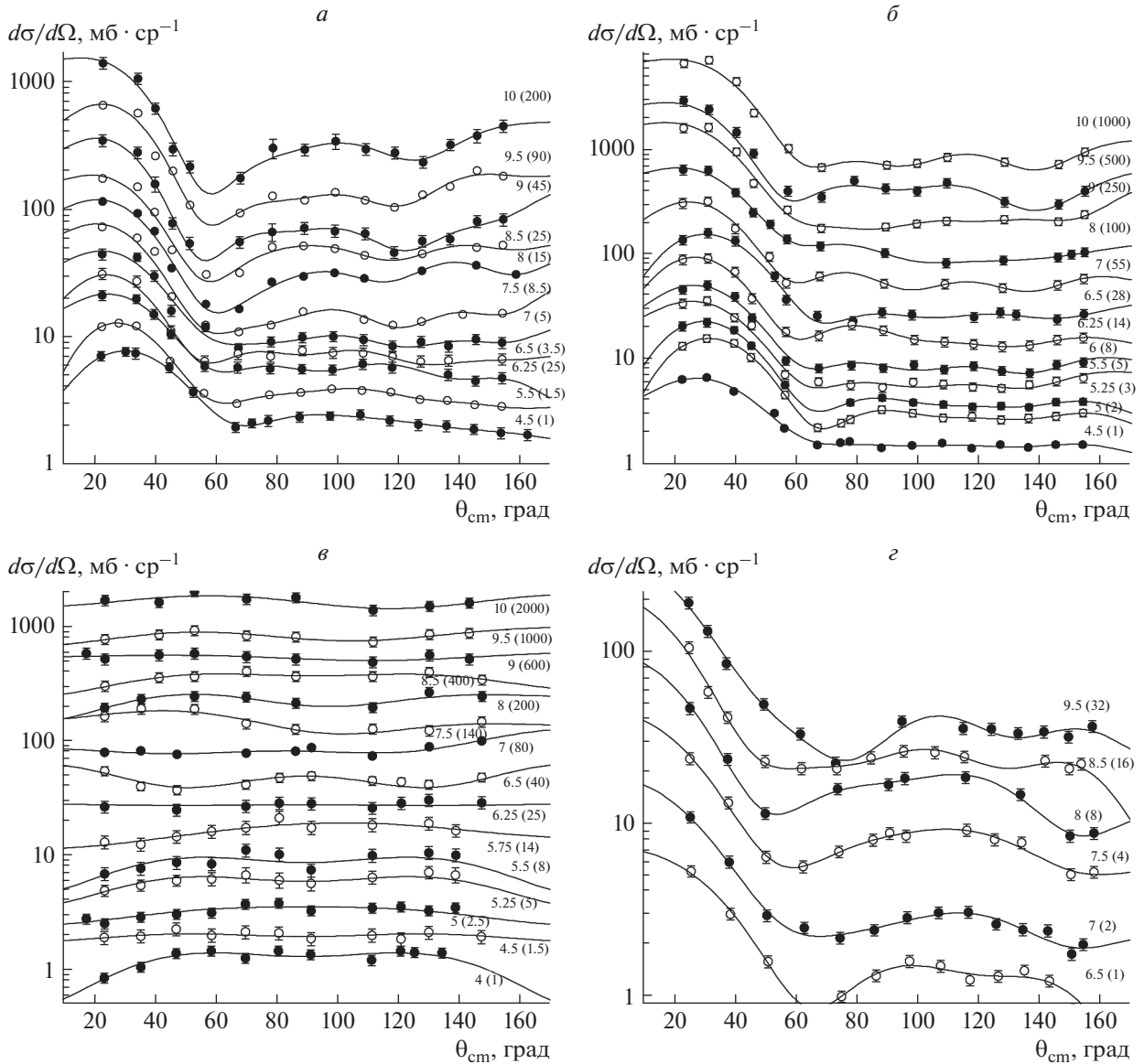


Рис. 1. Дифференциальные сечения реакций:  ${}^6\text{Li}(d,p_0)$  (а);  ${}^6\text{Li}(d,p_1)$  (б);  ${}^6\text{Li}(d,p_2)$  (в);  ${}^6\text{Li}(d,p_4)$  (г). ●, ○ – эксперимент, линии – см. описание.

позволяет решать эти задачи в линейном приближении, что упрощает методику расчетов.

В практическом применении вместо (2) используется разложение, полученное путем пересчетов для кубического сплайна в точках  $x_i < x < x_{i+1}$

$$S(x) = \sum_{l=0}^3 C_l^{(i+1)} (x - x_i)^l = C_0^{i+1} + C_1^{i+1} h + C_2^{i+1} h^2 + C_3^{i+1} h^3 \quad (3)$$

с набором коэффициентов  $\{C_0^{i+1}, C_1^{i+1}, C_2^{i+1}, C_3^{i+1}\}$ , определение которых является целью оценки в точках  $x > x_i$ , где  $h = x - x_i$ .

фициентах верхние индексы, получим следующую формулу представления оцененных данных

$$S(x) = C_0 + C_1 h + C_2 h^2 + C_3 h^3, \quad (4)$$

где  $h = x - x_0$  некоторого текущего узла  $x_0$  и  $x > x_0$ .

В [3] достаточно подробно представлена статистическая модель по обработке данных ядерного эксперимента. Она позволяет получить оценочную зависимость по результатам экспериментов различных авторов с учетом случайных и систематических погрешностей. При этом предполагается, что случайные и систематические погрешности в различных работах распределены по нормальному закону с нулевым средним. Так как

систематические погрешности, как правило, неизвестны, приходится определять их в ходе экспертизы всей совокупности анализируемых данных. Эти систематические погрешности рассматриваются в качестве первого приближения. Окончательное значение систематической погрешности для данных конкретного автора определяется из рассмотрения всей совокупности данных различных авторов.

Коридор ошибок для оцененной зависимости получается следующим образом. Согласно методу максимального правдоподобия, для аппроксимированного  $S$ -сплайна находится ковариационная матрица  $C(a_I, a_J)$  относительно коэффициентов  $a_I$  (см. формулу (2)). По ковариационной матрице определяется дисперсия в узлах сплайн-оценки

$$\sigma^2(S) = \sum_{I,J} C(a_I, a_J) Q_I(x) Q_J(x). \quad (5)$$

В интервалах между узлами дисперсия рассчитывается с помощью линейной интерполяции.

В библиотеке SaBa экспериментальные и оцененные данные представлены сечениями реакций  $\sigma$  и значениями их астрофизического  $S$ -фактора. Оценка проводится на основе значений  $S$ -фактора

$$S(E_c) = \sigma(E_c) E_c \exp(\sqrt{E_g/E_c}) \quad (6)$$

в энергетических точках  $E_c = \frac{m_2}{m_1 + m_2} E_1$  системы центра масс (с. ц. м.), где

$$E_g = (0.98948 z_1 z_2 \sqrt{m_1 m_2 / (m_1 + m_2)})^2 \quad (7)$$

энергия Гамова для сталкивающихся частиц с массами  $m_1, m_2$  и зарядами  $z_1, z_2$ , выраженными соответственно в а. е. м. и через заряд электрона,  $E_1$  — энергия частицы с массой  $m_1$ , налетающей на покоящееся ядро-мишень с массой  $m_2$ .

После оценки расчет  $S$ -фактора проводится по формулам

$$S(x) = C_0 + C_1 h + C_2 h^2 + C_3 h^3, \quad (8)$$

если  $h = E_c - x_0$  для узла  $x_0$  (оценка в декартовой системе координат, в которой абсцисса и ордината имеют линейный масштаб) или если  $h = \ln E_c - \ln x_0$  для узла  $x_0$  (оценка в декартовой системе координат, где абсцисса представлена в масштабе натурального логарифма, а ордината — в линейном масштабе); или

$$S(x) = \exp(C_0 + C_1 h + C_2 h^2 + C_3 h^3), \quad (9)$$

где  $h = \ln E_c - \ln x_0$  для узла  $x_0$  (оценка проведена в декартовой системе координат, где абсцисса и ордината имеют масштаб натурального логарифма).

Представление данных на основании формул (8), (9) можно сделать как в системе центра масс, так и в лабораторной системе.

В библиотеке SaBa при аппроксимации функции возбуждения в области ее определения используется приближающая функция, в общем случае состоящая из суммы резонансных и нерезонансных (сплайн) частей. Резонансная составляющая выражается как сумма брейт-вигнеровских изолированных резонансов [6]. В настоящих исследованиях оценка сечений реакций проводилась только с использованием сплайнов.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

В табл. 2 представлены доступные нам экспериментальные данные по сечениям двухчастичных зеркальных  $dp$  и  $dn$ -реакций, где  $\sigma$  — интегральное сечение реакции и дифференциальные сечения (по углу)  $d\sigma/d\Omega$  реакции образования или нейтронов, или протонов, или  $\gamma$ -квантов,  $E_d$  — энергия дейтронов в МэВ. В работах [17, 18] данные представлены в относительных единицах, которые были абсолютизированы нами (см. далее). Где необходимо (работы [7, 10, 11, 16–19, 21–23, 25–27, 31]), для получения  $\sigma$  мы описывали дифференциальные сечения рядом из полиномов Лежандра.

Довольно часто в рассматриваемых работах не указаны по отдельности случайные и систематические ошибки. Вместо этого даются полные ошибки. Мы их относили к систематическим ошибкам. Иногда в работах ошибки не указаны. В этом случае мы ошибки определяли, изучая условия эксперимента.

## ОЦЕНКИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ ЗЕРКАЛЬНЫХ РЕАКЦИЙ ${}^6\text{Li}(d,p_1){}^7\text{Li}^*$ (0.478 МэВ) И ${}^6\text{Li}(d,n_1){}^7\text{Be}^*$ (0.429 МэВ)

В анализе литературных экспериментальных данных по сечениям реакции  ${}^6\text{Li}(d,p_1){}^7\text{Li}^*$  (0.478 МэВ) в качестве опорных взяты наши результаты. На них при  $E_d = 6.5$  и  $7$  МэВ были перенормированы данные [16] — увеличены 1.1 раза, а результаты [8] — уменьшены в 1.066 раза. В недавней публикации [17] приведены интегральные сечения  $dn_1$  и  $dp_1$ -реакций из [18] в одинаковых относительных единицах и отношения этих сечений. С нормировкой на наши данные получили абсолютные значения сечений этих реакций.

Интегральные сечения, полученные по дифференциальным сечениям [10, 25, 27], в оценке использовались без изменения.

При  $E_d$  от 300 кэВ до 1 МэВ в наборах экспериментальных данных, представленных в [9, 13, 15, 19–22], имеется существенное рассогласование.

Таблица 2. Экспериментальные данные

$E_d$ , МэВ	Канал реакции	Тип данных	По регистрации частиц	Систематическая погрешность, %	Случайная погрешность, %	Работа
4–10	$p_0, p_1, p_2, p_4$	$d\sigma/d\Omega$	$p$	4	7–10	[2]
12	$p_0, p_1$	$d\sigma/d\Omega$	$p$	15	–	[7]
2.3–7	$p_0, p_1$	$\sigma$	$p$	15	–	[8]
0.5–3.5	$p_0, n_0, p_1, n_1$	$d\sigma/d\Omega, \sigma$	$n, p, \gamma$	15	–	[9]
4.5–5.5	$p_0, p_1$	$d\sigma/d\Omega$	$p$	15	–	[10]
9.05	$p_0, p_1$	$d\sigma/d\Omega$	$p$	5–10	–	[11]
1–12	$n_0+n_1$	$\sigma$	$\gamma$ (активация)	1.6	1.3–4.2	[12]
0.2–0.8	$p_0, n_0, p_1, n_1$	$d\sigma/d\Omega, \sigma$	$p, \gamma$	8–14	–	[13]
0.05–1	$p_0, n_0, p_1, n_1$	$\sigma$	$p, \gamma$	20	–	[14, 15]
2.9–11	$p_1, n_1$	$d\sigma/d\Omega$	$\gamma$ (активация)	10	–	[16]
0.16–7.2	$p_1, n_1$	$d\sigma/d\Omega$	$\gamma$ (активация)	2	1.5	[17, 18]
1.5	$p_0, p_1, p_2$	$d\sigma/d\Omega$	$p$	15	–	[19]
0.3–1.0	$p_0, p_1$	$\sigma$	$p$	6.2	1.5	[20]
1.0–2.5	$p_0, p_1$	$d\sigma/d\Omega$	$p$	6	–	[21]
1–2	$p_0, p_1$	$d\sigma/d\Omega$	$p$	–	–	[22]
1.8	$p_2$	$d\sigma/d\Omega$	$p$	20	–	[23]
3–5	$p_2$	$d\sigma/d\Omega, \sigma$	$p$	14	–	[24]
3.7	$p_0, p_1$	$d\sigma/d\Omega$	$p$	3	–	[25]
14.8	$p_2, p_4$	$d\sigma/d\Omega$	$p$	25	–	[26]
5.03	$p_2, p_4$	$d\sigma/d\Omega$	$p$	6	–	[27]
0.8–12.1	$n_0, n_1, n_2$	$d\sigma/d\Omega, \sigma$	$\gamma$	6	–	[28]
0.4–1	$n_0+n_1$	$\sigma$	$\gamma$ (активация)	10	–	[29]
0.1–0.18	$n_0$	$\sigma$	$\gamma$ (прямой + активация)	10	–	[30]
1.3–11.9	$p_1, n_1$	$d\sigma/d\Omega$	$\gamma$ (активация)	5	1	[31]
0.1–0.3	$n_0+n_1$	$\sigma$	$\gamma$ (активация)	1.5	3	[32]
0.2–1.8	$p_1, n_1$	$\sigma_{dn_1}/\sigma_{dp_1}$	$\gamma$	10	3	[34]

Пробные оценки с учетом этих данных приводили к большим отклонениям оцененных  $\sigma_{dn_1}/\sigma_{dp_1}$  от экспериментальных значений. По указанным причинам данные этих работ не использовались в оценке. Результаты приведены в табл. 3 и на рис. 2а, где также показаны неиспользованные данные и другие оценки.

Здесь и далее в первом столбце таблиц коэффициентов сплайна приведены значения энергии узлов  $x_0$  в с. п. м., в первой и последней строках

таблицы указаны коэффициенты экстраполирующего полинома для минимальной (левой) и максимальной (правой) границ определения сплайна. За ними осуществляется переход к экстраполяционным формулам. Для всех рассмотренных реакций для экстраполяции в область низких и высоких энергий был использован полином первой степени, за исключением пороговых реакций, сечение которых в области энергий меньше порога принималось равным нулю.  $S$ -фактор реакции  ${}^6\text{Li}(d,p_1){}^7\text{Li}^*$  рассчитывается на основе

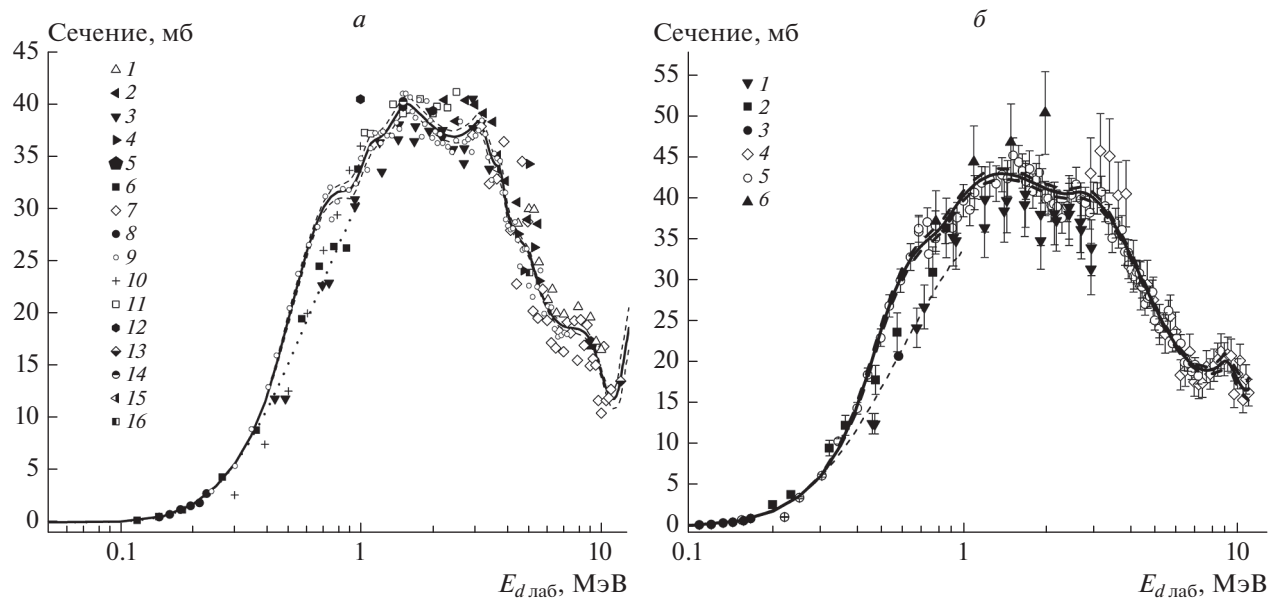
**Таблица 3.** Значения коэффициентов аппроксимирующего сплайна и экстраполирующего полинома

${}^6\text{Li}(d,p_1){}^7\text{Li}^*(0.478 \text{ МэВ})$					${}^6\text{Li}(d,n_1){}^7\text{Be}^*(0.429 \text{ МэВ})$				
$x_0, \text{ МэВ}$	Значения коэффициентов				$x_0, \text{ МэВ}$	Значения коэффициентов			
	$C_0$	$C_1$	$C_2$	$C_3$		$C_0$	$C_1$	$C_2$	$C_3$
0.006	4042	-5319	—	—	0.006	3771	-116.0	—	—
0.006	4042	-5319	-17540	67810	0.006	3771	-116.0	112.2	-43.73
0.313	2718	3098	-29160	37860	0.037	3670	-138.5	-124.7	-39.75
0.657	1875	-3535	24980	-69550	0.193	2911	-883.4	3349	-284.0
0.853	1618	-1768	6108	-9618	0.245	2888	672.5	3145	-4056
1.197	1341	-977.7	837.5	-226.0	0.352	3353	1350	-10970	9380
2.277	977.2	40.36	-2184	3378	0.661	2197	-1298	-283.8	490.2
2.584	881.6	-345.9	925.3	-793.2	1.918	1085	-234.7	-1085	718.6
2.805	841.8	-53.21	-3788	8825	2.735	897.5	-733.4	-319.9	789.8
3.050	731.0	-317.9	519.2	-377.3	6.642	546.7	564.6	-12000	38060
3.873	610.9	-229.3	132.2	-23.89	8.218	490.5	634.3	—	—
6.867	468.4	-80.09	-63.62	42.34					
8.990	416.8	222.4	—	—					

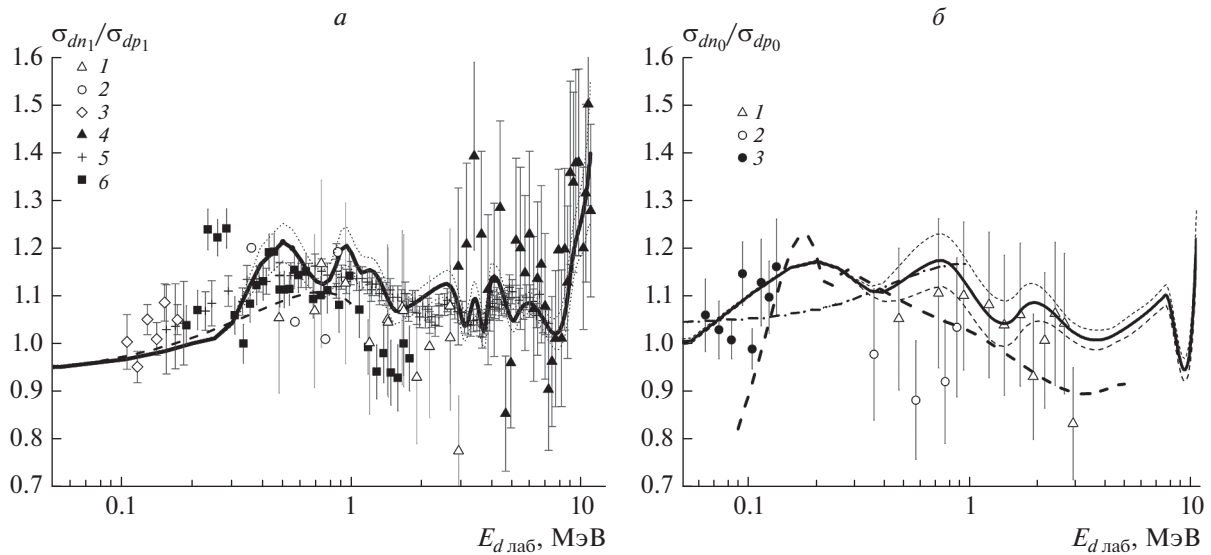
коэффициентов из табл. 3 по формуле (8) для линейного масштаба по оси абсцисс и ординат.

При оценке интегральных сечений  $\sigma_{dn}$  реакции  ${}^6\text{Li}(d,n_1){}^7\text{Be}^*(0.429 \text{ МэВ})$  экспериментальные точки были дополнены данными [17], абсолютными

зированными по результатам [2] (см. выше). Данные [13, 16] были перенормированы – увеличены соответственно в 1.16 и 1.3 раза. Не использовалась в оценке часть данных [9] и [13], имеющаяся в этих работах соответственно при энергии дейтронов выше 300 и 400 кэВ. Они сильно отлича-



**Рис. 2.** Экспериментальные и оценённые значения интегрального сечения реакции  ${}^6\text{Li}(d,p_1){}^7\text{Li}^*$  (а): сплошная кривая и тонкий пунктир – настоящая оцененная кривая и ее коридор ошибок, точки – расчет [15], 1 – [2], 2 – [8], 3 – [9], 4 – [10], 5 – [11], 6 – [13], 7 – [14], 8 – экспериментальные точки [15], 9 – [17], 10 – [20], 11 – [21], 12 – [22], 13 – [7], 14 – [19], 15 – [25], 16 – [27];  ${}^6\text{Li}(d,n_1){}^7\text{Be}^*$  (б): сплошная кривая и жирный пунктир – настоящая оцененная кривая и ее коридор ошибок, тонкий пунктир – расчет [15], 1 – [9], 2 – [13], 3 – экспериментальные точки [15], 4 – [16], 5 – [17], 6 – [28].



**Рис. 3.** Отношение сечений реакций  $\sigma_{dn_1}/\sigma_{dp_1}$  (а): сплошная кривая и тонкий пунктир – настоящая оцененная кривая и ее коридор ошибок, жирный пунктир – расчет [15], 1 – [9], 2 – [13], 3 – экспериментальные точки [15], 4 – [16], 5 – [17], 6 – [34];  $\sigma_{dn_0}/\sigma_{dp_0}$  (б): сплошная кривая и тонкий пунктир – настоящая оцененная кривая и ее коридор ошибок, штрих-пунктир – расчет [14], жирный пунктир –  $R$ -матричный расчет [33], 1 – [9], 2 – [13], 3 – экспериментальные точки [14].

ются от других экспериментальных данных. Их использование также дает довольно низкие оцененные  $\sigma_{dn_1}/\sigma_{dp_1} \approx 0.8$ . Результаты оценки приведены в табл. 3 и на рис. 2б, где также показаны неис-

пользованные данные и другие оценки.  $S$ -фактор реакции  ${}^6\text{Li}(d,n_1){}^7\text{Be}^*$  рассчитывается с использованием коэффициентов из табл. 3 по формуле (8) для натурального логарифмического масштаба по оси абсцисс и линейного – по оси ординат.

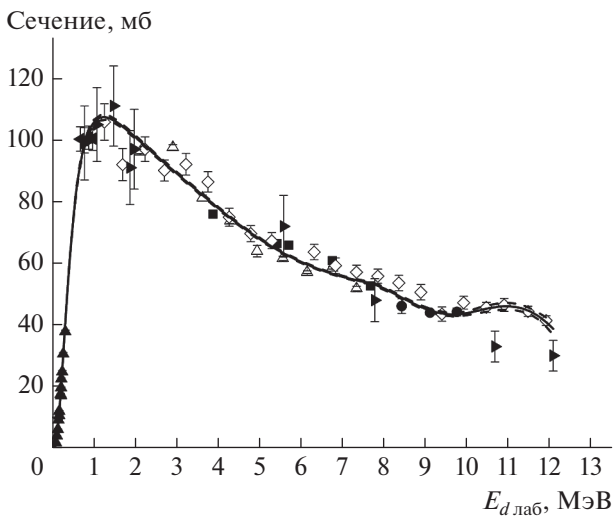
Оценки сечений, имевшие итерационный характер, состояли не только в получении оптимальных оценок сечений, но и их отношений (рис. 3а).

#### ОЦЕНКИ ПОЛНЫХ СЕЧЕНИЙ РЕАКЦИИ ${}^6\text{Li}(d,x){}^7\text{Be}$

Полные сечения этой реакции  $\sigma_{dx\text{Be}}$  с высокой точностью представляют собой сумму сечений  $\sigma_{dn_0}$  и  $\sigma_{dn_1}$ . Поэтому на основании оценок сечений  $\sigma_{dx\text{Be}}$  и  $\sigma_{dn_1}$  можно получить оценку сечения  $\sigma_{dn_0}$ , экспериментальные данные для которого крайне бедны.

В оценке  $\sigma_{dx\text{Be}}$  были использованы данные [12, 28, 29, 31, 32]. Результаты представлены на рис. 4 и в табл. 4. При этом часть данных [29], расположенная при энергии менее 700 кэВ, была исключена из оценки. Их использование дает такие оцененные значения сечения, что в энергетическом интервале 300–800 кэВ приводит к сильно заниженным  $\sigma_{dn_0}$  и отношениям  $\sigma_{dn_0}/\sigma_{dp_0}$ .

$S$ -фактор реакции  ${}^6\text{Li}(d,x){}^7\text{Be}$  рассчитывается с использованием коэффициентов из табл. 4 по



**Рис. 4.** Экспериментальные и оцененные значения полных сечений реакции  ${}^6\text{Li}(d,x){}^7\text{Be}$ : сплошная кривая – настоящая работа, ■, △, ● – [12] на Al, Cu, Ta подложках соответственно, ◇ – [31], ► – [28], ◀ – [29], ▲ – [32].

формуле (8) для натурального логарифмического масштаба по оси абсцисс и линейного – по оси ординат.

**ОЦЕНКИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ  
ЗЕРКАЛЬНЫХ РЕАКЦИЙ  
 ${}^6\text{Li}(d,n_0){}^7\text{Be}$  и  ${}^6\text{Li}(d,p_0){}^7\text{Li}$**

Экспериментальные данные по сечениям  $\sigma_{dn_0}$  реакции  ${}^6\text{Li}(d,n_0){}^7\text{Be}_{\text{g.s.}}$  малочисленны и охватывают интервал энергий дейтронов до 2.5 МэВ. Поэтому к данным по этой реакции добавлены значения, полученные вычитанием из оцененных полных сечений  $\sigma_{dx\text{Be}}$  интегральных сечений  $\sigma_{dn_1}$  (см. выше). Результат оценки приведен на рис. 5а и табл. 5. S-фактор реакции  ${}^6\text{Li}(d,n_0){}^7\text{Be}$  рассчитывается с использованием коэффициентов из табл. 5 по формуле (9) для натурального логарифмического масштаба по оси абсцисс и ординат.

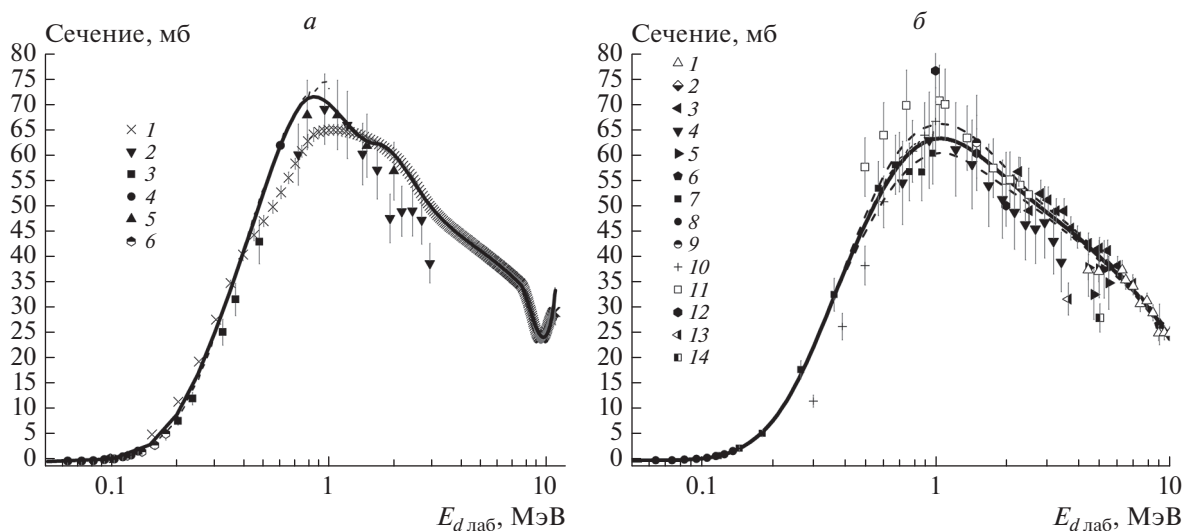
В оценке сечений  $\sigma_{dp_0}$  реакции  ${}^6\text{Li}(d,p_0){}^7\text{Li}_{\text{g.s.}}$  были использованы данные [2, 7–11, 13–15, 19–22, 25]. Результаты оценки представлены в табл. 5 и рис. 5б, где также показаны неиспользованные данные и другие оценки. При  $E_d < 1$  МэВ имеются противоречивые данные, представленные в работах [9, 13, 14, 20, 21]. В указанной энергетической области данные [20, 21] были исключены из оценки. Выше энергии 300 кэВ не использовались данные [13], которые не согласуются с авторитетными теоретическими оценками [14]. Использование этих данных приводит также к завышению

**Таблица 4.** Значения коэффициентов аппроксимирующего сплайна

$x_0$ , МэВ	Значения коэффициентов			
	$C_0$	$C_1$	$C_2$	$C_3$
0.086	43 300	–51 559	–	–
0.086	43 300	–51 559	33 579	–9729.7
0.230	15 806	–13 737	4850.8	–625.72
2.829	1994.2	–1212.1	140.79	577.77
5.684	1413.3	–171.81	–9867.7	29940
7.347	1225.4	677.60	13178	–83118
9.065	1178.4	–4795.8	–	–

отношения  $\sigma_{dn_0}/\sigma_{dp_0}$  (см. ниже). S-фактор реакции  ${}^6\text{Li}(d,p_0){}^7\text{Li}$  рассчитывается с использованием коэффициентов из табл. 5 по формуле (8) для натурального логарифмического масштаба по оси абсцисс и линейного – по оси ординат.

Оценки сечений зеркальных реакций  ${}^6\text{Li}(d,n_0){}^7\text{Be}$  и  ${}^6\text{Li}(d,p_0){}^7\text{Li}$  имели итерационный характер, состоящий не только в получении оптимальных оценок сечений, но и оценки их отношений (рис. 3б).



**Рис. 5.** Экспериментальные и оценённые значения интегральных сечений реакции  ${}^6\text{Li}(d,n_0){}^7\text{Be}_{\text{g.s.}}$  (а): сплошная кривая – настоящая работа, тонкий пунктир – расчет [14], 1 – результат вычитания, 2 – [9], 3 – [13], 4 – экспериментальные точки [14], 5 – [28], 6 – [30];  ${}^6\text{Li}(d,p_0){}^7\text{Li}_{\text{g.s.}}$  (б): сплошная кривая и жирный пунктир – настоящая оцененная кривая и ее коридор ошибок, тонкий пунктир – расчет [14]; 1 – [2], 2 – [7], 3 – [8], 4 – [9], 5 – [10], 6 – [11], 7 – [13], 8 – экспериментальные точки [14], 9 – [19], 10 – [20], 11 – [21], 12 – [22], 13 – [25], 14 – [27].



Таблица 5. Значения коэффициентов аппроксимирующего сплайна

${}^6\text{Li}(d,n_0){}^7\text{Be}_{g,s}$					${}^6\text{Li}(d,p_0){}^7\text{Li}_{g,s}$				
$x_0$ , МэВ	Значения коэффициентов				$x_0$ , МэВ	Значения коэффициентов			
	$C_0$	$C_1$	$C_2$	$C_3$		$C_0$	$C_1$	$C_2$	$C_3$
0.039	9.93	-0.02	—	—	0.004	22393	-47028	—	—
0.039	9.93	-0.02	0.07	-0.12	0.004	22393	-47028	-214380	1027300
0.200	9.52	-0.81	-0.55	0.59	0.114	15992	-56895	124700	-211910
0.295	9.16	-0.96	0.14	-0.23	0.311	8011.8	-32437	66780	-48056
0.541	8.58	-1.04	-0.89	0.92	0.770	2544.2	-1507.9	515.70	-61.76
1.240	7.62	-0.63	-0.79	0.85	3.358	1025.1	-79.76	-3.0716	0.5166
2.243	7.148	-0.67	0.62	-0.30	8.990	570.69	-65.2	5.6570	-0.4611
5.676	6.82	-0.30	-13.32	39.93	8.990	570.69	-65.2	—	—
8.207	6.89	6.16	—	—					

### ОЦЕНКИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ ЗЕРКАЛЬНЫХ РЕАКЦИЙ ${}^6\text{Li}(d,p_2){}^7\text{Li}^*$ (4.63 МэВ) и ${}^6\text{Li}(d,n_2){}^7\text{Be}^*$ (4.57 МэВ)

В оценке сечений реакции  ${}^6\text{Li}(d,p_2){}^7\text{Li}^*$  (4.63 МэВ) были использованы данные [2, 19, 23, 24, 26, 27]. К ним при энергии 10.7 и 12.1 МэВ добавлены сечения [28] зеркальной реакции  ${}^6\text{Li}(d,n_2){}^7\text{Be}^*$  в предположении  $\sigma_{dp_2} \approx \sigma_{dn_2}$ . Результаты оценки представлены в табл. 6 и рис. 6а. S-фактор реакции  ${}^6\text{Li}(d,p_2){}^7\text{Li}^*$  рассчитывается с использованием коэффициентов из табл. 6 по формуле (8) для линейного масштаба по оси абсцисс и ординат.

Экспериментальные данные по реакции  ${}^6\text{Li}(d,n_2){}^7\text{Be}^*$  (4.57 МэВ) имеются только при  $E_d$  10.7 и 12.1 МэВ [28]. Они использовались в оценке сечений зеркальной реакции  ${}^6\text{Li}(d,p_2){}^7\text{Li}^*$ . Теперь при оценке  $\sigma_{dn_2}$  были использованы экспериментальные  $\sigma_{dp_2}$  [2, 19, 23, 24, 26, 27] в предположении, что  $\sigma_{dn_2} \approx \sigma_{dp_2}$ , а также нулевое значение сечения в  $E_{thr} = 1.5867$  МэВ. Результаты оценки представлены в табл. 6 и рис. 6б. S-фактор реакции  ${}^6\text{Li}(d,n_2){}^7\text{Be}^*$  рассчитывается с использованием коэффициентов из табл. 6 по формуле (8) для линейного масштаба по оси абсцисс и ординат.

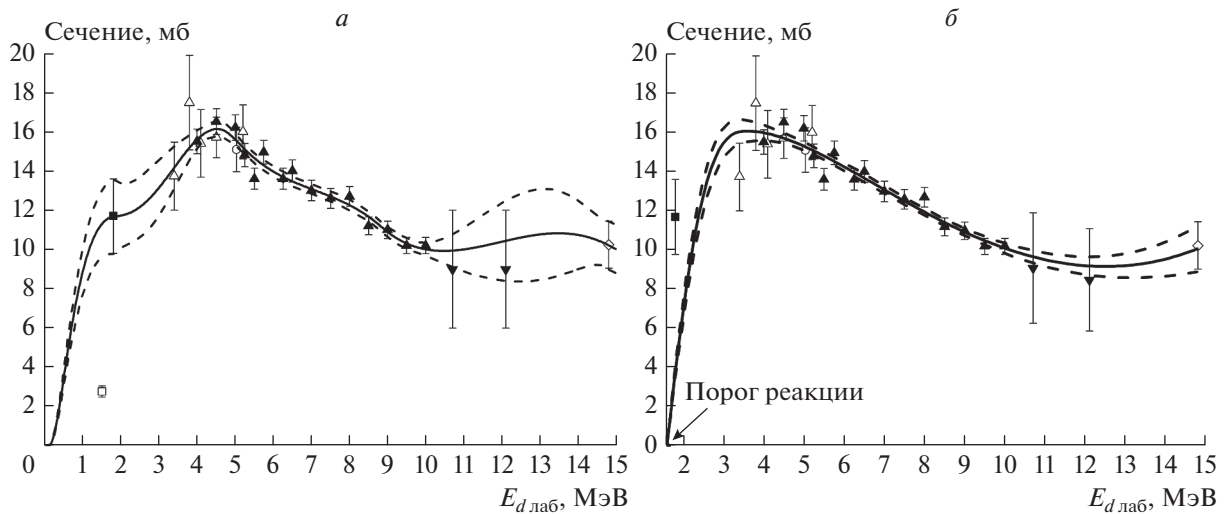


Рис. 6. Экспериментальные и оценённые значения интегральных сечений реакции  ${}^6\text{Li}(d,p_2){}^7\text{Li}^*$  (а): сплошная кривая и пунктир — настоящая оцененная кривая и ее коридор ошибок,  $\blacktriangle$  — [2],  $\square$  — [19],  $\blacksquare$  — [23],  $\triangle$  — [24],  $\diamond$  — [26],  $\circ$  — [27],  $\blacktriangledown$  — [28];  ${}^6\text{Li}(d,n_2){}^7\text{Be}^*$  (б): обозначения те же, что и для  ${}^6\text{Li}(d,p_2){}^7\text{Li}^*$ .

Таблица 6. Значения коэффициентов аппроксимирующего сплайна

${}^6\text{Li}(d,p_2){}^7\text{Li}^*(4.63 \text{ МэВ})$					${}^6\text{Li}(d,n_2){}^7\text{Be}^*(4.57 \text{ МэВ})$				
$x_0, \text{ МэВ}$	значения коэффициентов				$x_0, \text{ МэВ}$	значения коэффициентов			
	$C_0$	$C_1$	$C_2$	$C_3$		$C_0$	$C_1$	$C_2$	$C_3$
1.346	363.78	-144.42	0	0	1.189	0	0	0	0
1.346	63.78	-144.42	164.44	-42.090	1.189	0.266	833.90	-569.20	126.97
3.524	394.40	-27.124	-110.58	123.64	2.671	399.22	-16.642	-4.6466	0.678
3.908	374.70	-57.377	31.716	-7.4026	11.090	334.48	49.337	-	-
6.629	304.25	-49.216	34.221	-4.8133					
11.088	338.49	-31.103	-	-					

ОЦЕНКИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ  
ЗЕРКАЛЬНЫХ РЕАКЦИЙ  ${}^6\text{Li}(d,p_4){}^7\text{Li}^*$   
(7.456 МэВ) и  ${}^6\text{Li}(d,n_4){}^7\text{Be}^*$  (7.21 МэВ)

В оценке сечений реакции  ${}^6\text{Li}(d,p_4){}^7\text{Li}^*$  (7.456 МэВ) были использованы данные [2, 26, 27]. В эти данные при  $E_d$  10.7 и 12.1 МэВ включены сечения [28] зеркальной реакции  ${}^6\text{Li}(d,n_4){}^7\text{Be}^*$  в предположении  $\sigma_{dp_4} \approx \sigma_{dn_4}$ , а также нулевое значение сечения в  $E_{thr} = 3.247$  МэВ. Результаты оценки представлены в табл. 7 и рис. 7а. S-фактор реакции  ${}^6\text{Li}(d,p_4){}^7\text{Li}^*$  рассчитывается с использовани-

ем коэффициентов из табл. 7 по формуле (8) для линейного масштаба по оси абсцисс и ординат.

Экспериментальные данные по реакции  ${}^6\text{Li}(d,n_4){}^7\text{Be}^*$  (7.21 МэВ) имеются только при энергии 10.7 и 12.1 МэВ [28]. Они были использованы в оценке сечений зеркальной реакции  ${}^6\text{Li}(d,p_4){}^7\text{Li}^*$ . Теперь при оценке  $\sigma_{dn_4}$  были использованы экспериментальные  $\sigma_{dp_4}$  [2, 26, 27] в предположении, что  $\sigma_{dn_4} \approx \sigma_{dp_4}$ , а также нулевое значение сечения при  $E_{thr} = 5.11$  МэВ. Результаты оценки представлены в табл. 7 и рис. 7б. S-фактор реакции  ${}^6\text{Li}(d,n_4){}^7\text{Be}^*$  рассчитывается с ис-

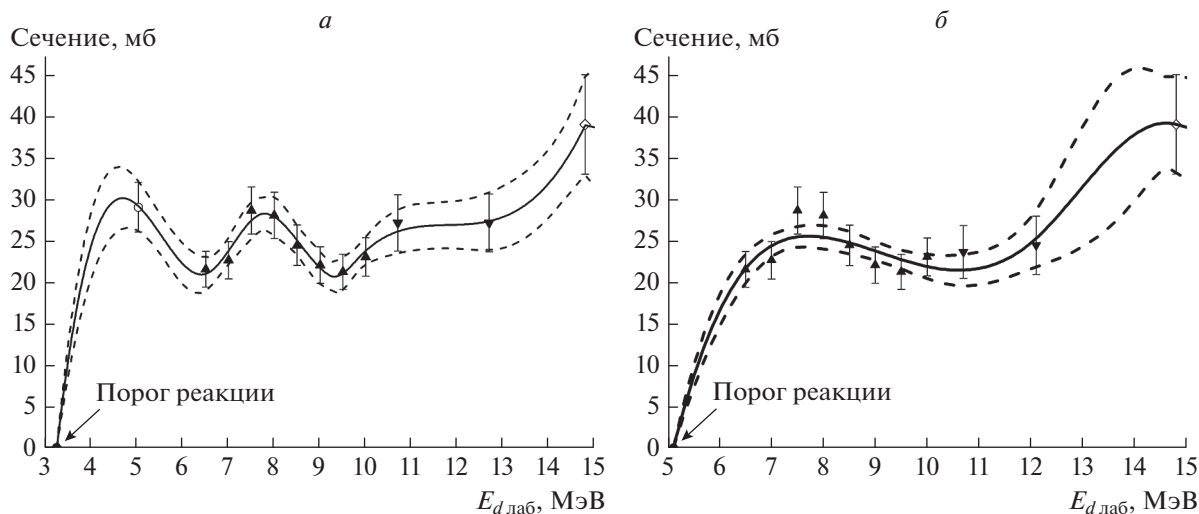


Рис. 7. Экспериментальные и оценённые значения интегральных сечений реакции  ${}^6\text{Li}(d,p_4){}^7\text{Li}^*$  (а): сплошная кривая и пунктир — настоящая оцененная кривая и ее коридор ошибок,  $\blacktriangle$  — [2],  $\diamond$  — [26],  $\circ$  — [27],  $\blacktriangledown$  — [28],  ${}^6\text{Li}(d,n_4){}^7\text{Be}^*$  (б): обозначения те же, что и для  ${}^6\text{Li}(d,p_4){}^7\text{Li}^*$ .

Таблица 7. Значения коэффициентов аппроксимирующего сплайна

${}^6\text{Li}(d,p_4){}^7\text{Li}^*(7.456 \text{ МэВ})$					${}^6\text{Li}(d,n_4){}^7\text{Be}^*(7.21 \text{ МэВ})$				
$x_0$ , МэВ	значения коэффициентов				$x_0$ , МэВ	значения коэффициентов			
	$C_0$	$C_1$	$C_2$	$C_3$		$C_0$	$C_1$	$C_2$	$C_3$
2.4305	0	0	0	0	3.8287	0	0	0	0
2.4305	0.0353	1610.3	-1084.9	210.80	3.8287	0.00151	821.74	-326.93	42.15
4.8878	534.11	97.24	469.14	-355.39	5.9563	674.32	2.92	-57.93	21.45
5.8379	745.17	26.34	-425.32	234.64	9.0370	760.62	256.66	140.30	-67.78
6.9116	573.57	-75.46	796.59	-638.56	11.0875	129.24	-22.92	-	-
7.4022	652.88	245.06	-143.26	33.54					
11.087	1288.5	0	-	-					

пользованием коэффициентов из табл. 7 по формуле (8) для линейного масштаба по оси абсцисс и ординат.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведен анализ экспериментальных данных по интегральным сечениям реакций  ${}^6\text{Li}(d,p_{0,1,2,4})$ ,  ${}^6\text{Li}(d,n_{0,1,2,4})$  и  ${}^6\text{Li}(d,x){}^7\text{Be}$ . На основании наших данных для оценки осуществлены отбор сечений, нормировка и перенормировка ряда данных. По этим данным математическими средствами (сплайн аппроксимацией) библиотеки SaBa (SarovBase) выполнена оценка интегральных сечений указанных реакций от их порогов до энергии налетающих дейтронов 15 МэВ.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Zvenigorodskij A.G., Zherebtsov V.A., Lazarev L.M. et al. IAEA-NDS-191, 1999. 51 p.
- Генералов Л.Н., Вихлянцев О.П., Карпов И.А. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 11. С. 1774; Generalov L.N., Vikhlyantsev O.P., Karpov I.A. et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 11. P. 1511.
- Horsley A., Parker J.B., Parker K. et al. // Nucl. Instrum. Meth. 1968. V. 62. P. 29.
- Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн функций. М.: Наука, 1980. 352 с.
- Алберг Дж., Нильсон Э., Уолли Дж. Теория сплайнов и ее приложения. М.: Мир, 1972. 316 с.
- Таова С.М., Селянкина С.М., Генералов Л.Н., Жеребцов В.А. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2017. Т. 81. № 6. С. 732; Taova S.M., Selyankina S.M., Generalov L.N., Zherebtsov V.A. et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2017. V. 81. No. 6. P. 658.
- Schiffer J.P., Morrisson G.C., Siemssen R.H. et al. // Phys. Rev. C. 1967. V. 164. P. 1274.
- Gould C.R., Joyce J.M., Boyce J.R. // Proc. Conf. Nucl. Cross Sect. Tech. (Washington, 1975). P. 697.
- McClenahan C.R., Segel R.E. // Phys. Rev. C. 1975. V. 11. P. 370.
- Powell D.L., Crawley G.M., Rao B.N. et al. // Nucl. Phys. A. 1970. V. 147. P. 65.
- Yuan Rongfang, Wang Zhiu, Ye Binqi et al. // Chin. J. Nucl. Phys. 1981. V. 3. P. 155.
- Генералов Л.Н., Абрамович С.Н., Селянкина С.М. // Изв. РАН. Сер. физ. 2017. Т. 81. № 6. С. 717; Generalov L.N., Abramovich S.N., Selyankina S.M. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2017. V. 81. No. 6. P. 644.
- Elwyn A.J., Holland R.E., Davids C.N. et al. // Phys. Rev. C. 1977. V. 1. P. 1744.
- Czerski K., Ruprecht G., Bucka H. et al. // Nucl. Phys. A. 1997. V. 621. Art. No. 119C.
- Czerski K., Bucka H., Heide P. et al. // Phys. Lett. B. 1993. V. 307. P. 20.
- Абрамович С.Н., Гужовский Б.Я., Протопопов В.Н. // Изв. АН КазССР. 1984. Т. 4. С. 24.
- Austin S.M., Paul P., Brown B.A. et al. // Phys. Rev. C. 2019. V. 99. Art. No. 024320.
- Paul P. // Z. Naturforsch. 1966. V. 21a. P. 914.
- Ricards J. // Rev. Mex. Fis. 1965. V. 14. P. 241.
- Bertrand F., Greiner G., Pornet J. Report CEA-R-3428, 1968.
- Caii Dunju, Zhou Enchen, Jiang Chenglie // W. Jiang. 1985. S0017.
- Bruno G., Decharge J., Perrin A. et al. // J. Physics. 1966. V. 27. P. 517.
- Holtebekk T., Monsrud A.E. // Phys. Norvegica. 1969. V. 3. P.215.
- Meyer V., Pfeifer W., Staub H.H. // Helv. Phys. Acta. 1962. V. 36. P. 465.
- Huang Bingyin et al. // Proc. Conf. Nucl. Phys. (Shanghai, 1974). P. 89.
- Hamburger E.W., Cameron J.R. // Phys. Rev. 1960. V. 117. P. 781.
- Mao Zhenlin // Proc. Conf. Low Energy Nucl. Phys. (Lanzhou, 1972). P. 72.

28. Бочкарев О.В., Вуколов В.А., Колтыпин Е.А. и др. // ЯФ. 1996. Т. 59. С.1749; *Bochkarev O.V., Vukolov V.A., Koltypin E.A. et al.* // Phys. Atom. Nucl. 1996. V. 59. P. 1690.
29. Ruby L., Pyle R.V., Yue-Chau Wong // Nucl. Sci. Engin. 1079. V. 71. P. 280.
30. Szabo J., Varnagy M., Body Z.T. et al. // Proc. Conf. Nucl. Data Sci. Technol. (Antwerp, 1982). P. 956.
31. Гужовский Б.Я., Абрамович С.Н., Звенигородский А.Г. и др. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1980. Т. 44. С. 1983; *Guzhovskii B.Ya., Abramovich S.N., Zvenigorodskiy A.G. et al.* // Bull. Acad. Sci. USSR. Phys. Ser. 1980. V. 44. P. 168.
32. Hirst F. et al. // Phil. Mag. 1954. V. 45. P. 762.
33. Page P.R., Hale G.M. // Proc. Conf. Nucl. Data Sci. Techn. (Santa Fe, 2004). P. 958.
34. Wilkinson D.H. // Phil. Mag. 1957. V. 2. P. 83.

**${}^6\text{Li}(d,p_0){}^7\text{Li}$ ,  ${}^6\text{Li}(d,p_1){}^7\text{Li}^*$  (0.478 MeV),  ${}^6\text{Li}(d,p_2){}^7\text{Li}^*$  (4.63 MeV),  
 ${}^6\text{Li}(d,p_4){}^7\text{Li}^*$  (7.46 MeV),  ${}^6\text{Li}(d,n_0){}^7\text{Be}$ ,  ${}^6\text{Li}(d,n_1){}^7\text{Be}^*$  (0.429 MeV),  
 ${}^6\text{Li}(d,n_2){}^7\text{Be}^*$  (4.57 MeV),  ${}^6\text{Li}(d,n_4){}^7\text{Be}^*$  (7.21 MeV),  
 ${}^6\text{Li}(d,x){}^7\text{Be}$  reactions cross sections**

**L. N. Generalov<sup>a</sup>, V. A. Zharebtsov<sup>a</sup>, S. M. Selyankina<sup>a</sup>, \***

<sup>a</sup> Russian Federal Nuclear Center – All-Russian Research Institute of Experimental Physics, Sarov, Russia

\*e-mail: otd4@expd.vniief.ru

Upgraded evaluation of the integral cross sections of  ${}^6\text{Li}(d,p_{0,1,2,4})$  reactions and respective  ${}^6\text{Li}(d,n_{0,1,2,4})$  mirror reactions and  ${}^6\text{Li}(d,x){}^7\text{Be}$  reaction was presented. The evaluation was obtained in our SaBa (SarovBase) library using mathematical tools (spline approximation) of this library. The results of our measurements of the  ${}^6\text{Li}(d,p_{0,1,2,4})$  reactions cross sections from 4 to 10 MeV deuteron energy were the motivation of the present work.