

УДК 539.17.01:539.142:539.143

## ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНЫХ СОСТОЯНИЙ ЯДЕР $^{13,14}\text{C}$ , $^{13,14}\text{N}$ , $^{14}\text{O}$ МЕТОДОМ ФЕЙНМАНОВСКИХ КОНТИНУАЛЬНЫХ ИНТЕГРАЛОВ

© 2022 г. В. В. Самарин<sup>1,2, \*</sup>

<sup>1</sup>Международная межправительственная организация  
“Объединенный институт ядерных исследований”, Дубна, Россия

<sup>2</sup>Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Московской области  
“Университет “Дубна”, Дубна, Россия

\*E-mail: samarin@jinr.ru

Поступила в редакцию 14.03.2022 г.

После доработки 08.04.2022 г.

Принята к публикации 22.04.2022 г.

Энергия и квадрат модуля волновой функции основного состояния ядер  $^{13,14}\text{C}$ ,  $^{13,14}\text{N}$  и  $^{14}\text{O}$  вычислены методом континуальных интегралов Фейнмана в модели взаимодействия альфа-кластеров и внешних нуклонов. Для энергий получено согласие с экспериментальными данными.

DOI: 10.31857/S0367676522080166

### ВВЕДЕНИЕ

Известно, что ряд легких ядер могут быть представлены как состоящие из альфа-частиц (альфа-кластеров) и внешних (“валентных”) нуклонов [1, 2]. Структура ядер  $^9\text{Be}$ ,  $^{10}\text{Be}$ ,  $^{10}\text{B}$ ,  $^{10}\text{C}$ ,  $^{11}\text{B}$ ,  $^{11}\text{C}$  как систем, состоящих из двух  $\alpha$ -частиц и, соответственно, одного ( $2\alpha + n$ ), двух ( $2\alpha + 2n$ ,  $2\alpha + n + p$ ,  $2\alpha + 2p$ ) и трех ( $2\alpha + 2n + p$ ,  $2\alpha + n + 2p$ ) нуклонов рассмотрена в работах [3, 4]. Было показано, что наиболее вероятной в ядре  $^9\text{Be}$  является конфигурация ядерной “молекулы” с нейтроном между  $\alpha$ -частицами. В ядрах  $^{10}\text{Be}$ ,  $^{10}\text{B}$ ,  $^{10}\text{C}$  конфигурация ядерной “молекулы” с двумя нуклонами, образующими двухнуклонный кластер между  $\alpha$ -частицами, обеспечивает большую устойчивость системы и большее значение энергии разделения ядра на  $\alpha$ -частицы и нуклоны. Ядра  $^{11}\text{B}$ ,  $^{11}\text{C}$  имеют аналогичную структуру с трехнуклонным кластером между двумя  $\alpha$ -частицами. Добавление к ядру  $^{10}\text{Be}$  двух протонов приводит к существенному изменению структуры системы — ядро  $^{12}\text{C}$  может быть представлено как состоящее из трех  $\alpha$ -частиц ( $\alpha$ -кластеров) [5, 6]. В данной работе изучается структура основного состояния ядра  $^{12}\text{C}(3\alpha)$  и соседних ядер  $^{13,14}\text{C}$ ,  $^{13,14}\text{N}$ ,  $^{14}\text{O}$  как систем из трех  $\alpha$ -частиц и одного или двух нуклонов. Для решения квантовых задач трех, четырех и пяти тел использован метод фейнмановских континуальных интегралов [7–10]. Вычисление так называемого пропагатора  $K_E(q, \tau)$  (континуального интеграла или интеграла по траекториям) в мнимом времени  $t = -i\tau$  по

схеме, изложенной в работе [11] с использованием параллельных вычислений [12] позволяет определить энергию  $E_0$  и плотность вероятности  $|\Psi_0(q)|^2$  для основного состояния системы, описываемой  $s$ -мерным вектором  $q$  координат Якоби. Для этого используется асимптотика  $K_E(q, \tau)$ :

$$K_E(q, \tau) \rightarrow |\Psi_0(q)|^2 \exp\left(-\frac{E_0\tau}{\hbar}\right) + \sum_{n>0} |\Psi_n(q)|^2 \exp\left(-\frac{E_n\tau}{\hbar}\right), \quad (1)$$

$$\tau \rightarrow \infty,$$

где  $E_n$  — энергия и  $|\Psi_n(q)|^2$  — плотность вероятности для  $n$ -го возбужденного состояния системы. Расчеты, как и в работах [3, 4, 11], выполнялись в безразмерных переменных  $\tilde{q} = q/x_0$ ,  $\tilde{V} = V(q)/\epsilon_0$ ,  $\tilde{E}_0 = E_0/\epsilon_0$ ,  $\tilde{m} = m/m_0$ ,  $\tilde{\tau} = \tau/t_0$ ,  $\tilde{\Delta\tau} = \Delta\tau/t_0$ ,  $\tilde{K}_E = K_E x_0^s$ , где  $x_0 = 1$  фм,  $\epsilon_0 = 1$  МэВ,  $m_0$  — масса нейтрона,  $t_0 = m_0 x_0^2 / \hbar \approx 1.57 \cdot 10^{-23}$  с,  $b_0 = t_0 \epsilon_0 / \hbar \approx 0.02412$ . Энергия  $\tilde{E}_0$  и плотность вероятности  $|\Psi_0(\tilde{q})|^2$  определялись с помощью выражения

$$b_0^{-1} \ln \tilde{K}_E(\tilde{q}, \tilde{\tau}) \approx b_0^{-1} \ln |\Psi_0(\tilde{q})|^2 - \tilde{E}_0 \tilde{\tau}, \quad (2)$$

справедливого в области линейной части графика зависимости пропагатора от  $\tilde{\tau}$ . Сравнение теоретических значений энергии основного состояния системы  $\alpha$ -частиц и нуклонов с экспериментальными значениями энергий разделения ряда атомных ядер на те же составляющие частицы позво-

**Таблица 1.** Значения параметров ядерной части взаимодействия  $\alpha$ -частиц и энергии разделения ядер на три альфа-частицы и нуклоны

| Ядро                                  | $U_{\alpha 2}$ , МэВ | $B_{\alpha 2}$ , фм | Энергия разделения, МэВ |                  |
|---------------------------------------|----------------------|---------------------|-------------------------|------------------|
|                                       |                      |                     | эксперимент, [19]       | теория           |
| $^{12}\text{C}$ ( $3\alpha$ )         | 37.1                 | 2.71                | 7.27                    | $7.26 \pm 0.05$  |
| $^{13}\text{C}$ ( $3\alpha + n$ )     | 37                   | 2.59                | 12.220                  | $12.10 \pm 0.10$ |
| $^{13}\text{N}$ ( $3\alpha + p$ )     | 37.7                 | 2.59                | 9.217                   | $9.26 \pm 0.05$  |
| $^{14}\text{C}$ ( $3\alpha + 2n$ )    | 37                   | 2.37                | 20.397                  | $20.39 \pm 0.12$ |
| $^{14}\text{N}$ ( $3\alpha + n + p$ ) | 36.3                 | 2.37                | 19.771                  | $19.81 \pm 0.20$ |
| $^{14}\text{O}$ ( $3\alpha + 2p$ )    | 37.2                 | 2.37                | 13.844                  | $13.91 \pm 0.09$ |

ляет уточнить свойства эффективных потенциалов взаимодействия частиц. Квадраты модуля ненормированных волновых функций основного состояния  $|\Psi_0(q)|^2$ , вычисленные по формуле

$$|\Psi_0(\vec{q})|^2 = \tilde{K}_E(\vec{q}, \vec{\tau}), \quad (3)$$

могут быть использованы для определения структуры основных состояний рассматриваемых ядер, в частности, для сравнения вероятностей конфигураций с различным расположением частиц относительно друг друга. Как и в работах [3, 4, 11, 12] параллельные вычисления с использованием технологии CUDA [13–15], в основном, выполнялись на гетерогенном кластере HybridIT [16] Лаборатории информационных технологий Объединенного института ядерных исследований.

### ОСНОВНЫЕ СОСТОЯНИЯ ЯДЕР $^{12}\text{C}$ , $^{13}\text{C}$ , $^{13}\text{N}$

Ядро  $^{12}\text{C}$  может быть представлено как состоящее из трех  $\alpha$ -частиц ( $\alpha$ -кластеров) [5, 6]. Для ядерной части взаимодействия  $\alpha$ -частиц  $V_{\alpha-\alpha}^{(N)}(r)$  в работах [3, 4] предложено выражение в виде суммы

$$V_{\alpha-\alpha}^{(N)}(r) = -U_{\alpha 1} f(r; B_{\alpha 1}, a_{\alpha 1}) + U_{\alpha 2} f(r; B_{\alpha 2}, a_{\alpha 2}) \quad (4)$$

функций типа Вудса–Саксона (фермиевского распределения)

$$f(r; B, a) = \left[ 1 + \exp\left(\frac{r-B}{a}\right) \right]^{-1}. \quad (5)$$

Второе слагаемое в формуле (4) учитывает усредненное действие отталкивательного кора нуклон–нуклонного взаимодействия и следствия принципа Паули. Из-за отсутствия глубоких (“запрещенных”) уровней энергии выражение (4) можно назвать псевдопотенциалом (как и в теории металлов [17]), оно описывает поведение альфа-частиц при не очень малых расстояниях между их центрами. Выражение (4) сходно по струк-

туре с четырехпараметрическим потенциалом Али–Бодмера [18]

$$V_{\alpha-\alpha}^{(N)}(r) = -V_a \exp(-\mu_a r^2) + V_r \exp(-\mu_r r^2), \quad (6)$$

но благодаря большому числу параметров может дать дополнительные возможности при сравнении теоретических энергий разделения ядер на альфа-частицы и нуклоны с экспериментальными данными. В расчетах для перечисленных ядер были использованы общие значения параметров потенциала (4)  $U_{\alpha 1} = 30$  МэВ,  $B_{\alpha 1} = 3.73$  фм  $a_{\alpha 1} = a_{\alpha 2} = a_{\alpha} = 0.512$  фм, значения параметров  $U_{\alpha 2}$ ,  $B_{\alpha 2}$  несколько менялись от ядра к ядру, они приведены в табл. 1. Для кулоновской части  $V_{\alpha-\alpha}^{(C)}(r)$  взаимодействия  $\alpha$ -частиц использовано выражение с функцией (интегралом) ошибок  $\text{erf}(x)$  из работы [18]

$$V_{\alpha-\alpha}^{(C)}(r) = q_{\alpha}^2 \frac{1}{r} \text{erf}(\beta r), \quad (7)$$

где  $\beta = 0.6$  фм $^{-1}$ . Графики потенциалов взаимодействия  $\alpha$ -кластеров  $V_{\alpha-\alpha}(r) = V_{\alpha-\alpha}^{(N)}(r) + V_{\alpha-\alpha}^{(C)}(r)$ , полученные для ядер  $^{12}\text{C}$ ,  $^{13}\text{C}$  показаны на рис. 1а. График потенциала  $V_{\alpha-\alpha}(r)$  для ядра  $^{13}\text{N}$  близок к графику для ядра  $^{13}\text{C}$ . Результаты расчетов пропагаторов  $\tilde{K}_E$  для ядер  $^{12}\text{C}$ ,  $^{13}\text{C}$ ,  $^{13}\text{N}$  для интервалов  $\vec{\tau} = \tau/t_0$ , где выполнены условия линейности (2), показаны на рис. 1б, значения энергий разделения ядер на  $\alpha$ -частицы и нуклоны приведены в табл. 1. Видно, что при выбранных значениях параметров потенциала (4) получено согласие с экспериментальными данными [19] для энергий разделения ядра  $^{12}\text{C}$  на три  $\alpha$ -частицы и ядер  $^{13}\text{C}$ ,  $^{13}\text{N}$  на три  $\alpha$ -частицы и нуклон. Некоторое углубление потенциальной ямы на графике  $V_{\alpha-\alpha}(r)$  (рис. 1а) при переходе от ядра  $^{12}\text{C}$  к ядрам  $^{13}\text{C}$ ,  $^{13}\text{N}$  можно объяснить дополнительной поляризацией  $\alpha$ -кластеров в ядрах  $^{13}\text{C}$ ,  $^{13}\text{N}$  из-за взаимодействия с внешним нуклоном.

При расчетах для ядра  $^{12}\text{C}(3\alpha)$  использовались координаты Якоби

$$\bar{\rho}_1 = \bar{r}_{\alpha_2} - \bar{r}_{\alpha_1}, \quad \bar{\rho}_2 = \bar{r}_{\alpha_3} - \frac{1}{2}(\bar{r}_{\alpha_2} + \bar{r}_{\alpha_1}). \quad (8)$$

Зависимость величины  $\tilde{K}_E(\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2; \tau)$ , при  $\tilde{\tau} = \tau/t_0 = 30$  пропорциональной квадрату модуля ненормированной волновой функции основного состояния  $|\Psi_0(\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2)|^2$ , от  $\rho_1, \rho_2$  при  $\bar{\rho}_1 \perp \bar{\rho}_2$ , показана на рис. 2а вместе с рельефом потенциальной энергии системы  $^{12}\text{C}(3\alpha)$ . Видимое соответствие между областями определенных значений  $|\Psi_0(\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2)|^2$  и линиями уровня потенциальной энергии здесь и далее наглядно подтверждает достаточную точность расчетов. Узкий максимум функции  $\tilde{K}_E(\rho_1, \rho_2; \tau)$  вблизи минимума потенциальной энергии соответствует наиболее вероятной конфигурации системы в форме правильного треугольника (см. рис. 2б). Расстояние между центрами  $\alpha$ -частиц  $x = |\bar{r}_{\alpha_2} - \bar{r}_{\alpha_1}| \approx 3$  фм, соответствует окрестности минимума потенциала  $V_{\alpha-\alpha}(r)$  (рис. 1а). Вблизи вершин правильного треугольника располагаются максимумы плотности протяженных облаков (плотностей вероятности) из нуклонов, объединенных в  $\alpha$ -кластеры. Покажем, что этот результат для распределения нуклонов близок к результату оболочечной модели деформированного ядра.

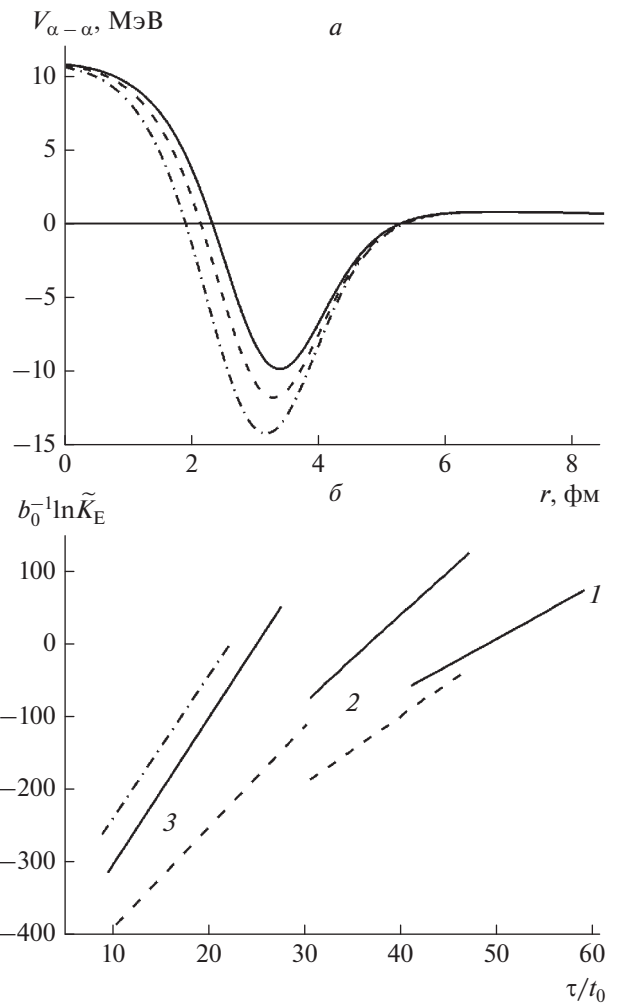
Известно, что ядро  $^{12}\text{C}$  деформировано с параметром квадрупольной деформации  $\beta_2 = -0.411 \pm \pm 0.226$  [20]. Решение уравнения Шредингера с учетом спин-орбитального взаимодействия для двухкомпонентной спинорной волновой функции

$$\Psi_{n,l,j,m_j}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} \Psi_{n,l,j,m_j}(\vec{r}) \\ \Phi_{n,l,j,m_j}(\vec{r}) \end{pmatrix} \quad (9)$$

в аксиально-симметричном поле может быть выполнено с использованием разложений по функциям Бесселя [21]. В оболочечной модели деформированного ядра с  $\beta_2 < 0$  6 нейтронов и 6 протонов заселяют последовательно уровни с модулем  $|m_j|$  проекции полного углового момента на ось симметрии ядра  $|m_j| = 1/2, 3/2, 1/2$  (см., например, [19]). Полная плотность вероятности для 6 нейтронов

$$n(\vec{r}) = \sum \left( |\Psi_{n,l,j,m_j}(\vec{r})|^2 + |\Phi_{n,l,j,m_j}(\vec{r})|^2 \right) \quad (10)$$

показана на рис. 2в, для 6 протонов распределение плотности вероятности аналогично. Видно, что результаты для распределения нуклонной плотности вероятности согласуются с распределением плотности вероятности для конфигурации  $\alpha$ -кластерных облаков вблизи вершин правильного треугольника, лежащего в плоскости перпендику-

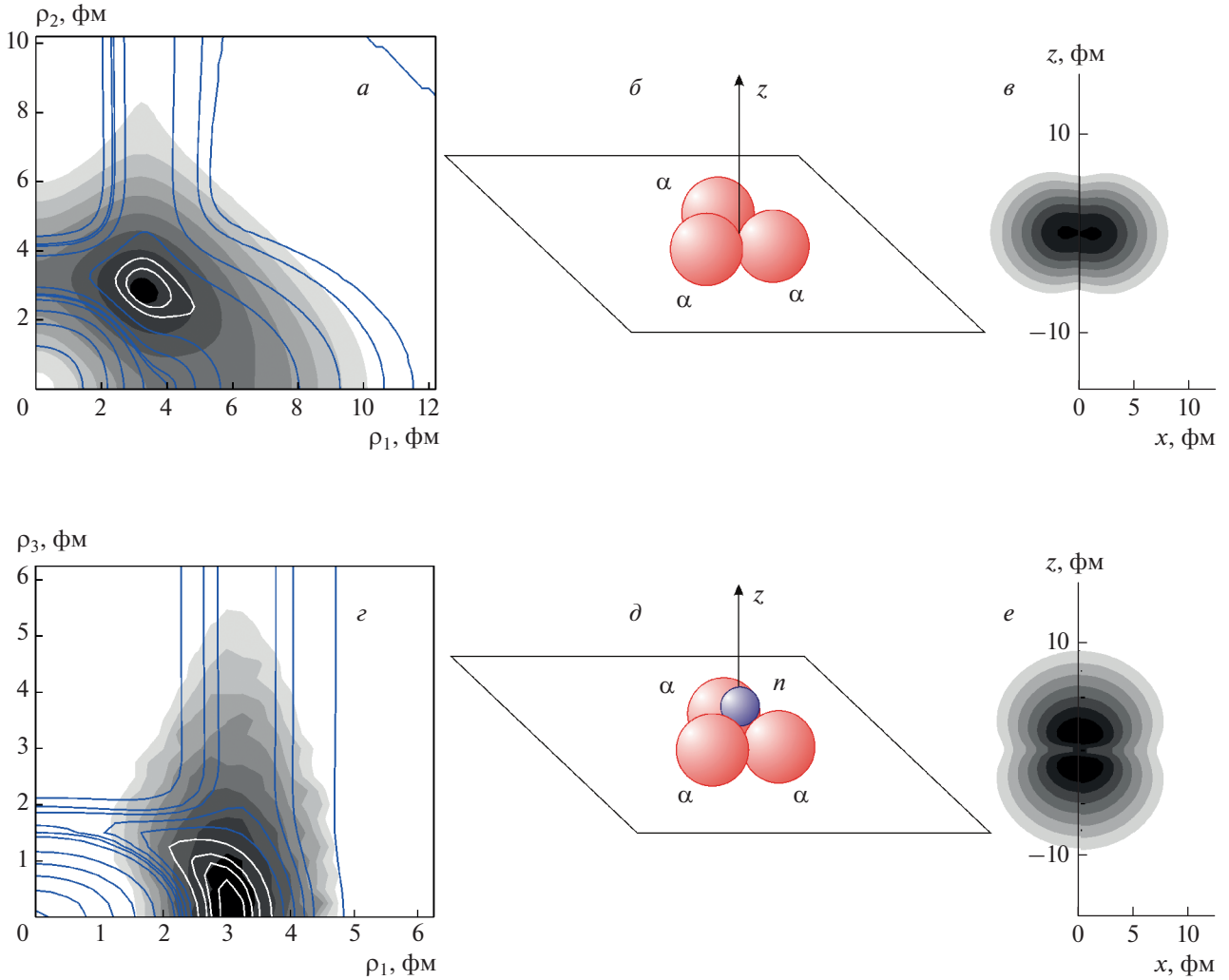


**Рис. 1.** Графики потенциала взаимодействия  $\alpha$ -кластеров  $V_{\alpha-\alpha}(r) = V_{\alpha-\alpha}^{(N)}(r) + V_{\alpha-\alpha}^{(C)}(r)$  в ядрах  $^{12}\text{C}$  (сплошная кривая),  $^{13}\text{C}$  (штриховая кривая) и  $^{14}\text{C}$  (штрих-пунктирная кривая) (а). Линейные участки зависимости нормированного логарифма пропагатора  $b_0^{-1} \ln \tilde{K}_E$  от мнимого времени  $\tilde{\tau} = \tau/t_0$  для ядер  $^{12}\text{C}$  (сплошная линия 1),  $^{13}\text{C}$  (сплошная линия 2),  $^{13}\text{N}$  (штриховая линия 2),  $^{14}\text{C}$  (сплошная линия 3),  $^{14}\text{N}$  (штрих-пунктирная линия 3),  $^{14}\text{O}$  (штриховая линия 3) (б).

лярной оси  $Oz$  при дополнительном усреднении по углам поворота треугольника вокруг  $Oz$ .

Ядра  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$  представим состоящим из трех  $\alpha$ -частиц и, соответственно, из нейтрона и протона. Псевдопотенциалы взаимодействия нейтрона и протона с  $\alpha$ -частицей приведены в работах [3, 4]. При расчетах пропагатора использовались координаты Якоби

$$\begin{aligned} \bar{\rho}_1 &= \bar{r}_{\alpha_2} - \bar{r}_{\alpha_1}, \quad \bar{\rho}_2 = \bar{r}_{\alpha_3} - \frac{1}{2}(\bar{r}_{\alpha_2} + \bar{r}_{\alpha_1}), \\ \bar{\rho}_3 &= \bar{r}_n - \frac{1}{3}(\bar{r}_{\alpha_2} + \bar{r}_{\alpha_1} + \bar{r}_{\alpha_3}) \end{aligned} \quad (11)$$



**Рис. 2.** Потенциальный рельеф (здесь и далее линии) и топография (здесь и далее градации серого в логарифмическом масштабе) пропагатора  $\tilde{K}_E(\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2; \tau)$ ,  $\tau/t_0 = 30$ , пропорционального  $|\Psi_0(\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2)|^2$  для ядра  $^{12}\text{C}(3\alpha)$  в координатах Якоби  $\bar{\rho}_1 \perp \bar{\rho}_2$  (а). Модель положений частиц, соответствующих максимуму плотности вероятности  $|\Psi_0|^2$  для ядра  $^{12}\text{C}(3\alpha)$  (б). Полная плотность вероятности для 6 нейтронов в оболочечной модели деформированного ядра  $^{12}\text{C}$  (в). Потенциальный рельеф и топография пропагатора  $\tilde{K}_E(\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2, \bar{\rho}_3; \tau)$ ,  $\tau/t_0 = 35$ , пропорционального  $|\Psi_0(\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2, \bar{\rho}_3)|^2$  для ядра  $^{13}\text{C}(3\alpha + n)$  при  $\bar{\rho}_1 \perp \bar{\rho}_2 \perp \bar{\rho}_3$ ,  $\rho_2 = \rho_1 \sqrt{3}/2$  (з). Модель положений частиц, соответствующих максимуму плотности вероятности  $|\Psi_0|^2$  для ядра  $^{13}\text{C}(3\alpha + n)$  (д). Плотность вероятности для внешнего нейтрона в оболочечной модели деформированного ядра  $^{13}\text{C}$  (е).

для ядра  $^{13}\text{C}(3\alpha + n)$  и

$$\begin{aligned} \bar{\rho}_1 &= \bar{r}_{\alpha_2} - \bar{r}_{\alpha_1}, \quad \bar{\rho}_2 = \bar{r}_{\alpha_3} - \frac{1}{2}(\bar{r}_{\alpha_2} + \bar{r}_{\alpha_1}), \\ \bar{\rho}_3 &= \bar{r}_p - \frac{1}{3}(\bar{r}_{\alpha_2} + \bar{r}_{\alpha_1} + \bar{r}_{\alpha_3}) \end{aligned} \quad (12)$$

для ядра  $^{13}\text{N}(3\alpha + p)$ .

Величина  $\tilde{K}_E(\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2, \bar{\rho}_3; \tau)$ , при  $\tilde{\tau} = \tau/t_0 = 35$  пропорциональная квадрату модуля ненормированной волновой функции основного состояния

$|\Psi_0(\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2, \bar{\rho}_3)|^2$  ядра  $^{13}\text{C}(3\alpha + n)$ , от  $\rho_1, \rho_3$  при  $\bar{\rho}_1 \perp \bar{\rho}_2 \perp \bar{\rho}_3$ ,  $\rho_2 = \rho_1 \sqrt{3}/2$ , показана на рис. 2з и 3 вместе с рельефом потенциальной энергии системы. Узкий по  $\rho_1$  и широкий по  $\rho_3$  максимум функции  $\tilde{K}_E(\rho_1, \rho_1 \sqrt{3}/2, \rho_3; \tau)$  вблизи минимума потенциальной энергии соответствует наиболее вероятной конфигурации системы с узкими облаками  $\alpha$ -кластеров вблизи вершин правильного треугольника (как у ядра  $^{12}\text{C}$ ) и протяженным ней-

тронным облаком с максимумом в центре треугольника (см. рис. 2б и рис. 3). Свойства функции  $\tilde{K}_E(\rho_1, \rho_1\sqrt{3}/2, \rho_3; \tau)$  для ядра  $^{13}\text{N}(3\alpha + p)$  аналогичны свойствам для ядра  $^{13}\text{C}(3\alpha + n)$ , причем протяженность протонного облака несколько больше, чем для ядра  $^{13}\text{C}$  из-за кулоновского отталкивания всех частиц системы. Представленная на рис. 2д модель положений частиц, соответствующих максимуму плотности вероятности  $|\Psi_0|^2$  основного состояния, согласуется с представлениями о форме ядер  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$  как о ядерных молекулах, состоящих из трех  $\alpha$ -частиц ( $\alpha$ -кластеров) и облака внешнего нуклона вблизи центра молекулы.

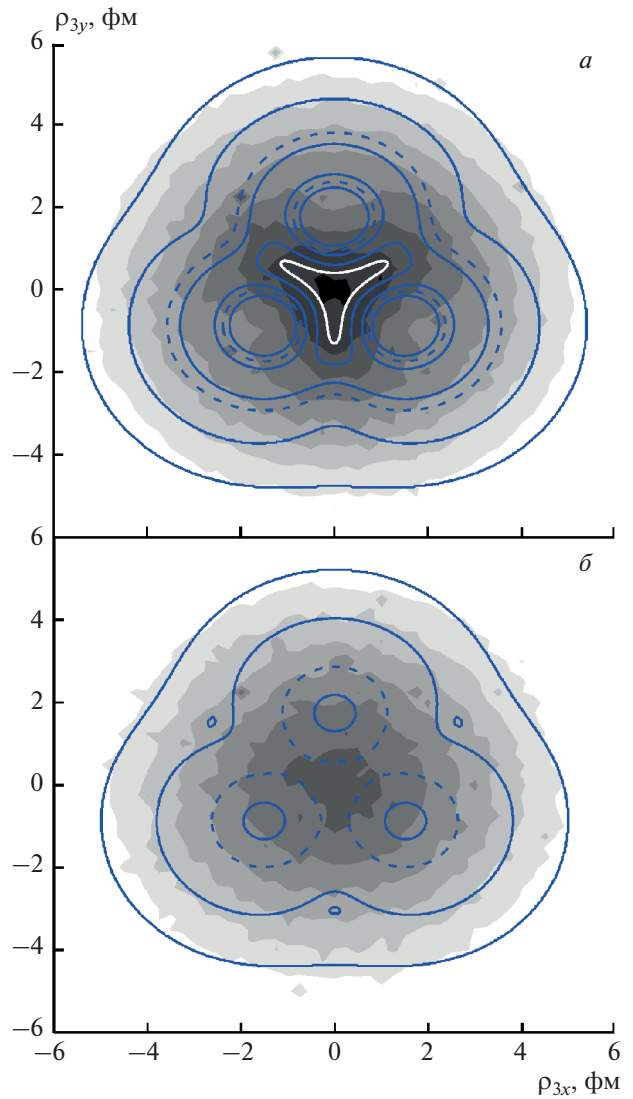
В обобщенной модели можно считать, что ядро  $^{13}\text{C}$  состоит из деформированного остова  $\{^{12}\text{C}\}$  с отрицательным параметром деформации  $\beta_2 < 0$  и внешнего нейтрона. В оболочечной модели деформированного ядра при  $\beta_2 = -0.4$  внешний нейтрон занимает состояние с  $|m_j| = 1/2$ , это соответствует экспериментальному значению спина ядра  $^{13}\text{C}$   $J = 1/2$ . Плотность вероятности для внешнего нейтрона ядра  $^{13}\text{C}$  в состоянии с  $|m_j| = 1/2$ , показана на рис. 2е. Видно, что эти результаты для распределения нуклонной плотности согласуются с зависимостью распределения плотности вероятности от положения внешнего нейтрона, полученного для системы четырех тел ( $3\alpha + n$ ). Полное распределение нейтронов ядра  $^{13}\text{C}$  с учетом рис. 2в и 2е близко к сферическому.

### ОСНОВНЫЕ СОСТОЯНИЯ ЯДЕР $^{14}\text{C}$ , $^{14}\text{N}$ и $^{14}\text{O}$

Ядра  $^{14}\text{C}$ ,  $^{14}\text{N}$  и  $^{14}\text{O}$  представим состоящими из трех  $\alpha$ -кластеров и двух нуклонов: двух нейтронов для  $^{14}\text{C}$ , нейтрона и протона для  $^{14}\text{N}$ , двух протонов для  $^{14}\text{O}$ . Для указанных ядер использовались сходные координаты Якоби, приведем их для ядра  $^{14}\text{C}$  (системы  $3\alpha + 2n$ )

$$\begin{aligned} \bar{\rho}_1 &= \bar{r}_{\alpha_2} - \bar{r}_{\alpha_1}, \quad \bar{\rho}_2 = \bar{r}_{\alpha_3} - \frac{1}{2}(\bar{r}_{\alpha_1} + \bar{r}_{\alpha_2}), \quad \bar{\rho}_3 = \bar{r}_{n_2} - \bar{r}_{n_1}, \\ \bar{\rho}_4 &= \frac{1}{2}(\bar{r}_{n_1} + \bar{r}_{n_2}) - \frac{1}{3}(\bar{r}_{\alpha_1} + \bar{r}_{\alpha_2} + \bar{r}_{\alpha_3}). \end{aligned} \quad (13)$$

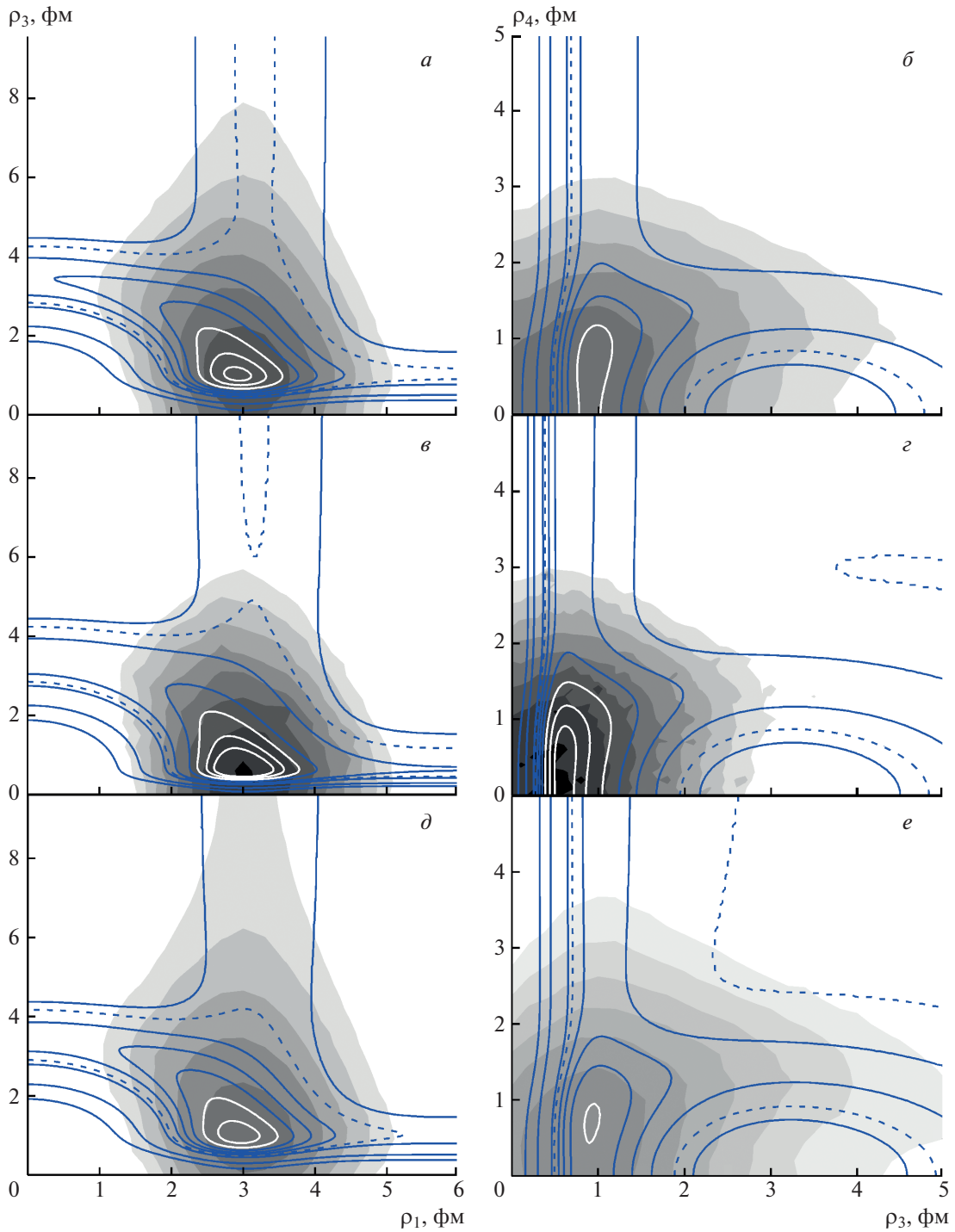
Для описания взаимодействия между протоном и нейтроном в ядре  $^{14}\text{N}$  использован триплетный потенциал  $V_{p-n}^{(1^+)}(r)$  взаимодействия протона с нейтроном, имеющий место в дейтроне [3, 4]. Экспериментальное значение спина нечетно-нечетного ядра  $^{14}\text{N}$   $J = 1$  соответствует результату оболочечной модели, оно получается при сложении параллельных моментов протона и нейтрона с проекциями моментов  $m_j = 1/2$ , аналогичного сложению моментов нуклонов в дейтроне. Для вза-



**Рис. 3.** Потенциальный рельеф (линии) и топография пропагатора  $\tilde{K}_E(\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2, \bar{\rho}_3; \tau)$ ,  $\tau/t_0 = 20$ , пропорционального  $|\Psi_0(\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2, \bar{\rho}_3)|^2$ , для ядра  $^{13}\text{C}(3\alpha + n)$  при  $\bar{\rho}_1 \perp \bar{\rho}_2$ ,  $\rho_1 = 3$  фм,  $\rho_2 = \rho_1\sqrt{3}/2$ ,  $\rho_{1,y} = \rho_{1,z} = 0$ , и  $\rho_{3,z} = 1$  фм (а) и  $\rho_{3,z} = 2$  фм (б). Отдельные линии уровня потенциальной энергии: 40 (штриховые линии), 75 МэВ (белая линия).

имодействия между нейтронами в ядре  $^{14}\text{C}$  и протонами в ядре  $^{14}\text{O}$  использовались синглетные потенциалы  $V_{n-n}^{(0^+)}(r)$  и  $V_{p-p}^{(0^+)}(r)$ , соответственно [3, 4].

Результаты расчетов пропагатора  $\tilde{K}_E(\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2, \bar{\rho}_3, \bar{\rho}_4; \tau)$  для ядер  $^{14}\text{C}$ ,  $^{14}\text{N}$  и  $^{14}\text{O}$  показаны на рис. 1б, значения энергий разделения ядер на  $\alpha$ -частицы и нуклоны и значения параметров  $U_{\alpha 2}$ ,  $B_{\alpha 2}$  потенциала  $V_{\alpha-\alpha}(r)$  приведены в табл. 1. Видно, что при выбранных значениях параметров потенциала (4) получено согласие с экспери-



**Рис. 4.** Потенциальный рельеф (линии) и топография пропагатора  $\bar{K}_E(\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2, \bar{\rho}_3, \bar{\rho}_4; \tau)$ ,  $\tau/t_0 = 10$ , пропорционального  $|\Psi_0(\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2, \bar{\rho}_3, \bar{\rho}_4)|^2$ , для ядер  $^{14}\text{C}(3\alpha + 2n)$  (а, б),  $^{14}\text{N}(3\alpha + n + p)$  (в, з)  $^{14}\text{O}(3\alpha + 2p)$  (д, е) в координатах Якоби,  $\bar{\rho}_1 \perp \bar{\rho}_2 \perp \bar{\rho}_3$ ,  $\rho_2 = \rho_1 \sqrt{3}/2$ ,  $\rho_4 = 0$  (а, в, д) и  $\bar{\rho}_1 \perp \bar{\rho}_2 \perp \bar{\rho}_4$ ,  $\bar{\rho}_3 \parallel \bar{\rho}_1$ ,  $\rho_2 = \rho_1 \sqrt{3}/2$ ,  $\rho_1 = 3$  фм (б, з, е). Отдельные линии уровня потенциальной энергии: 40 МэВ (штриховые линии), 160, 190, 210 МэВ (белые линии).

ментальными данными [19] для энергий разделения ядер  $^{14}\text{C}$ ,  $^{14}\text{N}$  и  $^{14}\text{O}$  на три  $\alpha$ -частицы и нуклоны.

График потенциала взаимодействия  $\alpha$ -частиц  $V_{\alpha-\alpha}(r)$ , полученного для ядра  $^{14}\text{C}$ , показан на рис. 1а. Графики потенциала  $V_{\alpha-\alpha}(r)$  для ядер  $^{14}\text{N}$ ,

$^{14}\text{O}$  близки к графику для ядра  $^{14}\text{C}$ . Дополнительное углубление потенциальной ямы на графике  $V_{\alpha-\alpha}(r)$  (рис. 1а) при переходе от ядер  $^{13}\text{C}$ ,  $^{13}\text{N}$  к ядрам  $^{14}\text{C}$ ,  $^{14}\text{N}$  и  $^{14}\text{O}$  можно объяснить усилением поляризации  $\alpha$ -кластеров в ядрах  $^{14}\text{C}$ ,  $^{14}\text{N}$ ,  $^{14}\text{O}$  из-за взаимодействия с двумя внешними нуклонами.

Зависимость величины  $\tilde{K}_E(\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2, \bar{\rho}_3, \bar{\rho}_4; \tau)$ , при  $\tau/t_0 = 10$  пропорциональной квадрату модуля ненормированной волновой функции основного состояния  $|\Psi_0(\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2, \bar{\rho}_3, \bar{\rho}_4)|^2$  ядер  $^{13}\text{C}(3\alpha + n)$ ,  $^{14}\text{N}(3\alpha + n + p)$ ,  $^{14}\text{O}(3\alpha + 2p)$  показана на рис. 4 вместе с рельефом потенциальных энергий систем. Вероятности конфигураций с расположением  $\alpha$ -частиц в вершинах правильного треугольника со стороной  $\rho_1$  и высотой  $\rho_2 = \rho_1 \sqrt{3}/2$  и симметричным расположением нуклонов на оси симметрии треугольника с межнуклонным расстоянием  $\rho_3$  показаны на рис. 4а, 4в и 4д. Вероятности конфигураций с расположением  $\alpha$ -частиц в вершинах правильного треугольника со стороной  $\rho_1 = 3$  фм и симметричным относительно оси симметрии треугольника расположением нуклонов на расстоянии  $\rho_3$  друг от друга в плоскости, параллельной плоскости треугольника с межплоскостным расстоянием  $\rho_4$  показаны на рис. 4б, 4г и 4е. Для обеих рассмотренных конфигураций ядра  $^{14}\text{N}$  наиболее вероятно близкое расположение нейтрона и протона, соответствующее их объединению в дейтонный кластер, локализованный вблизи центра треугольника из  $\alpha$ -частиц. Такая картина сходна с образованием дейтонного кластера в ядрах  $^{10}\text{B}(2\alpha + p + n)$  [4] и  $^6\text{Li}(\alpha + p + n)$  [22]. Динейтронный кластер в ядре  $^{14}\text{C}$  также с наибольшей вероятностью находится центра треугольника из  $\alpha$ -частиц, но является более протяженным и, следовательно, менее связанным, как и в ядрах  $^6\text{He}(\alpha + 2n)$  [11] и  $^{10}\text{Be}(2\alpha + 2n)$  [4]. При этом достаточно большую вероятность имеет и расположение нейтронов на больших удалениях друг от друга. Распределение протонов в ядре  $^{14}\text{O}$  еще более протяженное, поэтому существование дипротонного кластера в нем маловероятно, как и в ядре  $^{10}\text{C}(2\alpha + 2p)$  [4].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В альфа-кластерной модели установлена пространственная структура основного состояния ядер  $^{13, 14}\text{C}$ ,  $^{13, 14}\text{N}$ ,  $^{14}\text{O}$ . Наиболее вероятными являются конфигурации частиц с расположением альфа-кластерных облаков вблизи вершин правильного треугольника и облаков внешних нуклонов над и под плоскостью треугольника вблизи его центра. Показано, что в ядре  $^{14}\text{N}$  наиболее ве-

роятно расположение внешних протона и нейтрона в форме компактного дейтонного кластера. Для ядра  $^{14}\text{C}$  показано, что аналогичный динейтронный кластер является более протяженным, достаточно большую вероятность имеет и расположение нейтронов на больших удалениях друг от друга.

Предложенный подход к расчетам характеристик основного состояния ядер  $^{13, 14}\text{C}$ ,  $^{13, 14}\text{N}$ ,  $^{14}\text{O}$  может служить полезным дополнением к существующим более сложным теоретическим методам. Он позволяет достаточно просто определить зависимость энергии основного состояния от параметров потенциалов и вероятности различных конфигураций составляющих систему частиц.

Автор выражает благодарность команде гетерогенного кластера Лаборатории информационных технологий ОИЯИ за содействие выполнению трудоемких компьютерных расчетов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. von Oertzen W., Freer M., Kanada En'yo Y. // Phys. Rep. 2006. V. 432. P. 43.
2. Freer M. // Rep. Prog. Phys. 2007. V. 70. P. 2149.
3. Самарин В.В. // Изв. РАН Сер. физ. 2020. Т. 84. С. 1187; Samarin V.V. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. P. 981.
4. Самарин В.В. // Изв. РАН Сер. физ. 2021. Т. 85. С. 655; Samarin V.V. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2021. V. 85. P. 501.
5. Ikeda K., Takigawa N., Horiuchi H. // Prog. Theor. Phys. Suppl. 1968. Extra No. P. 464.
6. Horiuchi, Ikeda K., Suzuki Y. // Prog. Theor. Phys. Suppl. 1972. No. 52. Chap. 3.
7. Фейнман Р., Хибс А. Квантовая механика и интегралы по траекториям. М.: Мир, 1968.
8. Блохинцев Д.И. Основы квантовой механики. М.: Наука, 1976.
9. Шурык Э.В. // УФН. 1984. Т. 143. С. 309; Shuryak E.V. // Sov. Phys. Usp. 1984. V. 27. P. 448.
10. Shuryak E.V., Zhironov O.V. // Nucl. Phys. B. 1984. V. 242. P. 393.
11. Самарин В.В., Науменко М.А. // ЯФ. 2017. V. 80. С. 473; Naumenko M.A., Samarin V.V. // Phys. Atom. Nucl. 2017. V. 80. P. 877.
12. Naumenko M.A., Samarin V.V. // Supercomp. Front. Innov. 2016. V. 3. P. 80.
13. <https://developer.nvidia.com/cuda-zone/>.
14. Перепёлкин Е.Е., Садовников Б.И., Иноземцева Н.Г. Вычисления на графических процессорах (GPU) в задачах математической и теоретической физики. М.: Ленанд, 2014.
15. Сандерс Д., Кэндрот Э. Технология CUDA в примерах: введение в программирование графических процессоров. М.: ДМК, 2011.
16. <http://hybrilit.jinr.ru/>.

17. Харрисон У. Псевдопотенциалы в теории металлов. М.: Мир, 1968.
18. Ali S., Bodmer A.R. // Nucl. Phys. 1966. V. 80. P. 99.
19. <http://nr.v.jinr.ru/>.
20. <http://cdf.e.sinp.msu.ru/services/radchart/radmain.html>.
21. Самарин В.В. // ЯФ. 2015. Т. 78. С. 133; Samarín V.V. // Phys. Atom. Nucl. 2015. V. 78. P. 128.
22. Самарин В.В., Науменко М.А. // Изв. РАН Сер. физ. 2019. Т. 83. С. 411; Samarín V.V. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2019. V. 83. P. 981.

## Study of ground states of $^{13, 14}\text{C}$ , $^{13, 14}\text{N}$ , $^{14}\text{O}$ nuclei by Feynman's continual integrals method

V. V. Samarín<sup>a, b, \*</sup>

<sup>a</sup> Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, 141980 Russia

<sup>b</sup> Dubna State University, Dubna, 141982 Russia

\*e-mail: samarin@jinr.ru

The energy and the square of the wave function modulus for the ground state of  $^{13, 14}\text{C}$ ,  $^{13, 14}\text{N}$  and  $^{14}\text{O}$  nuclei are calculated using Feynman continual integrals in the model of the interaction between alpha-clusters and outer nucleons. The obtained values of energy are in good agreement with the experimental data.