

КОГЕРЕНТНОЕ РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ, ВОЗБУЖДАЕМОЕ ПУЧКОМ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В МОНОКРИСТАЛЛЕ В НАПРАВЛЕНИИ ОСИ ПУЧКА

С. В. Блажевич^а, К. С. Люшина^а, А. В. Носков^{б}*

^а Белгородский государственный университет
308015, Белгород, Россия

^б Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова
308012, Белгород, Россия

Поступила в редакцию 25 августа 2018 г.,
после переработки 3 сентября 2018 г.
Принята к публикации 24 сентября 2018 г.

В рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции развита теория когерентного рентгеновского излучения пучком релятивистских электронов в монокристалле в направлении близком к направлению оси пучка в геометрии рассеяния Брэгга для общего случая асимметричного относительно поверхности мишени отражения поля электрона. Получены и исследованы выражения, описывающие спектрально-угловые характеристики параметрического рентгеновского излучения вблизи направления скорости, переходного излучения и их интерференционного сложения.

DOI: 10.1134/S0044451019020068

1. ВВЕДЕНИЕ

При пересечении релятивистским электроном монокристалла его кулоновское поле рассеивается на системе параллельных атомных плоскостей кристалла, порождая параметрическое рентгеновское излучение (ПРИ, FPX) [1–3]. Теория ПРИ релятивистской частицы в монокристалле предсказывает излучение не только вблизи направления рассеяния Брэгга, но также и вблизи направления скорости частицы (ПРИВ (ПРИ вперед, FPXR)) [4–7].

В работе [8] было впервые получено выражение для интегральной интенсивности ПРИВ в геометрии рассеяния Лауэ. Детальное теоретическое описание динамического эффекта ПРИВ и сопровождающего его фона переходного излучения в случае симметричного отражения в геометрии рассеяния Лауэ представлено в работе [9] и монографии [10]. Теоретическое описание ПРИВ релятивистских электронов в монокристалле в общем случае асимметричного относительно поверхности мишени отражения кулоновского поля электрона в геометрии рассея-

ния Лауэ было представлено в работе [11]. В случае асимметричного отражения отражающие атомные плоскости монокристалла расположены под некоторым углом к поверхности мишени, симметричное отражение является его частным случаем. Симметричное отражение реализуется, когда система отражающих атомных плоскостей монокристалла расположена параллельно (в геометрии рассеяния Брэгга) или перпендикулярно (в геометрии рассеяния Лауэ) поверхности мишени. Первые сообщения об обнаружении ПРИВ релятивистских электронов в монокристалле в геометрии рассеяния Лауэ появились в работах [12,13]. Детальное теоретическое описание ПРИВ для случая симметричного отражения в геометрии рассеяния Брэгга было дано в работе [14].

В настоящей работе развита динамическая теория когерентного рентгеновского излучения вблизи направления оси пучка релятивистских электронов, пересекающих монокристаллическую пластинку в геометрии рассеяния Брэгга в общем случае асимметричного отражения. Получены и исследованы выражения, описывающие ПРИВ, переходное излучение (ПИ, TR) и их интерференцию с учетом расхо-

* E-mail: noskovbupk@mail.ru

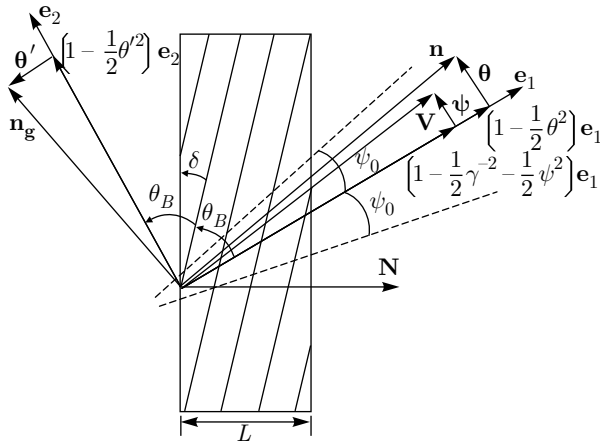


Рис. 1. Геометрия процесса излучения

димости электронного пучка, многократного рассеяния электронов атомами кристалла и асимметрии отражения поля электрона относительно поверхности мишени.

2. ГЕОМЕТРИЯ ПРОЦЕССА ИЗЛУЧЕНИЯ

Рассмотрим пучок релятивистских электронов, пересекающих монокристалл в геометрии рассеяния Брэгга (рис. 1). Пусть отражающая система параллельных атомных плоскостей монокристалла расположена под некоторым углом δ к поверхности мишени (рис. 1), что соответствует случаю асимметричного отражения поля излучения ($\delta = 0$ — частный случай симметричного отражения).

Введем угловые переменные ψ , θ' и θ в соответствии с определениями скорости релятивистского электрона $\mathbf{V}$ и единичных векторов: $\mathbf{n}$ — в направлении импульса излученного фотона, близком к направлению вектора скорости электрона, и $\mathbf{n}_g$ — в направлении рассеяния Брэгга:

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \left(1 - \frac{1}{2}\gamma^{-2} - \frac{1}{2}\psi^2\right) \mathbf{e}_1 + \psi, \quad \mathbf{e}_1 \cdot \psi = 0, \\ \mathbf{n} &= \left(1 - \frac{1}{2}\theta^2\right) \mathbf{e}_1 + \theta, \quad \mathbf{e}_1 \cdot \theta = 0, \\ \mathbf{n}_g &= \left(1 - \frac{1}{2}\theta'^2\right) \mathbf{e}_2 + \theta', \quad \mathbf{e}_2 \cdot \theta' = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где θ' — угол когерентного рентгеновского излучения в направлении рассеяния Брэгга, отсчитываемый от оси детектора излучения $\mathbf{e}_2$ (ПРИ и ДПИ), ψ — угол отклонения рассматриваемого электрона в пучке, отсчитываемый от оси электронного пучка $\mathbf{e}_1$, θ — угол когерентного рентгеновского излучения вблизи направления скорости релятивистского электрона (ПРИВ и ПИ), $\gamma = 1/\sqrt{1 - V^2}$ — лоренц-фактор электрона. Угловые переменные рассматрива-

ются в виде суммы составляющих, параллельных и перпендикулярных плоскости рисунка: $\theta = \theta_{\parallel} + \theta_{\perp}$, $\psi = \psi_{\parallel} + \psi_{\perp}$. ПРИВ и ПИ будем рассматривать в направлении вектора (см. рис. 1). Угол ψ_0 будем называть начальной расходимостью пучка излучающих электронов (см. рис. 1), он определяет конус, ограничивающий часть пучка электронов, за пределами которого плотность электронов уменьшается более чем в e раз по сравнению с плотностью на оси пучка.

3. АМПЛИТУДА ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ

При решении задачи будем рассматривать уравнение для фурье-образа

$$\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) = \int dt d^3\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \exp(i\omega t - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$$

электромагнитного поля, возбуждаемого электроном в монокристалле, следующее из системы уравнений Максвелла:

$$\begin{aligned} (k^2 - \omega^2(1 + \chi_0))\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) - \mathbf{k}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega)) - \\ - \omega^2 \sum_{\mathbf{g}} \chi_{-\mathbf{g}} \mathbf{E}(\mathbf{k} + \mathbf{g}, \omega) = 4\pi i \omega \mathbf{J}(\mathbf{k}, \omega), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\mathbf{J}(\mathbf{k}, \omega) = 2\pi e \mathbf{V} \delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{V})$ — фурье-образ плотности тока излучающего электрона, $\chi_0(\omega)$ — средняя диэлектрическая восприимчивость монокристалла, $\chi_{\mathbf{g}}$ и $\chi_{-\mathbf{g}}$ — коэффициенты Фурье разложения диэлектрической восприимчивости монокристалла по векторам $\mathbf{g}$, причем

$$\begin{aligned} \chi(\omega, \mathbf{r}) &= \sum_{\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{g}}(\omega) \exp(i\mathbf{g} \cdot \mathbf{r}) = \\ &= \sum_{\mathbf{g}} (\chi'_{\mathbf{g}}(\omega) + i\chi''_{\mathbf{g}}(\omega)) \exp(i\mathbf{g} \cdot \mathbf{r}), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\chi_0 = \chi'_0 + i\chi''_0$, $\chi_{\mathbf{g}} = \chi'_{\mathbf{g}} + i\chi''_{\mathbf{g}}$.

Будем рассматривать кристалл с центральной симметрией ($\chi_{\mathbf{g}} = \chi_{-\mathbf{g}}$). В выражении (3) величины $\chi'_{\mathbf{g}}$ и $\chi''_{\mathbf{g}}$ определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \chi'_{\mathbf{g}} &= \chi'_0 \left(\frac{F(g)}{Z} \right) \left(\frac{S(\mathbf{g})}{N_0} \right) \exp\left(-\frac{1}{2}g^2 u_{\tau}^2\right), \\ \chi''_{\mathbf{g}} &= \chi''_0 \exp\left(-\frac{1}{2}g^2 u_{\tau}^2\right), \end{aligned} \quad (4)$$

где $F(g)$ — формфактор атома, содержащего Z электронов, $S(\mathbf{g})$ — структурный фактор элементарной ячейки, содержащей N_0 атомов, u_{τ} — среднеквадратичная амплитуда тепловых колебаний атомов кристалла. В работе рассматривается рентгеновская область частот ($\chi'_{\mathbf{g}} < 0$, $\chi''_0 < 0$).

Поскольку излучаемое релятивистским электроном электромагнитное поле в рентгеновском

диапазоне частот является поперечным, падающая $\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega)$ и дифрагированная в монокристалле $\mathbf{E}(\mathbf{k} + \mathbf{g}, \omega)$ электромагнитные волны определяются двумя амплитудами с разными значениями поперечной поляризации:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) &= E_0^{(1)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_0^{(1)} + E_0^{(2)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_0^{(2)}, \\ \mathbf{E}(\mathbf{k} + \mathbf{g}, \omega) &= E_{\mathbf{g}}^{(1)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_{\mathbf{g}}^{(1)} + E_{\mathbf{g}}^{(2)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_{\mathbf{g}}^{(2)}, \end{aligned} \quad (5)$$

где векторы $\mathbf{e}_0^{(1)}$ и $\mathbf{e}_0^{(2)}$ перпендикулярны вектору $\mathbf{k}$, а векторы $\mathbf{e}_{\mathbf{g}}^{(1)}$ и $\mathbf{e}_{\mathbf{g}}^{(2)}$ перпендикулярны вектору $\mathbf{k}_{\mathbf{g}} = \mathbf{k} + \mathbf{g}$. Векторы $\mathbf{e}_0^{(2)}$, $\mathbf{e}_{\mathbf{g}}^{(2)}$ лежат в плоскости векторов $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}_{\mathbf{g}}$ (π -поляризация) и перпендикулярны ей (σ -поляризация). В рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции уравнение (2) сводится с учетом (5) к хорошо известной системе уравнений [15]:

$$\begin{aligned} (k^2 - \omega^2(1 + \chi_0))E_0^{(s)} - \omega^2 \chi_{-\mathbf{g}} C^{(s, \tau)} E_{\mathbf{g}}^{(s)} &= \\ &= 8\pi^2 i e \omega \mathbf{e}_0^{(s)} \mathbf{V} \delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{V}), \quad (6) \\ \omega^2 \chi_{\mathbf{g}} C^{(s, \tau)} E_0^{(s)} - (k_{\mathbf{g}}^2 - \omega^2(1 + \chi_0))E_{\mathbf{g}}^{(s)} &= 0. \end{aligned}$$

Величины $C^{(s, \tau)}$ в системе уравнений (6) определены следующим образом:

$$\begin{aligned} C^{(s, \tau)} &= \mathbf{e}_0^{(s)} \cdot \mathbf{e}_1^{(s)} = (-1)^\tau C^{(s)}, \\ C^{(1)} &= 1, \quad C^{(2)} = |\cos 2\theta_B|, \quad (7) \\ \mathbf{e}_0^{(1)} \cdot \mathbf{V} &= \theta_\perp - \psi_\perp, \quad \mathbf{e}_0^{(2)} \cdot \mathbf{V} = \theta_\parallel - \psi_\parallel, \end{aligned}$$

где θ_B — угол между осью пучка электронов и отражающими слоями (угол Брэгга). Длина вектора обратной решетки определяется выражением $g = 2\omega_B \sin \theta_B / V$, где ω_B — частота Брэгга. Система уравнений (6) при $s = 1$ и $\tau = 2$ описывает поля σ -поляризованные, а при $s = 2$ поля π -поляризованные, при этом $\tau = 2$, если $2\theta_B < \pi/2$, а в противном случае $\tau = 1$. Решим следующее из системы (6) дисперсионное уравнение для рентгеновских волн в монокристалле:

$$\begin{aligned} (\omega^2(1 + \chi_0) - k^2)(\omega^2(1 + \chi_0) - k_{\mathbf{g}}^2) - \\ - \omega^4 \chi_{-\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{g}} C^{(s, \tau)^2} = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Длины волновых векторов падающего и дифрагированного фотонов в монокристалле будем искать в виде

$$k = \omega \sqrt{1 + \chi_0} + \lambda_0, \quad k_{\mathbf{g}} = \omega \sqrt{1 + \chi_0} + \lambda_{\mathbf{g}},$$

при этом будем использовать известное соотношение, связывающее динамические добавки λ_0 и $\lambda_{\mathbf{g}}$ [16]:

$$\lambda_{\mathbf{g}} = \frac{\omega \beta}{2} + \lambda_0 \frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_0},$$

где

$$\beta = \alpha - \chi_0 \left(1 - \frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_0}\right), \quad \alpha = \frac{1}{\omega^2}(k_{\mathbf{g}}^2 - k^2),$$

$$\gamma_0 = \cos \phi_0, \quad \gamma_{\mathbf{g}} = \cos \phi_{\mathbf{g}},$$

ϕ_0 — угол между волновым вектором подающей волны $\mathbf{k} = k\mathbf{n}$ и вектором нормали к поверхности пластинки $\mathbf{N}$, $\phi_{\mathbf{g}}$ — угол между волновым вектором дифрагированной волны и вектором нормали (см. рис. 1).

Решая (8) относительно λ_0 и $\lambda_{\mathbf{g}}$, получим выражения, описывающие динамические добавки для падающего и дифрагированного фотонов в монокристалле:

$$\lambda_0^{(1,2)} = \omega \frac{\gamma_0}{4\gamma_{\mathbf{g}}} \left(-\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\chi_{\mathbf{g}} \chi_{-\mathbf{g}} C^{(s)^2} \frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_0}} \right), \quad (9a)$$

$$\lambda_{\mathbf{g}}^{(1,2)} = \frac{\omega}{4} \left(\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\chi_{\mathbf{g}} \chi_{-\mathbf{g}} C^{(s)^2} \frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_0}} \right), \quad (9b)$$

при этом заметим, что дисперсионное уравнение (8) дает только два значимых решения в рентгеновской области частот, так как выполняются неравенства $\lambda_0^2 \ll 2\omega\lambda_0$ и $\lambda_{\mathbf{g}}^2 \ll 2\omega\lambda_{\mathbf{g}}$. Представим выражения (9) в виде

$$\begin{aligned} \lambda_0^{(1,2)} &= \frac{\omega |\chi'_{\mathbf{g}}| C^{(s)}}{2\varepsilon} \left(\xi^{(s)} - \frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2} \mp \left(\xi^{(s)^2} - \varepsilon - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - i\rho^{(s)}((1+\varepsilon)\xi^{(s)} - 2\kappa^{(s)}\varepsilon) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \rho^{(s)^2} \left(\frac{(1+\varepsilon)^2}{4} - \kappa^{(s)^2} \varepsilon \right) \right) \right)^{1/2}, \quad (10a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda_{\mathbf{g}}^{(1,2)} &= \frac{\omega |\chi'_{\mathbf{g}}| C^{(s)}}{2} \left(\xi^{(s)} - \frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2} \pm \left(\xi^{(s)^2} - \varepsilon - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - i\rho^{(s)}((1+\varepsilon)\xi^{(s)} - 2\kappa^{(s)}\varepsilon) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \rho^{(s)^2} \left(\frac{(1+\varepsilon)^2}{4} - \kappa^{(s)^2} \varepsilon \right) \right) \right)^{1/2}. \quad (10b) \end{aligned}$$

В выражениях (10) приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \xi^{(s)}(\omega) &= \eta^{(s)}(\omega) + \frac{1 + \varepsilon}{2\nu^{(s)}}, \\ \eta^{(s)}(\omega) &= \frac{k_{\mathbf{g}}^2 - k^2}{2|\chi'_{\mathbf{g}}| C^{(s)} \omega^2} = \\ &= \frac{2 \sin^2 \theta_B}{V^2 |\chi'_{\mathbf{g}}| C^{(s)}} \left(1 - \frac{\omega(1 + \theta_\parallel \operatorname{ctg} \theta_B)}{\omega_B} \right), \quad (11) \\ \nu^{(s)} &= \frac{\chi'_{\mathbf{g}} C^{(s)}}{\chi'_0}, \quad \rho^{(s)} = \frac{\chi''_0}{|\chi'_{\mathbf{g}}| C^{(s)}}, \\ \kappa^{(s)} &= \frac{\chi''_{\mathbf{g}} C^{(s)}}{\chi''_0}, \quad \varepsilon = \frac{|\gamma_{\mathbf{g}}|}{\gamma_0} = \frac{\sin(\theta_B - \delta)}{\sin(\theta_B + \delta)}. \end{aligned}$$

Поскольку в области рентгеновских частот выполняется неравенство $2 \sin^2 \theta_B / V^2 |\chi'_g| C^{(s)} \gg 1$, $\eta^{(s)}(\omega)$ является быстрой функцией частоты ω , поэтому для дальнейшего анализа спектров ПРИВ и ДПИ очень удобно рассматривать $\eta^{(s)}(\omega)$ или $\xi^{(s)}(\omega)$ как спектральную переменную, характеризующую частоту ω .

Параметр $\rho^{(s)}$ характеризует степень поглощения рентгеновских волн в кристалле и равен отношению длины экстинкции $L_{ext}^{(s)} = 1/\omega |\chi'_g| C^{(s)}$ к длине поглощения $L_{abs} = 1/\omega \chi''_0$ рентгеновских волн: $\rho^{(s)} = L_{ext}^{(s)} / L_{abs}$.

Параметр $\nu^{(s)}$, принимающий значения в промежутке $0 \leq \nu^{(s)} \leq 1$, определяет степень отражения поля от рассматриваемой системы параллельных атомных плоскостей монокристалла, которая обусловливается характером интерференции волн, отраженных от разных плоскостей: конструктивным ($\nu^{(s)} \approx 1$) или деструктивным ($\nu^{(s)} \approx 0$).

Параметр $\kappa^{(s)}$ определяет степень проявления эффекта аномального низкого фотопоглощения (эффекта Бормана) в прохождении рентгеновских фотонов через монокристалл. Необходимым условием проявления эффекта Бормана как для кристаллической, так и для периодической слоистой структуры, является $\kappa^{(s)} \approx 1$.

Для фиксированного значения θ_B параметр ε определяет ориентацию входной поверхности мишени относительно отражающей системы параллельных атомных плоскостей монокристалла. При уменьшении угла падения ($\theta_B + \delta$) электрона на мишень параметр δ становится отрицательным и далее возрастает по модулю (в предельном случае $\delta \rightarrow -\theta_B$), что приводит и к возрастанию ε . Напротив, при увеличении угла падения ε убывает (предельный случай $\delta \rightarrow \theta_B$). В случае симметричного отражения, когда $\delta = 0$, параметр асимметрии $\varepsilon = 1$. На рис. 1 указано положительное направление угла δ .

Из формулы (10а) следует, что существует частотная область, в которой волны излучения, испущенные вблизи входной поверхности, полностью отражаются в кристалле атомными плоскостями и вперед не проходят. Длина волнового вектора $k^{(1,2)} = \omega \sqrt{1 + \chi_0} + \lambda_0^{(1,2)}$ в этой области частот принимает комплексные значения даже в отсутствие поглощения ($\rho^{(s)} = 0$):

$$k^{(1,2)} = \omega \sqrt{1 + \chi_0} + \frac{\omega |\chi'_g| C^s}{2\varepsilon} \left(\xi^{(s)} \mp \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} \right),$$

т.е. подкоренное выражение отрицательно. Эта область частот называется областью полного отра-

жения и определяется неравенством $\xi^{(s)2} < \varepsilon$ или (см. (11))

$$-\sqrt{\varepsilon} - \frac{1 + \varepsilon}{2\nu^{(s)}} < \eta^{(s)}(\omega) < \sqrt{\varepsilon} - \frac{1 + \varepsilon}{2\nu^{(s)}}, \quad (12)$$

откуда видно, что ширина области определяется величиной $2\sqrt{\varepsilon}$.

Решение первого уравнения системы (6) для поля в вакууме впереди и позади мишени соответственно имеет вид

$$E_0^{(s)vacI} = \frac{8\pi^2 ie \Omega^{(s)}}{\omega} \frac{\delta(\lambda_0^* - \lambda_0)}{\chi_0 + 2\lambda_0/\omega}, \quad (13a)$$

$$E_0^{(s)vacII} = \frac{8\pi^2 ie \Omega^{(s)}}{\omega} \frac{\delta(\lambda_0^* - \lambda_0)}{\chi_0 + 2\lambda_0/\omega} + E_0^{(s)Rad} \delta\left(\lambda_0 + \frac{\omega \chi_0}{2}\right), \quad (13b)$$

где

$$\lambda_0^* = \omega \left(\frac{\gamma^{-2} + (\theta_\perp - \psi_\perp)^2 + (\theta_\parallel - \psi_\parallel)^2 - \chi_0}{2} \right),$$

$$\Omega^{(1)} = \theta_\perp - \psi_\perp, \quad \Omega^{(2)} = \theta_\parallel - \psi_\parallel,$$

$R^{(s)Rad}$ — амплитуда напряженности поля когерентного рентгеновского излучения. Решение системы уравнений (6) для падающего поля в монокристалле имеет вид

$$E_0^{(s)} = \frac{8\pi^2 ie \Omega^{(s)}}{\omega} \frac{\omega^2 \beta + 2\omega \frac{\gamma_g}{\gamma_0} \lambda_0}{4 \frac{\gamma_g}{\gamma_0} (\lambda_0 - \lambda_0^{(1)}) (\lambda_0 - \lambda_0^{(2)})} \times \\ \times \delta(\lambda_0^* - \lambda_0) + E_0^{(s)(1)} \delta(\lambda_0 - \lambda_0^{(1)}) + E_0^{(s)(2)} \delta(\lambda_0 - \lambda_0^{(2)}), \quad (13c)$$

где $E_0^{(s)(1)}$ и $E_0^{(s)(2)}$ — свободные поля, соответствующие двум решениям (10а) дисперсионного уравнения (8). Из второго уравнения системы (6) следует выражение

$$E_0^{(s)} = \frac{2\omega \lambda_g}{\omega^2 \chi_g C^{(s,\tau)}} E_g^{(s)},$$

связывающее дифрагированное и падающее поля в среде. Воспользовавшись обычными граничными условиями на передней и задней границах монокристалла

$$\begin{aligned}
\int E_0^{(s)vacI} d\lambda_0 &= \int E_0^{(s)} d\lambda_0, \\
\int E_0^{(s)} \exp\left(i\frac{\lambda_0}{\gamma_0}L\right) d\lambda_0 &= \int E_0^{(s)vacII} \exp\left(i\frac{\lambda_0}{\gamma_0}L\right) d\lambda_0, \\
\int E_g^{(s)} \exp\left(i\frac{\lambda_0}{\gamma_0}L\right) d\lambda_0 &= 0,
\end{aligned} \tag{14}$$

получим выражение для напряженности поля излучения:

$$\begin{aligned}
E^{(s)Rad} = \frac{8\pi^2 ie\Omega^{(s)}}{\omega} \frac{\exp\left(i\frac{\lambda_0^* + \omega\chi_0/2}{\gamma_0}L\right)}{\lambda_g^{(2)} \exp\left(i\frac{\lambda_0^{(1)} - \lambda_0^*}{\gamma_0}L\right) - \lambda_g^{(1)} \exp\left(i\frac{\lambda_0^{(2)} - \lambda_0^*}{\gamma_0}L\right)} &\left[\lambda_g^{(2)} \left(\frac{\omega}{\omega\chi_0 + 2\lambda_0^*} - \frac{\omega}{2(\lambda_0^* - \lambda_0^{(2)})} \right) \times \right. \\
&\times \left(\exp\left(i\frac{\lambda_0^{(2)} - \lambda_0^*}{\gamma_0}L\right) - 1 \right) \exp\left(i\frac{\lambda_0^{(1)} - \lambda_0^*}{\gamma_0}L\right) - \lambda_g^{(1)} \left(\frac{\omega}{\omega\chi_0 + 2\lambda_0^*} - \frac{\omega}{2(\lambda_0^* - \lambda_0^{(1)})} \right) \times \\
&\times \left. \left(\exp\left(i\frac{\lambda_0^{(1)} - \lambda_0^*}{\gamma_0}L\right) - 1 \right) \exp\left(i\frac{\lambda_0^{(2)} - \lambda_0^*}{\gamma_0}L\right) \right]. \tag{15}
\end{aligned}$$

Разделим выражение для поля излучения на составляющие, соответствующие вкладам ПРИВ (FPXR) и переходного излучения:

$$\begin{aligned}
E_{FPXR}^{(s)} = \frac{8\pi^2 ie\Omega^{(s)}}{\omega} \frac{\omega}{2\lambda_0^*} \frac{\exp\left(i\frac{\lambda_0^* + \omega\chi_0/2}{\gamma_0}L\right)}{\lambda_g^{(2)} \exp\left(i\frac{\lambda_0^{(1)} - \lambda_0^*}{\gamma_0}L\right) - \lambda_g^{(1)} \exp\left(i\frac{\lambda_0^{(2)} - \lambda_0^*}{\gamma_0}L\right)} &\times \\
&\times \left[\frac{\lambda_g^{(1)}\lambda_0^{(1)}}{\lambda_0^* - \lambda_0^{(1)}} \left(\exp\left(i\frac{\lambda_0^{(1)} - \lambda_0^*}{\gamma_0}L\right) - 1 \right) \exp\left(i\frac{\lambda_0^{(2)} - \lambda_0^*}{\gamma_0}L\right) - \frac{\lambda_g^{(2)}\lambda_0^{(2)}}{\lambda_0^* - \lambda_0^{(2)}} \times \right. \\
&\times \left. \left(\exp\left(i\frac{\lambda_0^{(2)} - \lambda_0^*}{\gamma_0}L\right) - 1 \right) \exp\left(i\frac{\lambda_0^{(1)} - \lambda_0^*}{\gamma_0}L\right) \right], \tag{16a}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{TR}^{(s)} = \frac{8\pi^2 ie\Omega^{(s)}}{\omega} \exp\left(i\frac{\lambda_0^* + \omega\chi_0/2}{\gamma_0}L\right) \left(\frac{\omega}{\omega\chi_0 + 2\lambda_0^*} - \frac{\omega}{2\lambda_0^*} \right) &\times \\
&\times \left(\frac{(\lambda_g^{(2)} - \lambda_g^{(1)}) \exp\left(i\frac{\lambda_0^{(2)} + \lambda_0^{(1)} - 2\lambda_0^*}{\gamma_0}L\right)}{\lambda_g^{(2)} \exp\left(i\frac{\lambda_0^{(1)} - \lambda_0^*}{\gamma_0}L\right) - \lambda_g^{(1)} \exp\left(i\frac{\lambda_0^{(2)} - \lambda_0^*}{\gamma_0}L\right)} - 1 \right). \tag{16b}
\end{aligned}$$

Используя (10), запишем амплитуды полей ПРИВ (FPXR) и ПИ (TR) в виде

$$E_{FPXR}^{(s)} = \frac{8\pi^2 ie\Omega^{(s)}}{\omega} \frac{\exp\left(i\omega \frac{\gamma^{-2} + (\theta_\perp - \psi_\perp)^2 + (\theta_\parallel - \psi_\parallel)^2}{2\sin(\delta + \theta_B)}\right)}{\gamma^{-2} + (\theta_\perp - \psi_\perp)^2 + (\theta_\parallel - \psi_\parallel)^2 - \chi_0} \frac{(1 - i\rho^{(s)}\kappa^{(s)})^2}{\Delta^{(s)}} \left[\Delta_1^{(s)} - \Delta_2^{(s)} \right], \tag{17a}$$

$$\begin{aligned}
E_{TR}^{(s)} = \frac{8\pi^2 ie\Omega^{(s)}}{\omega} \exp\left(i\omega \frac{\gamma^{-2} + (\theta_\perp - \psi_\perp)^2 + (\theta_\parallel - \psi_\parallel)^2}{2\sin(\delta + \theta_B)}\right) &\left((\gamma^{-2} + (\theta_\perp - \psi_\perp)^2 + (\theta_\parallel - \psi_\parallel)^2 - \chi_0)^{-1} - \right. \\
&\left. - (\gamma^{-2} + (\theta_\perp - \psi_\perp)^2 + (\theta_\parallel - \psi_\parallel)^2)^{-1} \right) \left(\frac{2K^{(s)} \exp\left(-ib^{(s)} \left(\sigma^{(s)} + i\frac{\rho^{(s)}(1 - \varepsilon)}{2\varepsilon} - \frac{\xi^{(s)}}{\varepsilon} \right)\right)}{\Delta^{(s)}} + 1 \right), \tag{17b}
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\Delta_1^{(s)} &= \frac{\left(\exp\left(-ib^{(s)}\left(\sigma^{(s)} + i\frac{\rho^{(s)}(1-\varepsilon)}{2\varepsilon} - \frac{\xi^{(s)} - K^{(s)}}{\varepsilon}\right)\right) - 1\right) \exp\left(ib^{(s)}\frac{K^{(s)}}{\varepsilon}\right)}{\sigma^{(s)} + i\frac{\rho^{(s)}(1-\varepsilon)}{2\varepsilon} - \frac{\xi^{(s)} - K^{(s)}}{\varepsilon}}, \\ \Delta_2^{(s)} &= \frac{\left(\exp\left(-ib^{(s)}\left(\sigma^{(s)} + i\frac{\rho^{(s)}(1-\varepsilon)}{2\varepsilon} - \frac{\xi^{(s)} + K^{(s)}}{\varepsilon}\right)\right) - 1\right) \exp\left(-ib^{(s)}\frac{K^{(s)}}{\varepsilon}\right)}{\sigma^{(s)} + i\frac{\rho^{(s)}(1-\varepsilon)}{2\varepsilon} - \frac{\xi^{(s)} + K^{(s)}}{\varepsilon}}, \\ \Delta^{(s)} &= \left(\xi^{(s)} - i\frac{\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2} - K^{(s)}\right) \exp\left(-ib^{(s)}\frac{K^{(s)}}{\varepsilon}\right) - \left(\xi^{(s)} - i\frac{\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2} + K^{(s)}\right) \exp\left(ib^{(s)}\frac{K^{(s)}}{\varepsilon}\right), \\ K^{(s)} &= \left(\xi^{s^2} - \varepsilon - i\rho^{(s)}((1+\varepsilon)\xi^{(s)} - 2\kappa^{(s)}\varepsilon) - \rho^{(s)^2} \left(\frac{(1+\varepsilon)^2}{4} - \kappa^{(s)^2}\varepsilon\right)\right)^{1/2}, \\ b^{(s)} &= \frac{\omega|\chi_{\mathbf{g}}'|C^{(s)}}{2\sin(\delta + \theta_B)}L, \\ \sigma^{(s)} &= \frac{1}{|\chi_{\mathbf{g}}'|C^{(s)}}(\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2 - \chi_0').\end{aligned}\quad (18)$$

В соответствии с выражением для амплитуды ПРИВ $E_{FPXR}^{(s)}$ (17а) возможны две ветви рентгеновских волн в кристалле, дающие вклад в выход ПРИ вперед. Вклады первой и второй ветвей будут существенны, когда имеют решения соответствующие уравнения

$$\begin{aligned}\operatorname{Re}\left(\sigma^{(s)} + i\frac{\rho^{(s)}(1-\varepsilon)}{2\varepsilon} - \frac{\xi^{(s)} - K^{(s)}}{\varepsilon}\right) &\approx \\ &\approx \sigma^{(s)} - \frac{\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon}}{\varepsilon} = 0,\end{aligned}\quad (19a)$$

$$\begin{aligned}\operatorname{Re}\left(\sigma^{(s)} + i\frac{\rho^{(s)}(1-\varepsilon)}{2\varepsilon} - \frac{\xi^{(s)} + K^{(s)}}{\varepsilon}\right) &\approx \\ &\approx \sigma^{(s)} - \frac{\xi^{(s)} + \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon}}{\varepsilon} = 0.\end{aligned}\quad (19b)$$

Поскольку параметр $\sigma^{(s)} > 1$, можно показать, что уравнение (19b) имеет решение всегда, а уравнение (19a) разрешимо только при условии $\varepsilon < 1/\sigma^{(s)^2}$. В частности, в работе [14] указано, что вклад первой ветви оказался пренебрежимо малым, так как рассматривался лишь случай симметричного отражения, соответствующий $\varepsilon = 1$. Решение уравнений (19a) и (19b) определяет частоту, в окрестности которой сосредоточен спектр фотонов ПРИВ, излучаемых под фиксированным углом наблюдения. Из уравнений (19) следует, что максимум спектра ПРИВ всегда расположен вне области полного отражения (экстинкции):

$$\xi^{(s)}(\omega) = \sqrt{\varepsilon} + \frac{(\sigma^{(s)}\sqrt{\varepsilon} - 1)^2}{2\sigma^{(s)}} > \sqrt{\varepsilon}. \quad (20)$$

Область полного отражения определяется следующими неравенствами:

$$\begin{aligned}-\sqrt{\varepsilon} &< \xi^{(s)}(\omega) < \sqrt{\varepsilon}, \\ -\sqrt{\varepsilon} - \frac{1+\varepsilon}{2\nu^{(s)}} &< \eta^{(s)}(\omega) < \sqrt{\varepsilon} - \frac{1+\varepsilon}{2\nu^{(s)}},\end{aligned}\quad (21)$$

из которых следует, что ширина этой области определяется величиной $2\sqrt{\varepsilon}$.

4. СПЕКТРАЛЬНО-УГЛОВАЯ ПЛОТНОСТЬ ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ

Для получения выражений, описывающих спектрально-угловые плотности ПРИВ, ПИ и их интерференцию подставим выражение для амплитуды суммарного поля $E^{(s)Rad} = E_{FPXR}^{(s)} + E_{TR}^{(s)}$ в известное [15] выражение для спектрально-угловой плотности рентгеновского излучения:

$$\omega \frac{d^2 N}{d\omega d\Omega} = \omega^2 (2\pi)^{-6} \sum_{s=1}^2 |E^{(s)Rad}|^2, \quad (22)$$

где $d\Omega = d\theta_{\perp} d\theta_{\parallel}$. В результате получим выражение, описывающее спектрально-угловую плотность ПРИВ:

$$\begin{aligned}\omega \frac{d^2 N_{FPXR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} &= \frac{e^2}{\pi^2} \times \\ &\times \frac{\Omega^{(s)^2}}{(\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2 - \chi_0')^2} R_{FPXR}^{(s)},\end{aligned}\quad (23a)$$

$$R_{FPXR}^{(s)} = \left(1 + \rho^{(s)^2} \kappa^{(s)^2}\right)^2 \left|\frac{\Delta_1^{(s)}}{\Delta^{(s)}} - \frac{\Delta_2^{(s)}}{\Delta^{(s)}}\right|^2, \quad (23b)$$

где выражение $R_{FPXR}^{(s)}$, описывающее «чистый» спектр ПРИВ, является спектральной функцией, которую можно представить в виде суммы слага-

емых, описывающих вклады в спектр ПРИВ двух ветвей рентгеновских волн, а также их интерференционного слагаемого:

$$\begin{aligned} R_{FPXR}^{(s)} &= R_1^{(s)} + R_2^{(s)} + R_{INT}^{(s)}, \quad R_1^{(s)} = \frac{(1 + \rho^{(s)2} \kappa^{(s)2})^2}{|\Delta^{(s)}|^2} |\Delta_1^{(s)}|^2, \\ R_2^{(s)} &= \frac{(1 + \rho^{(s)2} \kappa^{(s)2})^2}{|\Delta^{(s)}|^2} |\Delta_2^{(s)}|^2, \quad R_{INT}^{(s)} = -2 \frac{(1 + \rho^{(s)2} \kappa^{(s)2})^2}{|\Delta^{(s)}|^2} \operatorname{Re} \left(\Delta_1^{(s)} \Delta_2^{(s)*} \right), \end{aligned} \quad (24)$$

где звездочка «*» обозначает комплексное сопряжение. Получим выражения для спектрально-угловой плотности ПИ и слагаемого, описывающего интерференцию ПРИВ и ПИ:

$$\omega \frac{d^2 N_{TR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2} - \frac{1}{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2 - \chi_0'} \right)^2 R_{TR}^{(s)}, \quad (25a)$$

$$R_{TR}^{(s)} = \left| \frac{2K^{(s)} \exp \left(-ib^{(s)} \left(\sigma^{(s)} + i \frac{\rho^{(s)}(1-\varepsilon)}{2\varepsilon} - \frac{\xi^{(s)}}{\varepsilon} \right) \right)}{\Delta^{(s)}} + 1 \right|^2, \quad (25b)$$

$$\begin{aligned} \omega \frac{d^2 N_{INT}^{(s)}}{d\omega d\Omega} &= \frac{e^2}{\pi^2} \frac{\Omega^{(s)2}}{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2 - \chi_0'} \times \\ &\times \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2 - \chi_0'} - \frac{1}{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2} \right) R_{INT}^{(s)}, \end{aligned} \quad (26a)$$

$$\begin{aligned} R_{INT}^{(s)} &= 2 \operatorname{Re} \left[\frac{(1 - i\rho^{(s)}\kappa^{(s)})^2}{\Delta^{(s)}} \left(\Delta_1^{(s)} - \Delta_2^{(s)} \right) \times \right. \\ &\times \left. \left(\frac{2K^{(s)*} \exp \left(ib^{(s)} \left(\sigma^{(s)} - i \frac{\rho^{(s)}(1-\varepsilon)}{2\varepsilon} - \frac{\xi^{(s)}}{\varepsilon} \right) \right)}{\Delta^{(s)*}} + 1 \right) \right]. \end{aligned} \quad (26b)$$

Выражение для $R_{TR}^{(s)}$ описывает спектр ПИ, а выражение для $R_{INT}^{(s)}$ — интерференцию спектров ПИ и ПРИВ. Выражения (23)–(26), описывающие вклады в спектрально-угловую плотность излучения релятивистского электрона ПРИВ, ПИ и их интерференционного слагаемого с учетом отклонения направления скорости электрона $\mathbf{V}$ от направления оси электронного пучка $\mathbf{e}_1$, заданного углом $\psi(\psi_{\perp}, \psi_{\parallel})$, представляют главный результат настоящей работы. Эти выражения получены для общего случая асимметричного отражения поля электрона относительно поверхности мишени и содержат зависимость от коэффициента асимметрии ε .

5. СПЕКТРАЛЬНО-УГЛОВАЯ ПЛОТНОСТЬ ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В СЛУЧАЕ ТОНКОЙ НЕПОГЛОЩАЮЩЕЙ МИШЕНИ

Выберем для рассмотрения толщину монокристалла так, чтобы длина пути электрона в пластинке $L_e = L/\sin(\theta_B + \delta)$ была больше длины экстинкции рентгеновских волн в кристалле, т. е. $b^{(s)} = L_e/2L_{ext} \gg 1$, что является условием проявления динамических эффектов в излучении. В то же время будем рассматривать монокристалл как тонкую непоглощающую мишень, в которой длина пути фотона ($L_f \approx L_e$) будет значительно меньше длины поглощения рентгеновских волн в монокрис-

таже $L_{abs} = 1/\omega\chi_0''$, т. е. выполняется неравенство $2b^{(s)}\rho^{(s)} = L_f/L_{abs} \ll 1$. Тогда, исключив поглоще-

ние из рассмотрения и положив $\rho^{(s)} = 0$ из (23), (24) получим

$$\omega \frac{d^2 N_{FPXR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2} \frac{\Omega^{(s)^2} R_{FPXR}^{(s)}}{(\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2 - \chi_0')^2}, \quad (27a)$$

$$R_{FPXR}^{(s)} = R_1^{(s)} + R_2^{(s)} + R_{INT}^{(s)}, \quad (27b)$$

$$R_1^{(s)} = \frac{1}{\xi^{(s)^2} - \varepsilon + \varepsilon \sin^2 \left(\frac{b^{(s)} \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon}}{\varepsilon} \right)} \frac{\sin^2 \left(\frac{b^{(s)}}{2} \left(\sigma^{(s)} - \frac{\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon}}{\varepsilon} \right) \right)}{\left(\sigma^{(s)} - \frac{\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon}}{\varepsilon} \right)^2}, \quad (27c)$$

$$R_2^{(s)} = \frac{1}{\xi^{(s)^2} - \varepsilon + \varepsilon \sin^2 \left(\frac{b^{(s)} \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon}}{\varepsilon} \right)} \frac{\sin^2 \left(\frac{b^{(s)}}{2} \left(\sigma^{(s)} - \frac{\xi^{(s)} + \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon}}{\varepsilon} \right) \right)}{\left(\sigma^{(s)} - \frac{\xi^{(s)} + \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon}}{\varepsilon} \right)^2}, \quad (27d)$$

$$R_{INT}^{(s)} = \frac{-\cos \left(b^{(s)} \frac{\sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon}}{\varepsilon} \right)}{\xi^{(s)^2} - \varepsilon + \varepsilon \sin^2 \left(\frac{b^{(s)} \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon}}{\varepsilon} \right)} \frac{\left[\cos \left(b^{(s)} \frac{\sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon}}{\varepsilon} \right) - \cos \left(b^{(s)} \left(\sigma^{(s)} - \frac{\xi^{(s)}}{\varepsilon} \right) \right) \right]}{\left(\sigma^{(s)} - \frac{\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon}}{\varepsilon} \right) \left(\sigma^{(s)} - \frac{\xi^{(s)} + \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon}}{\varepsilon} \right)}. \quad (27e)$$

Выражения (27) справедливы при $\xi^{(s)}(\omega) > \sqrt{\varepsilon}$, в этой области и находится пик ПРИВ (см. (20)). Данный факт учитывался при выводе этих выражений. В качестве примера в настоящей работе будем проводить численные расчеты спектрально-угловых характеристик излучений для условий близких к условиям недавно опубликованного эксперимента [17] по генерации когерентного излучения пучком релятивистских электронов с энергией $E = 255.5$ МэВ ($\gamma = 500$) на системе атомных плоскостей монокристаллической пластинки алмаза C(111). Угол между системой дифрагирующих атомных плоскостей монокристалла и осью падающего пучка электронов — $\theta^B = 16.2^\circ$, частота Брэгга — $\omega_B = 10.9$ кэВ. Система отражающих плоскостей монокристалла (111) расположена под углом $\delta = -5.7^\circ$ к поверхности мишени, т. е. рассматривается случай асимметричного относительно поверхности мишени ($\varepsilon \approx 2$) от-

ражения поля электрона. Расчеты будем проводить для σ -поляризации ($s = 1$). Будем рассматривать случай, когда электрон движется вдоль оси пучка ($\psi_{\perp} = 0$, $\psi_{\parallel} = 0$). Угол наблюдения $\theta_{\perp} = 4$ мрад, $\theta_{\parallel} = 0$. В этом случае спектральная переменная из (11) принимает следующий вид:

$$\eta^{(1)}(\omega) = \frac{2 \sin^2 \theta_B}{V^2 |\chi_g'|} \left(1 - \frac{\omega}{\omega_B} \right).$$

На рис. 2 представлены кривые, построенные по формулам (27a) и (27d) и описывающие спектрально-угловую плотность ПРИВ при фиксированном угле наблюдения. Кривые демонстрируют рост спектрально-угловой плотности ПРИВ при увеличении толщины мишени. Поскольку для рассматриваемых условий параметр $\nu^{(s)} \approx 0.4$, область полного внешнего отражения (21) составляет $-5.30 < \eta^{(s)}(\omega) < -2.43$.

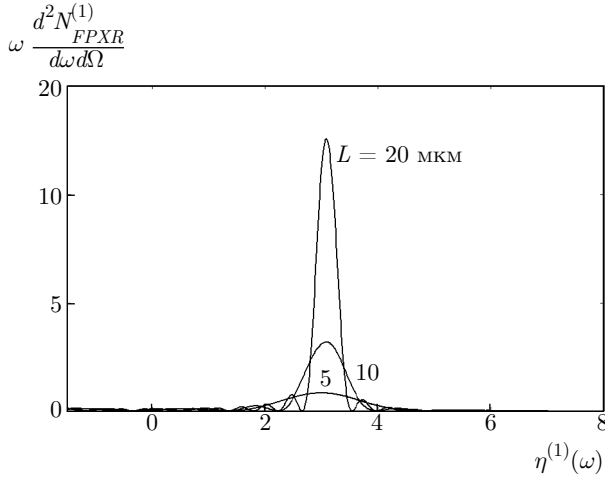


Рис. 2. Спектрально-угловые плотности ПРИВ при различных толщинах мишени. Угол наблюдения $\theta_{\perp} = 4$ мрад, $\theta_{\parallel} = 0$

Выражение, описывающее переходное излучение (25), в случае тонкой непоглощающей мишени ($\rho^{(s)} = 0$), принимает вид

$$\omega \frac{d^2 N_{TR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2} \Omega^{(s)2} \times \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2} - \frac{1}{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2 - \chi_0'} \right)^2 R_{TR}^{(s)}, \quad (28a)$$

$$R_{TR}^{(s)} = 1 + \frac{\xi^{(s)2} - \varepsilon}{\xi^{(s)2} - \varepsilon + \varepsilon \sin^2 \left(\frac{b^{(s)} \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon}}{\varepsilon} \right)} \times \left[1 - \frac{1}{\sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon}} \left(\left(\xi^{(s)} + \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} \right) \times \cos \left(b^{(s)} \left(\sigma^{(s)} - \frac{\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon}}{\varepsilon} \right) \right) - \left(\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} \right) \times \cos \left(b^{(s)} \left(\sigma^{(s)} - \frac{\xi^{(s)} + \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon}}{\varepsilon} \right) \right) \right] \right]. \quad (28b)$$

Выражения (28) справедливы для всех возможных значений величин

$$\xi^{(s)}(\omega) = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{1 + \varepsilon}{2\nu^{(s)}}$$

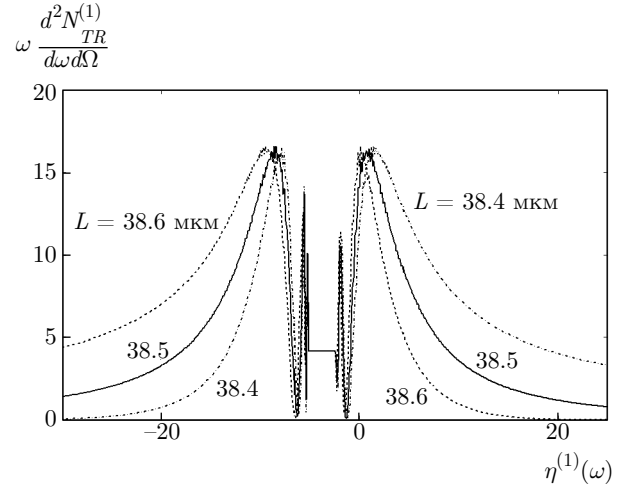


Рис. 3. Спектрально-угловые плотности ПИ в случае деструктивной интерференции волн ПИ, с частотами далекими от брэгговских, генерируемых на передней и задней границах мишени ($L = 38.5$ мкм), т. е. при условии (30) ($n = 30$), и при других близких толщинах мишени

и существенно отличаются от формул для ПИ в аморфной пластине той же толщины L . Это различие вызвано эффектами динамической дифракции. Оно является значительным только в окрестности брэгговской частоты $|\xi^{(s)}(\omega)| \leq \varepsilon^{1/2}$. Вне окрестности $|\xi^{(s)}(\omega)| \gg \varepsilon^{1/2}$ выражение (28a) принимает вид хорошо известного выражения для ПИ в аморфной диэлектрической пластине [18], которое с учетом отклонения скорости электрона относительно оси пучка принимает вид

$$\omega \frac{d^2 N_{TR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = 2 \frac{e^2}{\pi^2} \Omega^{(s)2} \times \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2 - \chi_0'} - \frac{1}{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2} \right)^2 \times \left(1 - \cos(b^{(s)} \sigma^{(s)}) \right), \quad (29)$$

где

$$b^{(s)} \sigma^{(s)} = \frac{\omega L}{2 \sin(\delta + \theta_B)} (\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2 - \chi_0').$$

Для рассмотрения динамических эффектов нас будут интересовать частоты близкие к брэгговской частоте ω_B . Из выражения (29) следует, что деструктивная интерференция волн ПИ, испущенных из входной и выходной поверхностей монокристаллической пластины, будет полностью подавлять частоты, далекие от брэгговской частоты в условиях резонанса

$$b^{(s)}\sigma^{(s)} = 2\pi n, \quad (30)$$

где n — натуральное число. На рис. 3 представлены кривые, построенные по формуле (28а) и описывающие спектрально-угловую плотность поля переходного излучения при фиксированном угле наблюдения $\theta_{\perp} = 4$ мрад, $\theta_{\parallel} = 0$. Кривые построены для различных, мало различающихся толщин мишени. Кривая, построенная при $L = 38.5$ мкм, соответствует случаю выполнения условия деструктивной интерференции волн ПИ, излученных от передней и задней поверхностей мишени (30). Область полного внешнего отражения, $-5.30 < \eta^{(s)}(\omega) < -2.43$, соответствует горизонтальному участку графиков функции на рис. 3. Из рис. 3 следует, что небольшое, но заметное изменение толщины мишени не будет резко менять характер спектрально-угловой плотности ПИ. Однако небольшое увеличение толщины мишени ($L = 38.6$ мкм) приведет к уменьшению спектрально-угловой плотности ПИ справа от области полного отражения и к увеличению ее слева, что может быть полезно при идентификации пика ПРИВ, так как он расположен справа, при $\eta^{(s)}(\omega) > -2.43$.

Выражение, описывающее интерференцию ПРИВ и ПИ, в случае тонкой непоглощающей мишени ($\rho^{(s)} = 0$) принимает вид

$$\begin{aligned} \omega \frac{d^2 N_{INT}^{(s)}}{d\omega d\Omega} &= \frac{e^2}{\pi^2} \times \\ &\times \frac{\Omega^{(s)^2}}{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2 - \chi'_0} \times \\ &\times \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2 - \chi'_0} - \right. \\ &\left. - \frac{1}{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2} \right) R_{INT}^{(s)}, \quad (31a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{INT}^{(s)} &= \frac{1/2}{\xi^{(s)^2} - \varepsilon + \varepsilon \sin^2 \left(\frac{b^{(s)} \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon}}{\varepsilon} \right)} \times \\ &\times \left[R_{FPXR1,TR}^{(s)} - R_{FPXR2,TR}^{(s)} \right], \quad (31b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{FPXR1,TR}^{(s)} &= \frac{1}{\sigma^{(s)} - \frac{\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon}}{\varepsilon}} \times \\ &\times \left[2 \left(3\sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon} + \xi^{(s)} \right) \times \right. \\ &\times \sin^2 \left(\frac{b^{(s)}}{2} \left(\sigma^{(s)} - \frac{\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon}}{\varepsilon} \right) \right) + \\ &+ \left(\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon} \right) \left(\cos \left(\frac{2b^{(s)} \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon}}{\varepsilon} \right) + \right. \\ &\left. \left. + \cos \left(b^{(s)} \left(\sigma^{(s)} - \frac{\xi^{(s)} + \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon}}{\varepsilon} \right) \right) \right) \right] \quad (31c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{FPXR2,TR}^{(s)} &= \frac{1}{\sigma^{(s)} - \frac{\xi^{(s)} + \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon}}{\varepsilon}} \times \\ &\times \left[2 \left(3\sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon} - \xi^{(s)} \right) \times \right. \\ &\times \sin^2 \left(\frac{b^{(s)}}{2} \left(\sigma^{(s)} - \frac{\xi^{(s)} + \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon}}{\varepsilon} \right) \right) + \\ &+ \left(\xi^{(s)} + \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon} \right) \left(\cos \left(\frac{2b^{(s)} \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon}}{\varepsilon} \right) - \right. \\ &\left. - \cos \left(b^{(s)} \left(\sigma^{(s)} - \frac{\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon}}{\varepsilon} \right) \right) \right) \right] \quad (31d) \end{aligned}$$

Выражения $R_{FPXR1,TR}^{(s)}$ и $R_{FPXR2,TR}^{(s)}$ описывают интерференцию переходного излучения с первой и второй ветвями ПРИВ.

На рис. 4 представлены кривые, описывающие ПРИВ, ПИ и их интерференционное слагаемое. Кривые построены по формулам (27), (28) и (31) при фиксированном угле наблюдения ($\theta_{\perp} = 4$ мрад, $\theta_{\parallel} = 0$). При этом толщина мишени $L = 38.8$ мкм соответствует большему падению спектрально-угловой плотности ПИ справа, чем при $L = 38.6$ мкм (см. рис. 3). На рисунке видна деструктивная интерференция волн ПРИВ и ПИ в рассматриваемых условиях. На рис. 5 представлены кривые, построенные при тех же условиях, что и на рис. 4, но при другом угле наблюдения ($\theta_{\perp} = 5$ мрад, $\theta_{\parallel} = 0$). На рисунке видно, что интерференция ПРИВ и ПИ мала, но конструктивна.

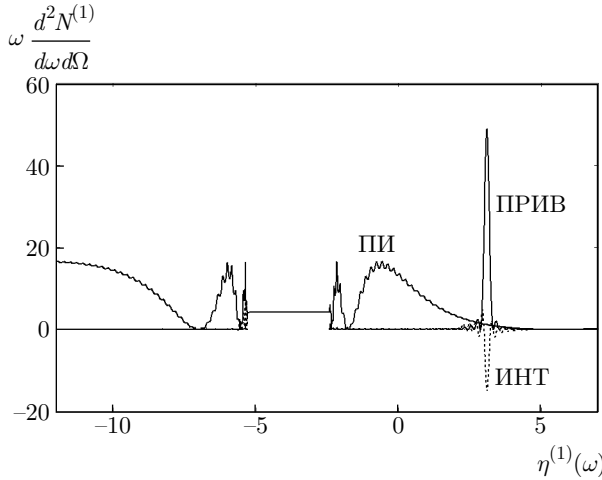


Рис. 4. Спектрально-угловые плотности ПРИВ, ПИ и результат их интерференции при толщине мишени $L = 38.8$ мкм, которая немного больше $L = 38.5$ мкм, соответствующей условию (30). Угол наблюдения $\theta_{\perp} = 4$ мрад, $\theta_{\parallel} = 0$

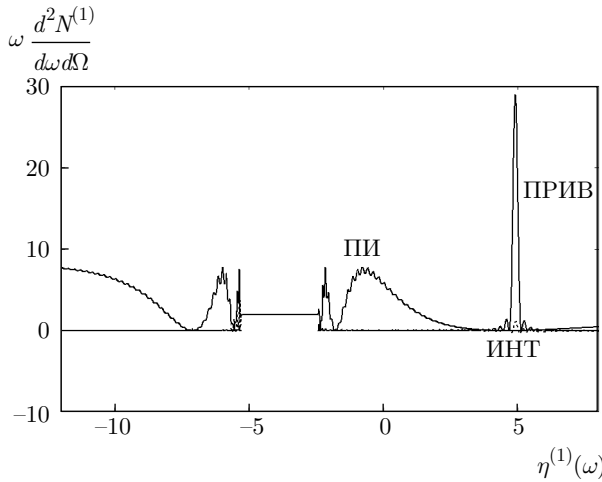


Рис. 5. То же, что на рис. 4, но при угле наблюдения $\theta_{\perp} = 5$ мрад, $\theta_{\parallel} = 0$

Важно отметить, что в случае симметричного отражения ($\epsilon = 1$) выражения описывающие спектрально-угловые плотности ПРИВ (27), ПИ (28) и результат их интерференции (31) переходят в выражения, полученные в работе [14].

6. УГЛОВАЯ ПЛОТНОСТЬ ПОЛЯ КОГЕРЕНТНОГО РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Найдем угловые плотности излучений, проинтегрировав выражения (27), (28) и (31) по частотной функции $\xi^{(s)}(\omega)$, используя соотношение

$$\frac{d\omega}{\omega} = -\frac{|\chi'_{\mathbf{g}}|C^{(s)}}{2\sin^2\theta_B} d\xi^{(s)},$$

которое следует из выражения для спектральной функции $\xi^{(s)}(\omega)$ в (11). Угловые плотности ПРИВ, ПИ и интерференционное слагаемое принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{dN_{FPXR}^{(s)}}{d\Omega} &= \frac{e^2}{\pi^2} \frac{|\chi'_{\mathbf{g}}|C^{(s)}}{2\sin^2\theta_B} \times \\ &\times \frac{\Omega^{(s)^2}}{(\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2 - \chi'_0)^2} \times \\ &\times \int_{\sqrt{\epsilon}}^{\infty} R_{FPXR}^{(s)} d\xi^{(s)}, \quad (32a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dN_{TR}^{(s)}}{d\Omega} &= \frac{e^2}{\pi^2} \frac{|\chi'_{\mathbf{g}}|C^{(s)}}{2\sin^2\theta_B} \times \\ &\times \Omega^{(s)^2} \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2} - \right. \\ &\left. - \frac{1}{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2 - \chi'_0} \right)^2 \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} R_{TR}^{(s)} d\xi^{(s)}, \quad (32b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dN_{INT}^{(s)}}{d\Omega} &= \frac{e^2}{\pi^2} \frac{|\chi'_{\mathbf{g}}|C^{(s)}}{2\sin^2\theta_B} \times \\ &\times \frac{\Omega^{(s)^2}}{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2 - \chi'_0} \times \\ &\times \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2 - \chi'_0} - \right. \\ &\left. - \frac{1}{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2} \right)^2 \times \\ &\times \int_{\sqrt{\epsilon}}^{\infty} R_{INT}^{(s)} d\xi^{(s)}. \quad (32c) \end{aligned}$$

Для упрощения выражения, описывающего угловую плотность ПРИВ в монокристалле, проинтегрируем выражение (32a) по частотной функции. Поскольку приоритетным является получение высокой угловой плотности ПРИВ, наиболее интересным с этой точки зрения является случай $\epsilon \geq 1$, когда основной вклад дает вторая ветвь ПРИВ (27d).

Поскольку при условии $b^{(s)} \gg 1$ спектр ПРИВ достаточно узкий, для интегрирования воспользуемся хорошо известной аппроксимацией $\sin^2(ax)/x^2 \rightarrow \pi a \delta(x)$ и получим выражение для угловой плотности ПРИВ:

$$\begin{aligned} \frac{dN_{FPXR}^{(s)}}{d\Omega} = & \frac{e^2}{\pi^2} \frac{|\chi_g'| C^{(s)}}{2 \sin^2 \theta_B} \times \\ & \times \frac{\Omega^{(s)^2}}{(\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2 - \chi_0')^2} \times \\ & \times \frac{1}{\varepsilon \sigma^{(s)^2} - 1} \times \\ & \times \frac{1}{1 + \frac{4\sigma^{(s)^2} \varepsilon}{(\sigma^{(s)^2} \varepsilon - 1)^2} \sin^2 \left(b^{(s)} \frac{\sigma^{(s)^2} \varepsilon - 1}{2\sigma^{(s)} \varepsilon} \right)} \pi b^{(s)}, \quad (33a) \end{aligned}$$

совпадающее в случае симметричного отражения ($\varepsilon = 1$) с формулой (17) работы [14]. На рис. 6а кривые, описывающие угловую плотность ПРИВ, построенные по формулам (32а) и (33а), показывают значительное расхождение в результатах расчетов. Это расхождение проявляется в виде колебаний, присутствующих на кривой распределения угловой плотности ПРИВ, рассчитанной по формуле (33а). Появление этих колебаний связано с функцией $\sin^2 \left(\left(b^{(s)} \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon} \right) / \varepsilon \right)$, которая не удовлетворяет требованию к интегрируемой функции, а именно, не является достаточно медленной для использования аппроксимации $\sin^2(ax)/x^2 \rightarrow \pi a \delta(x)$. Эта же причина привела к тому, что в работе [14] в угловой плотности ПРИВ появились сильные колебания, что является неожиданным и неправильным.

После модификации выражения (33а) путем усреднения функции $\sin^2 \left(\left(b^{(s)} \sqrt{\xi^{(s)^2} - \varepsilon} \right) / \varepsilon \right)$ в пределах интегрирования выражение (33а) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{dN_{FPXR}^{(s)}}{d\Omega} = & \frac{e^2}{\pi^2} \frac{|\chi_g'| C^{(s)}}{2 \sin^2 \theta_B} \times \\ & \times \frac{\Omega^{(s)^2}}{(\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2 - \chi_0')^2} \times \\ & \times \frac{\varepsilon \sigma^{(s)^2} - 1}{(\varepsilon \sigma^{(s)^2} - 1)^2 + \varepsilon \sigma^{(s)^2}} \pi b^{(s)}, \quad (33b) \end{aligned}$$

где

$$\sigma^{(s)} = \frac{1}{|\chi_g'| C^{(s)}} (\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2 - \chi_0').$$

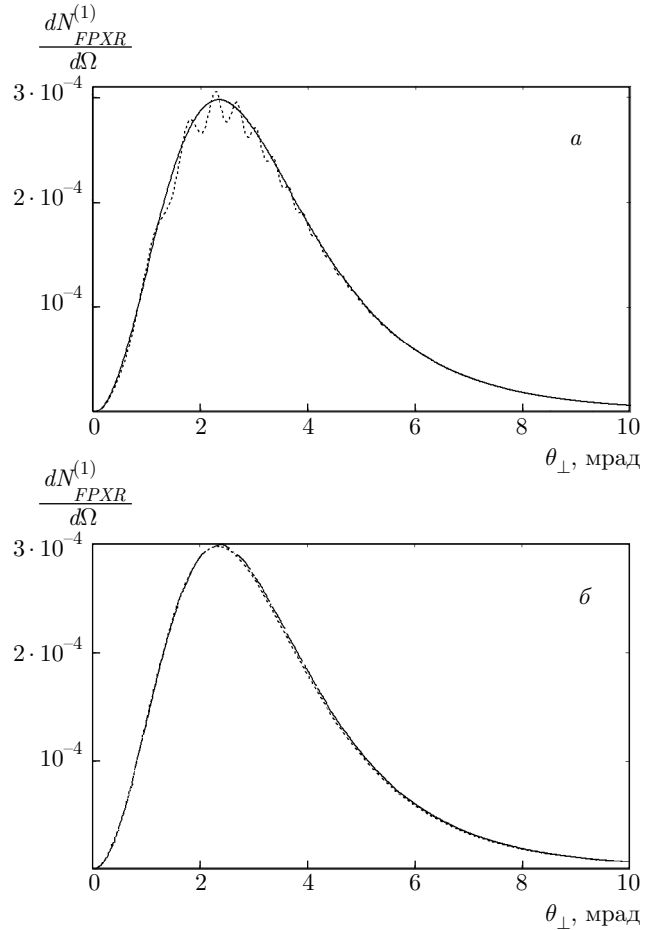


Рис. 6. а) Угловая плотность ПРИВ, построенная по формуле (32а) — сплошная кривая, и по формуле (33б) — пунктирная кривая; б) угловая плотность ПРИВ, построенная по формуле (32а) — сплошная кривая, и по формуле (33б) — пунктирная кривая

Сравним численные расчеты, выполненные по формулам (32а) и (33б). На рис. 6б видно хорошее совпадение результатов расчетов по формулам (32а) и (33б). Таким образом, формула (33б) с хорошей точностью описывает угловую плотность ПРИВ в случае тонкой непоглощающей мишени. С другой стороны, она является достаточно простой для использования в расчетах.

На рис. 7 представлены кривые, построенные по формуле (33б) для тех же значений параметров, что и на рис. 2. Кривые показывают рост угловой плотности ПРИВ при увеличении толщины мишени.

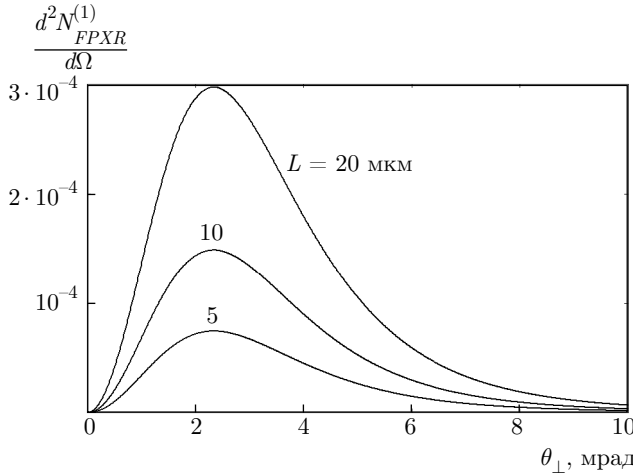


Рис. 7. Угловая плотность ПРИВ, построенная по (33b) для тех же значений параметров, что и на рис. 2, для разных толщин мишени

7. ВЛИЯНИЕ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ МАТЕРИАЛОМ СРЕДЫ НА СПЕКТРАЛЬНО-УГЛОВУЮ И УГЛОВУЮ ПЛОТНОСТИ ПРИВ

Для учета многократного рассеяния излучающих электронов в среде проведем усреднение спектрально-угловых и угловых плотностей полей излучений по угловому распределению электронов в пучке в виде функции Гаусса, меняющейся с длиной пути прохождения в мишени за счет многократного рассеяния электрона:

$$f(\psi, t) = \frac{1}{\pi(\psi_0^2 + \psi_s^2 t)} \exp\left(-\frac{\psi^2}{\psi_0^2 + \psi_s^2 t}\right), \quad (34a)$$

т.е. усредним по расширяющемуся пучку прямолинейных траекторий излучающих электронов на длине пути электрона в мишени L_e . Здесь

$$\psi_s^2 = \frac{E_s^2}{m^2 \gamma^2} \frac{1}{L_R}$$

— средний квадрат угла многократного рассеяния электрона на единице длины, $E_s \approx 4\pi m^2/e^2 \approx 21$ МэВ, L_R — радиационная длина. Если учитывать также зависимость среднего квадрата угла многократного рассеяния от длины пройденного пути t в монокристалле, то для среднего квадрата угла многократного рассеяния необходимо использовать выражение [19]

$$\psi_s'^2 = \frac{E_s^2}{m^2 \gamma^2} \frac{1}{L_R} \left(1 + 0.038 \ln\left(\frac{t}{L_R}\right)\right)^2.$$

В этом случае угловое распределение электронов в пучке (34a) принимает следующий вид:

$$f(\psi, t) = \frac{\exp\left(-\frac{\psi^2}{\psi_0^2 + \psi_s^2 t \left(1 + 0.038 \ln\left(\frac{t}{L_R}\right)\right)^2}\right)}{\pi \left(\psi_0^2 + \psi_s^2 t \left(1 + 0.038 \ln\left(\frac{t}{L_R}\right)\right)^2\right)}. \quad (34b)$$

Результаты усреднения спектрально-угловой и угловой плотностей, излучений и их интерференционного слагаемого по расширяющемуся пучку прямолинейных траекторий излучающих электронов имеют вид соответственно

$$\left\langle \omega \frac{d^2 N_{FPXR, TR, INT}^{(s)}}{d\omega d\Omega} \right\rangle = \frac{1}{\pi L_e} \times \int_0^{L_e} dt \iint d\psi_\perp d\psi_\parallel \frac{\exp\left(-\frac{\psi^2}{\psi_0^2 + \psi_s^2 t}\right)}{\psi_0^2 + \psi_s^2 t} \times \omega \frac{d^2 N_{FPXR, TR, INT}^{(s)}}{d\omega d\Omega}, \quad (35a)$$

$$\left\langle \frac{dN_{FPXR, TR, INT}^{(s)}}{d\Omega} \right\rangle = \frac{1}{\pi L_e} \times \int_0^{L_e} dt \iint d\psi_\perp d\psi_\parallel \frac{\exp\left(-\frac{\psi^2}{\psi_0^2 + \psi_s^2 t}\right)}{\psi_0^2 + \psi_s^2 t} \times \frac{dN_{FPXR, TR, INT}^{(s)}}{d\Omega}. \quad (35b)$$

Рассмотрим влияние многократного рассеяния на спектрально-угловую и угловую плотности ПРИВ в случае, когда $\varepsilon \geq 1$. Из выражений (27a) и (27d) и (33b) с учетом (35a) и (35b) следуют выражения, описывающие спектрально-угловую и угловую плотности ПРИВ в условиях многократного рассеяния

$$\left\langle \omega \frac{d^2 N_{FPXR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} \right\rangle = \frac{e^2}{\pi^2} \frac{1}{\pi L_e} \times \iint \frac{\Omega^{(s)^2}}{(\gamma^{-2} + (\theta_\perp - \psi_\perp)^2 + (\theta_\parallel - \psi_\parallel)^2 - \chi_0')^2} \times R_2^{(s)} \int_0^{L_e} \frac{\exp\left(-\frac{\psi^2}{\psi_0^2 + \psi_s^2 t}\right)}{\psi_0^2 + \psi_s^2 t} dt d\psi_\perp d\psi_\parallel, \quad (36a)$$

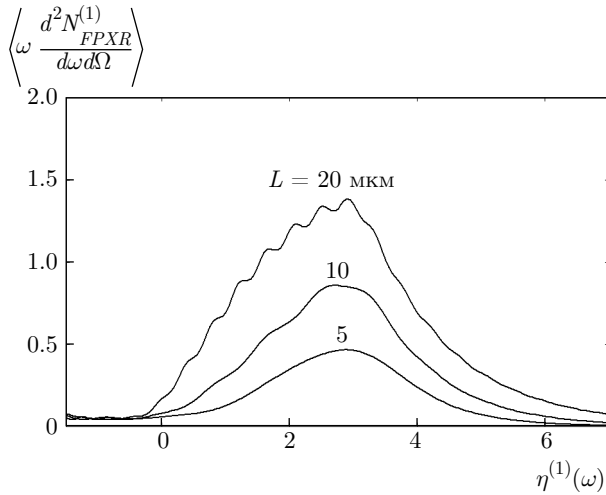


Рис. 8. Спектрально-угловая плотность ПРИВ. То же, что на рис. 2, но с учетом многократного рассеяния электронов пучка материалом среды и начальной расходимости электронного пучка $\psi_0 = 0.1$ мрад

$$\left\langle \frac{dN_{FPXR}^{(s)}}{d\Omega} \right\rangle = \frac{e^2}{\pi^2} \frac{|\chi'_g| C^{(s)}}{2 \sin^2 \theta_B} \frac{\pi b^{(s)}}{\pi L_e} \times \\ \times \iint \frac{\Omega^{(s)^2}}{(\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2 - \chi'_0)^2} \times \\ \times \frac{\varepsilon \sigma^{(s)^2} - 1}{(\varepsilon \sigma^{(s)^2} - 1)^2 + \varepsilon \sigma^{(s)^2}} \times \\ \times \int_0^{L_e} \frac{\exp\left(-\frac{\psi^2}{\psi_0^2 + \psi_s'^2 t}\right)}{\psi_0^2 + \psi_s'^2 t} dt d\psi_{\perp} d\psi_{\parallel}. \quad (36b)$$

На рис. 8 представлены построенные по формуле (36a) кривые, описывающие спектрально-угловую плотность ПРИВ с учетом многократного рассеяния электронов в алмазе (радиационная длина $L_R = 12.7$ см). Начальная расходимость электронного пучка $\psi_0 = 0.1$ мрад. Параметры и условия те же, что на рис. 2. Рисунок 8 демонстрирует рост спектральной плотности ПРИВ при увеличении толщины мишени для пучка так же, как и рис. 2 для отдельного электрона. При этом наблюдается падение амплитуды спектрально-угловой плотности ПРИВ по сравнению с рис. 2 за счет многократного рассеяния.

На рис. 9 представлены кривые для двух различных толщин мишени для случаев, когда квадрат угла многократного рассеяния на единицу длины пути равен ψ_s^2 и $\psi_s'^2$.

На рис. 10 представлены построенные по формуле (36b) кривые, описывающие угловую плотность

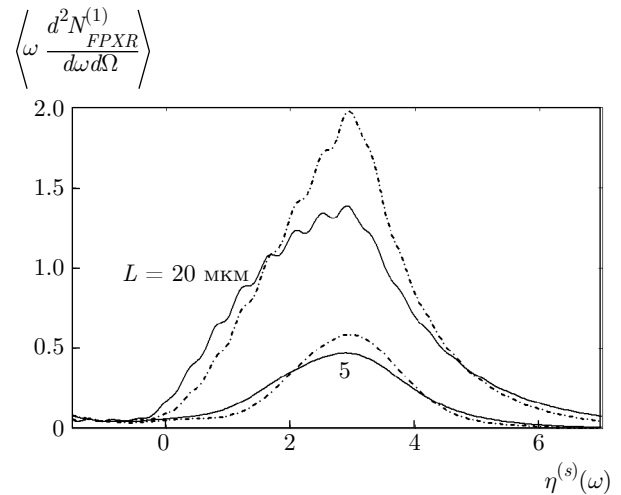


Рис. 9. То же, что и на рис. 8. Сплошные кривые соответствуют ψ_s^2 , стрихпунктирные — $\psi_s'^2$

ПРИВ при различных толщинах мишени с учетом многократного рассеяния. Параметры и условия те же, что на рис. 7, когда начальная расходимость и многократное рассеяние не учитываются. Из сравнения рис. 7 и 8 следует, что в рассматриваемых условиях даже для таких малых толщин мишени учет влияния многократного рассеяния на угловую плотность необходим для точного сравнения теории и эксперимента. Однако на угловую плотность ПРИВ многократное рассеяние влияет не так сильно, как на спектрально-угловую плотность при фиксированном угле наблюдения (см. рис. 2 и 8).

На рис. 11 представлены кривые распределения угловой плотности ПРИВ для двух различных толщин мишени и для среднего квадрата угла многократного рассеяния на единицу длины пути, вычисленного по формулам для ψ_s^2 и $\psi_s'^2$. Из рис. 11 следует незначительное различие кривых при $L = 5$ мкм.

На рис. 12 представлены кривые, описывающие угловые плотности ПРИВ для различной начальной расходимости электронного пучка, построенные по формуле (36b). На рисунке видно, что угловая плотность ПРИВ слабо зависит от начальной расходимости электронного пучка в рассматриваемом диапазоне расходимости.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Развита динамическая теория когерентного рентгеновского излучения, возбуждаемого в монокристалле пучком релятивистских электронов в направлении близком к оси пучка. Процесс излу-

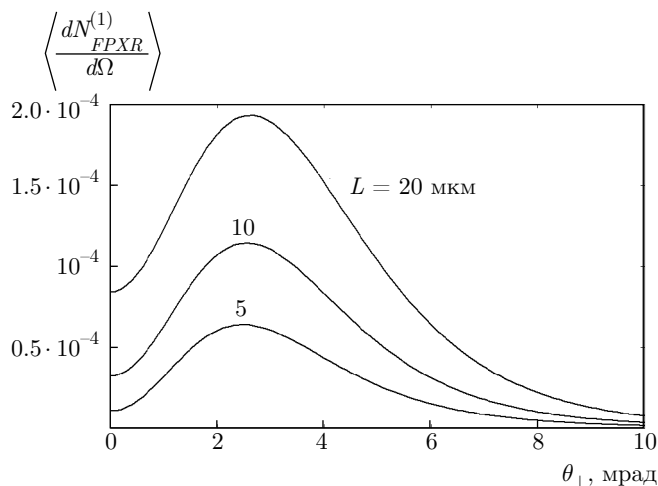


Рис. 10. Угловая плотность ПРИВ. То же, что и на рис. 7, но с учетом многократного рассеяния электронов пучка материалом среды и начальной расходимости электронного пучка $\psi_0 = 0.1$ мрад

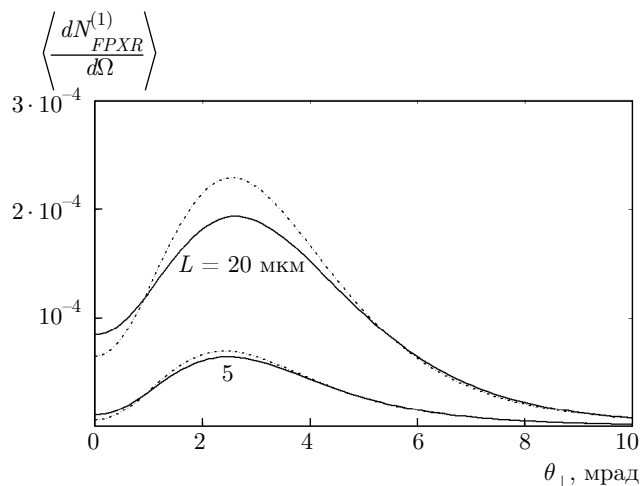


Рис. 11. То же, что и на рис. 10. Сплошные кривые соответствуют ψ_s^2 , штрихпунктирные — $\psi_s'^2$

чения рассмотрен в геометрии рассеяния Брэгга для общего случая асимметричного относительно поверхности мишени отражения поля электрона.

На основе двухволнового приближения динамической теории дифракции получены выражения, описывающие спектрально-угловую и угловую плотности ПРИВ, ПИ и интерференционные слагаемые для толстой поглощающей, а также для тонкой непоглощающей мишени, для которой фотопоглощением можно пренебречь.

Проведены численные расчеты спектрально-угловой плотности излучения для конкретных экспериментальных условий. Показан рост спектрально-угловой и угловой плотностей ПРИВ при

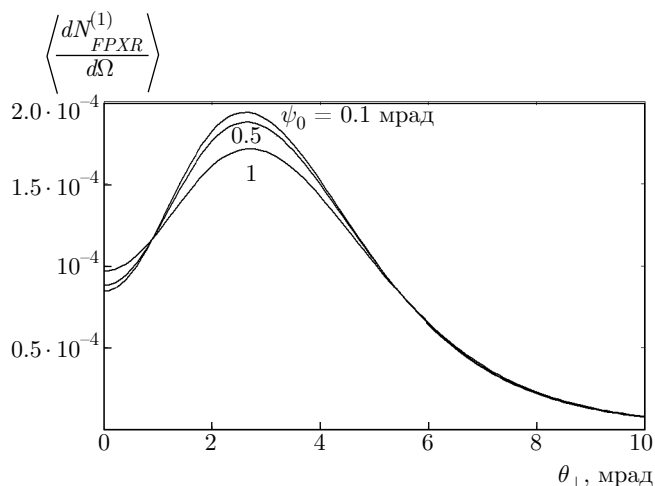


Рис. 12. Угловые плотности ПРИВ для различной начальной расходимости пучка релятивистских электронов

увеличении толщины мишени в области толщин близких к оптимальной для деструктивной интерференции ПИ. Показано, что небольшое, но заметное (порядка десятых долей микрона) изменение толщины мишени не будет резко менять спектрально-угловую плотность ПИ в условиях деструктивной интерференции, но приводит к асимметрии в спектральном распределении ПИ, которая может быть использована при идентификации пика ПРИВ. Рассмотрены вклады ПРИВ, ПИ и интерференционного слагаемого в спектрально-угловую плотность. Показано, что при различных углах наблюдения интерференция ПРИВ и ПИ может быть как конструктивной, так деструктивной. Для учета многократного рассеяния излучающих электронов в среде проведено усреднение спектрально-угловых и угловых плотностей излучений по угловому распределению электронов в пучке в виде функции Гаусса, меняющейся за счет многократного рассеяния электрона с длиной пути его прохождения в мишени. Показано, что в результате многократного рассеяния уменьшается амплитуда спектрально-угловой плотности ПРИВ и растет спектральная ширина ПРИВ. Показано, что многократное рассеяние влияет на угловую плотность ПРИВ слабее, чем на спектрально-угловую плотность ПРИВ при фиксированном угле наблюдения. Показано, что угловая плотность ПРИВ слабо зависит от начальной расходимости электронного пучка.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (проект № 3.4877.2017/ВУ).

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Л. Тер-Микаэлян, *Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях*, АН АрмССР, Ереван (1969).
2. Г. М. Гарибян, Ян Ши, ЖЭТФ **61**, 930 (1971).
3. В. Г. Барышевский, И. Д. Феранчук, ЖЭТФ **61**, 944 (1971).
4. Г. М. Гарибян, Ян Ши, ЖЭТФ **63**, 1198 (1972).
5. V. G. Baryshevsky and I. D. Feranchuk, Phys. Lett. A **57**, 183 (1976).
6. A. Caticha, Phys. Rev. B **45**, 9541 (1992).
7. I. D. Feranchuk, Kristallografia **24**, 289 (1979).
8. V. G. Baryshevsky: Nucl. Instrum. Methods B **122**, 13 (1997).
9. A. S. Kubankin, N. N. Nasonov, V. I. Sergienko, and I. E. Vnukov, Nucl. Instr. Meth. In Phys. Res. B **201**, 97 (2003).
10. V. G. Baryshevsky, I. D. Feranchuk, and A. P. Ulyanov, *Parametric X-Ray Radiation in Crystals: Theory, Experiment and Applications*, Springer (2005).
11. С. В. Блажевич, А. В. Носков, ЖЭТФ **136**, 1043 (2009).
12. H. Backe, N. Clawiter et al., in Proc. Of the Intern. Symp. on Channeling — Bent Crystals — Radiation Processes, Frankfurt am Main, Germany, EP Systema Bt., Debrecen (2003), p. 41.
13. А. Н. Алейник, А. Н. Балдин, Е. А. Богомазова, И. Е. Внуков и др., Письма в ЖЭТФ **80**, 447 (2004).
14. N. Nasonov, A. Noskov, Nucl. Instr. Meth. In Phys. Res. B **201**, 67 (2003).
15. В. А. Базылев, Н. К. Жеваго, *Излучение быстрых частиц в веществе и внешних полях*, Наука, Москва (1987).
16. З. Г. Пинскер, *Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в идеальных кристаллах*, Наука, Москва (1974).
17. Y. Takabayashi, K. B. Korotchenko, Yu. L. Pivovarov, and T. A. Tukhfatullin, Nucl. Instr. Meth. B **402**, 79 (2017).
18. Г. М. Гарибян, Ян Ши, *Рентгеновское переходное излучение*, Изд. АрмССР, Ереван (1983).
19. Particle Data Group, R. M. Barnett et al., Phys. Rev. D **54**, 1 (1996).