УДК 535.4

ОПТИЧЕСКИЙ ДИФФЕРЕНЦИАТОР ВТОРОГО ПОРЯДКА НА ОСНОВЕ КОМПОЗИТНОЙ СТРУКТУРЫ МЕТАЛЛ–ДИЭЛЕКТРИК–МЕТАЛЛ

© 2023 г. А. И. Кашапов^{1, 2, *}, Е. А. Безус^{1, 2}, Д. А. Быков^{1, 2}, Л. Л. Досколович^{1, 2}

¹Институт систем обработки изображений РАН — филиал федерального государственного учреждения "Федеральный научно-исследовательский центр "Кристаллография и фотоника" Российской академии наук", Самара, Россия

²Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва", Самара, Россия

> *E-mail: ar.kashapov@outlook.com Поступила в редакцию 29.08.2022 г. После доработки 16.09.2022 г. Принята к публикации 26.09.2022 г.

Рассмотрены оптические свойства композитной структуры, состоящей из двух последовательно расположенных трехслойных структур "металл–диэлектрик–металл" (МДМ-структур), разделенных слоем диэлектрика. Показано, что такая композитная МДМ-структура при нормальном падении оптического сигнала может выполнять пространственно-временное дифференцирование второго порядка с высоким качеством. Полученные результаты могут найти применение при создании систем аналоговых оптических вычислений и оптической обработки информации.

DOI: 10.31857/S036767652270003X, EDN: JGSRSI

введение

В последнее время наблюдается большой интерес к разработке компактных структур нанофотоники для дифференцирования оптических сигналов, а также для реализации более сложных дифференциальных операторов. Указанные дифференцирующие структуры являются перспективными в задачах обработки информации в режиме реального времени [1, 2].

Преобразование оптического сигнала, происходящее при его отражении или прохождении через дифракционную структуру, может быть описано как преобразование сигнала линейной системой, у которой передаточная функция (ПФ) задается коэффициентом отражения или пропускания структуры, рассматриваемым как функция угловой и/или пространственной частоты [2-4]. В частности, выполнение операции оптического дифференцирования во времени соответствует в Фурье-пространстве умножению спектра падающего импульса на $-i\omega$, где ω – угловая частота. Аналогичным образом, в случае пространственного дифференцирования пространственный спектр падающего пучка умножается на $ik_{x,0}$, где $k_{x,0}$ — пространственная частота (тангенциальная компонента волнового вектора падающей волны). Таким образом, ПФ идеального дифференциатора имеет нуль на центральной частоте (угловой или пространственной). В этой связи необходимым

условием для оптического дифференцирования является наличие нуля в спектре отражения или пропускания дифракционной структуры. Поскольку нули в спектре отражения (пропускания), как правило, обусловлены резонансными эффектами возбуждения собственных мод структуры, то для дифференцирования широко используются резонансные структуры фотоники, в частности, резонансные дифракционные решетки [2, 3], слоистые структуры [4, 5] и микро-резонаторы [6].

В недавней работе авторов настоящей статьи было показано, что простая трехслойная структура металл-диэлектрик-металл (МДМ-структура) позволяет в отражении реализовать вычисление первой производной по пространственной переменной или во времени [7]. При этом было строго показано, что в спектре МДМ-структуры всегда можно получить нуль отражения за счет выбора толщин металлических и диэлектрического слоев. Отметим, что, в отличие от дифференциаторов в [5, 8], МДМ-структура не требует призмы для ввода излучения и поэтому является существенно более компактной.

В настоящей работе впервые теоретически описано и численно продемонстрировано применение композитной МДМ-структуры для реализации операции "пространственно-временного" дифференцирования второго порядка. Под "пространственно-временным" дифференцировани-



Рис. 1. Геометрия композитной структуры металлдиэлектрик-металл.

ем при этом понимается вычисление дифференциального оператора, равного линейной комбинации производных соответствующего порядка по времени и по пространственной координате.

ОДИНОЧНАЯ И КОМПОЗИТНАЯ СТРУКТУРЫ МЕТАЛЛ–ДИЭЛЕКТРИК–МЕТАЛЛ

Одиночная структура металл—диэлектрик металл состоит из верхнего металлического слоя, диэлектрического слоя и нижнего металлического слоя [7] (на рис. 1 схематично показана геометрия аналогичной композитной МДМ-структуры, рассмотренной ниже). Пусть на МДМ-структуру падает плоская волна, имеющая единичную амплитуду и некоторую фиксированную поляризацию (поперечную электрическую (TE) или поперечную магнитную (TM)). Обозначим $k_{x,0} = k_0 n_{sup} \sin \theta_0$ тангенциальную компоненту волнового вектора падающей волны, где θ_0 — угол падения, $k_0 = \omega_0/c$ — волновое число, ω_0 — частота волны, c — скорость света, n_{sup} показатель преломления области над структурой.

С использованием модели многолучевой интерференции коэффициент отражения МДМструктуры несложно получить в виде [7]

$$R = \frac{r_1 - e^{2ik_{z,0}h_d}\rho(r_1r_2 - t^2)}{1 - r_2\rho e^{2ik_{z,0}h_d}},$$
(1)

где r_1 , r_2 — комплексные коэффициенты отражения верхнего металлического слоя для плоских волн, падающих на слой сверху из области над структурой и снизу со стороны диэлектрического слоя, t — коэффициент пропускания верхнего металлического слоя, ρ — коэффициент отражения нижнего металлического слоя, $k_{z,0} = \sqrt{k_0^2 n_d^2 - k_{x,0}^2} - z$ -компонента волнового вектора плоской волны в диэлектрическом слое, отраженной от нижнего слоя металла, n_d и h_d — показатель преломления и толщина диэлектрического слоя слоя соответственно.

Коэффициенты отражения и пропускания металлических слоев в (1) зависят от их толщины и частоты, угла падения и поляризации падающей волны и рассчитываются по формулам, описывающим отражение и прохождение плоской волны через плоскопараллельный слой однородного материала.

Отметим, что рассматриваемая МДМ-структура является резонансной, поскольку в ней могут существовать вытекающие моды, локализованные в диэлектрическом слое [7]. В ряде случаев в резонансных структурах коэффициент отражения может обращаться в нуль. Данное свойство является важным с практической точки зрения, и, в частности, позволяет использовать резонансные структуры в качестве оптических дифференциаторов.

Приравнивая к нулю числитель выражения для коэффициента отражения в (1), получим, что коэффициент отражения МДМ-структуры обращается в нуль при выполнении равенства

$$r_1/(r_1r_2-t^2) = e^{2ik_{z,0}h_d}\rho.$$
 (2)

В работе [7] было доказано, что при фиксированной толщине нижнего металлического слоя соотношение (2) всегда может быть выполнено за счет выбора толщин верхнего металлического и диэлектрического слоев. Таким образом, при заданных материалах, частоте $\omega = \omega_0$ и угле падения (тангенциальной компоненте волнового вектора) в МДМ-структуре всегда можно получить нулевое отражение. Отметим, что при нормальном падении ($k_{x,0} = 0$) коэффициент отражения МДМ-структуры в силу симметрии задачи дифракции является четной функцией от k_x , и поэтому структура, имеющая нуль отражения 1-го порядка по ω при $\omega = \omega_0$, будет иметь нуль отражения 2-го порядка по k_x .

Покажем, что, "комбинируя" две МДМструктуры, имеющие нуль отражения и разделенные промежуточным слоем диэлектрика, можно получить в спектре отражения нуль 2-го порядка по ω . Геометрия композитной МДМ-структуры показана на рис. 1. Действительно, используя модель многолучевой интерференции, коэффициент отражения композитной МДМ-структуры можно также получить в виде (1), только коэффициенты r_1, r_2, ρ, t теперь уже следует рассматривать не как коэффициенты отражения и пропускания верхнего и нижнего металлических слоев, а как коэффициенты отражения и пропускания верхней и нижней МДМ-структур. При этом толщина диэлектрического слоя h_d в (1) теперь соответствует толщине диэлектрического слоя, разделяющего МДМ-структуры. Если МДМ-структуры, образующие композитную МДМ-структуру, име-

$$E_{inc}(x,t+z/v) =$$

=
$$\iint_{\Omega} G(k_x,\omega_{inc}) \exp[ik_x x - i\omega_{inc}(t+z/v)] dk_x d\omega_{inc},^{(6)}$$

где $G(k_x, \omega_{inc})$ – спектр огибающей, заданный в некоторой области Ω , $\nu = c/n_{sup}$ – скорость распространения импульса.

Преобразование пространственно-временной огибающей импульса (6), происходящее при отражении импульса от слоистой структуры, опи-

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ **№** 1 2023 том 87

ют нули отражения при $\omega = \omega_0$, то коэффициенты r_1, r_2, ρ, t могут быть записаны в виде

$$r_{1} = r_{1}(\omega) = r_{1,1}(\omega - \omega_{0}) + + r_{1,2}(\omega - \omega_{0})^{2} + O[(\omega - \omega_{0})^{3}],$$

$$r_{2} = r_{2}(\omega) = r_{2,0} + r_{2,1}(\omega - \omega_{0}) + O[(\omega - \omega_{0})^{2}],$$

$$t = t(\omega) = t_{0} + t_{1}(\omega - \omega_{0}) + O[(\omega - \omega_{0})^{2}],$$

$$\rho = \rho(\omega) = \rho_{1}(\omega - \omega_{0}) + + \rho_{2}(\omega - \omega_{0})^{2} + O[(\omega - \omega_{0})^{3}].$$
(3)

Подставляя (3) в (1) и проводя несложные преобразования, коэффициент отражения композитной МДМ-структуры можно получить в виде

$$R_{2}(\omega) = (r_{1,1} + e^{2ik_{z,0}h}t_{0}^{2}\rho_{1})(\omega - \omega_{0}) + O[(\omega - \omega_{0})^{2}], (4)$$

где h — толщина диэлектрического слоя, разделяющего МДМ-структуры. Соответственно, при выполнении условия

$$-r_{1,1}/t_0^2 = e^{2ik_{z,0}h}\rho_1$$
 (5)

композитная структура будет иметь нуль отражения 2-го порядка по ω при $\omega = \omega_0$. При нормальном падении композитная МДМ-структура, удовлетворяющая условию (5), будет иметь нули 2-го порядка как по ω , так и по k_x .

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОПТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Рассмотрим пространственно-временное преобразование двумерного оптического импульса с центральной частотой $\omega = \omega_0$, происходящее при отражении от многослойной структуры при нормальном падении ($\theta_0 = 0$). Пространственно-временную огибающую падающего импульса в системе координат (x, z) (ось z перпендикулярна структуре, рис. 1), можно представить в виде суперпозиции плоских волн с различными угловыми ($\omega = \omega_0 + \omega_{inc}$) и пространственными (k_x) частотами:

сывается линейной системой с передаточной функцией (ПФ) [9]

$$H_{st}(k_x, \omega_{inc}) = R(k_x, \omega_{inc} + \omega_0).$$
(7)

Таким образом, огибающая отраженного импульса примет вид

$$E_{refl}(x,t-z/\nu) = \iint_{\Omega} G(k_x,\omega_{inc})R(k_x,\omega_{inc}+\omega_0) \times \\ \times \exp[ik_x x - i\omega_{inc}(t-z/\nu)]dk_x d\omega_{inc}.$$
(8)

Если в качестве слоистой структуры используется композитная МДМ-структура, удовлетворяющая условию (5), т.е. имеющая нули отражения второго порядка и по ω и по k_x при $\omega = \omega_0$ и $k_{\rm x} = 0$, то ПФ (7) может быть записана в виде

$$H_{st}(k_{x},\omega_{inc}) = c_{x,2}k_{x}^{2} + c_{t,2}\omega_{inc}^{2} + O\left[k_{x}^{4} + \omega_{inc}^{3}\right].$$
 (9)

Главные члены разложения в (9) пропорциональны ПФ идеальных дифференциаторов 2-го порядка по пространственной переменной и во времени, и поэтому композитная МДМ-структура позволяет реализовать вычисление следующего дифференциального оператора, которое будем называть пространственно-временным дифференцированием 2-го порядка:

$$E_{refl}(x,t) = -c_{x,2} \frac{\partial^2 E_{inc}(x,t)}{\partial x^2} - c_{t,2} \frac{\partial^2 E_{inc}(x,t)}{\partial t^2}.$$
 (10)

Отметим, что, как будет продемонстрировано в следующем разделе, различные соотношения между коэффициентами ряда Тейлора $c_{x,2}$ и $c_{t,2}$ в (9), (10) позволяют получить различные профили огибающих отраженного пространственновременного импульса.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Рассмотрим возможность использования исследуемой композитной МДМ-структуры для выполнения операций пространственно-временного дифференцирования второго порядка (10) на примере падающих ТЕ-и ТМ-поляризованных пространственно-временных оптических импульсов с центральной частотой $\omega_0 = 2.99 \ {\rm fc}^{-1}$ (длиной волны $\lambda_0 = 630$ нм) и гауссовым профилем огибающей $P_{inc}(x,t) = \exp\left[-\left(x/\sigma_x\right)^2 - \left(t/\sigma_t\right)^2\right]$, где $\sigma_x = 18$ мкм, $\sigma_t = 5800 \, \text{фc.}$

Для реализации дифференциального оператора (10) была рассчитана композитная МДМструктура, удовлетворяющая условию (5) и состоящая из слоев золота (Au), меди (Cu) и диоксида кремния (SiO₂). Конфигурация слоев структуры, перечисленных сверху вниз, имеет вид Au-SiO₂-Au-SiO₂-Au-SiO₂-Cu. Стоит отметить, что для



Рис. 2. Модули (*a*, *б*) и фазы (*в*, *г*) ПФ композитной МДМ-структуры, выполняющей преобразование ТЕ-поляризованного (левый столбец) и ТМ-поляризованного (правый столбец) пространственно-временных оптических импульсов.

рассматриваемого примера использование меди в качестве материала нижнего слоя обеспечило лучшие рабочие характеристики структуры (соотношения между коэффициентами в выражениях (9) и (10), приведенными ниже) по сравнению со случаем, когда все металлические слои структуры выполнены из золота. Указанная структура расположена на подложке из кварца (SiO₂), над структурой — воздух. Для показателей преломления материалов использовались справочные данные [10, 11]. Толщины слоев рассчитанной структуры, имеющей нули второго порядка по ω и по k_x , описываются следующим массивом: [21.6, 146.5, 33.8, 46.0, 34.5, 156.3, 100.0] нм.

На рис. 2 показаны рассчитанные с помощью строгого метода решения задачи дифракции на слоистых структурах [12] модуль и фаза (аргумент) пространственно-временных ПФ структуры H_{st}^{TE} – для TE-поляризованных волн (рис. 2*a* и 2*b*) и H_{st}^{TM} – для TM-поляризованных волн (рис. 2*б* и 2*c*). Представленные ПФ хорошо ап-

проксимируются главными (квадратичными) членами разложения в (9) при $c_{x,2} = 0.0024e^{-2.69i}$ мкм², $c_{t,2} = 276.9e^{0.45i}$ фс² (для ТЕ-поляризации) и $c_{x,2} = 0.0031e^{-2.74i}$ мкм², $c_{t,2} = 276.9e^{-2.69i}$ фс² (для ТМ-поляризации).

Верхний ряд на рис. 3 показывает амплитуды отраженных ТЕ- (рис. 3, левый столбец) и ТМ-(рис. 3, правый столбец) поляризованных пространственно-временных импульсов ($|E_{refl, num}^{TE}|$ и $|E_{refl, num}^{TM}|$ соответственно), рассчитанных численно на основе формулы (8). Нижний ряд рис. 3 показывает аналитически полученные по формуле (10) "модельные" амплитуды отраженных импульсов $|E_{refl, model}^{TE}|$ и $|E_{refl, model}^{TM}|$. Из рис. 3 видно, что численно рассчитанные огибающие отраженных импульсов хорошо описываются выражениями (10) при соответствующих значениях коэффициентов $c_{x,2}$, $c_{t,2}$. Действительно, нормированное среднеквадратическое отклонение численно



Рис. 3. Численно (a, δ) и аналитически (s, c) рассчитанные модули огибающих отраженных пространственно-временных TE- (a, s) и TM- (δ , c) поляризованных оптических импульсов.

рассчитанной огибающей отраженного импульса от "модельной" огибающей (10) для случая ТЕ-поляризации (рис. За и Зв) составляет 1.6%, а аналогичное значение для случая ТМ-поляризованного импульса (рис. Зб и Зг) – всего лишь 0.2%.

Отметим, что существенно различный вид огибающих отраженных импульсов на рис. 3 обусловлен различным соотношением между аргументами комплексных коэффициентов $c_{x,2}$, $c_{t,2}$ в случаях ТЕ- и ТМ-поляризации. Для ТЕ-поляризации (рис. $2a \, u \, 2b$) разность фаз указанных коэффициентов близка к π , а для ТМ-поляризации (рис. $26 \, u \, 2c$) – близка к нулю.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены условия нулевого отражения для одиночной и композитной МДМ-структур. С использованием теории линейных систем показано, что композитная МДМ-структура, имеющая при нормальном падении нуль отражения 2-го порядка по угловой и пространственной частотам, позволяет реализовывать операцию "пространственно-временного" дифференцирования 2-го порядка.

В рамках численного моделирования показано, что операция пространственно-временного дифференцирования 2-го порядка реализуется с высоким качеством (при среднеквадратичной ошибке менее 2%). При этом показано, что композитная МДМ-структура позволяет формировать различные оптические импульсы в зависимости от поляризации падающего излучения.

Полученные результаты могут найти применение при создании систем аналоговых оптических вычислений и оптической обработки информации.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 19-19-00514) в части исследования МДМ-структур и Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (государственное задание ФНИЦ "Кристаллография и фотоника" РАН) в части реализации моделирующего программного обеспечения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Silva A., Monticone F., Castaldi G. et al. // Science. 2014. V. 343. P. 161.
- 2. Zhou Y., Zheng H., Kravchenko I.I., Valentine J. // Nature Photon. 2020. V. 14. P. 316.
- Bykov D.A., Doskolovich L.L., Soifer V.A. // Opt. Lett. 2011. V. 36. P. 3509.
- Doskolovich L.L., Bykov D.A., Bezus E.A., Soifer V.A. // Opt. Lett. 2014. V. 39. P. 1278.
- Golovastikov N.V., Doskolovich L.L., Bezus E.A. et al. // J. Exp. Theor. Phys. 2018. V. 127. P. 202.

- Karimi A., Zarifkar A., Miri M. // J. Opt. Soc. Amer. B. 2019. V. 36. P. 1738.
- Kashapov A.I., Doskolovich L.L., Bezus E.A. et al. // J. Optics. 2021. V. 23. No. 2. Art. No. 023501.
- Zhang J., Ying Q., Ruan Z. // Opt. Lett. 2019. V. 44. P. 4511.
- Golovastikov N.V., Bykov D.A., Doskolovich L.L. // Opt. Lett. 2015. V. 40. P. 3492.
- 10. https://refractiveindex.info.
- Johnson P.B., Christy R.W. // Phys. Rev. B. 1972. V. 6. No. 12. P. 4370.
- 12. Moharam M.G., Pommet D.A., Grann E.B. Gaylord T.K. // J. Opt. Soc. Amer. A. 1995. V. 12. P. 1077.

Second-order optical differentiator based on a composite metal-dielectric-metal structure

A. I. Kashapov^{a, b, *}, E. A. Bezus^{a, b}, D. A. Bykov^{a, b}, L. L. Doskolovich^{a, b}

^aImage Processing Systems Institute of RAS – Branch of the Federal Scientific Research Centre "Crystallography and Photonics" of the Russian Academy of Sciences, Samara, 443001 Russia ^bSamara National Research University, Samara, 443086 Russia

*e-mail: ar.kashapov@outllok.com

Optical properties of a composite structure consisting of two sequentially arranged three-layer metal-dielectric-metal structures (MDM-structures) are considered. It is shown that such a composite MDM-structure can perform second-order spatiotemporal differentiation with high quality at normal incidence. The obtained results can find application in creating systems for analog optical computing and optical information processing.