

АНАЛИЗ ТЕЧЕНИЙ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ В ВЕРТИКАЛЬНОМ КАНАЛЕ ПРИ НАГРЕВЕ СБОКУ

*И. Н. Черепанов**, *Б. Л. Смородин*, *А. С. Сидоров*

*Пермский государственный национальный исследовательский университет
614990, Пермь, Россия*

Поступила в редакцию 6 августа 2018 г.,
после переработки 6 августа 2018 г.
Принята к публикации 15 августа 2018 г.

Проведено экспериментальное и теоретическое исследование конвекции стратифицированной магнитной жидкости в вертикальном канале при нагреве сбоку. Исследована динамика поведения конвективных валов: скорость их движения и деформации. Показано, что сложная неоднородная структура течения обусловлена гравитационной стратификацией наночастиц в поле тяжести. На основе математической модели конвекции в приближении Буссинеска проведена большая серия вычислительных экспериментов для различных параметров задачи: начального распределения наночастиц, числа Больцмана, параметра Соре, седиментационной длины. Определена область параметров, в которых численные и экспериментальные результаты имеют качественное сходство.

DOI: 10.1134/S0044451019020172

1. ВВЕДЕНИЕ

Магнитные жидкости — это непроводящие жидкости, в которых твердые однодоменные ферромагнитные частицы (магнетит, кобальт) со средним размером 10 нм, покрытые поверхностно-активным веществом (ПАВ), взвешены в органическом растворителе (керосин, трансформаторное масло). Магнитные жидкости относятся к классу коллоидных растворов, занимающих промежуточное положение между истинными (молекулярными) растворами и грубодисперсными взвесями [1]. Наночастицы примеси участвуют в тепловом движении, несмотря на то, что их размер на порядок больше отдельной молекулы. В коллоидных суспензиях наблюдаются явления диффузии и термодиффузии наночастиц.

Как правило, магнитные жидкости рассматриваются как однородная по составу среда, без учета их многокомпонентного состава [2]. Однако под действием внешних полей (гравитационного, магнитного, температурного) в коллоидном растворе может возникать неоднородность распределения примеси, что приводит к появлению конвективных течений, не наблюдаемых в однородных жидкостях, таких

как бегущие волны [3–6], перебросовые колебания [7], сложные колебательные [8] и хаотические режимы [9–11].

Процесс стратификации изотермического коллоида теоретически исследован в работе [12]. Характерное время установления равновесного барометрического распределения концентрации описывается выражением

$$\tau \approx h^2/\pi^2 D, \quad (1)$$

где h — высота слоя, D — коэффициент диффузии, который может быть оценен по формуле Эйнштейна–Стокса:

$$D = k_B T/6\pi\nu r, \quad (2)$$

где k_B — постоянная Больцмана, T — температура, ν — кинематическая вязкость несущей жидкости, r — радиус наночастиц. Характерное значение коэффициента диффузии для магнитной наножидкости составляет 10^{-8} см²/с, что для канала высотой 1 см дает значение времени установления барометрического распределения значения порядка $\tau = 10^7$ с $\approx 10^2$ суток.

Экспериментальное исследование стратификации в поле тяжести проводилось в работе [13]. Наблюдения проводились в цилиндрическом канале высотой 9 см в течение $1.67 \cdot 10^4$ ч. За время наблюдений равновесного состояния достигнуто не было. Однако в работе отмечается, что существенные для конвек-

* E-mail: che-email@yandex.ru

тивных течений неоднородности плотности возникают на малых временах порядка 0.01τ .

Кроме седиментации в задачах о конвекции смесей присутствует еще один механизм разделения — термодиффузия. При подогреве заполненной коллоидной наносuspензией полости снизу термодиффузионный и гравитационный потоки, в зависимости от знака термодиффузии, могут быть сонаправленными, или иметь противоположное направление. Но равновесие возможно, и конвекция возникает, если градиент температуры превышает некоторое критическое значение [14]. Появление дополнительного потока вещества под действием теплового градиента может приводить как к стабилизации системы (отрицательная термодиффузия при нагреве снизу), так и к дестабилизации. Положительная термодиффузия понижает порог устойчивости коллоидов, а также возможно появление течений при нагреве смеси сверху, если параметр термодиффузии отрицателен.

В случае нагрева ячейки с коллоидным раствором сбоку тепловое расширение создает горизонтальный градиент плотности, а гравитационная стратификация — вертикальный, что делает равновесие жидкости невозможным и ведет к возникновению конвективного течения [15]. Однако перераспределение примеси в замкнутой ячейке может привести к значительному ослаблению конвективного течения [16] за счет того, что неоднородность плотности, вызванная тепловым расширением, компенсируется увеличением концентрации тяжелой компоненты, приносимой конвективным течением. При малой разности температур на боковых границах примесь перераспределяется таким образом, что суммарный градиент плотности в горизонтальном направлении практически равен нулю. Конвективное течение, поддерживающее данное распределение, является очень медленным.

Потеря устойчивости слабого течения, и образование вторичных конвективных течений рассматривалось в работе [17]. Ввиду нелинейности градиента концентрации по высоте конвективные вихри появляются в верхней части ячейки. Также в работе исследовано влияние термодиффузии на возникающие течения.

При наличии вертикальной стратификации компонентов смеси при большой разности температур на боковых границах в канале возникают слоистые течения, подробно описанные в монографии [15] для случая постоянного вертикального градиента концентрации. Постоянство вертикального градиента концентрации позволяет рассмотреть участок кана-

ла с периодическими условиями на горизонтальных границах, заполненный вихрями одного калибра. В коллоидных растворах распределение примеси по высоте, в общем случае, отличается от линейного закона. Градиент концентрации является неоднородным по высоте, а следовательно, течения в верхней и нижней частях канала могут различаться. Кроме того, сам концентрационный градиент определяется не внешними факторами, а конкуренцией стратификационных механизмов и конвективным перемешиванием смеси. В связи с этим для определения характера конвективных течений необходимо проводить численное моделирование всей области.

Данная работа посвящена экспериментальному и теоретическому исследованию конвекции стратифицированной магнитной жидкости в вертикальном канале при боковом нагреве.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

Опыты проводились с магнитной жидкостью на основе керосина, параметры приведены в таблице. Намагниченность насыщения, равная 43 кА/м, и средний размер частиц магнетита, составляющий 10 нм, были измерены в лаборатории «Динамика дисперсных систем» Института механики сплошных сред УрО РАН, Пермь [18].

В экспериментах использовалась конвективная камера в форме прямоугольного параллелепипеда толщиной $h = (6.0 \pm 0.1)$ мм и размерами сторон $H_z = 70$ мм и $H_y = 255$ мм (рис. 1). Полость 1 с магнитной жидкостью ограничивалась с одной из широких сторон латунным теплообменником 2 толщиной

Таблица. Основные параметры задачи

Массовая концентрация	$C = 0.5$
Объемная концентрация	$\varphi = 0.14$
Плотность	$\rho = 1.44 \text{ г/см}^3$
Плотность носителя	$\rho_s = 0.8 \text{ г/см}^3$
Плотность примеси	$\rho_p = 5 \text{ г/см}^3$
Тепловое расширение	$\alpha = 10^{-3} \text{ К}^{-1}$
Кинематическая вязкость	$\nu = 5.32 \cdot 10^{-6} \text{ см}^2/\text{с}$
Температуропроводность	$\chi = 10^{-7} \text{ см}^2/\text{с}$
Число Прандтля	$Pr = 53$
Число Льюиса	$Le = 2 \cdot 10^{-4}$
Число Рейля	$R = 2 \cdot 10^4$

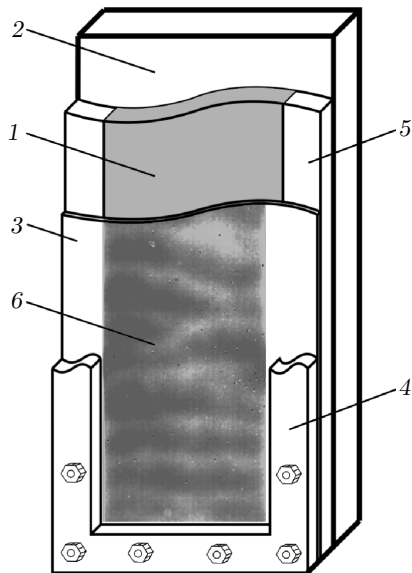


Рис. 1. Схема конвективной камеры: 1 — рабочая полость, 2 — металлический теплообменник, 3 — текстолитовая пластина, 4, 5 — рамки из плексигласа, 6 — поле температуры, фиксируемое на поверхности текстолита

19 мм, в котором имеются каналы для прокачки термостатирующей жидкости. С другой широкой стороны к полости 1 примыкала текстолитовая пластина 3 толщиной 0.7 мм, которая прижималась рамкой из плексигласа 4. С боковых сторон полость 1 окружалась рамкой 5 из плексигласа, толщина которой задавала толщину слоя h . Для визуализации течений использовалась инфракрасная камера, которая регистрировала распределение поля температуры 6 на внешней поверхности текстолитовой пластины 3. Инфракрасная камера «FLIR-CEDIP Titanium» с разрешением матрицы 640×512 пикселей и рабочим диапазоном температуры от -20°C до $+3000^\circ\text{C}$, измеряла тепловое излучение в диапазоне длин волн 8–12 мкм. Изображение с тепловизора выводилось на монитор компьютера в реальном времени и записывалось на жесткий диск с заданной частотой кадров. Для скоростей конвективных движений в экспериментах порядка 10^{-3} м/с съемка задавалась с минимально разрешимой частотой 2.5 Гц. Для обработки изображений полей температуры использовалось программное обеспечение Altair, в котором можно получать пространственно-временные профили температуры. Разрешение тепловизора по измерению температуры 0.01°C . Методика определения температуры таким способом подробно описана в работах [19, 20].

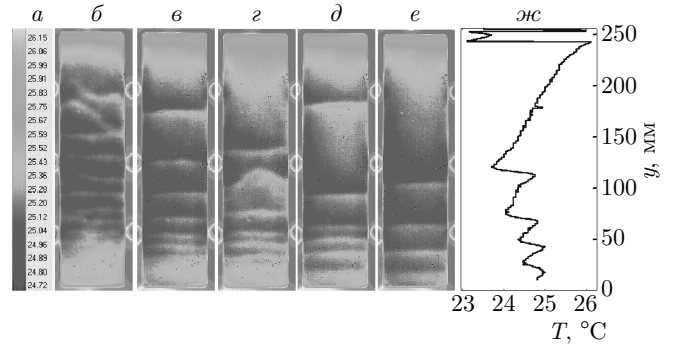


Рис. 2. Эволюция конвективных структур при $\theta = 5^\circ\text{C}$: а — цветовая шкала температуры в $^\circ\text{C}$. Термограммы сняты после 0 (б), 3 (в), 5 (г), 12 (д), 18 (е) часов после начала эксперимента; жс — усредненный по ширине канала профиль температуры для поля е; $h = 6.0$ мм, $H_y/h = 42.5$

Перепад температур в слое жидкости измерялся дифференциальной медь-константановой термопарой. Сигнал с термопары регистрировался прибором «Термодат-38В1», который подключался к компьютеру и опрашивался при помощи приложения TermodatNet. Спаи термопары размещались в центральной части камеры: один спай помещался в массив латунного теплообменника, второй — приклеивался с внутренней стороны текстолитовой пластины. Между широкими боковыми границами изначально стратифицированного слоя магнитной жидкости поддерживался постоянный перепад температур $\theta = T_1 - T_2$.

На рис. 2 представлена эволюция поля температуры на поверхности текстолитовой пластины. Видно, что в начале эксперимента формировалась система коротковолновых конвективных вихрей (рис. 2б). Горизонтальные границы вихрей четко не определены, испытывают колебания и разрывы. Вдоль широкой нагретой стенки, обращенной к читателю, границы горизонтальных вихрей движутся вверх. После 3 ч от начала эксперимента (рис. 2в) основное подъемно-опускное течение разбилось на отдельные горизонтальные вихри, границы которых движутся вверх. Приближаясь к верхней стенке конвективной камеры, границы теряют устойчивость и разрушаются (рис. 2а). Таким образом, с течением времени количество наблюдаемых горизонтальных валов уменьшается за счет конвективного перемешивания (рис. 2д, е). В экспериментах неоднородности в нижней части слоя всегда существовали дольше. В работе [20] показано, что такие концентрационные неоднородности могут разрушаться и возникать вновь в течение нескольких недель.

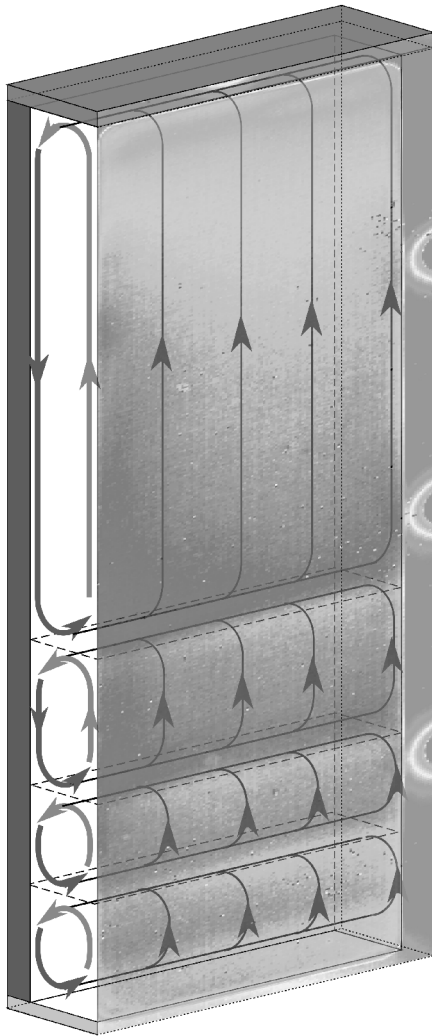


Рис. 3. Схема течения

Схематически структура течения изображена на рис. 3. Оно состоит из группы вихрей имеющих одинаковое направление вращения. Подобные течения хорошо изучены для бинарных молекулярных растворов [15]. Однако в случае молекулярных смесей вертикальный градиент концентрации является постоянным, не зависящим от высоты, и все вихри имеют близкий размер.

Линейный анализ устойчивости для случая постоянства вертикального градиента концентрации, проведенный в работе [15], показывает, что возможны четыре вида вторичных течений: неподвижные вихри на границе встречных потоков (гидродинамическая неустойчивость), концентрационно-волновая неустойчивость, колебательная крупномасштабная неустойчивость (длинноволновая термоконцентрационная), ячеистая термоконцентрацион-

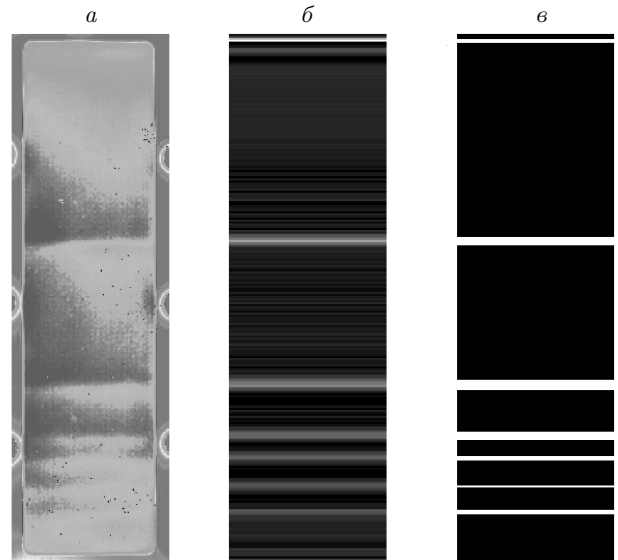


Рис. 4. Обработка термограмм, полученных тепловизором *a* — исходное изображение, *б* — результат вычисления усредненного градиента яркости, *в* — результат усиления контраста

ная неустойчивость. Для рассматриваемой нами области параметров реализуется тип неустойчивости, похожий на термоконцентрационную ячеистую, но реализующуюся в случае барометрического распределения частиц по высоте.

За счет одинакового направления вращения конвективных валов на границе между ними образуется резкий температурный пик (рис. 2жс). Верхний (относительно границы между конвективными структурами) вихрь приносит более холодную жидкость от охлаждаемой стенки (рис. 3). Ниже границы элемент жидкости, движущийся вверх, быстро нагревается. Набегание холодной жидкости сверху и тепловой жидкости снизу приводит к формированию теплового фронта, имеющего резкий ступенчатый вид (рис. 2жс), что позволяет точно определить границы конвективных валов по температурным пикам.

Для определения границ вихря по термограммам применялся следующий алгоритм обработки. Термограмма (рис. 4а) переводилась в оттенки серого и выделялась средняя область за счет обрезки 1/3 части изображения с правого и левого края, для исключения влияния границ. Затем вычислялся градиент яркости вдоль слоя при помощи оператора Собеля [21]. Для усиления контраста изображение разбивалось на вертикальные полосы толщиной 2 пикселя и производилось усреднение градиента по всей ширине. Изображения после обработки приведены на рис. 4б,в.

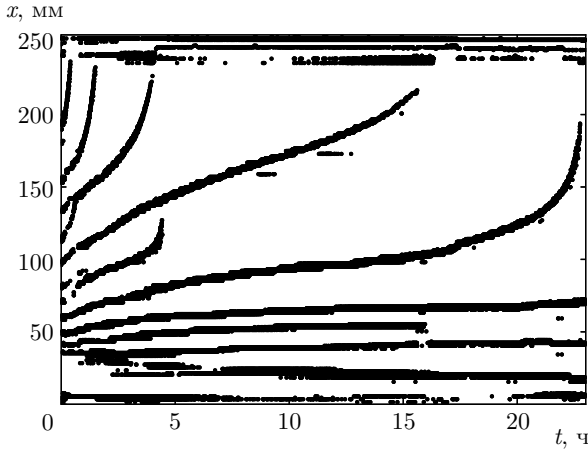


Рис. 5. Траектории движения границ вихрей вдоль вертикальной оси

Треки температурных пиков, соответствующих границам конвективных структур, приведены на рис. 5. В верхней части ячейки конвективные вихри имеют больший размер, чем в нижней, и с течением времени смещаются к верхней границе. При этом, чем выше вихрь, тем меньше время его жизни. Спустя 5 ч после начала эксперимента два верхних вихря занимают порядка 2/3 ячейки, в то время как в оставшейся части существуют порядка четырех вихрей. Отметим, что в нижней части за счет влияния границ ячейки, а также ограничений точности приборов, структуры малых масштабов могут быть неразличимы.

Важным является то, что конвективные вихри в нижней части ячейки имеют существенно меньший размер, и значительно медленнее изменяют его со временем, в отличие от верхних вихрей. Данный факт свидетельствует о существенной неоднородности концентрации по вертикали. Также видно, что нижние вихри появляются с небольшой задержкой (около 3 ч).

3. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

С теоретической точки зрения наблюдаемые эффекты могут быть обусловлены множеством факторов: седиментационным разделением, термодиффузией, магнитной реологией частиц. Рассмотрим модель, в основе которой лежит математическое описание течений бинарной смеси в приближении Буссинеска, в котором полагается, что плотность линейно зависит от температуры и концентрации:

$$\rho = \rho_0(1 - \alpha\delta T + \beta\delta C), \quad (3)$$

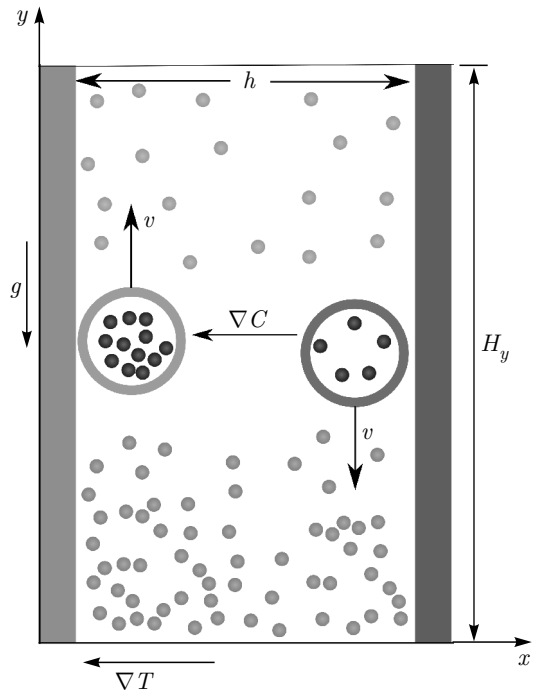


Рис. 6. Геометрия задачи и оси координат

где ρ_0 — значение плотности при средних температуре T_* и концентрации C_* ;

$$\alpha = - \left[\rho^{-1} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right) \right], \quad \beta = \left[\rho^{-1} \left(\frac{\partial \rho}{\partial C} \right) \right]$$

— коэффициенты соответственно теплового и концентрационного расширений; $\delta T = T - T_*$ и $\delta C = C - C_*$ — отклонение температуры и концентрации от средних значений.

Введем систему координат следующим образом: ось x направлена перпендикулярно слою, ось y — вертикально вверх (см. рис. 6). Полная система уравнений термо-концентрационной конвекции имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + \text{Pr}(\Delta\mathbf{v} + \text{R}\delta T - \text{Bl}\delta C\mathbf{n}), \quad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)T = \Delta T, \quad \text{div } \mathbf{v} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)C = \text{Le}\nabla \left(\nabla C + \frac{1}{l} \left(C\mathbf{n} + \frac{\varepsilon\text{R}}{\text{B}}\nabla T \right) \right), \quad (6)$$

с безразмерными параметрами: числом Рэлея R , числом Больцмана B , числом Прандтля Pr , числом Люисса Le , безразмерной длиной седиментации l и параметром разделения смеси ε :

$$\text{R} = \frac{g\alpha\delta T h^3}{\nu\chi}, \quad \text{B} = \frac{g\beta C_* h^4}{\nu\chi l_{sed}}, \quad l = \frac{l_{sed}}{h}, \quad (7)$$

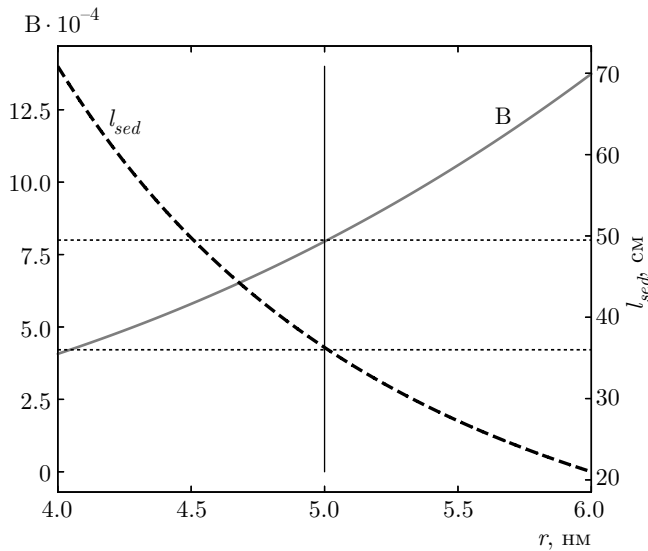


Рис. 7. Зависимости числа Больцмана B (сплошная линия) и безразмерной седиментационной длины l (штриховая линия) от радиуса наночастиц для параметров, приведенных в таблице

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\chi}, \quad \varepsilon = S_T C_* (1 - C_*) \frac{\beta}{\alpha}, \quad \text{Le} = \frac{D}{\chi}, \quad (8)$$

$$l_{\text{sed}} = \frac{k_B T}{\delta \rho \nu_p g}. \quad (9)$$

В системе уравнений (4)–(6), используются следующие масштабы: длины — h , времени — h^2/χ , вязкости — χ/h , температуры — δT , концентрации — C_* , давления — $\rho \chi^2/h^2$. Отметим, что безразмерная единица времени соотносится с реальным временем как $\tau = h^2/\chi \approx 0.1$ ч, т. е. 25 ч наблюдения соответствуют примерно 250 единицам безразмерного времени.

Решение задачи проводилось численными методами на базе пакета OpenFOAM. Размерные параметры жидкости и безразмерные числа, используемые в ходе численного моделирования, приведены в таблице. Для сопоставления теоретических и экспериментальных данных важным является правильный выбор параметров. Однако сложность численного моделирования заключается в следующем. Седиментационные свойства коллоида определяются параметрами B и l , которые сильно зависят от размеров наночастиц. Так, если рассматривать отклонения радиуса в 1 нм $r = (5 \pm 1)$ нм, то число Больцмана должно лежать в интервале $B = (4\text{--}13) \cdot 10^4$, а длина седиментации $l = (21\text{--}72)$ (см. рис. 7). Кроме того, ввиду полидисперсности и наличия в смеси агрегатов частиц начальное распределение примеси

и параметры задачи могут значительно отличаться от теоретических оценок.

Ввиду погрешности измерений параметров задачи и упрощений математической модели точное сопоставление времени моделирования и реального эксперимента является некорректным.

4. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Математическое моделирование проводилось для безразмерной высоты канала $H_y = 42$.

В качестве начального распределения рассмотрим случай полностью стратифицированного коллоида, когда распределение концентрации описывается выражением

$$C_0(y) = \frac{\gamma}{1 - e^{-\gamma}} e^{-\gamma y}, \quad \gamma = \frac{1}{l}. \quad (10)$$

Характерная структура течения, наблюдаемая при численном моделировании, приведена на рис. 8 и подтверждает структуру течения, в которой вихри вращаются в одном направлении, а на границе этих вихрей образуются тепловые пики (рис. 3).

Треки границ конвективных структур для нескольких значений числа B приведены на рис. 9. Границы вихрей определялись по температурным пикам вблизи вертикальной границы, так же как и при экспериментальном исследовании. В начальный момент времени образуется большое количество мелкомасштабных вихрей, которые через небольшое время сливаются в более крупные структуры. Увеличение числа Больцмана приводит к увеличению времени жизни мелкомасштабных течений. При этом течение в нижней части слоя может возникать с некоторой задержкой по отношению к началу эксперимента (рис. 9б).

Распределение концентрации по высоте $C(y)$, взятое на середине ширины канала, имеет ступенчатый вид. Внутри конвективных валов концентрация практически однородна, а на границе между валами наблюдается резкий градиент (см. рис. 10).

По мере перемешивания коллоида число вихрей N сокращается. Так, при $t = 10$ в ячейке имеется большое количество мелких вихрей ($N = 11$), при $t = 300$ — $N = 2$, а при $t = 400$ остается один вихрь, целиком заполняющий ячейку. С течением времени наиболее интенсивно увеличиваются вихри вблизи горизонтальных границ, в то время как центральные вихри долгое время имеют практически одинаковый размер.

Учет эффекта термодиффузии не приводит к качественному изменению характера течения. На

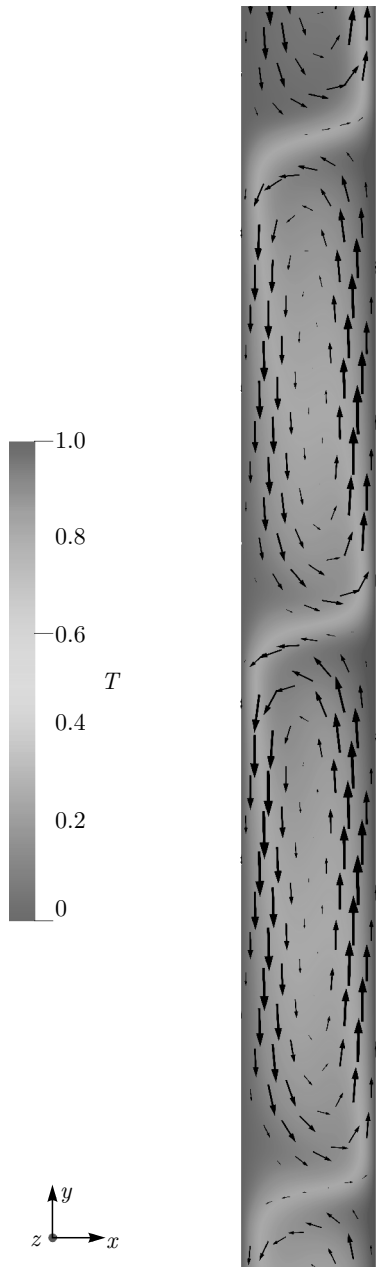


Рис. 8. (В цвете онлайн) Схема течения в вертикальном слое. Цвет соответствует безразмерной температуре, направление движения жидкости отображено стрелками

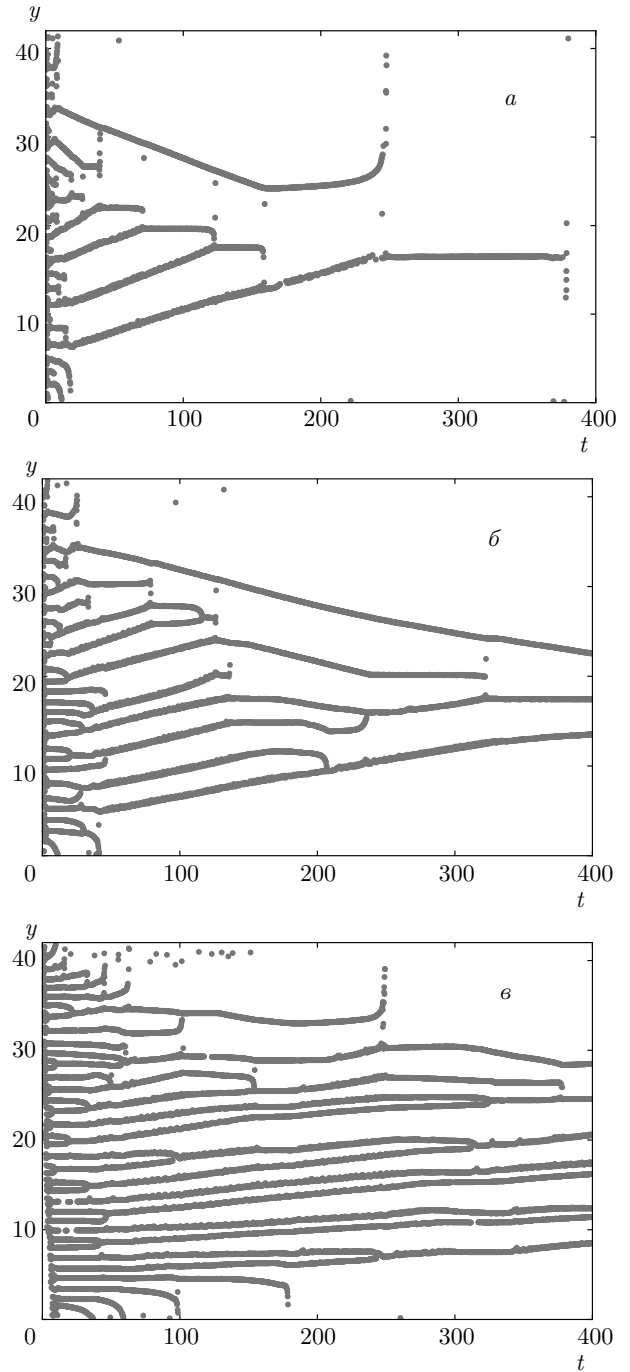


Рис. 9. Треки границ вихрей: а — $V = 1 \cdot 10^4$, б — $V = 2 \cdot 10^4$, в — $V = 4 \cdot 10^4$; $l = 35$, $\varepsilon = 0$

рис. 11 представлены треки температурных пиков для двух типов течений: с нулевой термодиффузией — синие треки, и для положительной термодиффузии ($\varepsilon = 10$) — оранжевые треки. Видно, что при $\varepsilon = 10$ время жизни конвективных вихрей увеличивается, что можно объяснить термодиффузионным разделением компонент в горизонтальном направлении.

Проведено большое число вычислительных экспериментов с различным начальным распределением концентрации. Качественное сходство расчетных структур течений с натурным экспериментом было получено при безразмерной длине седиментации $l = 8$. Треки движения границ вихрей для этого слу-

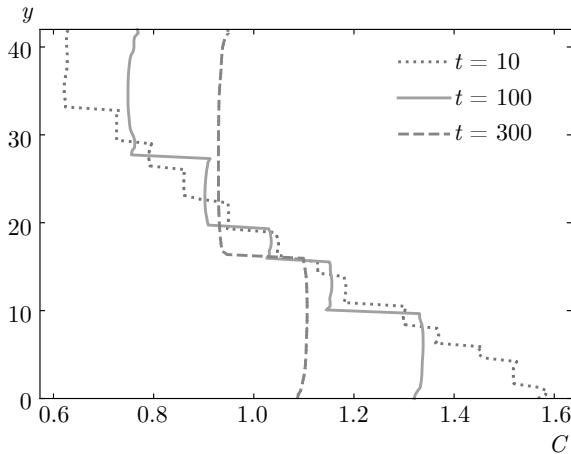


Рис. 10. Профиль концентрации примеси вдоль вертикальной оси в центре ячейки, $B = 10^4$, $\varepsilon = 0$

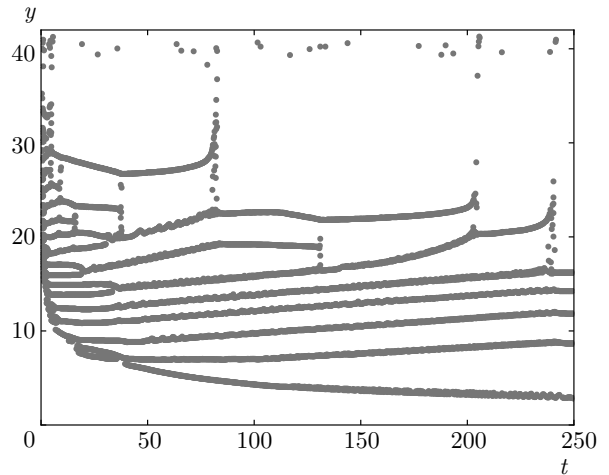


Рис. 12. Треки границ вихрей при $B = 4 \cdot 10^4$, $l = 8$

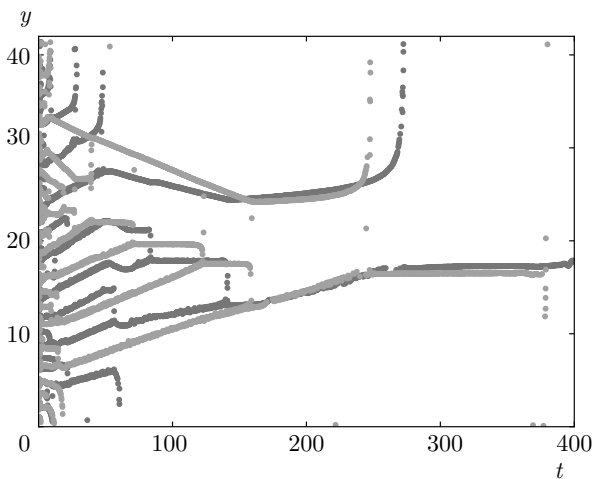


Рис. 11. (В цвете онлайн) Треки границ вихрей при $B = 10^4$ для случаев положительной ($\varepsilon = 10$ — оранжевые кривые) и нулевой ($\varepsilon = 0$ — синие кривые) термодиффузии

чая приведены на рис. 12. В нижней части вихри появляются с небольшой задержкой, при этом самый нижний трек стремится к нижней границе, а остальные движутся вверх. Верхние вихри имеют значительно больший размер и быстро разрушаются, при этом треки направлены вверх. Картина качественно соответствует экспериментальным данным (см. рис. 4).

Однако поведение системы в верхней части ячейки, полученное в ходе моделирования, отличается от экспериментальных данных. Мелкомасштабные вихри в численном моделировании разрушаются очень быстро, что свидетельствует о более слабом градиенте концентрации, чем в эксперименте. В на-

чальный момент времени конвективные вихри обладают примерно одинаковым размером (см. рис. 9).

Время жизни мелкомасштабных возмущений определяется концентрационным градиентом. Если перепад концентрации между соседними вихрями слабый, конвективное течение размывает границу довольно быстро, что приводит к слиянию вихрей. В случае сильного градиента соседние вихри существуют длительное время без слияния.

Отметим также, что безразмерная длина седиментации $l = 8$ в размерных единицах будет составлять $l_{sed} = 4.8$ см. Для такого значения l_{sed} размер частиц должен быть порядка $r \approx 17$ нм, что намного выше экспериментальных данных для одиночной наночастицы $r = 5$ нм.

По-видимому, наблюдаемая в эксперименте картина течения обусловлена более сложным начальным профилем концентрации, т.е. не описывается уравнением (10). Такой эффект может быть вызван наличием агрегатов (устойчивого скопления частиц) в коллоиде, что косвенно подтверждается приведенной выше оценкой радиуса частицы $r \approx 17$ нм, а также зависимостью коэффициента диффузии от концентрации. В экспериментальном исследовании концентрации в покоящейся феррожидкости от высоты [13], интегрально учитывающем описанные выше эффекты, получена зависимость, которую можно записать в виде

$$C = A(e^{-y/b'} + D). \quad (11)$$

Эту зависимость, оказывается, можно применить и в нашем случае численного моделирования, что можно пояснить следующим образом. Теоретический анализ устойчивости вертикальной стратифи-

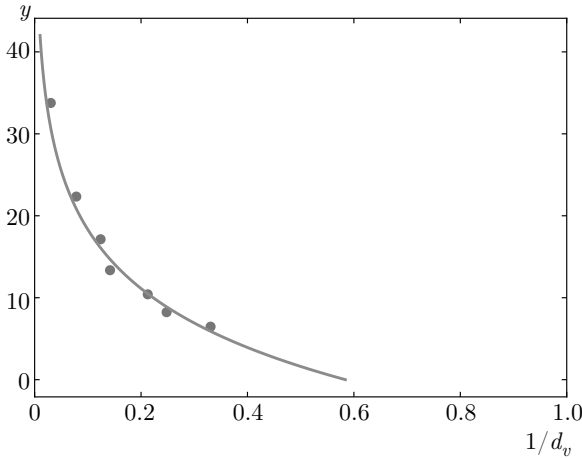


Рис. 13. Распределение обратного диаметра вихря $1/d_v$ по высоте. Точки — экспериментальные данные, линия — аппроксимация функцией (14), с коэффициентами $a = 5.77 \cdot 10^{-2}$, $b = 12.4$, рассчитанными методом наименьших квадратов

кации при постоянном градиенте [15] показал, что в области больших значений стратификационного параметра

$$R_d = g\beta h^3 |\nabla C| / \nu D,$$

где $|\nabla C|$ — значение вертикального градиента, являющегося внешним параметром (в нашем случае градиент определяется профилем концентрации), волновое число возмущений $k = 2\pi/\lambda$ подчиняется закону

$$k \propto R_d^{1/5}. \tag{12}$$

Можно предположить, что и в нашем случае стратифицированной наножидкости размер вихря обратно пропорционален градиенту концентрации:

$$d_v \propto (|\nabla C|)^{-n} = \left(\frac{dC}{dy}\right)^{-n}, \tag{13}$$

где d_v — диаметр вихря, n — некоторое число.

Оценим на основе экспериментальных данных начальное распределение концентрации. На рис. 13 приведена зависимость обратного размера вихря $1/d_v$ от вертикальной координаты. Точки соответствуют экспериментальным данным. Линия показывает аппроксимацию функцией

$$d_v^{-1} = f(y) = \frac{a}{b} \exp\left(-\frac{y}{b}\right), \tag{14}$$

где коэффициенты a и b рассчитывались методом наименьших квадратов.

Параметр b в аппроксимации (14) в значительной мере зависит от момента времени, для которого он

был рассчитан, и может служить лишь для оценки степени неоднородности смеси.

Подставляя аппроксимацию (14) в (13) получим

$$C = \int f(y) dy = Ae^{-y/b'} + D, \tag{15}$$

где $b' = bn$, коэффициенты A, D могут быть определены из условия сохранения средней концентрации примеси и разности концентраций в верхней и нижней части ячейки:

$$\frac{1}{H_y} \int_0^{H_y} C dy = 1, \tag{16}$$

$$C(0) - C(H_y) = \delta C, \tag{17}$$

$$A = \frac{\delta C}{1 - \exp(-H_y/b')}, \quad D = 1 - \frac{\delta C b'}{H_y}. \tag{18}$$

Математическое моделирование проводилось при $b' = 5, 8, 10, 13$ и для чисел Больцмана B от $4 \cdot 10^4$ до $2.4 \cdot 10^4$. Наиболее схожие течения наблюдались при $b' = 8$.

На рис. 14 приведены течения, для которых начальное условие задавалось уравнением (15) при $b' = 8$ и $\delta C = 0.1$.

Наиболее близкая картина течения наблюдалась при $B = 1.5 \cdot 10^5$ и $\delta C = 0.2$, треки тепловых пиков приведены на рис. 15. Отметим качественные сходства экспериментальных данных (рис. 5) и результата численного моделирования (рис. 15).

Ввиду большой вычислительной сложности задачи (моделирование системы на временах в 400 единиц теплового времени занимает порядка 2 суток на сервере с двумя шестиядерными процессорами Intel(R) Xeon(R) E5645), связанной, в основном, с большим размером области моделирования (моделирование проводилось для области с соотношением сторон 1 : 42 и шагом пространственной сетки $\tilde{h} = 1/40$), подбор параметров для более детального соответствия экспериментальному течению требует значительных временных затрат. Однако полученные качественные соответствия позволяют сделать следующие выводы. Во-первых, начальное распределение концентрации не может быть описано только за счет седиментации наночастиц, однако близко к экспоненциальному распределению. Во-вторых, структура течения в основном определяется неоднородностью плотности по высоте и может быть качественно описана в рамках приближения, учитывающего только одну компоненту примеси.

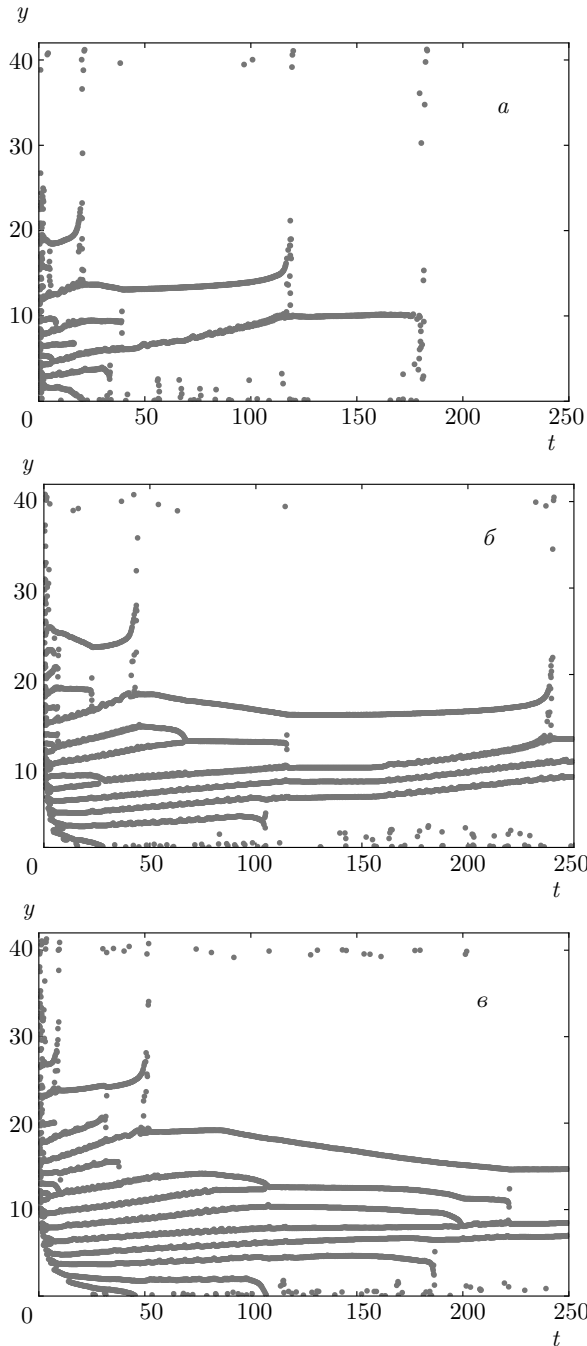


Рис. 14. Треки конвективных валов для начального условия (15) при $b' = 8$, $\delta C = 0.1$: а — $V = 8 \cdot 10^4$, б — $V = 18 \cdot 10^4$, в — $V = 24 \cdot 10^4$

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено экспериментальное и теоретическое исследование конвекции коллоидной смеси в вертикальном канале при нагреве сбоку. Обнаруженные в эксперименте сложные слоистые течения были смоделированы математически при помощи пакета OpenFOAM.

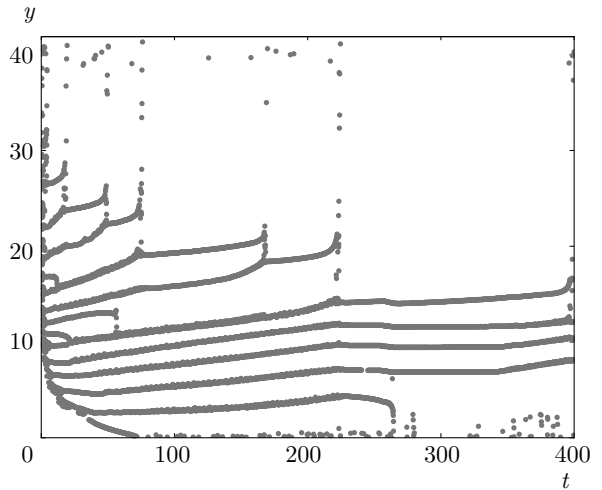


Рис. 15. Треки конвективных валов при $V = 1.5 \cdot 10^5$, $b' = 8$, $\delta C = 0.2$

Показано, что неоднородные слоистые течения образуются за счет нелинейности градиента концентрации в вертикальном направлении. Математическая модель начального распределения концентрации, учитывающая только гравитационную стратификацию, не дает качественного соответствия с экспериментальными данными. Наблюдаемая сильная асимметричность (верх-низ ячейки) течения свидетельствует о более сложном распределении концентрации. Подобное поведение может быть обусловлено наличием агрегатов, нелинейной зависимостью диффузии от концентрации, а также сложным составом жидкости носителя.

На основе результатов численного моделирования сделаны предположения о начальном профиле концентрации и значении параметра Больцмана, характеризующего гравитационную стратификацию смеси.

Проведенные оценки показали, что седиментационная длина и число Больцмана, характеризующие эффект седиментации, могут изменяться в больших пределах. Для полученного интервала значений безразмерных параметров проведена большая серия вычислительных экспериментов. Определена область параметров задачи, в которой конвективные течения качественно совпадают с результатами эксперимента. При этом воспроизводятся такие особенности течений, реализуемых в экспериментах, как неоднородный размер вихрей по высоте, вихри в верхней части движутся вверх и увеличиваются в размере, вихри в нижней части слабо изменяют размер и положение за время наблюдения, течение в нижней части возникает с существенной задерж-

кой. Также отметим, что характерные времена процессов в эксперименте и численном моделировании совпадают по порядку величины.

Исследования выполнены при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-31-60074).

ЛИТЕРАТУРА

1. К. И. Евстратова, Н. А. Купина, Е. Е. Малахова, *Физическая и коллоидная химия*, Высшая школа, Москва (1990).
2. В. Е. Фергман, *Магнитные жидкости*, Вышэйшая школа, Минск (1988).
3. D. Donzelli, R. Cerbino, and A. Vailati, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 10503 (2009).
4. B. L. Smorodin, I. N. Cherepanov, B. I. Myznikova, and M. I. Shliomis, *Phys. Rev. E* **84**, 026305 (2011).
5. S. A. Suslov, A. A. Bozhko, A. S. Sidorov, and G. F. Putin, *Phys. Rev. E* **86**, 016301 (2012).
6. Б. Л. Смородин, И. Н. Черепанов, *ЖЭТФ* **147**, 363 (2015).
7. А. Ф. Глухов, В. А. Демин, Г. Ф. Путин, *Изв. РАН, Механика жидкости и газа*, **2**, 13 (2013).
8. M. T. Krauzina, A. A. Bozhko, G. F. Putin, and S. A. Suslov, *Phys. Rev. E* **91**, 013010 (2015).
9. А. А. Божко, П. В. Булычев, Г. Ф. Путин, Т. Тыньяла, *Изв. РАН, Механика жидкости и газа*, **1**, 29 (2007).
10. N. V. Kolchanov and I. M. Arefyev, *Intern. J. Heat Transf.* **111**, 1112 (2017).
11. B. Smorodin, I. Cherepanov, and S. Ishutov, *Fluid Dynamics Research* **48**(6), 061423 (2016).
12. Y. Raikher and M. Shliomis, *J. Magn. Magn. Mater.* **122**, 93 (1993).
13. А. Ф. Глухов, Г. Ф. Путин, в сб.: *Гидродинамика*, **12**, Перм. ун-т, Пермь (1999), с. 92.
14. B. Smorodin and I. Cherepanov, *Euro. Phys. J. E* **37**, 118 (2014).
15. Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкий, А. А. Непомнящий, *Устойчивость конвективных течений*, Наука, Москва (1989).
16. I. N. Cherepanov, *J. Appl. Mech. Techn. Phys.* **58**, 1181 (2017).
17. I. N. Cherepanov and B. L. Smorodin, *Microgravity Sci. Technol.* **30**, 63 (2018).
18. A. V. Lebedev and S. N. Lysenko, *J. Magn. Magn. Mater.* **323**, 1198 (2011).
19. А. Ф. Глухов, А. С. Сидоров, *Вестник Пермского университета. Серия: физика* **1**(32), 5 (2016).
20. А. С. Сидоров, *Вестник Пермского университета. Серия: физика* **3**(25), 50 (2013).
21. R. O. Duda and P. E. Hart, *Pattern Classification and Scene Analysis*, John Wiley & Sons (1973).