УДК 539.17.013

# АНАЛИЗ РЕЗОНАНСНЫХ СОСТОЯНИЙ ПРИ ОПИСАНИИ АСТРОФИЗИЧЕСКОГО *S*-ФАКТОРА ДЛЯ СЛИЯНИЯ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ <sup>12</sup>С + <sup>16</sup>О

© 2022 г. С. Ю. Торилов<sup>1,</sup> \*, Н. А. Мальцев<sup>1</sup>, В. И. Жеребчевский<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Санкт-Петербургский государственный университет", Санкт-Петербург, Россия

> \**E-mail: s.torilov@spbu.ru* Поступила в редакцию 14.03.2022 г. После доработки 08.04.2022 г. Принята к публикации 22.04.2022 г.

Проанализирован процесс слияния тяжелых ионов <sup>12</sup>С и <sup>16</sup>О вблизи кулоновского барьера. Рассмотрен ряд оптических потенциалов, позволяющих хорошо описать упругое рассеяние изучаемых ядер. С использованием этих потенциалов, в рамках потенциальной модели, получено сечение слияния и астрофизический *S*-фактор. Рассмотрен случай возникновения вращательных дублетов для величин глобального квантового числа в диапазоне G = 16-29. Проведено сравнение с имеющимися на сегодняшний момент экспериментальными данными, а также изучен вопрос неоднозначности выбора потенциала и возможность совместного описания рассматриваемых эффектов.

DOI: 10.31857/S0367676522080245

#### введение

Процессы слияния с участием легких самосопряженных и нейтроноизбыточных ядер играют значительную роль в звездном нуклеосинтезе и важны для понимания эволюции звезд. Интересным примером таких реакций является слияние ядер углерода и кислорода. Данные реакции существенны для процессов, протекающих при формировании суперновых Іа типа и в массивных звездах [1]. Одной из отличительных особенностей таких реакций является проявление резонансоподобной структуры в функции возбуждения реакции слияния для энергий ниже  $E_{CM} < 10$  МэВ, при этом в случае присутствия резонанса вблизи гамовского окна, сечение взаимодействия ядер может увеличиваться в несколько раз.

Такая резонансоподобная структура наиболее сильно проявлялась в реакции  ${}^{12}C + {}^{12}C$  и, в меньшей степени, в реакции  ${}^{12}C + {}^{16}O$ , в то время как для реакции  ${}^{16}O + {}^{16}O$  указанная структура почти не наблюдалась [3]. Применимость кластерного подхода к данным реакциям допускает их последовательное включение в диаграмму кластерного нуклеосинтеза (DNC) [2], что подразумевает возможность возникновения молекулярных состояний, приводящих к сильным флуктуациям в сечении слияния. Значительный успех в экспериментальном изучении функции возбуждения для реакций слияния позволил получить экспериментальные данные для глубоко подбарьерного взаимодействия в области около 3 МэВ [4]. Для объяснения поведения сечения было предложено несколько моделей, в том числе, трактующих наблюдаемую структуру как проявление молекулярных резонансов в сочетании с фрагментацией по перекрывающимся компаунд состояниям [5]. С другой стороны, было предложено объяснение в рамках изолированных компаунд состояний [3]. Была получена граничная энергия, ниже которой возникновение структуры может объясняться флуктуацией сечения из-за присутствия неперекрывающихся компаунд состояний. Значение границы для реакции слияния  ${}^{12}C + {}^{12}C$  составило порядка 7.3 МэВ, что практически полностью охватывает диапазон наблюдаемой структуры, в то время как для  ${}^{12}C + {}^{16}O$  эта величина составила порядка 1.8 МэВ. Это гораздо ниже энергии, доступной для экспериментальных исследований на сегодняшний день [4]. Таким образом, для определения вклада молекулярных состояний была выбрана реакция  ${}^{12}C + {}^{16}O$ , с одной стороны, имеющая низкий порог проявления флуктуаций от компаунд состояний, а с другой стороны, демонстрирующая хорошо наблюдаемую структуру в сечении реакции слияния.

#### ФОРМАЛИЗМ

На сеголняшний день сушествует значительное число работ, рассматривающих тот или иной аспект потенциальных моделей, для вычисления сечения, астрофизического S-фактора или возможного положения резонансов в реакции с тяжелыми ионами [6-9]. В зависимости от целей работы, могут быть использованы потенциалы от простейшего случая прямоугольной ямы, допускающего аналитическое решение [6], до потенциала с большим числом параметров, учитывающим зависимость от углового момента [7] или построенного на основе полу микроскопического описания [8]. В настоящей работе предлагается возможность описания в рамках потенциальной модели одновременно сечения реакции слияния, упругого рассеяния и положения молекулярных резонансов. Возможность такого подхода для описания альфа-кластерных состояний была рассмотрена в работе [9].

Сформулируем требования, которые можно предъявить к результатам вычислений на основе потенциальной модели:

 Используемый потенциал должен воспроизводить дифференциальное сечение упругого рассеяния вне области резонансов при энергиях, когда можно пренебречь упругой передачей.

2) Необходимо воспроизвести сечение слияния для низких энергий. Однако также нужно учитывать возможность проявления эффекта подавления сечения, который активно исследуется в последнее время для реакций слияния тяжелых ионов [10].

3) Должны воспроизводиться наблюдаемые в эксперименте состояния, которые могут быть интерпретированы как молекулярные резонансы.

Одной из сложностей использования оптического потенциала является наличие дискретной неопределенности по параметрам [11]. В недавней работе [12] были рассмотрены два потенциала, дающие приблизительно одинаковое описание углового распределения для упругого рассеяния в реакции  $^{12}$ C +  $^{16}$ O. Аналогичную картину мы наблюдаем для описания сечения слияния. Оценки, полученные с применением различных подходов, дают практически совпадающие значения для сечения в области полученных экспериментальных данных, но сильно расходятся в области, расположенной в непосредственной близости от гамовского окна [13, 14].

Потенциальная модель дает хорошее описание возникающих молекулярных состояний, принадлежащих вращательным дублетам для случая альфа-частица + кор [9, 15], но в случае тяжелых ядер возникает проблема экспериментальной идентификации таких состояний [16]. Сильная чувствительность расчетов к параметрам потенциала приводит к затруднению идентификации неизвестных резонансов с целью определения их углового момента. В кластерном приближении вращательная полоса (дублет) определяется условием на волновую функцию вида:

$$G = 2N + L = \sum_{i=1}^{A} (2n_i + l_i),$$
(1)

здесь G – глобальное квантовое число, N – число узлов волновой функции в кластерном приближении, L – угловой момент рассматриваемого состояния, n и l – число узлов и угловой момент составляющих кластер нуклонов в осцилляторной яме. Для случая оболочки  $1s0d G \ge 24$ .

Применение такой формулы предполагает, что интеграл перекрытия волновых функций для одночастичных состояний в рассматриваемом потенциале и соответствующих волновых функций осциллятора близок к единице. Для системы ядер  ${}^{12}C + {}^{16}O$ , несмотря на замкнутые оболочки кислорода, использование этой формулы может быть недостаточно обоснованным. В работе [17] рассматривался вариант феноменологического задания числа G, однако его определение ограничивалось потенциалом, предложенным в работе [18]. Для изучаемой системы ядер углерода и кислорода феноменологическое значение составляло  $G \ge 18$ . Также неоднозначность выбора величины G в рамках подходов RGM. ОСМ и SU(3) модели, обсуждается в работе [16]. Таким образом, параметр G не может быть определен однозначно.

Согласно работам [9, 16] можно ожидать появления сразу нескольких вращательных полос с различными глобальными квантовыми числами. Кроме того, в силу неидентичности ядер пучка и мишени, для рассматриваемого случая будет наблюдаться расщепление по четности.

Используя известные на сегодняшний день данные о проявлении резонансов, отвечающих вращательным дублетам в ядрах, можно предположить, головное состояние 0<sup>+</sup> первой полосы будет расположено вблизи энергии связи <sup>16</sup>О и <sup>12</sup>С в ядре <sup>28</sup>Si (-16.8 МэВ). Обозначим ее как L – полоса. Кроме того, должна наблюдаться полоса резонансов, близких к максимальным угловым моментам, допустимым в данной системе. Обозначим ее H-полоса. Согласно систематике работы [19] это должна быть слабо расщепленная полоса со средним значением 0<sup>+</sup> – 0<sup>-</sup> порядка 8.6 МэВ и наклоном вращательной полосы около 0.055 МэВ.

Используя методы, предложенные в [12], в данной работе было рассмотрено несколько оптических потенциалов, пригодных для описания взаимодействия <sup>12</sup>C + <sup>16</sup>O. Рассматривались различные параметризации квадратичного потенциала Вудса–Саксона и потенциал, полученный в рамках полумикроскопического подхода – по-

Потенциал	<i>V</i> , МэВ	<i>r</i> <sub>0</sub> , фм <sup>а</sup>	<i>а</i> , фм	
1	390.6	0.902	1.11	
2 <sup>b</sup>	SPP			
3	320.0	0.87	1.3	
4	305.0	0.83	1.4	
5	295.9	0.75	1.5	

Таблица 1. Параметры потенциалов

<sup>а</sup>Величина радиуса определяется как  $R = r_0 \left( A_P^{1/3} + A_T^{1/3} \right)$ .

<sup>b</sup>В качестве потенциала использовался потенциал SPP с нормировочным множителем равным единице.

тенциал Сан-Пауло (SPP) с учетом нуклонной плотности, рассчитанной на основе модели Дирака-Хартри-Фока [20]:

1. Глубокий потенциал для упругого рассеяния в диапазоне энергий  $E_{CM} = 10-30$  МэВ, полученный с применением Байесовского анализа [21].

2. Потенциал SPP с нормировочным множителем равным единице.

3. Феноменологический потенциал, полученный из анализа упругого рассеяния для энергий в диапазоне  $E_{CM} = 10 - 30$  МэВ.

4. Феноменологический потенциал, полученный из анализа упругого рассеяния для энергии *E*<sub>*CM*</sub> = 75 МэВ [22], полученный из анализа радужного рассеяния.

5. Феноменологический потенциал. полученный на основе данных систематики для оптических потенциалов.

Характеристики рассматриваемых потенциалов приведены в табл. 1.

### РЕЗУЛЬТАТЫ

Были получены положения резонансов с условием воспроизведения энергий, указанных для L и Н полос. Расчет проводился в рамках модели, предложенной в работе [23]. Для всех рассмотренных потенциалов, разрыв межлу двумя соселними лублетами составлял величину значительно меньше требуемой разницы энергий для L и H полос (25.4 МэВ). Это позволяет предположить, что между ними существует еще одна полоса. Обозначим ее М-полоса. Существование такой полосы для состояний с положительной четностью было предсказано в рамках АМD модели в работе [24]. Оценки для положения головного уровня 0<sup>+</sup> дают значение в области 6 МэВ, так что дублет должен образовываться вблизи порога.

В табл. 2 указаны значения состояний 0<sup>+</sup> и 1<sup>-</sup> для всех рассматриваемых для величин G, отвечающих образованию полос L, M и H.

Вопрос о неоднозначности используемых потенциалов для описания упругого рассеяния был рассмотрен ранее в [12]. Далее рассмотрим вопрос о неоднозначности определения потенциала для описания сечения слияния по аналогии с неоднозначностью. возникаюшей при анализе упругого рассеяния. На рисунке 1 показана зависимость  $\chi^2$  для сравнения вычисленного сечения слияния  $\sigma_{mod}$  с подгонкой по экспериментальным данным  $\sigma_{fit}$  из работы [25]:

$$\chi^{2}(V, r_{0}) = \sum_{i} \left( \frac{\sigma_{fit}(E_{i}) - \sigma_{mod}(E_{i}, V, r_{0})}{\Delta \sigma_{fit}(E_{i})} \right)^{2}.$$
 (2)

В качестве пробного был выбран потенциал (3) из табл. 1 и построена поверхность для переменных *V* – глубина потенциала и *r*<sub>0</sub> – параметр радиуса. Суммирование велось для 21 значения сечения в диапазоне энергий от 3.5 до 5 МэВ. Сечение σ<sub>mod</sub> определялось на основе DWBA модели [26] с мнимым потенциалом [12]. Значение погрешно-

ных квантовых чисел G 2 Т 2 T -

**Таблица 2.** Положения головных уровней  $E(0^+)$  и  $E(1^-)$  рассматриваемых дублетов и соответствующих глобаль-

потенциал	1	2	3	4	3
Полоса	Н				
$E(0^+)/E(1^-)$ M $\ni$ B G(+)/G(-)	6.84/9.12 28/29	5.34/8.27 26/27	7.41/8.90 24/25	6.91/8.62 22/23	7.82/9.03 20/21
Полоса					
$E(0^+)/E(1^-)$ M $\ni$ B G(+)/G(-)	-4.60/2.15 26/27	-5.85/0.55 24/25	-1.07/4.22 22/23	-1.77/3.42 20/21	0.81/5.32 18/19
Полоса		•	L	•	•
$E(0^+)/E(1^-) M \ni B$ G(+)/G(-)	-21.4/-12.4 24/25	-21.4/-13.1 22/23	-14.5/-7.20 20/21	-14.9/-7.70 18/19	-11.2/-4.53 16/17
G(+)/G(-) Полоса $E(0^+)/E(1^-)$ МэВ G(+)/G(-) Полоса $E(0^+)/E(1^-)$ МэВ G(+)/G(-)	-4.60/2.15 26/27 -21.4/-12.4 24/25	-5.85/0.55 $24/25$ $-21.4/-13.1$ $22/23$	M -1.07/4.22 22/23 L -14.5/-7.20 20/21	-1.77/3.42 20/21 -14.9/-7.70 18/19	0.81/5.32 18/19 -11.2/-4.53 16/17



**Рис. 1.** Величина  $\chi^2$  для сравнения вычисленного сечения слияния с подгонкой при различных значениях глубины потенциала *V* и параметра радиуса  $r_0$ .

сти подгоночных значений принималось равным 10%. Как видно, на рис. 1 наблюдается ряд минимумов, так что для описания сечения слияния существует неоднозначность, аналогичная той, которая возникает при описании упругого рассеяния.

Неоднозначность выбора потенциала также видна на рис. 2, где показано значение астрофизического *S*-фактора для рассмотренных потенциалов и проведено сравнение с имеющимися экспериментальными данными и подгонкой. В данном случае значение *S*-фактора вычислялось как:

$$S(E) = E\sigma_f(E)e^{2\pi\eta(E)},$$
(3)

где  $\eta(E)$  — параметр Зоммерфельда (E) =  $Z_P Z_T e^2 / (\hbar v)$  для заданных зарядов мишени ( $Z_T$ ) и пучка ( $Z_P$ ) и их относительной скорости *v*.

Как видно, результаты, для потенциалов 2, 3 и 4 практически идентичны и близки к подгоночной кривой. Для получения сечения слияний использовался метод связанных каналов с условием сильного поглощения под кулоновским барьером [27], так что сечение слияния можно записать в виде:

$$\sigma_f(E) = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l} (2l+1) T_l, \qquad (4)$$

где *k* – волновой вектор, а *T*<sub>l</sub> – коэффициент проницаемости.

Как можно видеть из рис. 2, если в данной реакции имеется эффект подавления сечения в области малых энергий, то он наблюдается только для последней точки. Дополнительно следует отметить, что ряд предложенных моделей допускают падение сечения с уменьшением энергии взаимодействия в рамках потенциально модели [14].

Далее рассмотрим положения резонансов в области малых энергий с точки зрения потенциальной модели. Согласно данным, приведенным в табл. 2, можно ожидать появления низкоспиновых резонансов отрицательной четности в области энергий до 12 МэВ. Для наглядности это продемонстрировано на рис. 3, где проведена норми-



**Рис. 2.** Величина астрофизического *S*-фактора как функция от энергии. Показаны экспериментальные значения [4] и сечения, полученные в рамках модели связанных каналов с потенциалами *1*–*5* из табл. 1. Кривая *6* соответствует подгонке сечения по экспериментальным данным из работы [25].



**Рис. 3.** Нормировка экспериментального и теоретического сечения для потенциалов 1–5 из табл. 1 на подгоночные значения сечения из работы [25].

ровка экспериментальных данных на величину подгоночного значения [25]. На графике хорошо видна резонансная структура с резкими максимумами в области энергий 3.92. 5. 6.5. 8.6 МэВ. В работе [4] была показана возможность описания первых двух пиков в рамках R-матричной теории. Существует несколько возможностей включения этих максимумов в последовательность состояний с отрицательной четностью, принадлежащих полосе М. В зависимости от выбора углового момента начального состояния (3.92 МэВ), полоса будет характеризоваться параметрами (энергия уровня 1<sup>-</sup> и наклон полосы), перечисленными в табл. 3. Наиболее близкими характеристиками обладает полоса для потенциала 4, предсказывая для состояния 3- энергию 4.1 МэВ и параметр наклона 0.05 МэВ. В то же время необходимо отметить, что условие воспроизведение положений резонансов обладает самой сильной чувствительностью к параметрам потенциала, поэтому требование точного совпадения молекулярных резонансов с экспериментальными данными не представляется обоснованным. Отметим, что при

Таблица 3. Параметры вращательных полос

Угловой момент состояния с энергией 3.92, МэВ	Энергия состояния 1 <sup>–</sup> , МэВ	Параметр наклона, МэВ
3-	3.31	0.06
5-	2.47	0.05
7-	1.81	0.04

таком подходе не наблюдается очевидной связи спина рассмотренного состояния с числом G (см. табл. 2). Так, в потенциале 2 возникает состояние при энергии 3.85 МэВ с угловым моментом 7<sup>-</sup>, а в потенциале 3, при энергии 4.2 МэВ с угловым моментом 1<sup>-</sup>.

Таким образом, для снятия неоднозначности, следует проводить экспериментальные исследования с определением величины углового момента рассматриваемых состояний.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен вопрос об объединенном описании процессов слияния. упругого рассеяния и образования молекулярных состояний в реакции  $^{12}C + ^{16}O$ . Показано, что для каждого из рассматриваемых процессов имеет место неоднозначность в выборе потенциала, однако все три пронесса могут быть описаны олновременно олним потенциалом, причем задание углового момента состояний с малой энергией может снять имеющуюся неоднозначность. Все рассмотренные потенциалы предсказывают существование резонансов для М-полосы в области энергий ниже трех МэВ, что соответствует температурам, ниже 109 К, достижимым в горячих звездах. Таким образом, данные резонансы могут существенно влиять на интенсивность образования элементов в реакциях слияния тяжелых ионов в звездном нуклеосинтезе, а их учет дает важную информацию при анализе процессов эволюции звезд.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-02-00295).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Rolfs C.E., Rodney W.S.* Cauldrons in the Cosmos. Chicago: University of Chicago Press, 2005.
- Kubono S., Binh D.N., Hayakawa S. et al. // Nucl. Phys. A. 2010. V. 834. P. 647c.
- 3. Jiang C.L., Back, B.B. Esbensen H. et al. // Phys. Rev. Lett. 2013. V. 110. Art. No. 072701.
- Fang X., Tan W.P., Beard M. et al. // Phys. Rev. C. 2017. V. 96. Art. No. 045804.
- Diaz-Torres A., Wiescher, M. // Phys. Rev. C. 2018. V. 97. Art. No. 055802.
- Ogura R., Hagino K., Bertulani C.A. // Phys. Rev. C. 2019. V. 99. Art. No. 065808.
- 7. Gao C., Kondo K. // Phys. Lett. B. 1997. V. 408. P. 7.
- Gasques L.R., Afanasjev A.V., Beard M. et al. // Phys. Rev. C. 2007. V. 76. Art. No. 045802.
- Buck B., Johnston J.C., Merchant A.C., Perez S.M. // Phys. Rev. C. 1995. V. 52. P. 1840.
- Jiang C.L., Back B.B., Rehm K.E. et al. // Eur. Phys. J. 2021. V. 57. Art. No. 235.
- 11. Igo G. // Phys. Rev. 1959. V. 115. P. 1665.

- Торилов С.Ю., Мальцев Н.А., Жеребчевский В.И. // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 5. С. 710; Torilov S.Yu., Maltsev N.A., Zherebchevsky V.I. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2021. V. 85. No. 5. P. 548.
- 13. Kocak G., Karakoc M., Boztosun I., Balantekin A.B. // Phys. Rev. C. 2010. V. 81. Art. No. 024615.
- 14. *Moghadasi A.* // New Astronomy. 2021. V. 89. Art. No. 101649.
- 15. Torilov S.Y. // Eur. Phys. J. 2014. V. 50. Art. No. 3.
- 16. *Ohkubo S., Yamashita K. //* Phys. Lett. B. 2004. V. 578. P. 304.
- 17. Buck B., Merchant A.C., Horner M.J., Perez S.M. // Nucl. Phys. A. 2000. V. 673. P. 157.
- Buck B., Merchant A.C., Perez S.M. // Nucl. Phys. A. 1997. V. 614. P. 129.
- Abbondanno U., Cindro N. // Int. J. Mod. Phys. E. 1993.
   V. 2. P. 1.

- 20. *Chamon L.C., Carlson B.V., Gasques L.R.* // Comput. Phys. Commun. 2021. V. 267. Art. No. 108061.
- 21. *Rasmussen C.E., Williams C.K.I.* Gaussian processes for machine learning. MIT Press, 2006.
- 22. *Nicoli M.P., Haas F., Freeman R.M. et al.* // Phys. Rev. C. 2000. V. 61. Art. No. 034609.
- 23. Vertse T., Pal K.F., Balogh Z. // Comput. Phys. Commun. 1982. V. 27. P. 309.
- 24. *Taniguchi Y., Kimura M.* // Phys. Lett. B. 2020. V. 800. Art. No. 135086.
- Yakovlev D.G., Gasques L.R., Afanasjev A.V. et al. // Phys. Rev. C. 2006. V. 74. Art. No. 035803.
- Thompson I.J. // Comp. Phys. Rep. 1988. V. 7. Art. No. 035803.
- 27. *Hagino K., Rowley N., Kruppa A T. //* Comput. Phys. Commun. 1999. V. 123. P. 143.

## Analysis of resonance states in the description of the astrophysical S-factor for heavy ion fusion reaction ${}^{16}O + {}^{12}C$

S. Yu. Torilov<sup>a, \*</sup>, N. A. Maltsev<sup>a</sup>, V. I. Zherebchevsky<sup>a</sup>

<sup>a</sup>St. Petersurg University, St Petersburg, 199034 Russia \*e-mail: s.torilov@spbu.ru

The fusion of <sup>12</sup>C and <sup>16</sup>O nuclei near the Coulomb barrier was studied. Several optical potentials allowed a good description of elastic scattering were investigated. With using these potentials in the framework of a potential model, the fusion cross section and astrophysical *S*-factor were obtained. The example of the rotational doublets for the values of the global quantum number in the range G = 16-29 was considered. A comparison was made with the currently available experimental data. The question of choice ambiguity for the potential and the possibility of a description of the considered effects were studied.