ЖЭТФ, 2019, том 155, вып. 3, стр. 514–521

СЛАБЫЙ ФЕРРОМАГНЕТИЗМ ВДОЛЬ ОСИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА И БАЗИСНАЯ АНИЗОТРОПИЯ, ВЫЗВАННЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ ДЗЯЛОШИНСКОГО – МОРИЯ И КУБИЧЕСКИМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ КРИСТАЛЛОВ $FeBO_3$

*С. Г. Овчинников**, *В. В. Руденко***, *А. М. Воротынов****

Институт физики им. Л. В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук
660036, Красноярск, Россия

Поступила в редакцию 3 июля 2018 г.,
после переработки 6 сентября 2018 г.
Принята к публикации 13 сентября 2018 г.

На основе спинового гамильтониана и с учетом кубического инварианта кристаллического поля и взаимодействия Дзялошинского – Мория слабый ферромагнитный момент вдоль оси третьего порядка и базисная анизотропия кристаллов бората железа $FeBO_3$ рассчитаны во втором порядке теории возмущения.

DOI: 10.1134/S0044451019030131

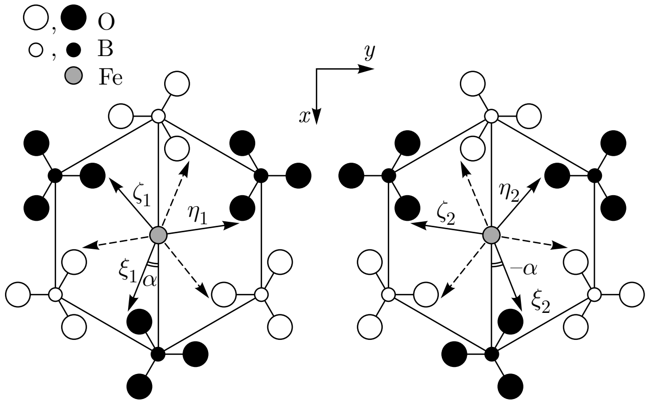
1. ВВЕДЕНИЕ

Кристаллы бората железа были синтезированы довольно давно и хорошо изучены, но все же привлекают пристальное внимание исследователей как подходящие объекты для разработки различных моделей, связанных с магнетизмом [1]. Эти кристаллы имеют относительно простую решетку, высокую температуру Нееля, узкие линии антиферромагнитного резонанса [2] и ряд изоструктурных диамагнитных аналогов. Так (на кристаллах бората железа), Дмитриенко с соавторами в 2014 г. впервые определил знак и величину векторных компонент взаимодействия Дзялошинского – Мория [1]. Отметим, что работа [1] была подтверждена и использована в нашей работе, что следует из данных расчета и эксперимента по гексагональной анизотропии (разд. 4). В настоящей работе учитывается знак базисной гексагональной анизотропии $FeBO_3$ и рассчитывается слабый ферромагнитный момент вдоль оси третьего порядка кристаллов $FeBO_3$, обусловленный влиянием кубического электрического поля и взаимодействием Дзялошинского – Мория. Расчеты были выполнены во втором порядке теории возмущений. Вычисленные матричные элементы, используемые в разд. 3, представлены в Приложении. Отметим, что свободная энергия рассматривалась ранее в работе [3], но в менее правильной, с точки зрения ее записи, форме, чем в настоящей работе, хотя и дает тот же результат. Для обменного члена использовалось приближение молекулярного поля. Количественная оценка полученных выражений для базисной гексагональной анизотропии и слабого ферромагнитного момента вдоль оси третьего порядка была сделана с использованием данных электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) на изоструктурных борату железа кристаллах $MBO_3 + Fe^{3+}$ (M = Ga, In, Sc, Lu) (см. разд. 4). Основные результаты этой работы представлены в разд. 5.

2. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭНЕРГИИ ГЕКСАГОНАЛЬНОЙ АНИЗОТРОПИИ И СЛАБОГО ФЕРРОМАГНИТНОГО МОМЕНТА ВДОЛЬ ОСИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА КРИСТАЛЛОВ $FeBO_3$

Магнитные свойства кристаллов бората железа описываются свободной энергией [4]

* E-mail: sgo@iph.krasn.ru
** E-mail: rvv@iph.krasn.ru
*** E-mail: sasa@iph.krasn.ru



Положение 1 Положение 2

Эффективные положения ионов BO_3^{3-} и кубических осей электрического поля для двух неэквивалентных положений иона M в решетке MBO_3 (M = Fe, Ga, In, Lu, Sc) [5]

$$\Phi = \\ = M\left[\frac{1}{2}B\mathbf{M}^2 + \frac{1}{2}a\cos^2\theta + d_{DM}(L_xM_y - L_yM_x) + \right. \\ \left. + q\sin^3\theta\cos\theta\cos 3\varphi + tM_z\sin^3\theta\sin 3\varphi\right]; \quad (1)$$

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2}{M}, \quad \mathbf{L} = \frac{\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2}{M},$$
$$M = 2|\mathbf{M}_1| = 2|\mathbf{M}_2| = Ng\beta s B_{5/2}(x),$$

$\mathbf{M}_1$, $\mathbf{M}_2$ — намагниченности подрешеток, N — число Авогадро, g — фактор спектроскопического расщепления, β — магнетон Бора, S — спин иона железа, равный 5/2, и $B_{5/2}(x)$ — функция Бриллюэна. Все константы в выражении (1) имеют размерность магнитного поля. Несмотря на относительно простую кристаллическую структуру $FeBO_3$ (структура кальцита), поведение магнитной системы при вращении антиферромагнитного вектора $\mathbf{L}$ в плоскости (111) относительно последних двух членов в (1) довольно сложное [3,4]. Такое сложное поведение (которое можно видеть, в частности, на рисунке, показывающем распределение осей кубического кристалла), полученное из спектров электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) в кристаллах $ScBO_3 + Fe^{3+}$ [5] и $CaCO_3 + Mn^{2+}$ [6], изоструктурных борату железа, характерно для эффективной базисной анизотропии, а также для вектора ферромагнетизма $\mathbf{M}$ вдоль оси третьего порядка кристалла $FeBO_3$.

Первый член в уравнении (1) характеризует энергию изотропного обмена в кристалле; второй — одноосную анизотропию; третий — взаимодействие Дзялошинского, приводящее к возникновению слабого ферромагнетизма в базисной плоскости (111); последние два члена — энергия анизотропии в плоскости (111); θ и φ представляют собой полярный и азимутальный углы вектора $\mathbf{L}$, отсчитываемого соответственно от оси третьего порядка (z) и от плоскости симметрии кристалла (оси x) (см. рисунок). Феноменологические выражения для эффективной базисной анизотропии и слабого ферромагнитного момента вдоль оси третьего порядка получены путем минимизации свободной энергии (1) по θ и M_z и имеют вид [3, 7]

$$E_q\sin^6\theta\cos 6\varphi = \\ = -\frac{(qM)^2}{4M(a + d_{DM}^2/B)}\sin^6\theta\cos 6\varphi, \quad (2)$$
$$M_z = -\frac{tM}{B}\sin^3\theta\sin 3\varphi.$$

3. РАСЧЕТ ЭНЕРГИИ ГЕКСАГОНАЛЬНОЙ АНИЗОТРОПИИ И СЛАБОГО ФЕРРОМАГНИТНОГО МОМЕНТА ВДОЛЬ ОСИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА КРИСТАЛЛОВ $FeBO_3$ НА ОСНОВЕ СПИНОВОГО ГАМИЛЬТОНИАНА, УЧИТЫВАЮЩЕГО ВЛИЯНИЕ КУБИЧЕСКОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДЗЯЛОШИНСКОГО – МОРИЯ

Спиновый гамильтониан с учетом двух неэквивалентных положений ионов Fe^{3+} и взаимодействия Дзялошинского – Мория имеет вид [3, 8]

$$\hat{H} = g\beta\mathbf{H}_j^{eff}\mathbf{s}_j + \frac{1}{3}D_{cf}O_{2j}^0 + \frac{F_{cf}}{180}O_{4j}^0 - \frac{a_{cf}}{180}\times \\ \times\left[O_{4j}^0 - 20\sqrt{2}\left(O_{4j}^3\cos 3\alpha_{cfj} - \tilde{O}_{4j}^3\sin 3\alpha_{cfj}\right)\right] + \\ + d_{DM}(s_{x1}s_{y2} - s_{y1}s_{x2}). \quad (3)$$

Здесь первый член (энергия обменного взаимодействия) в уравнении (3) записан в приближении молекулярного поля, $\mathbf{s}$ — оператор спина иона, O_n^m являются эквивалентными операторами спинов, форма и матричные элементы которых приведены, например, в работах [9, 10]; α_{cfj} является углом между проекциями оси кубического кристаллического поля на плоскость (111) и плоскостью симметрии кристалла в положении j (рисунок, см. более подробное описание в работах [7, 8]). Второй, третий и четвертый члены (для постоянной Гамильтониана a_{cf}) описывают взаимодействия аксиальной и кубической симметрии. Последний член описывает взаимодействие Дзялошинского – Мория.

Запишем обменный член в (3) в нулевом приближении теории возмущений, взяв направление, определяемое углами θ_j и φ_j, отсчитываемое от оси третьего порядка и в плоскости симметрии кристалла, соответственно, как ось квантования. Гамильтониан во вращающейся системе координат можно записать в виде [10] с выражениями, ответственными за взаимодействие Дзялошинского – Мория [11]:

$$\begin{gathered}\hat{H} = g\beta H_j^{eff} s_{zj} + \sum_{m=0}^{2} a_{2j}^m O_{2j}^m + \sum_{m=0}^{4} a_{4j}^m O_{4j}^m + \\ + \sum_{m=1}^{4} \tilde{a}_{4j}^m \tilde{O}_{4j}^m + d_{DM}[(s_{x1}s_{x2}\cos\theta_1\cos\theta_2 + \\ + s_{y1}s_{y2} + s_{z1}s_{z2}\sin\theta_1\sin\theta_2)\sin(\varphi_2-\varphi_1) + \\ + (s_{x1}s_{z2}\cos\theta_1\sin\theta_2 + s_{z1}s_{x2}\sin\theta_1\cos\theta_2)\times \\ \times\sin(\varphi_2-\varphi_1) + \\ + (s_{x1}s_{y2}\cos\theta_1 - s_{y1}s_{x2}\cos\theta_2)\cos(\varphi_2-\varphi_1) + \\ + (s_{z1}s_{y2}\sin\theta_1 - s_{y1}s_{z2}\sin\theta_2)\cos(\varphi_2-\varphi_1)]. \quad (4)\end{gathered}$$

Здесь знаки вращающейся системы координат опущены для простоты, а $\varphi_2 - \varphi_1 \approx 180°$ — разность между ориентациями подрешеток $j = 1$ и $j = 2$. Учесть слабый ферромагнитный момент вдоль оси третьего порядка и базисную анизотропию во втором приближении теории возмущений можно с помощью выражений $\tilde{a}_{4j}^1 \tilde{O}_{4j}^1$, где

$$\tilde{a}_{4j}^1 = -a_{cf}\left(\sqrt{2}/12\right)\sin^2\theta_j\cos\theta_j\sin 3(\varphi_j+\alpha_j)$$

плюс последний член в (4):

$$|d_{DM}|(s_{z1}s_{y2}\sin\theta_1 - s_{y1}s_{z2}\sin\theta_2);$$

в формулах (1)–(4) значение d_{DM} для $FeBO_3$ отрицательно [1].

Выражение для энергии во втором порядке теории возмущений было приведено, например, в работе [12]:

$$W'' = \sum_{m_1',m_2'} \frac{\langle m_1,m_2|\hat{H}''|m_1',m_2'\rangle\langle m_1',m_2'|\hat{H}''|m_1,m_2\rangle}{W^0_{m_1,m_2} - W^0_{m_1',m_2'}},$$

где $\hat{H}''$ — оператор возмущений, $|m_1,m_2\rangle$ и $|m_1',m_2'\rangle$ — волновые функции ионов 1 и 2 соответственно в основном и возбужденном состояниях; m_1, m_2 и m_1', m_2' имеют смысл соответствующих магнитных квантовых чисел; и знаменатель — это разность между энергией основного и возбужденного состояний в нулевом приближении. Вычисленные матричные элементы, в которых константы $\tilde{a}_{4j}^1$ и тригонометрические функции в последнем члене уравнения (4) были опущены для простоты, представлены в Приложении. Уровни энергии в нулевом и втором приближениях теории возмущений в отношении приведенных выше выражений имеют вид

$$\begin{gathered}W_{j,\pm1/2} = \pm\frac{1}{2}g\beta H_j^{eff} - s\sqrt{2}\frac{|d_{DM}|a_{cf}}{g\beta H_j^{eff}}\times \\ \times\sin^3\theta_j\cos\theta_j\sin 3(\varphi_j+\alpha_j), \\ W_{j,\pm3/2} = \pm\frac{3}{2}g\beta H_j^{eff} + 9s\sqrt{2}\frac{|d_{DM}|a_{cf}}{2g\beta H_j^{eff}}\times \\ \times\sin^3\theta_j\cos\theta_j\sin 3(\varphi_j+\alpha_j), \\ W_{j,\pm5/2} = \pm\frac{5}{2}g\beta H_j^{eff} - s^2\sqrt{2}\frac{|d_{DM}|a_{cf}}{g\beta H_j^{eff}}\times \\ \times\sin^3\theta_j\cos\theta_j\sin 3(\varphi_j+\alpha_j).\end{gathered} \quad (5)$$

Здесь, не теряя общности с конечным результатом (в приближении сильного обменного поля), мы предположили $\sin\theta_1 = \sin\theta_2 = \sin\theta_j$ (см. последнее слагаемое в (4)). В выражении (5) $|d_{DM}| = g\beta|H_{DM}/m|$, где $|d_{DM}|$ и $|m|$ — соответственно абсолютные значения поля Дзялошинского – Мория и магнитного квантового числа. Окончательные выражения для энергетических уровней принимают вид

$$\begin{gathered}W_{j,\pm1/2} = \pm\frac{1}{2}g\beta H_j^{eff} - 2s\sqrt{2}\,a_{cf}\frac{|H_{DM}|}{H_j^{eff}}\times \\ \times\sin^3\theta_j\cos\theta_j\sin 3(\varphi_j+\alpha_j), \\ W_{j,\pm3/2} = \pm\frac{3}{2}g\beta H_j^{eff} + 3s\sqrt{2}\,a_{cf}\frac{|H_{DM}|}{H_j^{eff}}\times \\ \times\sin^3\theta_j\cos\theta_j\sin 3(\varphi_j+\alpha_j), \\ W_{j,\pm5/2} = \pm\frac{5}{2}g\beta H_j^{eff} - s\sqrt{2}\,a_{cf}\frac{|H_{DM}|}{H_j^{eff}}\times \\ \times\sin^3\theta_j\cos\theta_j\sin 3(\varphi_j+\alpha_j).\end{gathered} \quad (6)$$

При произвольных температурах вклад в слабый ферромагнитный момент вдоль оси третьего порядка и константы базисной анизотропии будет определяться из свободной энергии кристалла

$$F = -\frac{NkT}{2}\sum_j \ln Z_j, \quad Z_j = \sum_{m_j}\exp\left(-\frac{W_{jm_j}}{kT}\right)$$

— сумма состояний j-го иона.

Разложим экспоненциальную функцию в выражении для свободной энергии кристалла в ряд по показателям $(c(m_j)a_j(\theta_j,\varphi_j,\alpha_j))/kT$ Ограничивая рассмотрение членом линейного разложения, получим

$$F = -\frac{NkT}{2}\sum_j \ln \sum_{m_j} \exp\left(-\frac{g\beta H_j^{eff} m_j}{kT}\right) \times \\ \times \left(1 - \frac{c_j(m_j)a_j(\theta_j, \varphi_j, \alpha_j)}{kT}\right), \quad (7)$$

$$a_j(\theta_j, \varphi_j, \alpha_j) = s\sqrt{2}\, a_{cf}\frac{|H_{DM}|}{H_j^{eff}} \times \\ \times \sin^3\theta_j \cos\theta_j \sin 3(\varphi_j + \alpha_j),$$

$c_j(m_j)$ имеют величины, полученные из уравнений (6) и (7). Проведя обозначения $Y_j = \exp(-g\beta H_j^{eff}/kT)$ и суммируя по m_j, мы перепишем выражение для F в виде

$$F = -\frac{NkT}{2}\sum_j \ln\left\{\left(Y_j^{1/2} + Y_j^{-1/2}\right)\left(1 - \frac{2a_j}{kT}\right) + \\ + \left(Y_j^{3/2} + Y_j^{-3/2}\right)\left(\frac{1+3a_j}{kT}\right) + \\ + \left(Y_j^{5/2} + Y_j^{-5/2}\right)\left(\frac{1-a_j}{kT}\right)\right\} = \\ = -\frac{NkT}{2}\sum_j \ln\left(z_{0j} - \frac{a_j}{kT}\, z_{2j}\right) = \\ = -\frac{NkT}{2}\sum_j \left\{\ln z_{0j} + \ln\left(1 - \frac{a_j}{kT}\frac{z_{2j}}{z_{0j}}\right)\right\},$$

где

$$z_{0j} = \frac{Y_j^5 + Y_j^4 + Y_j^3 + Y_j^2 + Y_j + 1}{Y_j^{5/2}},$$

$$z_{2j} = \frac{-Y_j^5 + 3Y_j^4 - 2Y_j^3 - 2Y_j^2 + 3Y_j - 1}{Y_j^{5/2}}.$$

Разлагая функцию $\ln[1 - (a_j/kT)(z_{2j}/z_{0j})]$ в ряд по малому параметру $(a_j/kT)(z_{2j}/z_{0j})$ и ограничиваясь рассмотрением только линейного члена, получим

$$F = \frac{N}{2}\sum_j \left(a_j \frac{z_{2j}}{z_{0j}}\right). \quad (8)$$

Разлагая синусоидальные функции a_j в уравнениях (6) и (7), вводя азимутальные углы $\varphi + \alpha$ и $\varphi + \pi - \alpha$ для вектора антиферромагнетизма аналогично [13] и суммируя по j, мы приходим к выражению

$$F = \frac{N}{2}\sqrt{2}\, a_{cf}\frac{|H_{DM}|}{H^{eff}} r(Y)\sin^3\theta[(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \times \\ \times \sin 3\alpha \cos 3\varphi + (\cos\theta_1 + \cos\theta_2)\cos 3\alpha \sin 3\varphi]. \quad (9)$$

В (9), согласно определению, $\cos\theta_1 - \cos\theta_2 = 2\cos\theta$, $\cos\theta_1 + \cos\theta_2 = 2m_z$. Запишем выражение для констант гексагональной анизотропии, которое следует из уравнений (1) и (9) в соответствии с одноионным вкладом [4]:

$$q_{cfDM} = N\sqrt{2}\, a_{cf} r(Y)\left\{\frac{|H_{DM}|}{H^{eff}}\sin 3\alpha - \frac{1}{3}\cos 3\alpha\right\},$$

$$r(Y) = \frac{5}{2}\frac{z_2}{z_0} = \\ = \frac{5}{2}\frac{-Y^5 + 3Y^4 - 2Y^3 - 2Y^2 + 3Y - 1}{Y^5 + Y^4 + Y^3 + Y^2 + Y + 1}. \quad (10)$$

Эта функция была введена Вольфом при расчете одноионной магнитной анизотропии кубических кристаллов [14]. В уравнении (10) a_{cf} выражается в единицах энергии.

Эффективное поле измеренной гексагональной анизотропии, которое следует из (2), (9) и (10), имеет вид

$$H_{qcfDM}\sin^6\theta\cos 6\varphi = -\frac{a_{cf}^2[r(Y)/s]^2\left\{[|H_{DM}|/H^{eff}]\sin 3\alpha - (1/3)\cos 3\alpha\right\}^2}{2\left\{H_A(0) + [H_{DM}^2(0)]/H_E(0)\right\}B_{5/2}^3(x)}\sin^6\theta\cos 6\varphi. \quad (11)$$

Заметим, что в уравнении (11) отношение между эффективными полями H_{DM}/H^{eff}, умноженное на $M = Ng\beta B_{5/2}(x)$ равно слабому ферромагнитному моменту [4]. Приравнивая энергию m_z в (1) к (9), получим

$$t = N\frac{\sqrt{2}\, a_{cf}|H_{DM}|}{H^{eff}} r(Y)\cos 3\alpha,$$

и затем определим в соответствии с (2)

$$m_z\sin^3\theta\sin 3\varphi = \\ = -N\frac{\sqrt{2}\, a_{cf}|H_{DM}|}{BH^{eff}} r(Y)\cos 3\alpha\sin^3\theta\sin 3\varphi.$$

На основании этого выражения находим измеренный магнитный момент вдоль оси третьего порядка на моль кристаллического вещества $FeBO_3$:

$$\sigma_z(T) = m_z M = -\sqrt{2}\, Ng\beta s B_{5/2}(x)\frac{a_{cf}|H_{DM}|}{2(H^{eff})^2} \times \\ \times \frac{r(Y)}{sB_{5/2}(x)}\cos 3\alpha\sin^3\theta\sin 3\varphi. \quad (12)$$

Здесь a_{cf} выражается в единицах поля (Э).

4. КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА БАЗИСНОЙ АНИЗОТРОПИИ И СЛАБОГО ФЕРРОМАГНИТНОГО МОМЕНТА ВДОЛЬ ОСИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА КРИСТАЛЛОВ $FeBO_3$, ВЫЗВАННОЙ КУБИЧЕСКИМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ ДЗЯЛОШИНСКОГО–МОРИЯ

Теоретические оценки значений анизотропных взаимодействий в $FeBO_3$ (на основе одноионной модели) были выполнены с помощью экспериментально определенных (методом электронного парамагнитного резонанса ЭПР) констант спинового гамильтониана для изоструктурных борату железа кристаллов $MBO_3 + Fe^{3+}$ (M = Ga, In, Sc, Lu).

Оценка с использованием уравнения (12) (с учетом кубического кристаллического поля и взаимодействия Дзялошинского–Мория во втором приближении теории возмущений) дает $\sigma_z \sim 1 \cdot 10^{-4}$ Гс·см^3/г (при $T = 0$ К), что на порядок меньше одноионного вклада [13], полученного в первом приближении теории возмущений ($2.4 \cdot 10^{-3}$ Гс·см^3/г). Экспериментальное значение при $T = 77$ К (по измерениям намагниченности) равно $1.3 \cdot 10^{-3}$ Гс·см^3/г [15]. Чтобы проиллюстрировать уровень величин «сильного» и более тонких взаимодействий, мы также приводим значение слабого ферромагнитного момента Дзялошинского–Мория в базисной плоскости при $T = 77$ К ($\sigma_{xy} = 3$ Гс·см^3/г) [16].

Количественная оценка гексагональной анизотропии, вызванной ионами Fe^{3+} в $FeBO_3$ по отношению к двум механизмам (11), дает $H_{qcfDM}(0) = -1.0 \cdot 10^{-2}$ Э (по данным ЭПР) и экспериментальное значение $H_q(0) = -1.1 \cdot 10^{-2}$ Э (по данным антиферромагнитного резонанса) [8, 17]. В уравнении (11) H_D, a_{cf} и α_{cf} равны соответственно 100 кЭ [2], 130 Э [5] и 24° [5], что отвечает кристаллу $FeBO_3$ с параметрами решетки из работы [7]; $H_E(0) = 2H^{eff}(0) = 6020$ кЭ [2, 18]; $B_{5/2}(x)$ — функция Бриллюэна для спина $S = 5/2$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрено влияние кубического кристаллического поля и взаимодействия Дзялошинского–Мория на величину базисной гексагональной анизотропии и слабый ферромагнитный момент вдоль оси третьего порядка. Вычисленное значение H_{qcfDM} появляется только во втором порядке теории возмущений и согласуется с данными ЭПР. В перспективе для определения наличия других вкладов (в частности, «одноионного обменного») [7] и сравнения с экспериментом желательно провести измерения на высокочувствительном магнитометре.

Правильная оценка базисной анизотропии (с учетом знака вектора Дзялошинского–Мория и одноионного вклада) не существенно изменила конечный результат. Вычисленный вклад в слабоферромагнитный момент вдоль оси третьего порядка с учетом влияния кубического электрического поля и взаимодействия Дзялошинского–Мория на порядок меньше экспериментального значения для одиночного иона, поэтому основной вклад в слабоферромагнитный момент вдоль оси третьего порядка дает одноионный механизм [13]. Для лучшего согласования расчетов и эксперимента потребуется рассмотрение дополнительных механизмов анизотропных взаимодействий. В заключение отметим, что в разд. 4 даны исчерпывающие экспериментальные данные по исследуемой проблеме.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Расчет матричных элементов:

$$\begin{aligned}
&s = 5/2, \quad m_1 = -1/2, \quad j = 1 \\
&\langle m_1 = -1/2, \quad m_2 = 1/2 \left| \tilde{O}^1_{4j}/(g\beta H^{eff}) \right| m'_1 = -3/2, \quad m'_2 = 1/2\rangle \langle m'_1 = -3/2, \\
&m'_2 = 1/2 \left| (-s_{z2}s_{y1}) \right| m_1 = -1/2, \quad m_2 = 1/2\rangle = 15/(g\beta H^{eff}), \\
&\langle m_1 = -1/2, \quad m_2 = 1/2 \left| (-s_{z2}s_{y1}) \right| m'_1 = -3/2, \quad m'_2 = 1/2\rangle \times \\
&\times \langle m'_1 = -3/2, \quad m'_2 = 1/2 \left| \tilde{O}^1_{4j}/(g\beta H^{eff}) \right| m_1 = -1/2, \quad m_2 = 1/2\rangle = 15/(g\beta H^{eff}),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&s = 5/2, \quad m_1 = -1/2, \quad j = 2 \\
&\langle m_1 = -1/2, \quad m_2 = 1/2 \left| \tilde{O}^1_{4j}/(g\beta H^{eff}) \right| m'_1 = -1/2, \quad m'_2 = 3/2\rangle \langle m'_1 = -1/2, \\
&m'_2 = 3/2 \left| s_{z1}s_{y2} \right| m_1 = -1/2, \quad m_2 = 1/2\rangle = 15/(g\beta H^{eff}), \\
&\langle m_1 = -1/2, \quad m_2 = 1/2 \left| s_{z1}s_{y2} \right| m'_1 = -1/2, \quad m'_2 = 3/2\rangle \langle m'_1 = -1/2, \\
&m'_2 = 3/2 \left| \tilde{O}^1_{4j}/(g\beta H^{eff}) \right| m_1 = -1/2, \quad m_2 = 1/2\rangle = 15/(g\beta H^{eff}),
\end{aligned}$$

$$s = 5/2, \quad m_1 = 1/2, \quad j = 1$$

$$\langle m_1 = 1/2, \quad m_2 = -1/2 \left|\tilde{O}^1_{4j}/(-g\beta H^{eff})\right| m'_1 = 3/2, \quad m'_2 = -1/2\rangle\langle m'_1 = 3/2,$$
$$m'_2 = -1/2\,|-s_{z2}s_{y1}|\,m_1 = 1/2, \quad m_2 = -1/2\rangle = 15/(g\beta H^{eff}),$$
$$\langle m_1 = 1/2, \quad m_2 = -1/2\,|-s_{z2}s_{y1}|\,m'_1 = 3/2, \quad m'_2 = -1/2\rangle\langle m'_1 = 3/2,$$
$$m'_2 = -1/2\left|\tilde{O}^1_{4j}/(-g\beta H^{eff})\right| m_1 = 1/2, \quad m_2 = -1/2\rangle = 15/(g\beta H^{eff}),$$

$$s = 5/2, \quad m_1 = 1/2, \quad j = 2$$

$$\langle m_1 = 1/2, \quad m_2 = -1/2 \left|\tilde{O}^1_{4j}/(-g\beta H^{eff})\right| m'_1 = 1/2, \quad m'_2 = -3/2\rangle\langle m'_1 = 1/2,$$
$$m'_2 = -3/2\,|s_{z1}s_{y2}|\,m_1 = 1/2, \quad m_2 = -1/2\rangle = 15/(g\beta H^{eff}),$$
$$\langle m_1 = 1/2, \quad m_2 = -1/2\,|s_{z1}s_{y2}|\,m'_1 = 1/2, \quad m'_2 = -3/2\rangle\langle m'_1 = 1/2,$$
$$m'_2 = -3/2\left|\tilde{O}^1_{4j}/(-g\beta H^{eff})\right| m_1 = 1/2, \quad m_2 = -1/2\rangle = 15/(g\beta H^{eff}),$$

$$s = 5/2, \quad m_1 = -3/2, \quad j = 1$$

$$\langle m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2 \left|\tilde{O}^1_{4j}/(-g\beta H^{eff})\right| m'_1 = -1/2, \quad m'_2 = 3/2\rangle\langle m'_1 = -1/2,$$
$$m'_2 = 3/2\,|-s_{z2}s_{y1}|\,m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2\rangle = -45/(g\beta H^{eff}),$$
$$\langle m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2\,|-s_{z2}s_{y1}|\,m'_1 = -1/2, \quad m'_2 = 3/2\rangle\langle m'_1 = -1/2,$$
$$m'_2 = 3/2\left|\tilde{O}^1_{4j}/(-g\beta H^{eff})\right| m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2\rangle = -45/g\beta H^{eff},$$

$$s = 5/2, \quad m_1 = -3/2, \quad j = 2$$

$$\langle m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2 \left|\tilde{O}^1_{4j}/(-g\beta H^{eff})\right| m'_1 = -3/2, \quad m'_2 = 1/2\rangle\langle m'_1 = -3/2,$$
$$m'_2 = 1/2\,|s_{z1}s_{y2}|\,m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2\rangle = -45/(g\beta H^{eff}),$$
$$\langle m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2\,|s_{z1}s_{y2}|\,m'_1 = -3/2, \quad m'_2 = 1/2\rangle\langle m'_1 = -3/2,$$
$$m'_2 = 1/2\left|\tilde{O}^1_{4j}/(-g\beta H^{eff})\right| m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2\rangle = -45/(g\beta H^{eff}),$$

$$s = 5/2, \quad m_1 = 3/2, \quad j = 1$$

$$\langle m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2 \left|\tilde{O}^1_{4j}/(g\beta H^{eff})\right| m'_1 = 1/2, \quad m'_2 = -3/2\rangle\langle m'_1 = 1/2,$$
$$m'_2 = -3/2\,|-s_{z2}s_{y1}|\,m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2\rangle = -45/(g\beta H^{eff}),$$
$$\langle m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2\,|-s_{z2}s_{y1}|\,m'_1 = 1/2, \quad m'_2 = -3/2\rangle\langle m'_1 = 1/2,$$
$$m'_2 = -3/2\left|\tilde{O}^1_{4j}/(g\beta H^{eff})\right| m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2\rangle = -45/(g\beta H^{eff}),$$

$$s = 5/2, \quad m_1 = 3/2, \quad j = 2$$

$$\langle m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2 \left|\tilde{O}^1_{4j}/(g\beta H^{eff})\right| m'_1 = 3/2, \quad m'_2 = -1/2\rangle\langle m'_1 = 3/2,$$
$$m'_2 = -1/2\,|s_{z1}s_{y2}|\,m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2\rangle = -45/(g\beta H^{eff}),$$
$$\langle m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2\,|s_{z1}s_{y2}|\,m'_1 = 3/2, \quad m'_2 = -1/2\rangle\langle m'_1 = 3/2,$$
$$m'_2 = -1/2\left|\tilde{O}^1_{4j}/(g\beta H^{eff})\right| m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2\rangle = -45/(g\beta H^{eff}),$$

$$s = 5/2, \quad m_1 = -3/2, \quad j = 1$$

$$\langle m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2 \left|\tilde{O}^1_{4j}/(g\beta H^{eff})\right| m'_1 = -5/2, \quad m'_2 = 3/2\rangle\langle m'_1 = -5/2,$$
$$m'_2 = 3/2\,|-s_{z2}s_{y1}|\,m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2\rangle = -45/(2g\beta H^{eff}),$$
$$\langle m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2\,|-s_{z2}s_{y1}|\,m'_1 = -5/2, \quad m'_2 = 3/2\rangle\langle m'_1 = -5/2,$$
$$m'_2 = 3/2\left|\tilde{O}^1_{4j}/(g\beta H^{eff})\right| m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2\rangle = -45/(2g\beta H^{eff}),$$

$$s=5/2,\quad m_1=-3/2,\quad j=2$$
$$\langle m_1=-3/2,\quad m_2=3/2\ \left|\tilde{O}^1_{4j}/(g\beta H^{eff})\right| m'_1=-3/2,\quad m'_2=5/2\rangle\langle m'_1=-3/2,$$
$$m'_2=5/2\,|s_{z1}s_{y2}|\,m_1=-3/2,\quad m_2=3/2\rangle=-45/(2g\beta H^{eff}),$$
$$\langle m_1=-3/2,\quad m_2=3/2\,|s_{z1}s_{y2}|\,m'_1=-3/2,\quad m'_2=5/2\rangle\langle m'_1=-3/2,$$
$$m'_2=5/2\left|\tilde{O}^1_{4j}/(g\beta H^{eff})\right| m_1=-3/2,\quad m_2=3/2\rangle=-45/(2g\beta H^{eff}),$$

$$s=5/2,\quad m_1=3/2,\quad j=1$$
$$\langle m_1=3/2,\quad m_2=-3/2\ \left|\tilde{O}^1_{4j}/(-g\beta H^{eff})\right| m'_1=5/2,\quad m'_2=-3/2\rangle\langle m'_1=5/2,$$
$$m'_2=-3/2\,|-s_{z2}s_{y1}|\,m_1=3/2,\quad m_2=-3/2\rangle=-45/(2g\beta H^{eff}),$$
$$\langle m_1=3/2,\quad m_2=-3/2\,|(-s_{z2}s_{y1}|\,m'_1=5/2,\quad m'_2=-3/2\rangle\langle m'_1=5/2,$$
$$m'_2=-3/2\left|\tilde{O}^1_{4j}/(-g\beta H^{eff})\right| m_1=3/2,\quad m_2=-3/2\rangle=-45/(2g\beta H^{eff}),$$

$$s=5/2,\quad m_1=3/2,\quad j=2$$
$$\langle m_1=3/2,\quad m_2=-3/2\ \left|\tilde{O}^1_{4j}/(-g\beta H^{eff})\right| m'_1=3/2,\quad m'_2=-5/2\rangle\langle m'_1=3/2,$$
$$m'_2=-5/2\,|s_{z1}s_{y2}|\,m_1=3/2,\quad m_2=-3/2\rangle=-45/(2g\beta H^{eff}),$$
$$\langle m_1=3/2,\quad m_2=-3/2\,|s_{z1}s_{y2}|\,m'_1=3/2,\quad m'_2=-5/2\rangle\langle m'_1=3/2,$$
$$m'_2=-5/2\left|\tilde{O}^1_{4j}/(-g\beta H^{eff})\right| m_1=3/2,\quad m_2=-3/2\rangle=-45/(2g\beta H^{eff}),$$

$$s=5/2,\quad m_1=-5/2,\quad j=1$$
$$\langle m_1=-5/2,\quad m_2=5/2\ \left|\tilde{O}^1_{4j}/(-g\beta H^{eff})\right| m'_1=-3/2,\quad m'_2=5/2\rangle\langle m'_1=-3/2,$$
$$m'_2=5/2\,|-s_{z2}s_{y1}|\,m_1=-5/2,\quad m_2=5/2\rangle=75/(2g\beta H^{eff}),$$
$$\langle m_1=-5/2,\quad m_2=5/2\,|-s_{z2}s_{y1}|\,m'_1=-3/2,\quad m'_2=5/2\rangle\langle m'_1=-3/2,$$
$$m'_2=5/2\left|\tilde{O}^1_{4j}/(-g\beta H^{eff})\right| m_1=-5/2,\quad m_2=5/2\rangle=75/(2g\beta H^{eff}),$$

$$s=5/2,\quad m_1=-5/2,\quad j=2$$
$$\langle m_1=-5/2,\quad m_2=5/2\ \left|\tilde{O}^1_{4j}/(-g\beta H^{eff})\right| m'_1=-5/2,\quad m'_2=3/2\rangle\langle m'_1=-5/2,$$
$$m'_2=3/2\,|s_{z1}s_{y2}|\,m_1=-5/2,\quad m_2=5/2\rangle=75/(2g\beta H^{eff}),$$
$$\langle m_1=-5/2,\quad m_2=5/2\,|s_{z1}s_{y2}|\,m'_1=-5/2,\quad m'_2=3/2\rangle\langle m'_1=-5/2,$$
$$m'_2=3/2\left|\tilde{O}^1_{4j}/(-g\beta H^{eff})\right| m_1=-5/2,\quad m_2=5/2\rangle=75/(2g\beta H^{eff}),$$

$$s=5/2,\quad m_1=5/2,\quad j=1$$
$$\langle m_1=5/2,\quad m_2=-5/2\ \left|\tilde{O}^1_{4j}/(g\beta H^{eff})\right| m'_1=3/2,\quad m'_2=-5/2\rangle\langle m'_1=3/2,$$
$$m'_2=-5/2\,|s_{z2}s_{y1}|\,m_1=5/2,\quad m_2=-5/2\rangle=75/(2g\beta H^{eff}),$$
$$\langle m_1=5/2,\quad m_2=-5/2\,|-s_{z2}s_{y1}|\,m'_1=3/2,\quad m'_2=-5/2\rangle\langle m'_1=3/2,$$
$$m'_2=-5/2\left|\tilde{O}^1_{4j}/(g\beta H^{eff})\right| m_1=5/2,\quad m_2=-5/2\rangle=75/(2g\beta H^{eff}),$$

$$s=5/2,\quad m_1=5/2,\quad j=2$$
$$\langle m_1=5/2,\quad m_2=-5/2\ \left|\tilde{O}^1_{4j}/(g\beta H^{eff})\right| m'_1=5/2,\quad m'_2=-3/2\rangle\langle m'_1=5/2,$$
$$m'_2=-3/2\,|s_{z1}s_{y2}|\,m_1=5/2,\quad m_2=-5/2\rangle=75/(2g\beta H^{eff}),$$
$$\langle m_1=5/2,\quad m_2=-5/2\,|s_{z1}s_{y2}|\,m'_1=5/2,\quad m'_2=-3/2\rangle\langle m'_1=5/2,$$
$$m'_2=-3/2\left|\tilde{O}^1_{4j}/(g\beta H^{eff})\right| m_1=5/2,\quad m_2=-5/2\rangle=75/(2g\beta H^{eff}).$$

Здесь $H^{eff}=H_1^{eff}=-H_2^{eff}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. V. E. Dmitrienko, E. N. Ovchinnikova, S. P. Collins, G. Nisbet, G. Beutier, Y. O. Kvashnin, V. V. Mazurenko, A. I. Lichtenstein, and M. I. Katsnelson, Nature Phys. **10**, 202 (2014).

2. Л. В. Великов, А. С. Прохоров, Е. Г. Рудашевский, В. Н. Селезнев, ЖЭТФ **66**, 1847 (1974).

3. G. V. Bondarenko, S. G. Ovchinnikov, V. V. Rudenko, V. M. Sosnin, V. I. Tugarinov, and A. M. Vorotynov, J. Magn. Magn. Mater. **335**, 90 (2013).

4. Л. В. Великов, С. В. Миронов, Е. Г. Рудашевский, ЖЭТФ **75**, 1110 (1978).

5. С. Н. Лукин, В. В. Руденко, В. Н. Селезнев, Г. А. Цинцадзе, ФТТ **22**, 51 (1980).

6. G. E. Barberis, R. Calvo, H. G. Maldonado, and C. E. Zarate, Phys. Rev. B **12**, 853 (1975).

7. С. Г. Овчинников, В. В. Руденко, УФН **184**, 1299 (2014).

8. В. В. Руденко, ФТТ **22**, 775 (1980).

9. С. А. Альтшулер, Б. М. Козырев, *Электронный парамагнитный резонанс соединений элементов промежуточных групп*, Наука, Москва (1972).

10. V. V. Lupei, A. Lupei, and I. Ursu, Phys. Rev. B **6**, 4125 (1972).

11. T. Moriya, *Magnetism*, ed. by G. T. Rado and H. Suhl, Acad. Press, New York (1963), p. 85.

12. J. Wertz and J. Bolton, *Electron Paramagnetic Resonance*, John Wiley and Sons, New York (1972).

13. С. Г. Овчинников, В. В. Руденко, В. И. Тугаринов, ФТТ **58**, 1926 (2016).

14. W. P. Wolf, Phys. Rev. **108**, 1152 (1957).

15. P. J. Flanders, J. Appl. Phys. **43**, 2430 (1972).

16. А. М. Кадомцева, Р. З. Левитин, Ю. Ф. Попов, В. Н. Селезнев, В. В. Усков, ФТТ **14**, 214 (1972).

17. В. Д. Дорошев, И. М. Крыгин, С. Н. Лукин, А. Н. Молчанов, А. Д. Прохоров, В. В. Руденко, В. Н. Селезнев, Письма в ЖЭТФ **29**, 286 (1979).

18. V. G. Bar'yakhtar, V. D. Doroshev, N. M. Kovtun, and V. M. Siryuk, in Abstr. of the 19^{th} All-Russia Seminar on Low-Temperature Physics, Minsk (1976), p. 561.