

# ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТОВ ВОЗБУЖДЕНИЯ АТОМА И ПОВТОРНОГО СТОЛКНОВЕНИЯ ПРИ ТУННЕЛЬНОЙ ИОНИЗАЦИИ НА ВЕРОЯТНОСТЬ ПЕРЕХОДА

*К. Исакович<sup>\*</sup>, В. Петрович, Х. Делибашич*

*Факультет науки, Крагуевацки университет  
34000, Крагуевац, Сербия*

Поступила в редакцию 24 апреля 2018 г.,  
после переработки 24 апреля 2018 г.  
Принята к публикации 30 мая 2018 г.

(Перевод с английского)

## THE CONTRIBUTION OF THE ATOMIC EXCITATION AND RECOLLISION EFFECT DURING TUNNELING IONIZATION ON THE TRANSITION RATE

*K. Isaković, V. Petrović, H. Delibašić*

Использован формализм Дыхне для развития аналитической модели скоррелированного одновременного процесса ионизации и возбуждения двухэлектронных гелий-подобных атомов в сильном лазерном поле и проанализировано влияние эффекта повторного столкновения на вероятность перехода в ионизованное состояние в линейно поляризованном лазерном поле. Кратко рассмотрен эффект повторных столкновений в циркулярно поляризованном лазерном поле и проведено сравнение случаев линейной и циркулярной поляризации лазерного поля. Проведено исследование, как возбуждение атомов и повторное столкновение влияют на вероятность перехода, поскольку наблюдения показывали значимость обоих процессов для туннельной ионизации атомов под действием линейно поляризованного лазерного излучения. Показано, что при условиях, рассмотренных здесь, эти эффекты играют важную роль и, следовательно, должны быть приняты во внимание в случае линейной поляризации излучения, в то время как эффект повторного столкновения не влияет на вероятность перехода в случае циркулярной поляризации.

DOI: 10.1134/S0044451019020019

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Ионизация является одной из самых фундаментальных задач в атомной (молекулярной) физике, которая позволяет глубже понять физику взаимодействия сильного лазерного поля с атомом или молекулой и расширяет наше представление о взаимодействии лазерного излучения с веществом. Было установлено [1,2], что для линейно поляризованного света выход двух- или многозарядных ионов на мно-

гие порядки величины превышает выход, предсказываемый для независимых последовательных удалений одного или более электронов. Предполагается, что причиной такого увеличения вероятности перехода является некоторая форма электронной корреляции. В связи с этим, огромное количество как теоретических, так и экспериментальных исследований было посвящено пониманию скоррелированной многоэлектронной динамики, управляемой сильным лазерным полем. В результате были предложены две возможные теории. Первая из них была предложена Фиттингхофом и др. [3] и названа механизмом «стряхивания» электронов: первый электрон поки-

\* E-mail: kristina\_isakovic@yahoo.com

дает атом так быстро, что оставшийся электрон переходит в возбужденное состояние, и оба электрона покидают атом одновременно. Другой подход предполагает, что увеличение вероятности перехода в ионизованное состояние вызвано эффектом повторного столкновения, который предполагает, что электрон, который туннелирует из атома, затем возвращается назад переменным полем, взаимодействует со своим родительским ионом и выбивает один или более электронов [4, 5]. Вторичные электроны могут быть ионизованы посредством двух разных процессов. Во-первых, непосредственно через столкновение в процессе ионизации и, во-вторых, электрон может быть переведен в возбужденное состояние при столкновении и ионизован последующим действием лазерного излучения [6]. Оба подхода [3, 4] дают результаты, отлично согласующиеся с результатами измерений ионного выхода для гелия.

Теоретический подход к описанию процесса ионизации обычно основывается на адиабатическом приближении, для применимости которого необходимо, чтобы энергия фотона лазерного излучения  $\omega$  была малой по сравнению с потенциалом ионизации  $I_p$ . Первая теория была предложена Келдышем [7]. Он различал два разных механизма ионизации атома — туннелирование и многофотонную ионизацию — в зависимости от величины адиабатического параметра (параметра Келдыша). Известно, что теория туннелирования верна для малых величин параметра Келдыша  $\gamma \ll 1$  ( $\gamma = \omega \sqrt{2I_p}/F$ , где  $\omega$  — угловая частота лазерного поля,  $I_p$  — потенциал ионизации и  $F$  [Вт/см<sup>2</sup>] — напряженность поля), в то время как многофотонная ионизация превалирует, когда  $\gamma \gg 1$ . Важно отметить, что, в отличие от многофотонной ионизации, в случае туннелирования только начальное и конечное состояния атомов имеют значение, а промежуточные атомные состояния роли не играют. На основании этих представлений вероятность перехода в ионизованное состояние в статическом поле была выведена в духе книги Ландау и Лифшица [8] и обобщена на произвольные атомы и атомные ионы Аммосовым, Делоне и Крайновым (АДК); эта форма записи является одной из наиболее часто используемых для вероятности переходов [9]:

$$W_{ADK} = \left( \frac{4Z^3 e}{Fn^{*4}} \right)^{n^*} \exp \left( -\frac{2Z^3}{3Fn^{*3}} - \frac{p^2 \gamma^2}{3\omega} \right). \quad (1)$$

Здесь  $W_{ADK}$  обозначает нерелятивистскую вероятность перехода в единицу времени в линейно поляризованном лазерном поле,  $n^*$  — эффективное главное квантовое число,  $n^* = Z/\sqrt{2I_p}$  [10],  $Z$  — ионный

заряд, а  $p$  — начальный импульс испущенного фотоэлектрона [10]. Для выражения импульса удобно использовать параболические координаты [11]:

$$p = \frac{1}{2} \left( \sqrt{F\eta - 1} - \frac{1}{\eta\sqrt{F\eta - 1}} \right).$$

В работе используются атомные единицы,  $e = m = \hbar = 1$  [12].

## 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Целью нашей работы было получение аналитического выражения для вероятности перехода ионизованного фотоэлектрона через зависящий от времени потенциальный барьер в линейно поляризованном лазерном поле с учетом электрон-электронной корреляции и эффекта повторного столкновения. Предположение о малости  $\omega$  по сравнению с величиной невозмущенного атомного потенциала ионизации  $I_p$  позволяет использовать адиабатическое приближение квантовой механики и рассмотреть случай сильного поля.

Для описания вероятности перехода в единицу времени мы использовали формализм Дыхне [13], который позволяет вывести экспоненциально малую вероятность перехода между начальным связанным состоянием  $i$  с энергией  $E_i(t)$  рассматриваемого атомного иона и конечным состоянием в континууме  $f$  с энергией  $E_f(t)$  как экспоненциальную функцию мнимой части действия  $S(\tau)$ :

$$W_{if} \propto \exp[-2 \operatorname{Im} S(\tau)] \propto \exp \left[ -2 \operatorname{Im} \int_0^\tau [E_f(t) - E_i(t)] dt \right]. \quad (2)$$

Здесь  $E_f(t) = (1/2)(\mathbf{p} - (1/c)\mathbf{A}(t))^2$ , где  $\mathbf{A}(t)$  — вектор-потенциал электромагнитного поля  $A(t) = -(\omega/c)F \sin(\omega\tau)$ , а  $\tau$  — классическая точка поворота [8]. Мы использовали приближение, в рамках которого опущены все множители перед экспонентой в формуле для вероятности туннелирования. В дополнение к этому, мы изменили исходный подход [13] учетом членов электрон-электронной корреляции в начальном состоянии и электронного возбуждения и кулоновского взаимодействия в конечном состоянии [14, 15].

Мы сосредоточились на атомах гелия (и гелий-подобных атомах), которые представляют собой интересную систему для исследования электрон-электронной корреляции и электронного возбуждения из-за очевидной простоты двухэлектронной задачи. Начнем с изменения начальной энер-

гии ионизации  $I_p$  с помощью члена электрон-электронной корреляции (второе слагаемое в уравнении (3)) [16]:

$$E_i = I_p + \frac{5Z}{8}. \quad (3)$$

Этот шаг важен, поскольку обычно предполагается, что корреляции между двумя электронами не существует и, следовательно, ионизацию электронов можно представить, как два независимых шага туннельной ионизации. Однако было показано, что электронная корреляция имеет принципиальное значение при описании физики атомов гелия в фемтосекундном лазерном импульсе при высокой интенсивности излучения ( $I = 10^{15}$  Вт/см<sup>2</sup>) и при его низкой частоте ( $\lambda = 614$  нм, 745 нм, 780 нм) [17].

Кроме того, в работе [18] было показано, что роль одновременного возбуждения и ионизации в ходе туннелирования в лазерном поле является очень значительной. Ионизация атома гелия в основном состоянии в результате поглощения фотона с переходом оставшегося электрона на возбужденный уровень является простейшим процессом ионизации и возбуждения [19–21]. В соответствии с этим, мы изменили конечную энергию  $E_f$ , вводя члены, описывающие процессы возбуждения [22, 23]:

$$E^\pm = I_p + J(1s, 2s) \pm K(1s, 2s)$$

(здесь  $J(1s, 2s)$  — интеграл кулоновского отталкивания,  $K(1s, 2s)$  — обменный интеграл [24]), а также члены, описывающие энергию кулоновского взаимодействия  $E_c$  [25]:

$$E_f = \frac{1}{2} \left[ p - \frac{F}{\omega} \sin(\omega\tau) \right]^2 + E^\pm - E_c.$$

Введя член кулоновского поля, мы рассмотрели поправку к волновой функции конечного состояния через пропагатор электрона в кулоновском поле, который получен в рамках квазиклассического приближения. Таким образом, результирующая энергия конечного состояния атома гелия на основании работ [26, 27] имеет вид

$$E_f = \frac{1}{2} \left[ p - \frac{F}{\omega} \sin(\omega\tau) \right]^2 + I_p + \frac{17}{81} Z \frac{2Z^2}{n^2} \pm \frac{16}{729} Z \frac{2Z^2}{n^2} - \frac{2n_2 + |m| + 1}{\eta} \sqrt{2I_p}, \quad (4)$$

где  $n$  — главное квантовое число,  $m$  — магнитное квантовое число,  $\eta$  — параболическая координата,  $n_2$  — параболическое квантовое число. Уравнение (4) с верхним знаком между третьим и четвертым

членами описывает синглетное состояние гелия, а с нижним — его триплетное состояние. Процесс ионизации и возбуждения может наблюдаться только в случае синглетного состояния гелия, и поэтому мы рассмотрели только синглетное состояние [24]. Мы получили классическую точку поворота  $\tau$  из условия равенства начальной и конечной энергий  $E_i$  и  $E_f$  (уравнения (3) и (4)) [28]. Сделав некоторые простые преобразования, применив разложение в ряд Маклорена до членов второго порядка, мы получили значение точки поворота в следующем виде:

$$\tau = \frac{p - i\sqrt{2E_{eff}}}{F} + \frac{\omega^3 (p - i\sqrt{2E_{eff}})^3}{6F^3}. \quad (5)$$

В уравнении (5) введено обозначение

$$E_{eff} = 2I_p - \frac{5Z}{8} + Z^3 \left( \frac{34}{81} \pm \frac{32}{729} \right) - \frac{2n_2 + |m| + 1}{\eta} \sqrt{2I_p},$$

имеющее смысл эффективной энергии.

На основании всего изложенного выше можно прийти к следующему выражению, из которого может быть выведена вероятность перехода:

$$S(\tau) = \int_0^\tau \left[ \frac{1}{2} p^2 - \frac{pF}{\omega} \sin(\omega t) + \frac{F^2}{2\omega^2} \sin^2(\omega t) + E_{eff} \right] dt. \quad (6)$$

Затем мы вычислили вероятность перехода в комплексной временной плоскости путем интегрирования по частям уравнения (6) по временной переменной:  $W_{if} \propto \exp(-2 \operatorname{Im} S(\tau))$ . Для того чтобы найти вероятность перехода в ионизованное состояние  $W_{i-e}$ , согласно работе [29], мы разделили действительную и мнимую части. Для низких значений импульса электрона оценили вклад начального импульса испущенных электронов как незначимый, так как  $p^n \ll 1$  для  $n > 2$ . Кроме того, в сильном лазерном поле слагаемые с  $F^{-n} \ll 1$  для  $n > 3$  несущественны. Используя эти предположения, мы получили следующую формулу для вероятности процесса ионизации с одновременным возбуждением остающегося электрона:

$$W_{i-e} \propto \exp \left[ -2 \left( \frac{E_{eff}^{5/2} \omega^3}{12F^3} + \sqrt{E_{eff}} p^2 \left( 1 - \frac{1}{F} \right) + \frac{2p^2 \omega^3 E_{eff}^{3/2}}{3F^3} \left( \frac{5E_{eff}}{8} - \frac{1}{F} \right) \right) \right]. \quad (7)$$

Здесь удобно ввести эффективный параметр Келдыша  $\gamma^* = \omega\sqrt{2E_{eff}}/F$  и новое эффективное квантовое число  $n^{**} = Z/\sqrt{2E_{eff}}$ . Кроме того, как уже упомянуто, рост экспериментально наблюдаемого выхода ионов объяснен как следствие электрон-ионного взаимодействия, приводящего к повторному столкновению. Если энергия электрона, проходящего мимо иона, превышает энергию рассеяния  $e-2e$ , первичный электрон может испытать рассеяние на ионном остове и столкнуться со вторым электроном [4]. Электрон-ядерное и электрон-электронное взаимодействия учитываются в кулоновском потенциале. Важная роль кулоновского притяжения к ядру впервые была продемонстрирована в работе [30] с помощью трехмерного моделирования классического ансамбля [31]. В этой модели ядерный кулоновский потенциал описывался «смягченным» (soft-core) кулоновским потенциалом. Используя полуклассическую квазистатическую модель, Фу [32] исследовал динамику повторного столкновения и получил приближительную теоретическую формулу:

$$\omega_{rec} = \frac{I_p^2}{4} \sqrt{2 \left( \frac{8(1+3bI_p)}{b\sqrt{80-(1+3bI_b)^2}} - \frac{15I_p}{4} - \frac{1}{4b} \right)}, \quad (8)$$

где  $b$  — параметр, используемый в «смягченном» кулоновском потенциале [32]. Чтобы изучить, как электрон-электронное и электрон-ядерное взаимодействия влияют на вероятность перехода, мы ввели выражение (8) в формулу для эффективного параметра Келдыша  $\gamma_{rec}^* = \omega_{rec}\sqrt{2E_{eff}}/F$  и подставили его в уравнение (7):

$$W_{i-e-rec}(p) \propto \exp \left[ \frac{p^2}{Z\sqrt{2n^{**}}} \left( 1 - \frac{1}{F} \right) + \frac{\gamma_{rec}^{*3}}{\sqrt{2}} p^2 \frac{5Z^2}{8n^{**2}} + \frac{\gamma_{rec}^{*3}Z}{24n^{**}} \right], \quad (9)$$

где  $W_{i-e-rec}$  — вероятность перехода в ионизованное состояние в единицу времени с учетом одновременных процессов ионизации и возбуждения и эффекта повторного столкновения. В соответствии с выражением, приведенным выше, мы можем заключить, что вероятность перехода, кроме всего прочего, зависит от квадрата начального импульса испущенных фотоэлектронов  $p$  и от напряженности лазерного поля  $F$ .

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Мы выполнили анализ вероятности перехода в единицу времени в линейно поляризованном лазерном поле с учетом влияния процессов возбуждения

и повторного столкновения. Кроме того, мы провели короткий сравнительный анализ влияния эффекта повторного столкновения на вероятность перехода в линейно и циркулярно поляризованном лазерных полях. Вместо вероятностей перехода в экспериментах обычно измеряются выходы ионов (в зависимости от интенсивности лазерного излучения) при фиксированной длине волны и продолжительности импульса, поэтому мы сопоставляли наши результаты с выходом ионов.

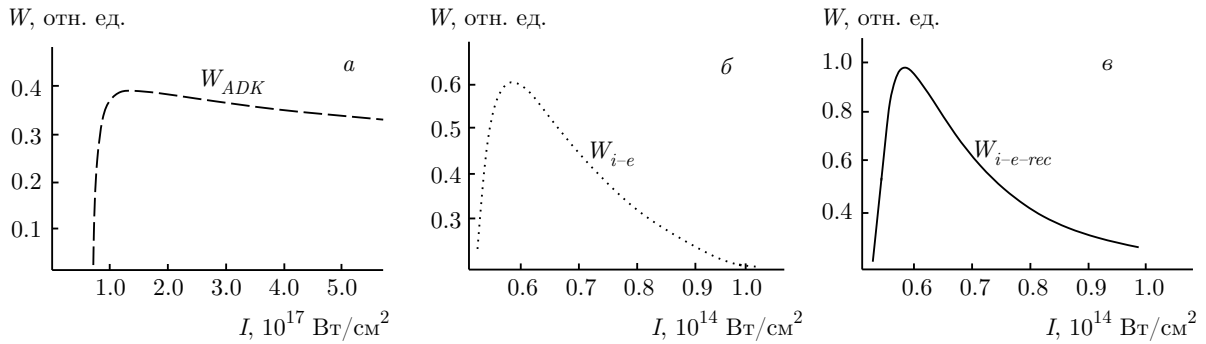
#### 3.1. Линейно поляризованное лазерное поле

Вероятности перехода в единицу времени были вычислены для линейно поляризованного сильного лазерного поля с типичными экспериментальными параметрами частоты лазера  $\omega = 0.057$  ат. ед. (длина волны 800 нм). Интенсивности лазерного поля лежали в интервале  $I = 5 \cdot 10^{13} - 1 \cdot 10^{17}$  Вт/см<sup>2</sup>, мы рассматривали общую форму лазерного пучка. Параметр Келдыша считался малым,  $\gamma \ll 1$ . Для всех графиков вероятность перехода измеряется в относительных единицах (вертикальная ось), а интенсивность лазерного поля — в Вт/см<sup>2</sup> (горизонтальная ось). Для практического применения мы использовали в анализе параметры атома гелия в основном состоянии с первым потенциалом ионизации  $I_p = 0.9036658$  и вторым потенциалом ионизации  $I'_p = 1.999619$ .

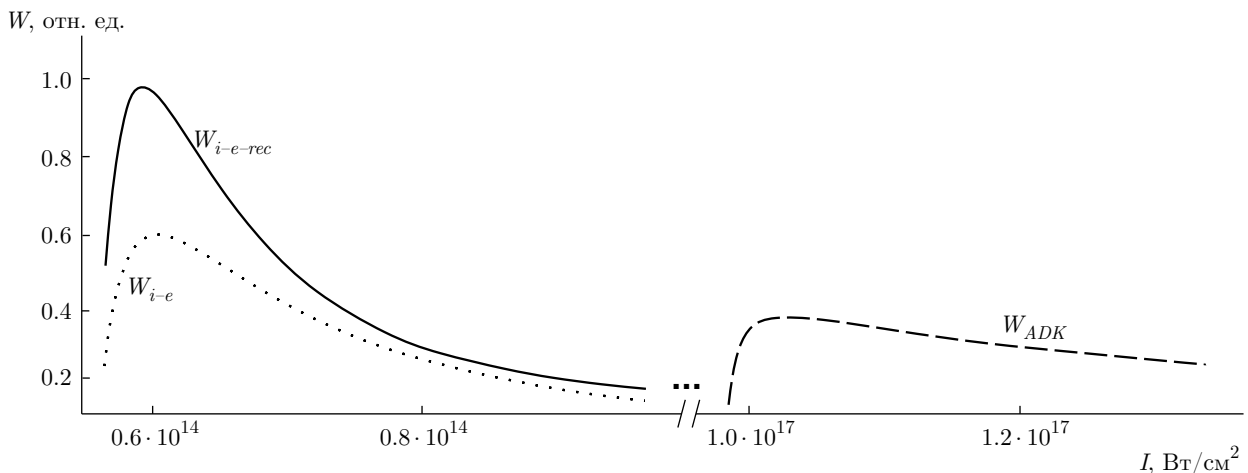
Для оценки вклада дополнительных процессов в вероятность перехода мы сравнили наши результаты с результатами, полученными с помощью формулы АДК (выражение (2)) и с экспериментально измеренным выходом ионов [33]. Ожидаемое поведение кривых вероятности перехода в туннельном режиме предполагает, что наклон кривой будет уменьшаться до точки насыщения, в которой весь объем взаимодействия ионизован.

На рис. 1 показаны три случая ионизации, которые мы рассмотрели: а) стандартная вероятность АДК (уравнение (1)), б) скоррелированные одновременные ионизация и возбуждение (уравнение (7)), в) ионизация с учетом повторных столкновений (уравнение (9)).

На рис. 1а показано, что кривая АДК быстро и монотонно возрастает и достигает максимума приблизительно при  $1.4 \cdot 10^{17}$  Вт/см<sup>2</sup>, что является ожидаемым поведением. Сравнив эту теоретическую кривую с нашими кривыми, представленными на рис. 1б и 1в, мы обнаружили, что включение дополнительных членов приводит к двум изменениям. Прежде всего, максимум (пик) кривой становится



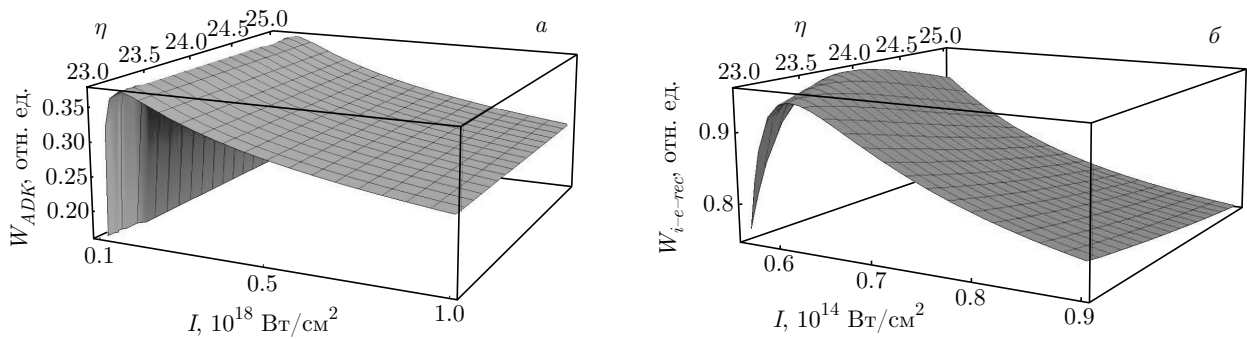
**Рис. 1.** Вероятности перехода в единицу времени: *a*) в модели АДК,  $W_{ADK}$  (штриховая линия), *б*) с учетом одновременной ионизации и возбуждения,  $W_{i-e}$  (пунктирная линия), *в*) с учетом одновременной ионизации и возбуждения и эффекта повторного столкновения,  $W_{i-e-rec}$  (сплошная линия). Параболическая координата для всех рисунков  $\eta = 23$ . Интенсивность лазерного поля изменяется в интервале  $I = 10^{13}-10^{17}$  Вт/см<sup>2</sup>. Значение параметра Келдыша для всех рисунков принято равным  $\gamma = 0.1$



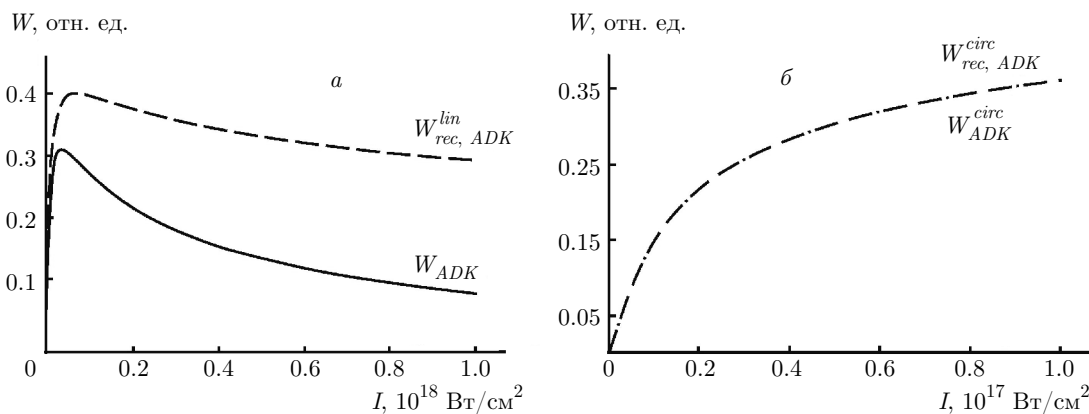
**Рис. 2.** Сравнительный анализ вероятностей перехода для атома гелия в линейно поляризованном лазерном поле. Показаны результаты для модели АДК ( $W_{ADK}$ ), учета одновременной ионизации и возбуждения ( $W_{i-e}$ ) и учета одновременной ионизации и возбуждения и эффекта повторного столкновения ( $W_{i-e-rec}$ ). Результаты можно сравнить с теоретическими и экспериментальными результатами работ [34, 35]

более выраженным и уменьшение вероятности перехода в единицу времени после прохождения максимума происходит значительно быстрее. Это поведение подобно описанному в работах [34, 35]. Кроме того, максимум этих кривых сдвинут в область меньшей интенсивности лазерного излучения, примерно равной  $6 \cdot 10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup>, что находится в согласии с данными работы [3]. Сравнивая рис. 1*a, б, в*, мы пришли к выводу, что наша модель приводит к лучшему согласию с ожидаемым для атома гелия насыщением, чем предсказывает стандартная теория АДК. В работе [36] насыщение ожидается при интенсивности около  $I \sim 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>. Далее, сравнивая рис. 1*б* и 1*в*, видим, что учет эффекта повторных столкновений не влияет на форму кривой

(форма уже изменена учетом процессов возбуждения), но учет эффекта повторных столкновений увеличивает вероятность перехода. Очевидно, что при интенсивности ниже  $2 \cdot 10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup> поведение обеих кривых будет похоже, так как при низких интенсивностях лазерного поля отсутствует эффект повторного столкновения. Это находится в согласии с результатами полуклассического метода, использованного в работе [37]. Зависимости вероятности перехода с учетом и без учета повторных столкновений становятся сопоставимыми при интенсивности около  $I \approx 0.9 \cdot 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>. Проведенный нами анализ находится в согласии с наблюдаемым высоким выходом ионов, приведшим к развитию теории Фиттингхофа [3].



**Рис. 3.** Трехмерные графики вероятности перехода: а) модель АДК,  $W_{ADK}$ ,  $I = 1 \cdot 10^{17} - 10^{18}$  Вт/см<sup>2</sup>, б) модель с учетом одновременной ионизации и возбуждения и эффекта повторного столкновения,  $W_{i-e-rec}$ ,  $I = 1 \cdot 10^{13} - 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>. Для обоих графиков параболическая координата изменяется в интервале  $23 < \eta < 25$ . Значение параметра Келдыша для обоих рисунков  $\gamma = 0.1$



**Рис. 4.** Вероятности перехода в зависимости от интенсивности лазерного излучения. а) Случай линейно поляризованного лазерного поля: штриховая линия — модель АДК с учетом повторных столкновений,  $W_{rec,ADK}^{lin}$ , сплошная линия — без учета эффекта повторных столкновений,  $W_{ADK}$ . б) Случай циркулярно поляризованного лазерного поля, модельные кривые  $W_{ADK}^{circ}$  и  $W_{rec,ADK}^{circ}$  совпадают. Интенсивность лазерного поля изменяется в интервале  $I = 1 \cdot 10^{16} - 1 \cdot 10^{18}$  Вт/см<sup>2</sup>. Параболическая координата зафиксирована на значении  $\eta = 23$ , параметр Келдыша — на значении  $\gamma = 0.1$

Все упомянутое выше можно ясно увидеть из сравнения кривых на рис. 2.

Из рис. 2 очевидно, что учет дополнительных эффектов приводит к увеличению вероятности перехода. Это увеличение особенно заметно по сравнению с результатами, полученными в рамках стандартного подхода АДК в случае, когда учтен эффект повторного столкновения. Полученные графики находятся в согласии с измеренным выходом, приведшим к росту интереса к учету электрон-электронной корреляции и эффекта повторного столкновения [3, 4].

Наконец, приведем краткий обзор зависимости вероятности перехода от параболической координаты  $\eta$ . На рис. 3 показано сравнение теоретических кривых, полученных для стандартной формулы АДК и для нашей модели со всеми включенными эффектами.

Как можно видеть на рис. 3, есть разница в наклоне поверхностей. В нашей модели ( $W_{i-e-rec}$ ) наблюдается асимметричный наклон, в то время как в модели АДК ( $W_{ADK}$ ) наклон кривых практически не зависит от значения параболической координаты  $\eta$ . Кроме того, наш анализ показал, что в рассматриваемой модели величина  $W_{i-e-rec}$  очень чувствительна к параболической координате  $\eta$  и ее изменение сильно влияет на вероятности перехода, в отличие от модели АДК. Как уже было показано, включение дополнительных эффектов ведет к увеличению вероятности перехода, и рис. 3 подтверждает это. Из всего сказанного выше очевидно, что учет дополнительных параметров в формуле для вероятности перехода важен и эти эффекты должны быть учтены.

### 3.2. Сравнение ионизации в линейно поляризованном и циркулярно поляризованном лазерном излучении

Далее обсудим вклад эффекта повторного столкновения в циркулярно поляризованном лазерном поле и сравним его с вкладом, полученным выше для линейно поляризованного лазерного поля. Поскольку процесс повторного столкновения является основополагающим при больших интенсивностях линейно поляризованного лазерного поля, нам было ин-

тересно увидеть, как на него влияет использование циркулярно поляризованного лазерного поля. Испущенный электрон в циркулярно поляризованном поле выталкивается от родительского иона дополнительным направлением поляризации, что исключает повторное столкновение электрона с остовом родительского иона [38].

Мы модифицировали формулу АДК для линейно поляризованного света (уравнение (1)) с помощью параметра повторного столкновения  $\omega_{rec}$ :

$$W_{rec,ADK}^{lin} = \left( \frac{4Z^3}{Fn^{*4}} \right)^{n^*} \exp \left[ -\frac{2Z^3}{3Fn^{*3}} - \frac{p^2\gamma^3}{\frac{3I_p^2}{4} \sqrt{2 \left( \frac{8(1+3bI_p)}{b\sqrt{80-(1+3bI_p)^2}} - \frac{15I_p}{4} - \frac{1}{4b} \right)}} \right]. \quad (10)$$

Кроме того, мы использовали формулу АДК для циркулярно поляризованного лазерного поля [39],

$$W_{ADK}^{circ} = \left( \frac{3FZ^3}{\pi n^{*3}} \right)^{1/2} \left( \frac{4Z^3}{Fn^{*4}} \right)^{2n^*-1} \times \exp \left( -\frac{2Z^3}{3Fn^{*3}} - \frac{p^2\gamma^3}{3\omega} \right), \quad (11)$$

и изменили ее [32]:

$$W_{ADK}^{circ} = \left( \frac{3FZ^3}{\pi n^{*3}} \right)^{1/2} \left( \frac{4Z^3}{Fn^{*4}} \right)^{2n^*-1} \times \exp \left( -\frac{2Z^3}{3Fn^{*3}} - \frac{p^2\gamma^3}{3\omega_{rec}} \right). \quad (12)$$

Аналогично предыдущему случаю, мы исследовали зависимость вероятности перехода от интенсивности лазерного поля. Для этого мы построили и сравнили теоретические кривые, полученные для формулы АДК для случаев линейно и циркулярно поляризованных лазерных полей как без учета эффекта повторного столкновения (равенства (7), (11)), так и с его учетом (равенства (10), (12)). В результате мы получили графики, показанные на рис. 4.

На рис. 4а сплошная линия относится к стандартной формуле АДК (уравнение (1)), а штриховая линия соответствует измененной формуле (10). Рисунок 4б относится к циркулярной поляризации падающего лазерного луча. Очевидно, что обе кривые для линейно поляризованного лазерного поля (рис. 4а) имеют одинаковую форму (они растут монотонно) до интенсивности лазерного поля примерно равной  $I = 1.6 \cdot 10^{17}$  Вт/см<sup>2</sup>, а после этого их

поведение различается. Кривая с учетом повторных столкновений (сплошная) спадает медленно после достижения максимального значения при  $I = 1.8 \cdot 10^{17}$  Вт/см<sup>2</sup>. Это значение интенсивности, при которой могут происходить случаи ионизации при повторном столкновении.

В случае циркулярно поляризованного лазерного поля (рис. 4б) кривые с учетом и без учета эффекта повторного столкновения совпадают во всем диапазоне интенсивностей. Мы заключаем, что при добавлении (8) в формулу для вероятности перехода АДК форма кривой не изменяется и ее поведение остается тем же во всем диапазоне интенсивностей лазерного поля, т.е. вероятность перехода не зависит от влияния эффекта повторного столкновения. Это было совершенно ожидаемо и находится в соответствии с результатами работы [40].

## 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе была получена формула для вероятности перехода в единицу времени для одновременного процесса ионизации и возбуждения гелия и гелий-подобных атомов в линейно поляризованном лазерном поле. Рассмотрев эффект повторного столкновения, мы модифицировали формулу и проанализировали влияние этого эффекта на процесс ионизации. Полученные результаты показывают, что эти эффекты должны учитываться. Они увеличивают вероятность процесса ионизации и сдвигают его в сторону более низкой интенсивности по-

ля. Кроме того, мы изменили стандартную формулу АДК и сравнили влияние эффекта повторного столкновения в линейно и циркулярно поляризованных лазерных полях. Все результаты находятся в согласии с экспериментально измеренными данными.

Мы благодарим Сербское министерство образования, науки и технологического развития за финансовую поддержку в рамках проекта 171020.

## ЛИТЕРАТУРА

1. A. L'Huillier, L. A. Lompre, G. Mainfray, and C. Manus, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1814 (1982).
2. A. Rudenko, K. Zrost, B. Feuerstein, V. L. B. de Jesus, C. D. Schroter, R. Moshhammer, and J. Ullrich, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 253001 (2004).
3. D. N. Fittinghoff, P. R. Bolton, B. Chang, and K. C. Kulander, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2642 (1992).
4. P. B. Corkum, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1994 (1993).
5. Th. Weber, M. Weckenbrock, A. Staudte, L. Spielberger, O. Jagutzki, V. Mergel, F. Afaneh, G. Urbasch, M. Vollmer, H. Giessen, and R. Dörner, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 443 (2000).
6. Q. Liao, Y. Zhou, and P. Lu, arXiv:1007.4059 (2010).
7. Л. В. Келдыш, *ЖЭТФ* **47**, 1945 (1964) [L. V. Keldysh, *Sov. Phys. JETP* **20**, 1307 (1965)].
8. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика (нерелятивистская теория)*, Наука, Москва (1974) [L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory*, Pergamon, New York (1977)].
9. N. B. Delone and V. P. Krainov, *J. Opt. Soc. Amer. B* **8**, 1207 (1991).
10. M. V. Ammosov, N. B. Delone, and V. P. Krainov, *Proc. SPIE* **0664**, 138 (1986).
11. D. Bauer, *Theory of Intense Laser-Matter Interaction*, Max-Planck Institute, Heidelberg, Germany (2006).
12. R. McWeeny, *Nature* **243**, 196 (1973).
13. А. М. Дыхне, *ЖЭТФ* **41**, 1314 (1961) [A. M. Dykhne, *Sov. Phys. JETP* **11**, 941 (1962)].
14. S. X. Hu, *Phys. Rev. A* **97**, 013414 (2018).
15. C. Dupre, A. Lahmam-Bennani, A. Duguet, F. Mota-Furtado, P. F. O'Mahony, and C. Dal Cappello, *J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys.* **25**, 259 (1992).
16. V. P. Krainov, *J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys.* **36**, 169 (2003).
17. N. E. Dahlen, *Int. J. Mod. Phys. B* **16**, 415 (2002).
18. Б. А. Зон *ЖЭТФ* **118**, 1041 (2000) [B. A. Zon, *JETP* **91**, 899 (2000)].
19. S. Y. Sun and X. F. Jia, *Chin. J. Chem. Phys.* **26**, 576 (2013).
20. G. Goldsztejn, T. Marchenko, R. Püttner, L. Journal, R. Guillemin, S. Carniato, P. Selles, O. Travnikova, D. Céolin, A. F. Lago, R. Feifel, P. Lablanquie, M. N. Piancastelli, F. Penent, and M. Simon, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 133001 (2016).
21. F. Penent, S. Carniato, P. Lablanquie, P. Selles, J. Palaudoux, L. Andric, M. Žitnik, K. Bučar, E. Shigemasa, and M. Nakan, *J. Phys.: Conf. Ser.* **635**, 112093 (2015).
22. P. Sancho and L. Plaja, *Phys. Lett. A* **372**, 5560 (2008).
23. M. Inguscio and L. Fallani, *Atomic Physics: Precise Measurements and Ultracold Matter*, OUP Oxford (2013).
24. P. Atkins and R. Friedman, *Physical Chemistry*, W. H. Freeman and Company, New York (2005).
25. А. М. Переломов, В. С. Попов, М. В. Терентьев, *ЖЭТФ* **50**, 1393 (1966) [A. M. Perelomov, V. S. Popov, and M. V. Terent'ev, *Sov. Phys. JETP* **23**, 924 (1966)].
26. A. Hutem and S. Boonchui, *J. Math. Chem.* **50**, 2086 (2012).
27. G. Tanner, K. Richter, and J. M. Rost, *Rev. Mod. Phys.* **72**, 497 (2000).
28. В. П. Крайнов, В. М. Ристич, *ЖЭТФ* **101**, 1479 (1992) [V. P. Krainov and V. M. Ristic, *Sov. Phys. JETP* **74**, 789 (1992)].
29. N. B. Delone and V. P. Krainov, *Multiphoton Processes in Atoms*, Springer Science and Business Media (2012).
30. H. R. Reiss, *Phys. Rev. A* **22**, 1786 (1980).
31. V. P. Krainov, *Opt. Express* **2**, 268 (1998).
32. L. B. Fu, G. G. Xin, D. F. Ye, and J. Liu, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 103601 (2012).
33. C. Figueira de Morisson Faria and X. Liu, *J. Mod. Opt.* **58**, 1076 (2011).



34. Z. Chen, Y. Zheng, W. Yang, X. Song, J. Xu, L. F. DiMauro, O. Zatsarinny, K. Bartschat, T. Morishita, S.-F. Zhao, and C. D. Lin, *Phys. Rev. A* **92**, 063427 (2015).
35. M. G. Pullen, B. Wolter, X. Wang, X.-M. Tong, M. Sclafani, M. Baudisch, H. Pires, C. D. Schröter, J. Ullrich, T. Pfeifer, R. Moshhammer, J. H. Eberly, and J. Biegert, *Phys. Rev. A* **96**, 033401 (2017).
36. R. Lafon, J. L. Chaloupka, B. Sheehy, L. F. DiMauro, P. M. Paul, P. Agostini, and K. C. Kulander, in *NATO ASI Proceeding of Super-Intense Laser-Atom Physics (SILAP 2000)*, ed. by B. Piraux, Kluwer Press, Dordrecht (2001).
37. A. S. Johnson, A. Staudte, and D. M. Villeneuve, *Chin. J. Phys.* **52**, 329 (2014).
38. Y. Li, B. Yu, Q. Tang, X. Wang, D. Hua, A. Tong, Ch. Jiang, G. Ge, Y. Li, and J. Wan, *Opt. Express* **24**, 6469 (2016).
39. Н. Б. Делоне, В. П. Крайнов, *УФН* **168**, 531 (1998) [N. B. Delone and V. P. Krainov, *Phys. Usp.* **41**, 469 (1998)].
40. W. A. Bryan, S. L. Stebbings, J. McKenna, E. M. L. English, M. Suresh, J. Wood, B. Srigengan, I. C. E. Turcu, J. M. Smith, E. J. Divall, C. J. Hooker, A. J. Langley, J. L. Collier, I. D. Williams, and W. R. Newell, *Nature Physics* **2**, 379 (2006).