

УДК 535.2

БИРОТОНЫ И “ТЕМНЫЕ ИЕРАРХИИ” ДРОБНОГО КВАНТОВОГО ЭФФЕКТА ХОЛЛА

© 2023 г. Л. В. Кулик¹, *, А. Б. Ваньков¹

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт физики твердого тела имени Ю.А. Осипьяна Российской академии наук, Черноголовка, Россия

*E-mail: kulik@issp.ac.ru

Поступила в редакцию 17.09.2022 г.

После доработки 05.10.2022 г.

Принята к публикации 26.10.2022 г.

Расчетами методом точной диагонализации показано, что помимо широко известной иерархии Лафлина–Джейна состояний дробного квантового эффекта Холла существуют другие “темные” иерархии, не наблюдаемые экспериментально в самых высокоподвижных образцах, но могущие оказывать существенное влияние на термодинамику и спектральные характеристики дробных состояний.

DOI: 10.31857/S0367676522700302, EDN: ADTYMG

На сегодняшний день дробные состояния квантового эффекта Холла (КЭХ) являются единственной экспериментально реализуемой системой для наблюдения квазичастиц с не фермиевской и не бозевской статистикой – энионов. Пионерские работы [1, 2] по экспериментальному обнаружению квазичастиц, подчиняющихся абелевой энионной статистике $\pi/3$, в состоянии ДКЭХ $1/3$ открыли принципиально новые перспективы для вовлечения энионов в прикладную физику. Интенсивно исследуются состояния ДКЭХ с неабелевыми энионами в дробных состояниях $5/2$ и $12/5$ [3, 4]. Экспериментально наблюдаются не только отдельные энионы, но и многочастичные комплексы, построенные из энионов, исследуются их коллективные свойства и особенности их статистики [5]. Дальнейшее развитие экспериментальных методов исследования энионной материи, возможно, в самое ближайшее время, приведет к наблюдению квазичастиц не только со статистикой $\pi/3$, но и с более сложными абелевыми и неабелевыми статистиками. Однако уже на современном этапе развития физики дробных состояний КЭХ возникают физические проблемы, связанные с термодинамикой и спектральными свойствами наблюдаемых дробных состояний, которые поднимают фундаментальные вопросы об иерархической структуре дробных состояний и о взаимосвязях между различными дробными состояниями. Например, в спектре нейтральных возбуждений дробных состояний $1/3$, $2/5$, $3/7$ экспериментально наблюдаются возбуждения зарядовой плотности с аномально малыми энергиями по

сравнению с расчетными [6]. Не меньшие проблемы возникают с интерпретацией активационных зависимостей проводимости для известных дробных состояний КЭХ вблизи фактора заполнения $1/2$ [7].

Естественно, что для создания общей иерархической структуры дробных состояний необходимо построить фундамент этой структуры на нижайшем спиновом подуровне нулевого уровня Ландау $\nu < 1$. Однако даже эта задача имеет много альтернативных подходов, выбор между которыми может быть сделан либо на основе экспериментальных наблюдений, либо в результате численного решения уравнения Шрёдингера методом точной диагонализации для системы достаточного большого числа частиц. В представленной работе мы приводим аргументы в пользу того, что даже в самых высокоподвижных на сегодняшний день образцах случайный потенциал не позволяет наблюдать подавляющее большинство возможных дробных состояний, поэтому метод точной диагонализации остается, по существу, единственным способом приведения дробных состояний КЭХ в общую иерархическую систему.

Современные представления о дробных состояниях КЭХ на нижайшем уровне Ландау электронов можно свести к нескольким хорошо установленным фактам: (1) существуют дробные состояния, принадлежащие к главной Лафлиновской иерархии $\nu = 1/m$, и симметричные им $\nu = 1 - 1/m$ состояния (m – простое нечетное число), возникающие в силу электрон-дырочной симметрии; (2) существует Джейновская иерархия, обобщаю-

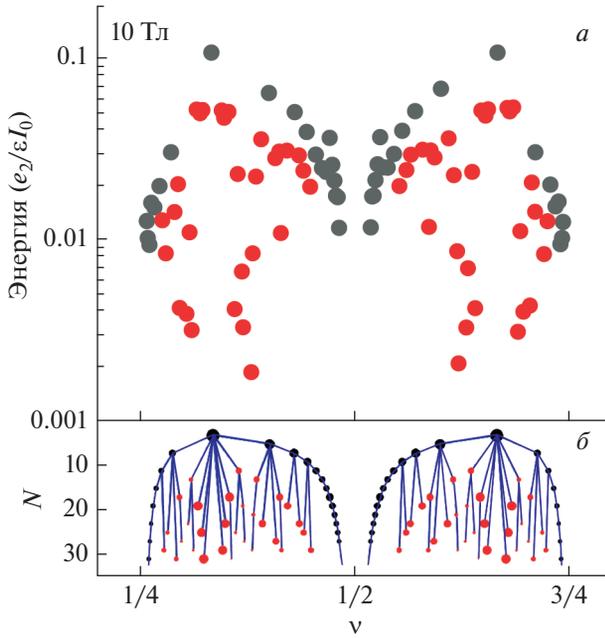


Рис. 1. Вычисленные энергии биротонов с нулевым импульсом в магнитном поле 10 Тл для различных дробных состояний КЭХ в диапазоне кулоновских энергий от 0.001 до 0.1 $e^2/\epsilon l_0$ (черные кружки – дробные состояния Лафлин–Джейновской иерархии, красные кружки – “темные” состояния ДКЭХ, l_0 – магнитная длина) (а). Дробные состояния с энергиями из (а), приведенные в иерархическую структуру Занга–Бирмана (Farey-number hierarchy structure) (б). По оси абсцисс отложена абсолютная величина дроби, а по оси ординат – знаменатель дроби для дробных состояний КЭХ. Размер точки пропорционален энергии биротона с нулевым импульсом соответствующей дроби. Линии соединяют дробные состояния отдельных иерархий из Farey-number hierarchy structure.

шая главную Лафлиновскую иерархию, факторы заполнения электронов для которой выражаются в виде $\nu = m/(2nm \pm 1)$, а симметричные им – в виде $1 - m/(2nm \pm 1)$ (n – простое нечетное число); (3) экспериментально наблюдаются несколько “слабых” дробных состояний, лежащих вне главной Лафлин–Джейновской иерархии (например, 4/11, 4/13, 5/13 и т.д.). Естественно, возникает следующий вопрос: исчерпываются ли дробные состояния КЭХ Лафлин–Джейновской иерархией (с некоторыми исключениями) или существуют дробные иерархии, по каким-то причинам не наблюдаемые в эксперименте, тем не менее играющие существенную роль в физике дробных состояний КЭХ (“темные иерархии”)? С момента открытия дробного КЭХ было развито несколько глубоких теоретических подходов для ответа на этот вопрос.

В работах Халдейна и Гальперина предлагается следующая модель учета возможных иерархий

дробного КЭХ: заряженные возбуждения лафлиновского $1/m$ состояния, несущие заряд $\pm e/m$ (квазиэлектроны и квазидырки), присутствуя в электронной системе в большом количестве, сами образуют дочернее лафлиноподобное состояние при $\nu = p/q$ [8, 9]. Поскольку заряд квазичастиц падает с ростом знаменателя пропорционально q^{-1} , в моделях Гальперина и Халдейна ожидается падение величины энергетической щели, отделяющей основное состояние от возбужденных, с ростом знаменателя дробного состояния.

Альтернативная иерархическая структура дробных состояний КЭХ была предложена Джейном на основе концепции композитных фермионов (квазичастиц, состоящих из электрона и четного числа квантов магнитного потока) [10]. Модель композитных фермионов заключается в отображении состояний дробного КЭХ на состояния целочисленного КЭХ композитных фермионов (вышеупомянутая Лафлин–Джейновская иерархия). Обобщает эту конструкцию отображение дробных состояний КЭХ с фактором заполнения ν на новые дробные состояния с фактором заполнения электронов $\nu_2 > 1$. Такими последовательными отображениями можно прийти к лафлиновскому состоянию, с которого и начинается каждая иерархия дробных состояний КЭХ. Такое построение соответствует присутствию в системе нескольких “сортов” композитных фермионов, различающихся количеством прикрепленных квантов потока.

Обе описанных конструкции позволяют для произвольного дробного фактора заполнения ν построить, вообще говоря, несколько путей приведения этого состояния к вершине иерархической лестницы. Сам Джейн предлагал отбирать физически реализуемое состояние из энергетических соображений, в то время как в других работах обосновывалась эквивалентность полученных разными способами конфигураций электронной плотности [11]. Чтобы устранить данную неопределенность Зангом и Бирманом [12] разработан способ сопоставления каждой дроби единственного пути, соединяющего эту дробь с вершиной иерархии, не только устраняя неопределенность построения, но и позволяя из качественных соображений оценить энергию первого возбужденного состояния для каждого фактора заполнения.

В представленной работе методом точной диагонализации построена иерархическая структура дробных состояний КЭХ в области факторов заполнения электронов от 1/4 до 3/4 (рис. 1), хорошо согласующаяся с иерархической структурой Занга–Бирмана – Farey-number hierarchy structure [12]. Основная идея работы состоит в том, что в отличие от всех предыдущих исследователей дробного КЭХ, авторы не пытаются построить

дисперсионные зависимости нижайших по энергии возбуждений, и, таким образом, определить “энергию связи” для квазичастиц дробных состояний (это чрезвычайно трудоемкая задача, решенная численно только для основных дробей Лафлиновской иерархии). Здесь используется тот простой факт, что спектр возбуждений всех дробей без исключения состоит из единственной магнеторотонной ветви и много-ротонного континуума. Поэтому, можно классифицировать “энергии связи” дробных состояний по энергиям биротона с нулевым обобщенным импульсом, энергия которых всегда равна удвоенной энергии абсолютного минимума магнеторотонной ветви возбуждений. Таким образом, у авторов работы нет необходимости вычислять всю дисперсионную зависимость магнеторотонной ветви, а достаточно вычислить, только минимальную энергию возбуждения с нулевым обобщенным импульсом (это и будет энергия биротона). Такая процедура приводит к огромным вычислительным упрощениям и позволяет явно получить сравнительные “энергии связи” различных дробных состояний, принадлежащих ко всем возможным дробным иерархиям.

Полученная в работе иерархическая структура демонстрирует много общего с теоретическими моделями Гальперина, Халдейна и Джейна, но имеет одно весьма существенное отличие. Дробные состояния с сильно отличающимися по величине знаменателями из различных иерархий этой иерархической структуры могут иметь почти равные энергии, отделяющие основное состояние от возбужденных. Например, энергии таких различных дробных состояний, как $6/19$, $6/17$, $8/23$, $8/25$, $10/29$ и $10/31$, принадлежащих к различным “темным” иерархиям, оказываются примерно равными, так как являются вторыми ступенями от вершины своих иерархических лестниц, начинающихся главным Лафлиновским состоянием $1/3$ (рис. 1). В то же время, энергии дробных состояний КЭХ с одинаковыми знаменателями и близкими факторами заполнения электронов могут значительно отличаться. Например, отношение энергий биротонов в дробных состояниях $10/31$ и $11/31$, являющихся второй и третьей ступенями от вершины своих иерархических лестниц (рис. 1), составляет почти два порядка величины.

Несмотря на обилие расчетных дробных состояний КЭХ “темных” иерархий их непосредственная ненаблюдаемость в магнитотранспортных экспериментах вполне объяснима. Как видно из построенной в нашей работе иерархической структуры, дробные состояния Лафлин–Джейновской иерархии всегда имеют большую энергию биротонов (которая связана с активационной энергией) по сравнению со всеми близкими к ним по фактору заполнения дробными состояниями “темных” иерархий. Поэтому для двумер-

ной электронной системы энергетически более выгодно локализовать, если это возможно, часть возбужденных квазиэлектронов и квазидырок Лафлин–Джейновских дробных состояний и сохранить в области факторов заполнения, разделяющих соседние дробные состояния этой иерархии, неизменным фактор заполнения протяженных состояний. Учитывая то, что в двумерной электронной системе, даже небольшое количество примесей приводит к локализации макроскопического числа электронных состояний, области факторов заполнения, где можно наблюдать дробные состояния “темных” иерархий невелика даже в самых высокоподвижных на сегодняшний день образцах [13]. Обычно эти области при $\nu < 1$ расположены в узких диапазонах факторов заполнения электронов $[1/3; 2/5]$ и $[3/5; 2/3]$, в которых Лафлин–Джейновские дробные состояния отстоят “далеко” друг от друга по фактору заполнения. При приближении фактора заполнения электронов к $1/2$ размер таких областей сокращается, поскольку “расстояние” по фактору заполнения между соседними дробными состояниями Лафлин–Джейновской иерархии сокращается квадратично по знаменателю дроби. Таким образом, Лафлин–Джейновская иерархия дробных состояний КЭХ, не являясь единственной иерархией дробных состояний КЭХ, оказывается, тем не менее доминирующей (главной) над “темными” иерархиями (рис. 1). Однако, для описания термодинамики и спектральных свойств самих Лафлин–Джейновских дробных состояний учет “темных” иерархий становится, по-видимому, необходимым.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 18-12-00246).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bartolomei H., Kumar M., Bisognin R. et al.* // Science. 2020. V. 368. No. 6487. P. 173.
2. *Nakamura J., Liang S., Gardner G.C. et al.* // Nature Phys. 2020. V. 16. P. 931.
3. *Willett R.L., Pfeiffer L.N., West K.W.* // Proc. National Acad. Sci. 2009. V. 106. No. 22. P. 8853.
4. *Law K.T.* // Phys. Rev. B. 2018. V. 77. Art. No. 205310.
5. *Kulik L.V., Zhuravlev A.S., Musina L.I. et al.* // Nature Commun. 2021. V. 12. Art. No. 6477.
6. *Kang M., Pinczuk A., Dennis B.S. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. No. 3. P. 546.
7. *Du R.R., Stormer H.L., Tsui D.C. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 70. P. 2944.
8. *Haldane F.D.M.* // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. P. 605.
9. *Halperin B.I.* // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 52. P. 1583.
10. *Jain J.* // Phys. Rev. B. 1990. V. 41. P. 7653.
11. *Blok B., Wen X.G.* // Phys. Rev. B. 1990. V. 42. P. 8133.
12. *Zang J., Birman B.* // Phys. Rev. B. 1993. V. 47. P. 305.
13. *Chung Y.J., Villegas Rosales K.A., Baldwin K.W. et al.* // Nature Mater. 2021. V. 20. P. 632.

Birotons and ‘dark hierarchies’ in fractional quantum Hall effect**L. V. Kulik^{a, *}, A. B. Van’kov^a,**^a *Institute of Solid-State Physics of the Russian Academy of Sciences, Chernogolovka, 142432 Russia***e-mail: kulik@issp.ac.ru*

A computational scheme has been developed to determine the energies of neutral excitations in fractional states of the quantum Hall effect. The fractional states are brought into a general hierarchical system (Farey-number hierarchy structure). It is shown that in addition to the well-known hierarchy of fractional states (Laughlin–Jane), there are other ‘dark hierarchies’ of fractional quantum Hall effect that are not observed experimentally in the most highly mobile samples but can have a significant impact on the thermodynamics and spectral characteristics of fractional quantum Hall effect states. The connection of the ‘dark hierarchies’ of fractional quantum Hall effect with the existing experimental data is considered.