

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЛЕЮЩЕГО РАЗРЯДА НА СРЕДНЕЕ МЕЖЧАСТИЧНОЕ РАССТОЯНИЕ В ПЛАЗМЕННО-ПЫЛЕВЫХ СТРУКТУРАХ В ДИАПАЗОНЕ ТЕМПЕРАТУР ОТ КРИОГЕННЫХ ДО КОМНАТНОЙ

А. В. Тимофеев^{a,b}, В. С. Николаев^{a,c}*

*^a Объединенный институт высоких температур Российской академии наук
125412, Москва, Россия*

*^b Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
101000, Москва, Россия*

*^c Московский физико-технический институт (государственный университет)
141700, Долгопрудный, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 1 июля 2018 г.,
после переработки 14 августа 2018 г.
Принята к публикации 15 августа 2018 г.

При помощи метода молекулярной динамики исследовано влияние сил в пылевой плазме и параметров разряда на среднее межчастичное расстояние в структурах в тлеющем разряде постоянного тока в диапазоне температур 50–300 К. Представлены результаты по зависимости среднего межчастичного расстояния в структурах от температуры нейтрального газа в упрощенной и модифицированной моделях пылевой плазмы. Упрощенная модель включает в себя экранированный кулоновский потенциал и амбиполярную ловушку, в модифицированной модели дополнительно учитываются термофоретическая сила, сила ионного затенения и сила затенения нейтралами. Для расчета всех сил используются взятые из лабораторных экспериментов значения параметров разряда (тока, давления, температуры, рода газа). Данная модифицированная модель плазменно-пылевой системы позволяет объяснить экспериментальную форму зависимости среднего межчастичного расстояния в пылевых структурах от температуры газа разряда. Предложен метод оценки концентрации ионов в разрядном газе по величине среднего межчастичного расстояния в плазменно-пылевых структурах.

DOI: 10.1134/S0044451019020160

1. ВВЕДЕНИЕ

Плазма, содержащая в себе частички-пылинки конденсированного вещества микронных или субмикронных размеров, называется пылевой или плазмой с конденсированной дисперсной фазой (КДФ) [1–11]. Пылинки, помещенные в ионизованный газ, из-за различной подвижности электронов и ионов плазмы приобретают высокий электрический заряд (до $10^5 e$, где e — элементарный заряд) и сильно взаимодействуют друг с другом. Вследствие этого, степень неидеальности плазменно-пылевой подсистемы значительно возрастает. Становится возможным

возникновение устойчивых кристаллических структур пылевых частиц, называемых «пылевыми кристаллами».

Долгое время пылевая плазма рассматривалась как модельная система для конденсированного состояния вещества, однако ряд таких уникальных свойств, как термодинамическая открытость, неравновесность и самосогласованность системы выделили ее в отдельное направление исследований. Актуальность этого направления определяется, во-первых, широкой распространенностью пылевой плазмы в природе: ей заполнена межзвездная среда, она встречается в ионосферах планет, у поверхности космических тел, например, Луны и спутников Марса. Во-вторых, исключительное внимание уделяется влиянию пылевой плазмы на процессы в плазменных установках для травления микросхем

* E-mail: vladiorussia@mail.ru

и термоядерного синтеза. Наконец, уникальность данной системы и возможность ее непосредственного наблюдения делают ее подходящим объектом для проверки теории фазовых переходов, волн в кристаллической материи и структурообразования.

В лабораторных условиях пылевая плазма чаще всего исследуется в условиях высокочастотного или тлеющего разрядов. В данной работе акцент сделан на экспериментах в тлеющем разряде постоянного тока. В большинстве таких экспериментов [12–18] проводилось измерение среднего межчастичного расстояния в наблюдаемых структурах и построение парной корреляционной функции. В отличие от работ других исследователей [13–15], в данной работе среднему расстоянию между частицами в структурах уделяется основное внимание как параметру, чувствительному к особенностям взаимодействия в плазменно-пылевой системе. В современной вычислительной физике конденсированного состояния типы возникающих в модельных экспериментах кристаллических структур и параметр их решетки являются одними из ключевых критериев при оценке применимости того или иного потенциала межчастичного взаимодействия. Этот подход может быть применим к пылевой плазме и должен помочь решить актуальную задачу о корректном описании взаимодействия пылевых частиц друг с другом и с окружающей плазмой.

Предметом данной работы является анализ влияния сил, действующих в плазменно-пылевой системе, на величину среднего межчастичного расстояния в плазменно-пылевых структурах. Основным используемым инструментом является моделирование с использованием метода молекулярной динамики (МД), в некоторых простых случаях верифицируемое при помощи численного решения уравнения равновесия пылевых частиц. Сначала рассматривается упрощенная модель плазменно-пылевой системы, учитывающая взаимодействие по экранированному кулоновскому потенциалу и амбиполярную ловушку. Затем модель модифицируется: в нее добавляются температурные зависимости различных параметров задачи, различные силы (термофоретическая, ионного затенения, затенения нейтралами). Расчет сил проводится с использованием значений параметров разряда (тока, давления, напряжения, рода газа), взятых из конкретных экспериментов [11, 12]. Для тех величин, которые не измерялись в ходе экспериментов (концентрация ионов, температура электронов в разряде, заряд пылевых частиц), используются приближенные оценки. В работе показано, что наравне с экранированным кулоновским

потенциалом и амбиполярной ловушкой модель пылевой плазмы в тлеющем разряде в обязательном порядке требует учета радиальной термофоретической силы в трубке и силы ионного затенения. В случаях, когда температура поверхности пылинок существенно отличается от температуры окружающей среды, также требуется учет силы затенения нейтралами.

Статья построена следующим образом. Раздел 2 посвящен обзору экспериментов с плазменно-пылевой системой в тлеющем разряде постоянного тока. В разд. 3 детально обсуждается используемый теоретический подход и описываются условия моделирования. Раздел 4 содержит подробное описание полученных результатов и границы их применимости. В разд. 5 проводится сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными и обсуждение результатов.

2. ОБЗОР ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РАБОТ

Данная работа опирается на эксперименты с пылевой плазмой, проведенные в условиях тлеющего разряда постоянного тока [12–18]. В большинстве подобных экспериментов плазменно-пылевая система исследуется в разряде при комнатной температуре. Разряд зажигается в вертикальной трубке. Частички размером обычно до 100 мкм вбрасываются в область стратифицированного положительного столба разряда и попадают в ловушку, созданную в голове одной из страт. В ловушке сила тяжести, действующая на частицы, компенсируется за счет вертикального градиента электрического поля. В радиальном направлении ловушка, обусловленная, прежде всего, амбиполярной диффузией, сдерживает одноименно заряженные пылевые частицы от разлета. За счет баланса действующих сил формируются устойчивые пылевые структуры, которые записываются на камеру и детально исследуются.

За последние 16 лет появилось множество экспериментов [12–18], в которых проводилось охлаждение разрядной трубки до криогенных температур вплоть до температуры жидкого гелия и ниже. Это обусловлено тем, что в этих условиях сильнее проявляются уникальные особенности пылевой плазмы, связанные с появлением экзотических типов структур и их характеристик. В рамках этой статьи такие эксперименты представляют особый интерес по той причине, что охлаждение разряда приводит к уменьшению дебаевской длины экранирования в плазме, расстояния между пылевыми час-

тицами в структурах и увеличению степени неидеальности плазменно-пылевой системы. Анализ поведения среднего межчастичного расстояния при низких температурах позволяет по известным зависимостям ключевых параметров задачи от температуры определить, какая из выбранных моделей плазменно-пылевой системы лучше всего описывает лабораторный эксперимент.

Насколько известно авторам, первый эксперимент с криогенной пылевой плазмой был проведен в 2002 г. [12]. Система исследовалась как в условиях тлеющего, так и в условиях высокочастотного разряда при температуре жидкого азота 77 К. Было показано, что структуры, наблюдающиеся в холодном тлеющем разряде в ходе эксперимента, в большинстве своем были похожи на те, что наблюдаются и при комнатной температуре. Тем не менее были выделены протяженные (около 30 см) структуры, состоящие из длинных нитей. Достигнутая плотность пылевых частиц $n_p \sim 10^6 \text{ см}^{-3}$.

Ключевой работой, которая определила основные критерии исследования пылевой плазмы в криогенном эксперименте, является эксперимент 2008 г. [13]. В работе использовалась трубка с межэлектродным расстоянием 42 см и радиусом 0.6 см. В разряд гелия инжестировались два типа частиц: полидисперсные из Al_2O_3 размером 2–6 мкм и монодисперсные из полистирена диаметром 5.44 ± 0.09 мкм. По утверждению авторов эксперимента, им впервые удалось наблюдать сверхплотные пылевые структуры с плотностью $n_p \sim 10^8\text{--}10^9 \text{ см}^{-3}$, соответствующей межчастичному расстоянию 10–20 мкм. Были измерены средние межчастичные расстояния при температурах 300, 77 и 30–50 К: 500–750, 200–250 и 120–160 мкм соответственно. Проведена оценка расстояния при 4.2 К: 30–40 мкм. Было впервые установлено существование «червеподобных» пылевых структур с открытой границей, которые свободно перемещались по разряду от периферии до центра и обратно. Такие «черви» изгибались в направлении поворота. На основании анализа оставшегося на стенке разрядной трубки следа сделано предположение об их цилиндрической форме с винтовой топологией.

Первым экспериментом с непрерывным охлаждением плазменно-пылевой системы до температуры жидкого гелия стала работа [14], опубликованная в 2017 г. В обработке результатов этого эксперимента участвовали авторы данной статьи. Для создания разряда в гелии использовалась трубка с межэлектродным расстоянием 50 см и радиусом 0.8 см. Охлаждение трубки проводилось за счет

продувания пространства между стенками сосуда Дьюара парами жидкого гелия. Скорость продувания определяла температуру разряда. Было проведено измерение зависимости среднего межчастичного расстояния в наблюдаемых структурах от температуры нейтрального газа разряда при различных значениях тока и давления в трубке. Обнаружено, что в среднем расстояние в структурах уменьшается от 500–600 мкм при комнатной температуре до 100–200 мкм при криогенных температурах. Разбиение общей зависимости на узкие диапазоны по давлению позволило впервые выделить новый эффект: при определенных условиях в криогенной области вместо уменьшения расстояния между частицами наблюдается его увеличение. Плазменно-пылевые структуры, наблюдавшиеся в эксперименте, включали в себя следующие типы: анизотропные кристаллы из пылевых частиц, вертикальные цепочки из пылевых частиц, неупорядоченную фазу.

Значительный вклад в криогенные эксперименты с пылевой плазмой внесли работы группы Д. Н. Полякова, В. В. Шумовой и Л. М. Василяка. В работе 2015 г. [15] они исследовали плазменно-пылевые структуры в тлеющем разряде неона в диапазоне температур 77–295 К. Использовалась трубка с межэлектродным расстоянием 20 см и радиусом 0.8 см. Было обнаружено, что при температуре 89 К увеличение давления разрядного газа приводит к переходу от плотных продольных нитевидных кластеров к плотным однородным структурам. Увеличение же тока приводит к уменьшению длины и увеличению диаметра пылевой структуры. Упоминается, что при увеличении тока кластеры плавятся, растет расстояние между пылевыми частицами и амплитуда их колебаний. В свою очередь, охлаждение системы приводит к уменьшению расстояния между частицами как в центре структуры, так и на ее периферии.

Эти результаты подтверждаются также в работе [16], в которой дополнительное внимание уделено изучению так называемых «войдов» — полостей внутри плазменно-пылевой структуры. Обнаружено, что при температуре 295 К они возникают при увеличении разрядного тока, в то время как при температуре 77 К они не наблюдаются даже при максимальных токах разряда.

В работе этой группы 2018 г. [17] значительное внимание уделяется параметрам фазового перехода между структурами из кластеров и структурами из уединенных частиц в тлеющем разряде неона при температуре 77 К. Отмечается, что увеличение тока от 0.631 до 0.633 мА при давлении 0.15 Торр сопро-

вождается постепенным исчезновением симметрии плазменно-пылевой структуры и может трактоваться как фазовый переход второго рода. При значении тока 0.691 мА был обнаружен фазовый переход с признаком перехода первого рода: объем структуры резко изменился.

Одной из последних работ, посвященных криогенной пылевой плазме, является эксперимент [18]. Пылевая система в ходе этого эксперимента охлаждалась до температуры 1.6 К. При температуре 1.69 К измеренное расстояние между пылевыми частицами составило около 120 мкм. Удалось наблюдать волновые колебания в облаке полимерных наночастиц размерами до 100 нм в температурном диапазоне 1.6–2.17 К, вихри при гелиевых температурах.

В табл. 1 приведена сводка по упомянутым экспериментам, включающая в себя основные параметры разрядных трубок, тип используемых частиц, диапазон рабочих температур и давлений и описание основных результатов.

3. МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПЛАЗМЕННО-ПЫЛЕВОЙ СИСТЕМЫ

Специфика взаимодействия пылевых частиц друг с другом (экспонента в экранированном кулоновском потенциале) и с окружающей плазмой (многообразие механизмов взаимодействия) приводит к системе уравнений, которая в общем случае не решается аналитически относительно расстояния между пылевыми частицами в структурах. Даже в простой модели пылевой плазмы, учитывающей только сам экранированный кулоновский потенциал и неизменную параболическую ловушку, уравнение баланса действующих на пылевую частицу сил получается трансцендентным и требует использования численных методов для решения.

В связи с необходимостью учета нескольких сил взаимодействия в модели основным методом исследования пылевой плазмы в данной работе был выбран метод численного решения уравнений движения пылевых частиц, схожий с методом МД. Примеры использования этого метода для пылевой плазмы приведены в работах [19, 20].

Основное уравнение, которое численно решается в данной работе, является уравнением Ньютона и записывается следующим образом:

$$ma_i = \sum_{j, j \neq i} I_{ij} + T_i + \sum_k F_k + F_{Langevin}.$$

Здесь m — масса i -й частицы, a_i — ее ускорение, I_{ij} — сила электростатического взаимодействия между частицами i и j , T_i — сила притяжения со стороны электростатической ловушки в положительном столбе тлеющего разряда; F_k , $k \in 1 \dots N$, — N дополнительных сил, учтенных в модели; $F_{Langevin}$ — сила, действующая на пылевую частицу со стороны ланжевеновского термостата. Он используется в расчетах для приведения системы к заданной температуре и состоит из случайной силы, имеющей нормальное распределение, и вязкой силы трения. Обе эти силы соответствуют физической картине — случайным ударами со стороны молекул нейтрального газа и вязкому трению в разрядном газе.

К заданию взаимодействия пылевых частиц и параболической ловушки в разряде выбран следующий подход.

• Взаимодействие описывается экранированным кулоновским потенциалом [2] в форме

$$\varphi_{ij} = \frac{q^2}{r_{ij}} \exp\left(-\frac{r_{ij}}{\lambda_D}\right),$$

где q — заряд пылевой частицы, который считается постоянным во времени; r_{ij} — расстояние между пылевыми частицами, λ_D — длина экранирования. Длина экранирования выбирается равной дебаевскому радиусу в плазме: $\lambda_D = \sqrt{kT_i/4\pi n_i e^2}$, где $T_i = T_n = T$ — температура ионов, в первом приближении равная температуре нейтрального газа; n_i — концентрация ионов в плазме.

• Параболическая ловушка задается формулой $\varphi_{Trap} = (1/2)\alpha r^2$, где α — параметр ловушки [21, 22]. Он определяется амбиполярной диффузией и вычисляется следующим образом:

$$\alpha = -\frac{kT_e}{e} \frac{1}{n_i(0)} \frac{dn_i(r)}{dr},$$

где T_e — температура электронов. В численных экспериментах в этой работе предполагается, что температура электронов не зависит от температуры ионов. Это обусловлено тем, что она определяется давлением p нейтрального газа в трубке, ее размерами R и энергией ионизации атомов разрядного газа I [23] через уравнение

$$\sqrt{\frac{kT_e}{I}} \exp \frac{I}{kT_e} = (pR)^2 C.$$

Константа C для гелия равна $4 \cdot 10^{-3}$.

• Заряд пылевой частицы уменьшается с охлаждением системы в связи с уменьшением подвижности заряженных компонент плазмы. Этот вывод

Таблица 1. Классификация экспериментов с криогенной пылевой плазмой по параметрам используемых трубок, типам частиц, рабочим температурам и давлениям

Эксп.	Высота, радиус трубки, см	Материал частиц	Размер частиц, мкм	Рабочие температуры, К	Давления, Торр	Основные результаты
[10]	–, 1.0	Оксид магния	3–5	77	< 0.1	Вытянутые цепочечные структуры; межчастичное расстояние
[11]	42.0; 0.6	Al ₂ O ₃ , полистрен	2–6; 5.44 ± 0.09	4.2; 77; 295	2; 5	Сверхплотные пылевые структуры при 4.2 К; измерение межчастичных расстояний; наблюдение «червеобразной» структуры со свободными границами
[12]	50; 0.8	Алмазная пыль	2–5	5–300	0.06–6.00	Непрерывная зависимость межчастичного расстояния от температуры; типы наблюдаемых структур при различных температурах
[13]	20; 0.8	Меламин-формальдегид	4.14	77–300	0.14–1.4	Зависимость расстояния от температуры; нитевидные кластеры

следует из теории OML (ограниченного орбитального движения) [9]. Поскольку заряд определяет величину электростатического взаимодействия пылевых частиц, он непосредственно влияет на значение

среднего межчастичного расстояния. Для того чтобы описать его зависимость от температуры в гелии, используется аппроксимация зависимости, полученной из численного решения уравнения зарядки из

Таблица 1. Продолжение

Эксп.	Высота, радиус трубки, см	Материал частиц	Размер частиц, мкм	Рабочие температуры, К	Давления, Торр	Основные результаты
[14]	20; 0.8	Меламин-формальдегид	4.14	77, 295	0.14–1.4	Уединенные частицы при 295 К; нитевидные кластеры при 77 К; войды при 295 К
[15]	20; 0.8	Меламин-формальдегид	4.14	77	0.15	Фазовая диаграмма при температуре 77 К по току; многокомпонентная пылевая система (уединенные частицы, кластеры)
[16]	40; 1.0	SeO ₂	0.1–200	1.6–3	0.03–0.04	Бимодальная пылевая плазма; волновые колебания при 2 К; вихри

Таблица 2. Параметры молекулярно-динамических расчетов, используемые в данной работе

Шаг по времени dt , с	10^{-4}
Коэффициент вязкого трения γ , с ⁻¹	15.0
Масса частицы m , г	10^{-10}
Диаметр частицы a , мкм	3
Амбиполярная ловушка α , ед. СГСЭ	$4.5 \cdot 10^{-2}$
Температура электронов T_e , эВ	3
Радиус трубки R , см	0.8

принципов ОМЛ [2], в диапазоне температур 100–300 К:

$$q(T) = -\frac{aT_e}{e} (-0.63 + T^{0.14}).$$

Это приближение является достаточно грубым, однако, как покажут расчеты в ходе работы, температурная зависимость заряда пылевой частицы не яв-

ляется определяющей для среднего межчастичного расстояния, и потому грубым приближением можно ограничиться.

Численные эксперименты проводятся следующим образом: в начальный момент времени частицам задаются случайные значения координат и нулевые скорости. Затем система частиц перегревается и за счет действия термостата Ланжевена постепенно охлаждается, образуя стабильную структуру с температурой, равной температуре термостата. Полная энергия, температура и вид структуры контролируются. В зависимости от числа частиц в структуре выбирается тот или иной метод определения среднего межчастичного расстояния и необходимость измерения парной корреляционной функции.

Все свободные параметры задачи выбираются таким образом, чтобы соответствовать конкретным экспериментам. В табл. 2 приведены значения тех параметров, которые не меняются в большей части расчетов.

4. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

4.1. Зависимость среднего межчастичного расстояния в плазменно-пылевых структурах от температуры нейтрального газа в упрощенной модели в системе из двух частиц

В большинстве работ [24–26] основной моделью взаимодействия в плазменно-пылевой системе в тлеющем разряде постоянного тока выбирается упрощенная модель, учитывающая экранированный кулоновский потенциал и параболическую электростатическую ловушку в приосевой области в трубке. Остальные эффекты (термофорез, ионное затенение, ионное увлечение) не учитываются систематически и в лучшем случае подтверждаются оценками. Для оценки вклада дополнительных эффектов исследование системы начинается с изучения поведения среднего межчастичного расстояния в упрощенной теоретической модели. Первые шаги в направлении расчета этой зависимости были сделаны в работе [14], в которой предпринималась попытка аналитического решения уравнения равновесия двух плазменно-пылевых частиц и аппроксимация экспериментальных данных полученным решением. В работах [27, 28] поведение среднего расстояния между частицами в пылевой структуре в условиях понижения температуры впервые анализировалось при помощи метода МД. В этом разделе молекулярно-динамические расчеты проводятся для двух частиц с использованием упрощенной модели, включающей в себя температурные зависимости длины экранирования в плазме и заряда частиц. Для сравнения и верификации правильности реализации молекулярно-динамических алгоритмов также приводится численное решение уравнения равновесия для двух пылевых частиц. Сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными [13, 14] позволяет проверить применимость упрощенной модели к описанию лабораторных экспериментов.

Единственным зависящим от температуры фактором в упрощенном подходе является дебаевская длина экранирования в плазме, которая пропорциональна корню из температуры ионов, в первом приближении равной температуре нейтрального газа ($\lambda_D = \sqrt{kT/4\pi n_i e^2}$). Температура электронов, определяющая параметр амбиполярной ловушки, зависит от концентрации и рода нейтрального газа, от размеров трубки и в первом приближении не зависит от температуры нейтралов. Таким образом, можно предположить, что при охлаждении системы

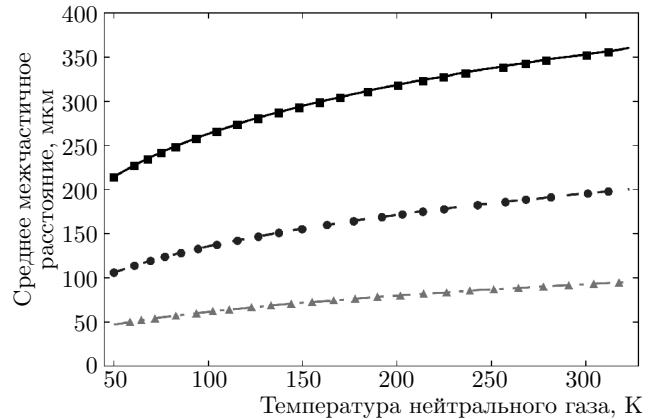


Рис. 1. Зависимости среднего расстояния между двумя частицами от температуры нейтрального газа в модели, включающей в себя дебаевский потенциал и параболическую электростатическую ловушку. Точки соответствуют результатам численного решения уравнения равновесия пылевых частиц, линии — результатам расчетов с использованием метода молекулярной динамики. Верхняя черная кривая и точки соответствуют концентрации ионов 10^8 см^{-3} , средняя серая — концентрации 10^9 см^{-3} , нижняя светло-серая — концентрации 10^{10} см^{-3} .

температура электронов и определяемый ей параметр ловушки не изменяются. В то же время, вызванное охлаждением уменьшение дебаевского радиуса в плазме приводит к ослаблению отталкивания между частицами и к их монотонному сближению.

Условие равновесия пылевой частицы определяется балансом действующих на нее сил — электростатическая сила уравновешивается обусловленной амбиполярной диффузией силой со стороны ловушки:

$$\frac{q(T)^2}{r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right) \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\lambda_D}\right) = \frac{1}{2} \alpha(T_e) q(T) r.$$

Численное решение этого уравнения позволяет получить зависимости среднего межчастичного расстояния от длины экранирования и, следовательно, от температуры; они показаны на рис. 1. Результаты численных расчетов с использованием метода молекулярной динамики подтверждают вид полученной зависимости.

Как видно на рис. 1, порядок среднего межчастичного расстояния в структурах составляет несколько сотен микрометров и близок к тому, который наблюдается в экспериментах [12–18]. Зависимость расстояния от температуры является монотонно убывающей и пологой, что не соответствует экспериментальным данным [13–15], в которых

межчастичное расстояние может зависеть от температуры достаточно круто, а также может возрастать в низкотемпературной области. Прослеживается сильная зависимость среднего межчастичного расстояния от концентрации ионов в плазме — расстояние меняется более чем в 3 раза при варьировании концентрации ионов в диапазоне 10^8 – 10^{10} см $^{-3}$.

Влияние кинетической температуры частиц на среднее межчастичное расстояние исследовано с помощью моделирования пылевой подсистемы с различными значениями параметра термостата Ланжевена, определяющего среднюю кинетическую энергию пылевых частиц, и постоянными значениями температуры газа, концентрации ионов, параметра ловушки и заряда пылинок. В численных экспериментах кинетическая температура пылевых частиц варьировалась в диапазоне 100–40000 К, для которого в экспериментах [29, 30] пылевая подсистема находится в конденсированном состоянии. Подход, при котором изменяется только кинетическая температура пылевых частиц, обусловлен рассмотрением статических структурных свойств плазменно-пылевых кристаллов и позволяет получить оценку масштаба эффекта. Более точная оценка коэффициента теплового расширения пылевых структур требует учета внутренней самосогласованности системы, влияния параметров плазмы на кинетическую температуру частиц и возникновения различных неустойчивостей. В ходе моделирования обнаружено, что при увеличении температуры ланжевенского термостата T_L расстояние между пылинками меняется по закону $l = l_0(1 + \beta T_L)$, где l_0 — расстояние между частицами при начальной температуре, равной температуре окружающего газа; $\beta = \beta(T, n_i, \alpha)$ — аналог коэффициента теплового расширения, зависящий от температуры окружающего газа, концентрации ионов и параметра ловушки. Из аппроксимации зависимостей $l(T_L)$, полученных в ходе численных экспериментов, следует, что $\beta(100 \text{ К}, 10^8 \text{ см}^{-3}, 0.045 \text{ ед. СГСЭ}) = 3 \cdot 10^{-7} \text{ К}^{-1}$ и соответствует изменению среднего межчастичного расстояния на 0.0075 % при изменении температуры термостата на 300 К; $\beta(200 \text{ К}, 10^9 \text{ см}^{-3}, 0.045 \text{ ед. СГСЭ}) = 7 \cdot 10^{-7} \text{ К}^{-1}$ и соответствует изменению среднего межчастичного расстояния на 0.015 % в тех же условиях. Величина коэффициента линейного теплового расширения указывает на незначительность эффекта теплового сжатия при охлаждении пылевых структур в рассматриваемом в работе диапазоне температур (77–300 К).

Таким образом, упрощенная модель пылевой плазмы, в которую включены указанные в табл. 2 значения параметров, позволяет получить близкий к экспериментальному [12–18] порядок среднего расстояния между частицами в пылевых структурах. Тем не менее, она не отражает особенности поведения расстояния между частицами при охлаждении плазменно-пылевой системы [13–15]. В связи с этим следующим шагом является сравнение по величине сил, действующих в плазменно-пылевой системе, при различных температурах.

4.2. Сравнение величины сил, действующих в плазменно-пылевой системе, при температурах 77, 150 и 300 К

Как было показано в разд. 4.1, учет экранированного кулоновского потенциала и параболической электростатической ловушки в модели взаимодействия пылевых частиц в плазме позволяет получить значение среднего межчастичного расстояния, близкое к экспериментальному. Тем не менее его зависимость от температуры не позволяет описать известные экспериментальные зависимости среднего межчастичного расстояния от температуры [13–15]. Из этих фактов можно сделать вывод о том, что электростатическое отталкивание и параболическая ловушка могут быть не единственными конкурирующими факторами, определяющими расстояние в пылевых структурах. Для оценки степени влияния других сил ниже проводится сравнение величины различных эффектов при температурах 300, 150 и 77 К.

В сравнение включены следующие силы и способы их описания.

1. Радиальная термофоретическая сила.

В связи с тепловыделением в объеме положительного столба, обусловленным протекающим разрядным током, в радиальном направлении в области существования структуры устанавливается градиент температур, описываемый законом Фурье [21]:

$$\lambda \Delta T = -Q_0 J_0 \left(\frac{r}{\Lambda} \right),$$

где λ — коэффициент теплопроводности газа, $Q_0 = j(0)E$ — мощность, выделяемая на оси трубки; $j(0)$ — плотность тока на оси трубки, E — величина продольного электрического поля в области существования структуры; $\Lambda = R/2.4$, R — радиус трубки. Решением уравнения Фурье является бесселев температурный профиль:

$$T(r) \approx \frac{1}{8} \frac{iE}{\lambda} J_0 \left(\frac{r}{\Lambda} \right) + T_w,$$

где i — полный разрядный ток, T_w — температура стенки.

Термофоретическая сила, вычисленная из соображений молекулярно-кинетической теории (разница импульсов, передаваемых частице молекулами, бомбардирующими ее с горячей и холодной сторон), дается следующим выражением [21]:

$$F_T = -\frac{4PL}{T} a^2 \frac{dT}{dr},$$

где P — давление газа, L — длина свободного пробега в нем, a — размер частицы. Подстановка в эту формулу полученного из уравнения Фурье температурного профиля и разложение в ряд Тейлора до первого члена (приосевая область, $r \ll R$) позволяет получить общую формулу для радиального термофореза, используемую в расчетах в этой работе:

$$F_T = \frac{1}{4} \frac{k_B a^2}{\sigma_{nn}} \frac{iE}{\lambda} \frac{r}{\Lambda^2},$$

где $\sigma_{nn} = \sigma_0(1 + C_s/T)$ — сечение нейтрал-нейтральных столкновений в разрядном газе, σ_0 — его значение при комнатной температуре, C_s — константа Сазерленда для конкретного газа.

Поскольку теплопроводность разрядного газа уменьшается при охлаждении плазменно-пылевой системы, градиент температур в приосевой области и термофоретическая сила возрастают при низких температурах.

2. Сила ионного затенения.

На каждую пылевую частицу из окружающей плазмы устанавливается поток заряженной компоненты, приводящий к зарядке частицы. Увлекая соседние пылинки, он приводит к взаимному притяжению между ними. Величина этого эффекта была оценена из соображений молекулярно-кинетической теории в статье [31] и для систем из маленьких пылевых частиц дается следующим выражением для потенциала парного взаимодействия:

$$U_{sh} \simeq -\frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{qe}{r} \frac{J_i}{v_{T_i}} \frac{qe}{T_i} \Lambda_{Coul},$$

где J_i — ионный поток на пылинку, Λ_{Coul} — модифицированный кулоновский логарифм [31]. Сила, обусловленная эффектом ионного затенения, возрастает с уменьшением температуры и приводит к уплотнению плазменно-пылевой структуры.

3. Сила радиального ионного увлечения.

Вследствие амбиполярной диффузии ионов к стенкам трубки в радиальном направлении в положительном столбе существует поток ионов, ответственный за возникновение электростатической ловушки в приосевой области трубки. Этот же поток

ионов увлекает пылевые частицы к стенкам. Величина этого эффекта поддается оценке из формулы [21]:

$$F_{ionrad} = n_i m_i v_r v_i \sigma.$$

Здесь n_i — концентрация ионов в страте, m_i — масса ионов, v_r — скорость радиального дрейфа, v_i — скорость ионов поблизости частицы, σ — эффективное сечение захвата ионов пылевой частицей.

4. Сила затенения нейтралами.

Вследствие излучения, обмена энергией с нейтралами и рекомбинации электронов и ионов на поверхности пылевой частицы ее температура может отличаться от температуры окружающего нейтрального газа $T_d = T + \Delta T_d$. Это приводит к возникновению потока энергии и импульса между пылевой частицей и окружающей средой. В случае, если две частицы расположены рядом, возникает анизотропия в потоке импульса на поверхность пылевых частиц, что приводит к появлению силы, называемой силой затенения нейтралами. Формула для ее расчета, полученная из соображений молекулярно-кинетической теории, имеет следующий вид [32]:

$$U_n(r) = \frac{3\pi}{8} \frac{n_n a^4 \Delta T_d}{r}.$$

Направление этой силы определяется знаком разности между температурами поверхности частицы и окружающей среды. Для сравнения с другими силами предполагалось, что поверхность частицы горячее, чем окружающий нейтральный газ, на величину примерно $0.01T$, соответствующую отталкиванию между частицами и совпадающую с оценками из статьи [32]. Точную теоретическую оценку этого параметра дать трудно в связи с тем, что коэффициенты поглощения и отражения компонент плазмы частицами и коэффициенты поглощения и отражения лазерного излучения в экспериментах часто известны только по порядку величины. Тем не менее, в определенных условиях температура поверхности пылевой частицы может отличаться от температуры окружающей среды на 20% [32]. В этом случае сила затенения нейтралами будет значительно выше.

Все приведенные силы имеют компоненту, действующую на частицу в радиальном направлении в трубке. Силы, действующие в вертикальном направлении (вертикальный термофорез, вертикальная сила ионного увлечения) в первом приближении влияют на высоту нахождения плазменно-пылевой структуры, но не на среднее расстояние между частицами в ней и поэтому в данной работе не рассматриваются. В то же время, сила, обусловленная эф-

Таблица 3. Значения параметров, используемые в молекулярно-динамических расчетах в данной работе для моделирования экспериментов в тлеющем разряде гелия

Продольное электрическое поле E , В/см	15
Ток разряда i , мА	0.5
Теплопроводность гелия $\lambda(T)$, Вт/(м·град.) (аппроксимация)	$0.04T^{0.65}$
Диаметр молекулы гелия d , нм	0.182
Константа Сазерленда C_s , град.	83

фектом ионного следа (ion wake) [9], может оказывать значительное влияние на среднее вертикальное расстояние между частицами в определенных условиях разряда. Это является предметом отдельного рассмотрения.

Значения свободных параметров, используемых для расчета указанных сил, приведены в табл. 3. В данном разделе сравнение проводится для разрядного газа гелия.

На рис. 2 показаны зависимости указанных сил, а также силы электростатического отталкивания и притяжения ловушки, от расстояния между пылевыми частицами при трех значениях температуры: 77, 150 и 300 К. Рассматриваются две частицы, поэтому сравниваются как силы парного взаимодействия, так и радиальные силы, действующие от оси трубки. Радиальная сила ионного увлечения на рисунке не показывается, так как по оценкам является малой. Как видно из рис. 2а, при комнатной температуре основными конкурирующими факторами являются электростатическая сила и сила притяжения со стороны ловушки. В основном, именно их баланс и влияет на величину среднего межчастичного расстояния. Тем не менее, термофоретическая сила не является пренебрежимо малой и при больших значениях силы тока разряда может влиять на величину межчастичного расстояния, изменяя его в большую сторону. На рис. 2б,в прослеживается тенденция к увеличению как термофоретической силы, так и силы ионного затенения с охлаждением системы. Как видно из графиков, производная каждой силы по расстоянию позволяет сделать оценку того, насколько сильно изменится расстояние между частицами при учете дополнительных сил. При температуре 300 К в области равенства сил электростатического отталкивания и притяжения ловушки производная

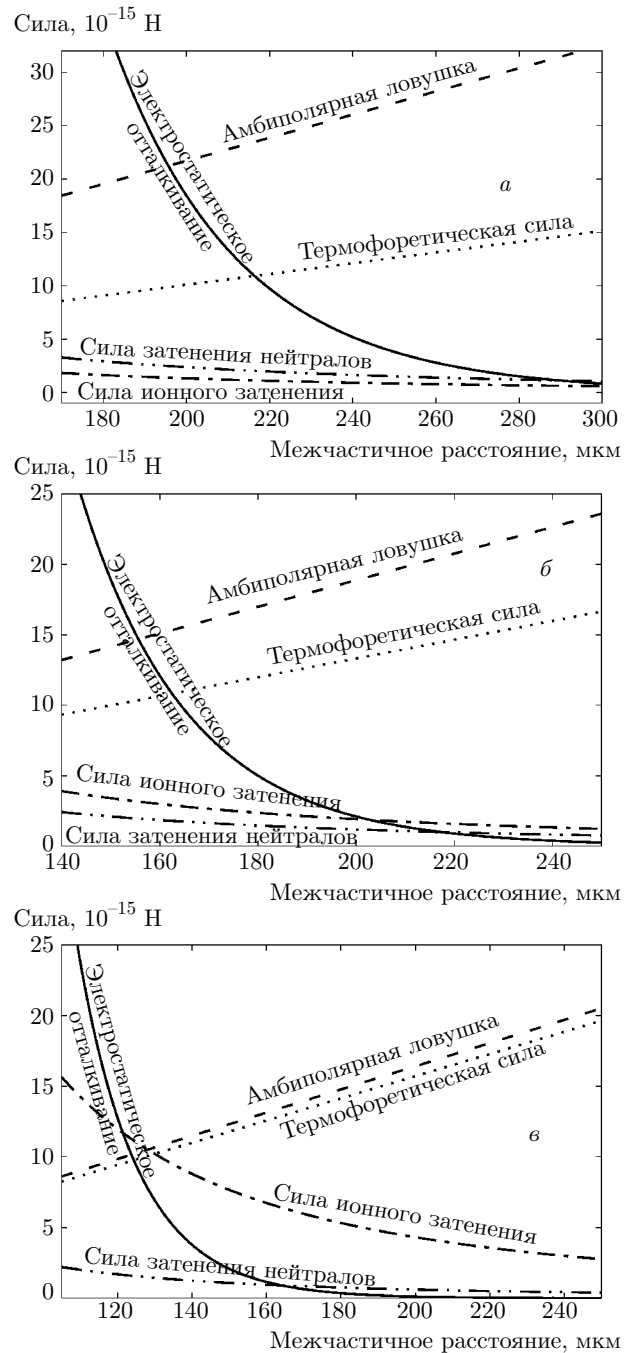


Рис. 2. Сравнение сил, действующих в плазменно-пылевой системе, при температурах 300 К (а), 150 К (б), 77 К (в). В сравнение включены силы электростатического отталкивания (сплошные линии), амбиоплярной ловушки (штриховые линии), ионного затенения (штрихпунктирные линии), затенения нейтралов (штрихпунктирные с двумя точками) и термофоретическая сила (пунктирные линии). Диапазон межчастичных расстояний для сравнений сил 120–300 мкм

от силы отталкивания больше по величине, чем производная от стягивающих сил. В связи с этим учет термофоретической силы приводит к незначительному изменению межчастичного расстояния. При температуре 77 К термофоретическая сила становится сравнимой с силой притяжения ловушки, сила ионного затенения — с силой электростатического отталкивания и производная силы электростатического отталкивания значительно уменьшается по сравнению с 300 К, в связи с чем обе дополнительные силы становятся определяющими для величины межчастичного расстояния и обязательно должны учитываться в модели плазменно-пылевой системы.

Новизна данного результата заключается в сравнении действующих в системе сил именно при низких температурах за счет учета известных температурных зависимостей определяющих их параметров и указанных предположений. Наглядно показано, что при температурах ниже комнатной термофоретическая сила и сила ионного затенения становятся сравнимыми с силами, которые входят в простую модель — экранированным кулоновским отталкиванием и притяжением амбиполярной ловушки.

4.3. Влияние дополнительных сил на среднее межчастичное расстояние в плазменно-пылевых структурах

Указанные в разд. 4.2 силы определяются большим числом параметров: теплопроводностью газа, температурами ионов и электронов, величиной электрического поля страты, током и давлением разряда, размерами частиц и т. д. Некоторые из этих параметров (например, температура электронов и поле страты) поддаются лишь косвенному измерению в лабораторных экспериментах. В связи с этим для них используются расчетные оценки, актуальные для рассматриваемых экспериментальных условий. В условиях других экспериментов их значения могут отличаться, и соотношения сил из разд. 4.2 будут другими.

Здесь для анализа влияния дополнительных сил на величину среднего межчастичного расстояния в плазменно-пылевой структуре подбираются условия, отражающие эксперименты в тлеющем разряде гелия, например, [13, 14]. Они указаны в табл. 3.

Анализ проводится следующим образом: при определенном значении температуры к упрощенной модели плазменно-пылевой системы добавляется либо только термофоретическая сила, либо только сила ионного затенения, либо обе силы вместе. Радиальная сила ионного увлечения и сила затене-

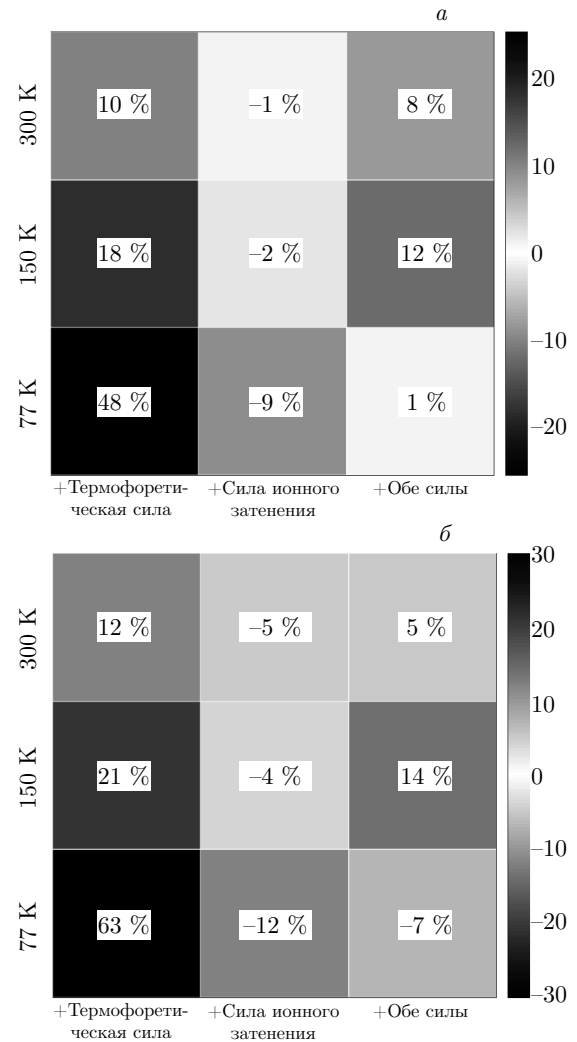


Рис. 3. Диаграмма, отражающая влияние учета дополнительных сил в простой модели плазменно-пылевой системы (дебавский потенциал и параболическая ловушка) на величину среднего межчастичного расстояния в плазменно-пылевой структуре из 2 частиц (а) и 100 частиц (б). По вертикальной оси отложена температура нейтрального газа, по горизонтальной — способ модификации модели. На пересечении значения температуры и способа модификации модели показывается, на сколько процентов изменяется среднее межчастичное расстояние за счет указанного эффекта. Значения параметров, с использованием которых проводился расчет, приведены в табл. 3

ния нейтралами не учитываются, так как являются малыми по величине. Тем не менее, сила затенения нейтралами может быть сравнимой с силой ионного затенения в случае, когда температура пылевых частиц значительно отличается от температуры фонового газа. В этом случае она должна быть включена в модель.

На рис. 3а показано, на сколько процентов меняется среднее межчастичное расстояние в структуре из двух частиц при добавлении каждой из сил к упрощенной модели при температурах 77, 150 и 300 К. Наиболее значительный эффект при выбранных значениях параметров дает термофоретическая сила при 77 К: среднее расстояние между частицами увеличивается практически в 1.5 раза. При комнатной температуре расстояние меняется не так заметно, но за пределами экспериментальной погрешности: 10–20 % [13, 14]. Сила ионного затенения также вносит наибольший вклад при температуре 77 К — 9 %. Стоит отметить, что она включалась в модель при концентрации ионов, равной 10^9 см^{-3} . При концентрациях порядка 10^{10} см^{-3} она приводит к уменьшению расстояния между частицами в 2 раза при температурах ниже 100 К и может обеспечивать сильное уплотнение структуры. Изменение межчастичного расстояния под действием обеих сил ведет себя нелинейно и достигает максимального значения при 150 К: расстояние изменяется на 12 %.

При других значениях выбранных параметров вид представленной диаграммы может значительно меняться, тем не менее сохраняя основные тенденции — увеличение среднего межчастичного расстояния под действием термофоретической силы и его уменьшение под действием силы ионного затенения. При этом термофоретическая сила проявляется тем сильнее, чем больше ток разряда, а сила ионного затенения — чем больше концентрация ионов в области существования плазменно-пылевой структуры.

На рис. 3б показаны результаты аналогичных расчетов для структуры, состоящей из 100 частиц. В этом случае вместо усреднения значения среднего расстояния между частицами по серии численных экспериментов проводится усреднение положения первого пика парной корреляционной функции, вид которой соответствует наличию дальнего порядка в системе пылевых частиц. Качественно характер влияния дополнительных сил на расстояние между частицами в пылевой структуре сохраняется при изменении температуры от комнатной до криогенной.

Таким образом, показано, что учет термофоретической силы и силы ионного затенения в модели плазменно-пылевой системы оказывает существенное влияние на величину среднего расстояния между пылевыми частицами в структурах из 2 и 100 частиц. Радиальная термофоретическая сила приводит к уменьшению плотности пылевой структуры, а сила ионного затенения — к обратному эффекту. При высокой разности температур (порядка $0.1T$) между поверхностью пылевой частицы и окружающим

нейтральным газом в модель также должна включаться сила затенения нейтралами.

5. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ РАБОТАМИ

Для сравнения теоретических результатов с экспериментальными данными подходящими являются эксперименты, в которых проводилось измерение зависимости среднего межчастичного расстояния от температуры нейтрального газа в трубке [13, 14]. К примеру, такими являются эксперименты, в которых пылевые структуры исследовались в тлеющем разряде гелия [13, 14]. Стоит отметить, что измерение температуры в таких экспериментах проводится при помощи датчиков, закрепленных на стенке трубки на уровне пылевой структуры, и температура газа в области самой структуры может отличаться от температуры, измеряемой датчиком, из-за присутствия радиального градиента температур в разряде. При низких температурах это отличие может быть значительным и приводить к тому, что реальное межчастичное расстояние будет отличаться от расчетного.

В эксперименте [13] величина среднего межчастичного расстояния измерялась при 300, 77 и 30–50 К: полученные значения 500–750 мкм, 200–250 мкм и 120–160 мкм соответственно. Экстраполируя эту зависимость до температуры 4.2 К, авторы предполагают, что расстояние между частицами при температуре жидкого гелия составляет менее 30 мкм.

В эксперименте [14] среднее расстояние между частицами в пылевых структурах измерялось при охлаждении системы вплоть до температуры жидкого гелия в непрерывном режиме. Данные по межчастичным расстояниям разбивались по узким диапазонам давления. Для сравнения из этого эксперимента были выбраны точки 290 К–400 мкм, 200 К–200 мкм, 180 К–350 мкм, 80 К–200 мкм, 50 К–150 мкм.

В связи с тем, что предложенная для расчетов модель плазменно-пылевой системы является многопараметрической, для описания каждого лабораторного эксперимента требуется набор предположений о значениях определяющих модель параметров (заряде частиц, токе разряда, поля страты и т. д.) и их изменении с охлаждением плазменно-пылевой системы. Возможность точного задания значения того или иного параметра в численном расчете за-

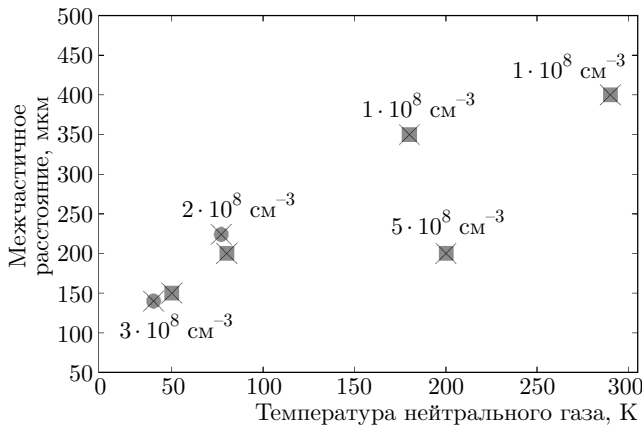


Рис. 4. Сравнение экспериментальных значений среднего расстояния между частицами в плазменно-пылевых структурах и результатов численного моделирования. Серые кружки соответствуют эксперименту группы С. Н. Антипова, серые квадраты — группы И. С. Самойлова, черные крестики — результатам моделирования. Рядом с точками подписаны значения концентрации ионов, которые используются в моделировании для аппроксимации значения межчастичного расстояния к экспериментальным значениям

висит от методики постановки и набора данных конкретного лабораторного эксперимента.

В экспериментах [13, 14] измерялись ток, давление и напряжение разряда. Экспериментальные значения этих параметров включаются в численное моделирование. Среди тех параметров, которые имеют существенное влияние на силы взаимодействия в плазменно-пылевой системе, не проводилось прямое измерение величины электрического поля страты и концентрации ионов в области существования пылевой структуры. Поле страты поддается оценке из условия левитации пылевых частиц ($mg = qE$). Точное определение значения концентрации ионов в положительном столбе затруднительно в связи с тем, что характеристики страт, коэффициенты рекомбинации, частоты столкновений ионов и электронов известны лишь по порядку величины. Кроме того, как показано в работах [33, 34], сами пылевые частицы могут оказывать существенное влияние на количество ионов и электронов в разряде. В большинстве работ считается, что концентрация ионов находится в диапазоне $10^8 - 10^{10} \text{ см}^{-3}$ в условиях типичных лабораторных экспериментов [12–18]. Поскольку значение концентрации ионов оказывает существенное влияние на величину среднего межчастичного расстояния, она оставляется свободным параметром и варьируется в допустимом диапазоне.

Как видно из рис. 4, все выбранные экспериментальные точки из работ [13, 14] точно описываются предложенной моделью плазменно-пылевой системы при различных значениях концентрации ионов в области существования плазменно-пылевой структуры. Все значения концентрации ионов попадают в допустимый диапазон.

На основании этого результата авторы полагают, что среднее межчастичное расстояние в плазменно-пылевых структурах, измеренное в ходе эксперимента, может служить способом качественной оценки величины концентрации ионов в разряде. Она является важнейшим параметром в предложенной модели взаимодействия плазменно-пылевых частиц, ведь определяет как экранировку электрического поля пылинок, так и их заряд.

В случае, если концентрация ионов считается известной, величина среднего межчастичного расстояния может использоваться для косвенной оценки заряда пылевых частиц, величины поля страты и других неизвестных параметров.

6. РЕЗУЛЬТАТЫ

В работе изучено влияние учета дополнительных сил в модели взаимодействия плазменно-пылевых частиц в тлеющем разряде постоянного тока на величину среднего расстояния между частицами в плазменно-пылевых структурах при температурах в диапазоне от 77 до 300 К. С использованием метода молекулярной динамики и численным решением уравнения равновесия пылинок получена зависимость среднего межчастичного расстояния от температуры для простой системы пылевых частиц, взаимодействующих по экранированному кулоновскому потенциалу и притягиваемых параболической электростатической ловушкой. Порядок получаемых расстояний составляет несколько сотен микрон. Показано, что охлаждение такой системы до 77 К приводит к уменьшению расстояния примерно в 2 раза.

Проведено сравнение величин дополнительных сил, действующих на пылевые частицы в тлеющем разряде, при температурах 77, 150 и 300 К. Показано, что радиальная термофоретическая сила сравнима с силой притяжения ловушки при низких температурах и высоких токах разряда; сила ионного затенения конкурирует с силой электростатического отталкивания при температурах ниже 150 К. Сила затенения нейтралами является значительной в случае, когда перепад температур между поверхностью

частицы и окружающим нейтральным газом составляет около 10 % от температуры разряда.

Проанализировано влияние радиальной термофоретической силы, сил ионного затенения и затенения нейтралами на величину среднего межчастичного расстояния в структурах из 2 и 100 частиц. Наибольшее влияние на величину среднего межчастичного расстояния оказывает термофорез, который проявляется сильнее с увеличением тока разряда. Значительное влияние на расстояние оказывает сила ионного затенения, которая возрастает с увеличением концентрации ионов в разряде. Таким образом, как термофоретическая сила, так и сила ионного затенения не являются экзотическими для пылевой плазмы и требуют учета в том числе для расчета структурных параметров пылевых кристаллов.

На основании полученных результатов предлагается модель плазменно-пылевой системы, включающая в себя наряду с экранированным кулоновским потенциалом и параболической ловушкой также радиальный термофорез, силу ионного затенения и силу затенения нейтралами. Использование этой модели для расчета конкретных экспериментальных условий требует как можно более точной оценки параметров, входящих в модель (заряда пылевых частиц, поля страты, концентрации ионов и т. д.) в условиях конкретного эксперимента.

Сравнение с экспериментальными работами показывает, что предложенная модель позволяет точно описать значения среднего межчастичного расстояния в ряде экспериментов в тлеющем разряде гелия и сделать оценки концентрации ионов в разряде. Полученные оценки попадают в допустимый диапазон значений концентрации и могут использоваться в качестве метода ее косвенного измерения.

Работа В. С. Николаева поддержана Правительством РФ (соглашение 074-02-2018-286). Работа А. В. Тимофеева поддержана грантом Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ НШ-5922.2018.8. Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ им. М. В. Ломоносова.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. F. Wuerker, H. Shelton, and R. V. Langmuir, *J. Appl. Phys.* **30**, 342 (1959).
2. В. Н. Цытович, *УФН* **167**, 57 (1997).
3. P. K. Shukla and A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics*, IOP, Bristol (2002).
4. В. Е. Фортов, А. Г. Храпак, С. А. Храпак, В. И. Молотков, О. Ф. Петров, *УФН* **174**, 5 (2004).
5. R. L. Merlino, *AIP Conf. Proc.* **799**, 3 (2005).
6. *Энциклопедия низкотемпературной плазмы*, I-2, Янук-К, Москва (2005).
7. V. N. Tsytovich, G. Morfill, S. V. Vladimirov, and H. M. Thomas, *Lect. Notes in Physics*, **731**, Springer, Berlin Heidelberg (2008).
8. О. С. Ваулина, О. Ф. Петров, В. Е. Фортов, А. Г. Храпак, С. А. Храпак, *Пылевая плазма: эксперимент и теория*, Физматлит, Москва (2009).
9. V. E. Fortov and G. E. Morfill, *Complex and Dusty Plasmas from Laboratory to Space*, CRC Press, London (2012).
10. С. И. Попель, *Лекции по физике пылевой плазмы: учебное пособие*, МФТИ, Москва (2012).
11. А. В. Ивлев, С. А. Храпак, В. И. Молотков и др., *Введение в физику пылевой и комплексной плазмы*, Интеллект, Москва (2017).
12. V. E. Fortov, L. M. Vasilyak, S. P. Vetchinin, V. S. Zimmukhov, A. P. Nefedov, and D. N. Polyakov, *Dokl. Phys.* **47**, 21 (2002).
13. С. Н. Антипов, Э. И. Асиновский, А. В. Кириллин и др., *ЖЭТФ* **133**, 948 (2008) [S. N. Antipov, E. I. Asinovskii, A. V. Kirillin et al., *JETP* **106**, 830 (2008)].
14. И. С. Самойлов, В. П. Баев, А. В. Тимофеев, Р. Х. Амиров, А. В. Кириллин, В. С. Николаев, З. В. Бедрань, *ЖЭТФ* **151**, 582 (2017).
15. D. N. Polyakov, L. M. Vasilyak, and V. V. Shumova, *Surf. Eng. Appl. Electrochem.* **51**, 2 (2015).
16. D. N. Polyakov, V. V. Shumova, and L. M. Vasilyak, *Plasma Sources Sci. Technol.* **26**, 8 (2017).
17. D. N. Polyakov, V. V. Shumova, and L. M. Vasilyak, *J. Phys.: Conf. Ser.* **1058**, 1 (2018).
18. Р. Е. Болтнев, М. М. Васильев, Е. А. Кононов, О. Ф. Петров, *ЖЭТФ* **153**, 679 (2018).
19. Г. Э. Норман, В. В. Стегайлов, А. В. Тимофеев, *ЖЭТФ* **140**, 5 (2011).
20. Б. А. Клумов, *УФН* **180**, 1095 (2010).

21. В. В. Балабанов, Л. М. Василяк, С. П. Ветчинин и др., ЖЭТФ **119**, 99 (2001) [V. V. Balabanov, L. M. Vasilyak, S. P. Vetchinin et al., JETP **92**, 86 (2001)].
22. G. Sukhinin, S. N. Antipov, A. V. Fedoseev, and O. F. Petrov, Phys. Rev. E **87**, 013101 (2013).
23. Ю. П. Райзер, *Физика газового разряда*, Наука, Москва (1987).
24. D. N. Polyakov, V. V. Shumova, and L. M. Vasilyak, Surf. Eng. Appl. Electrochem. **49**(2), 114 (2013).
25. O. S. Vaulina, X. G. Koss, and S. V. Vladimirov, Phys. Scripta **79**, 3 (2009).
26. L. J. Hou, A. Piel, and P. K. Shukla, Phys. Rev. Lett. **102**, 8 (2009).
27. V. S. Nikolaev and A. V. Timofeev, J. Phys.: Conf. Ser. **946**, 012146 (2018).
28. V. S. Nikolaev and A. V. Timofeev, J. Phys.: Conf. Ser. (2018), принята в печать.
29. V. A. Schweigert, I. V. Schweigert, A. Melzer et al., Phys. Rev. Lett. **80**, 5345 (1998).
30. И. В. Швейгерт, В. А. Швейгерт, В. М. Беданов и др., ЖЭТФ **114**, 1672 (1998).
31. S. A. Khrapak and G. E. Morfill, Phys. Plasmas **15**, 8 (2008).
32. S. A. Khrapak, A. V. Ivlev, and G. E. Morfill, Phys. Rev. E **64**, 046403 (2001).
33. L. M. Vasilyak, D. N. Polyakov, and V. V. Shumova, Contrib. Plasma Phys. **53**, 4 (2013).
34. G. Sukninin and A. V. Fedoseev, Phys. Rev. E **81**, 016402 (2010).