ЖЭТФ, 2019, том 155, вып. 4, стр. 668–676

КОСМОГРАФИЯ ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ ДУХОВОЙ ТЕМНОЙ ЭНЕРГИИ В $f(G)$-ГРАВИТАЦИИ

***М. Шариф*[*], *С. Саба*[**]**

Математический факультет, Пенджабский университет
54590, Лахор, Пакистан

Поступила в редакцию 30 марта 2018 г.,
после переработки 24 июля 2018 г.
Принята к публикации 2 октября 2018 г.

(Перевод с английского)

COSMOGRAPHY OF GENERALIZED GHOST DARK ENERGY MODEL IN $f(G)$-GRAVITY

M. Sharif, S. Saba

Построена обобщенная модель духовой темной энергии в $f(G)$-гравитации с использованием соответствующей схемы для взаимодействующей и невзаимодействующей материи без давления с масштабным множителем, изменяющимся по степенному закону. Космологические следствия полученной модели исследуются с помощью параметра уравнения состояния и фазовых плоскостей ω_{DE}–ω'_{DE} и r–s. Устойчивость полученной модели исследуется с помощью параметра квадрата скорости звука. Параметр уравнения состояния соответствует фантомной фазе Вселенной для обоих случаев. Как при наличии взаимодействия, так и при его отсутствии плоскость ω_{DE}–ω'_{DE} представляет собой область отмораживания, а плоскость r–s соответствует фантомной темной энергии и темной энергии, представленной квинтессенцией.

DOI: 10.1134/S0044451019040096

1. ВВЕДЕНИЕ

Происходящее в настоящее время расширение Вселенной подтверждается разнообразными наблюдениями, такими как сверхновые типа Ia, реликтовое излучение, крупномасштабная структура и т. д. Картина расширения Вселенной обусловливается экзотической силой, создающей большое отрицательное давление, известное как темная энергия (ТЭ). Для интерпретации явления ТЭ и эволюции Вселенной было предложено много моделей. Имеются два основных подхода к изучению природы ТЭ: динамические модели ТЭ и модифицированные теории гравитации.

Динамическая модель ТЭ, известная как венециановская духовая темная энергия (ДТЭ) [1], обладает нетривиальными физическими свойствами. Предполагается, что с помощью этой модели можно решить проблему $U(1)$ [2], используя КХД в области низких энергий. В пространстве–времени Минковского ДТЭ никак не влияет на плотность энергии вакуума, однако в искривленном пространстве–времени небольшая плотность энергии вакуума растет пропорционально $\Lambda^3_{\text{КХД}}H$, где $\Lambda_{\text{КХД}}$ — массовый масштаб КХД, а H — параметр Хаббла [3]. Полагая, что в настоящее время $\Lambda_{\text{КХД}} \sim 100$ МэВ, а $H \sim 10^{-33}$ МэВ, получаем $\Lambda^3_{\text{КХД}}H$ порядка $(10^{-3})^4$ эВ для наблюдаемой плотности ДТЭ. Удивительным образом, это небольшое значение обеспечивает требуемую экзотическую силу, необходимую для уско-

[*] E-mail: msharif.math@pu.edu.pk
[**] E-mail: saadia.saba86@gmail.com

ренного расширения Вселенной, а также позволяет решить проблему тонкой настройки. Выражение для плотности энергии ДТЭ имеет вид [4]

$$\rho_{GDE} = \alpha H,$$

где α — произвольная постоянная, имеющая размерность куба энергии.

Для вычисления характеристик нулевых колебаний квантового поля из плотности полной энергии следует вычесть результаты для пространства–времени Минковского из вакуумного среднего пространства–времени Фридмана – Робертсона – Уокера (ФРУ) [5]. Отклонение $\Lambda_c^2 H^2$ (проявляющееся в плотности энергии вакуума этих пространств) берется при перенормировке ньютоновской постоянной, где Λ_c — УФ-обрезание. Это имеет место в предположении, что вакуумное среднее тензора энергии–импульса сохраняется. В работе [6] показано, что венецианoвская ДТЭ должна быть не просто порядка H, но также, в соответствии с [5], должен быть добавлен член H^2. Энергия вакуума духового поля имеет вид

$$H + O(H^2),$$

где член H^2 в модели ДТЭ объясняет раннее расширение Вселенной. Учет второго члена в ДТЭ дает результаты, согласующиеся с данными наблюдений [7]. Плотность энергии обобщенной духовой темной энергии (ОДТЭ) можно определить как

$$\rho_{GGDE} = \alpha H + \beta H^2, \tag{1}$$

где β — произвольная постоянная, имеющая размерность квадрата энергии.

В работе [8] была построена модель ОДТЭ в $f(R,T)$-гравитации и исследовалась эволюция Вселенной на основании космологических параметров. В работе [9] рассматривалась ОДТЭ при наличии взаимодействия в неплоской Вселенной и было получено, что параметр уравнения состояния (УС) соответствует фантомной фазе Вселенной. В работе [10] изучалась космография ОДТЭ, при этом оказалось, что полученные в рамках предложенной модели результаты находятся в хорошем согласии с данными наблюдений. В работе [11] исследовалась ТЭ для высших порядков по H в $f(R,T)$-гравитации и было получено, что модель в эпоху ранней Вселенной классически устойчива, а в современную эпоху — неустойчива. В работе [12] КХД $f(T)$-модель духовой ТЭ используется для анализа эволюции Вселенной в современную эпоху и ее следствий, что дает фантомную темную энергию и темную энергию, представленную квинтессенцией. В работе [13] рассматривается ОДТЭ в космологии Хоравы – Лифшица, а также проверяется второй закон термодинамики.

В известной теории Гаусса – Бонне одноименный инвариант имеет вид

$$G = R_{\alpha\eta\beta\sigma}R^{\alpha\eta\beta\sigma} - 4R_{\alpha\eta}R^{\alpha\eta} + R^2,$$

где $R_{\alpha\eta\beta\sigma}$, $R_{\alpha\eta}$ и R — тензор кривизны Римана, тензор Риччи и скаляр Риччи, соответственно. Этот инвариант представляет собой четырехмерное топологическое выражение с ограничением на духовую неустойчивость спина 2. В работе [14] была введена $f(G)$-гравитация путем подстановки функции общего положения в действие Эйнштейна – Гильберта. В работе [15] модель ТЭ в модифицированной гравитации использовалась для объяснения эволюции Вселенной, а также для устранения затруднения, связанного с проблемой иерархии. В работе [16] обсуждалась непротиворечивость $f(G)$-модели на основании экспериментальных ограничений в Солнечной системе. В работе [17] была построена $f(G,T)$-модель пилигримной ТЭ посредством соответствующего сценария, при этом при $u<0$ (u — пилигримный параметр) получалась фантомо-подобная Вселенная.

В настоящей работе мы используем соответствующие подходы для построения $f(G)$-модели ОДТЭ как при наличии взаимодействия, так и при его отсутствии. Эволюция Вселенной исследуется с помощью параметра УС, параметра квадрата скорости звука и фазовых плоскостей. Работа построена следующим образом. В следующем разделе мы кратко обсуждаем $f(G)$-гравитацию и строим $f(G)$-модель ОДТЭ. В разд. 3 эволюция модели ОДТЭ исследуется с помошью космологических параметров при отсутствии взаимодействия, а в разд. 4 — при его наличии. Последний раздел посвящен обсуждению результатов.

2. ПОСТРОЕНИЕ $f(G)$-МОДЕЛИ ОДТЭ

В данном разделе, используя связь между ОДТЭ и $f(G)$-гравитацией, мы построим $f(G)$-модель ОДТЭ. Действие $f(G)$-гравитации определяется как [18]

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left(\frac{R}{2\kappa^2} + f(G) + \mathcal{L}_m\right), \tag{2}$$

где $\kappa^2 = 1$ — постоянная взаимодействия, а $\mathcal{L}_m$ — плотность лагранжиана материи. Соответствующие полевые уравнения имеют вид

$$R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}Rg_{\alpha\beta} = T^{eff}_{\alpha\beta}, \quad (3)$$

где $T^{eff}_{\alpha\beta}$ — эффективный тензор энергии–импульса:

$$T^{eff}_{\alpha\beta} = \kappa^2 T^{(m)}_{\alpha\beta} - 8\Big[R_{\alpha\rho\beta\gamma} + R_{\rho\beta}g_{\gamma\alpha} + R_{\alpha\gamma}g_{\beta\rho} - R_{\gamma\rho}g_{\beta\alpha} - R_{\alpha\beta}g_{\rho\gamma} + \frac{1}{2}R(g_{\alpha\beta}g_{\rho\gamma} - g_{\rho\gamma}g_{\alpha\beta})\Big] \times \nabla^\rho\nabla^\gamma f_G - (Gf_G - f)g_{\alpha\beta}, \quad (4)$$

здесь

$$f_G = \frac{df}{dG},$$

∇_α — ковариантная производная, а $T^{(m)}_{\alpha\beta}$ — тензор энергии–импульса материи. Полевые уравнения для модели Вселенной ФРУ в присутствии идеальной жидкости имеют вид

$$3H^2 = \rho_m + \rho_{DE}, \quad -(2\dot{H} + 3H^2) = P_m + P_{DE}, \quad (5)$$

где точка обозначает производную по времени, а нижний индекс m соответствует вкладу материи в плотность энергии и давление. Плотность энергии и давление, соответствующие темным источникам, имеют вид

$$\rho_{DE} = \frac{1}{2}(Gf_G - f - 24^2H^4(2\dot{H}^2 + H\ddot{H} + 4H^2\dot{H})f_{GG}), \quad (6)$$

$$P_{DE} = \frac{1}{2}(8H^2\ddot{f}_G + 16H(H^2+\dot{H})\dot{f}_G - Gf_G + f), \quad (7)$$

где

$$G = 24H^2(H^2 + \dot{H}).$$

Первое из полевых уравнений дает

$$\Omega_m + \Omega_{DE} = 1, \quad (8)$$

где

$$\Omega_m = \frac{\rho_m}{3H^2}, \quad \Omega_{DE} = \frac{\rho_{DE}}{3H^2}$$

— плотности энергии, соответствующие материи и темному источнику.

Связь между ОДТЭ и $f(G)$-моделью мы устанавливаем, приравнивая их плотности, т. е. полагая

$$\rho_{DE} = \rho_{GGDE}.$$

Используя уравнения (1) и (6), получаем

$$Gf_G - f - 24^2H^4(2\dot{H}^2 + H\ddot{H} + 4H^2\dot{H})f_{GG} = 2\alpha H + 2\beta H^2. \quad (9)$$

Выберем масштабный множитель в виде степенной зависимости:

$$a(t) = a_0 t^m, \quad (10)$$

где a_0 — константа, соответствующая значению масштабного множителя на настоящий момент. Подставляя уравнение (10) в уравнение (9), получаем

$$G^2 f_{GG} + \frac{m-1}{4}Gf_G - \frac{m-1}{4}f = \frac{\alpha m^{1/4}(m-1)^{3/4}G^{1/4}}{2^{7/4}3^{1/4}} + \frac{\beta\sqrt{m}\sqrt{m-1}\sqrt{G}}{2^{5/2}\sqrt{3}}. \quad (11)$$

Это линейное дифференциальное уравнение второго порядка, имеющее решение вида

$$f(G) = c_1G^{(1-m)/4} + c_2G - \frac{\alpha(m-1)^{3/4}G^{1/4}2^{9/4}}{3^{5/4}m^{3/4}} - \frac{\beta\sqrt{2}m^{5/4}\sqrt{m-1}\sqrt{G}}{m^{3/4}(m+1)}, \quad (12)$$

где c_1 и c_2 — постоянные интегрирования. Это соответствует реконструированной $f(G)$-модели ОДТЭ. Подставляя уравнение (12) в уравнения (6) и (7), получаем

$$\rho_{DE} = \frac{\alpha m^{1/4}G^{1/4}}{2^{3/4}3^{1/4}(m-1)^{1/4}} + \beta\sqrt{\frac{6mG}{m-1}}, \quad (13)$$

$$P_{DE} = \frac{\alpha G^{1/4}(1-3m)}{2^{3/4}3^{5/4}m^{3/4}(m-1)^{1/4}} - \frac{\beta(3m-2)}{2^{3/2}3^{3/2}}\sqrt{\frac{G}{m(m-1)}}, \quad (14)$$

$m \neq 1$.

Результаты, полученные с использованной построенной нами $f(G)$-модели ОДТЭ при $c_1 = -0.5$, $c_2 = -1.25$ и $\alpha = -8.01$, представлены на рис. 1. Видно, что в области $2 \leq m \leq 4$ $f(G)$ с увеличением G сначала быстро растет, а затем постепенно убывает. Значение $f(G)$ остается положительным в интервале $0.01 \leq G \leq 1.6$, а при $G > 1.6$ принимает большие отрицательные значения. Более того, $f(G) \to 0$ при $G \to 0$, что свидетельствует о реалистичности модели.

3. $f(G)$-МОДЕЛЬ ОДТЭ ПРИ ОТСУТСТВИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Рассмотрим случай пылевой фазы ($P_m = 0$), когда холодная темная материя (ХТМ) не взаимодействует с ОДТЭ. В этом случае уравнения сохранения для слагаемых, соответствующих материи и темному источнику, принимают вид

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = 0, \quad (15)$$

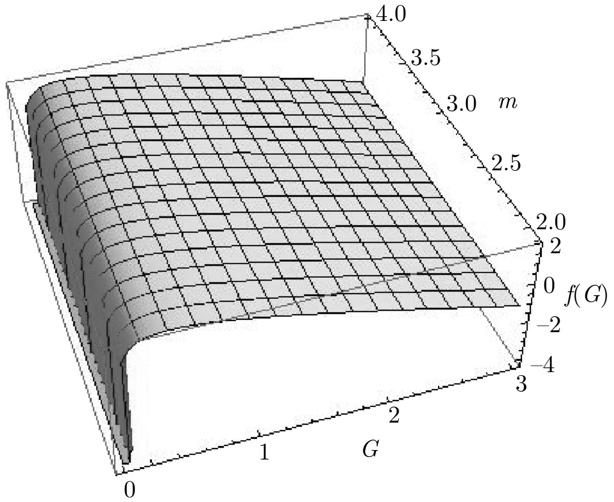

Рис. 1. Результаты для $f(G)$-модели ОДТЭ при $\alpha = -8.01$ и $\beta = 7.51$

$$\dot{\rho}_{DE} + 3H\rho_{DE}(1+\omega_{DE}) = 0. \tag{16}$$

Решение уравнения (15) дает

$$\rho_m = \rho_{m_0} a^{-3}, \tag{17}$$

где ρ_{m_0} — произвольная константа.

В рамках $f(G)$-модели ОДТЭ исследуем поведение параметра УС, параметра квадрата скорости звука и космологических плоскостей.

3.1. Параметр УС

Параметр УС имеет вид

$$\omega_{DE} = \frac{P_{DE}}{\rho_{DE}}. \tag{18}$$

Подставляя уравнения (13) и (14) в уравнение (18), получаем

$$\omega_{DE} = \frac{\alpha(1-3m)t - \beta(3m-2)m}{3m(\alpha t + \beta m)}. \tag{19}$$

Результаты, полученные для параметра УС при $2 \leq \leq m \leq 4$, представлены на рис. 2. Это соответствует фантомной фазе Вселенной; пересечение линии, отделяющей фантомную фазу, происходит в момент космического времени $t = 4.5$. Кроме того, видно, что в процессе дальнейшей эволюции Вселенная стремится к фазе квинтэссенции. Это указывает на то, что Вселенная приближается к эпохе, которая характеризуется меньшим ускорением.

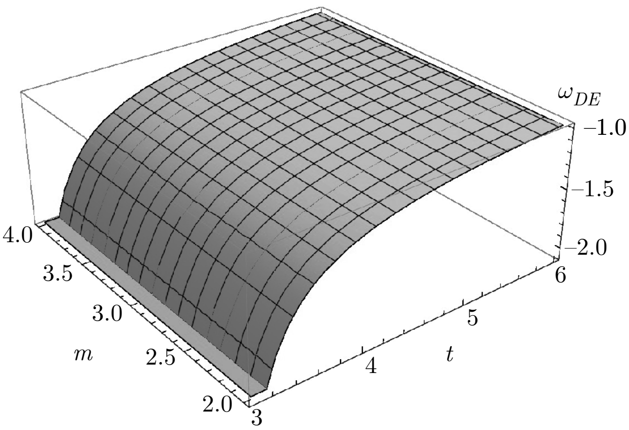

Рис. 2. Результаты для параметра УС при $\alpha = -8.01$ и $\beta = 7.51$

3.2. Параметр квадрата скорости звука

Параметр квадрата скорости звука имеет вид

$$\nu_s^2 = \frac{\dot{P}_{DE}}{\dot{\rho}_{DE}}. \tag{20}$$

Знак ν_s^2 играет важную роль при обсуждении устойчивости построенной модели ОДТЭ. Положительный знак ν_s^2 соответствует устойчивой модели, а отрицательный — неустойчивой. Подставляя уравнения (13) и (14) в уравнение (20), получаем

$$\nu_s^2 = \frac{\alpha(1-3m)t - 2\beta m(3m-2)m}{3m(\alpha t + 2\beta m)}.$$

Результаты, полученные для параметра квадрата скорости звука при $2 < m < 4$, представлены на рис. 3. Видно, что $f(G)$-модель ОДТЭ устойчива при $\nu_s^2 > 0$ в области $3.4 < t < 4.5$.

3.3. Плоскость ω_{DE}–ω'_{DE}

В работе [19] было предложено использовать плоскость ω_{DE}–ω'_{DE} для проверки модели ТЭ, представленной квинтэссенцией. Плоскость разбивается на две части: область размораживания ($\omega_{DE} < 0$, $\omega'_{DE} > 0$) и область замораживания ($\omega_{DE} < 0$, $\omega'_{DE} < 0$). Используя уравнение (19), получаем

$$\omega'_{DE} = \frac{\alpha t(1-3m)}{3m^2(\alpha t + \beta m)} - \\ - \frac{\alpha t(\alpha(1-3m)t - \beta(3m-2)m)}{3m^2(\alpha t + \beta m)^2}.$$

Результаты, полученные для плоскости ω_{DE}–ω'_{DE} при трех значениях $m = 2, 2.1$ и 2.2, приведены на

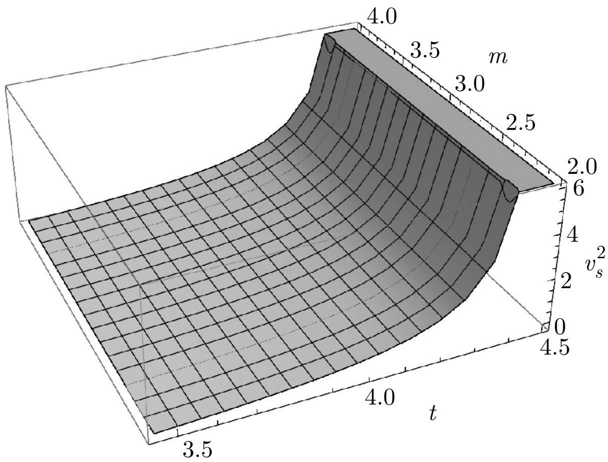

Рис. 3. Результаты для параметра квадрата скорости звука при $\alpha = -8.01$ и $\beta = 7.51$

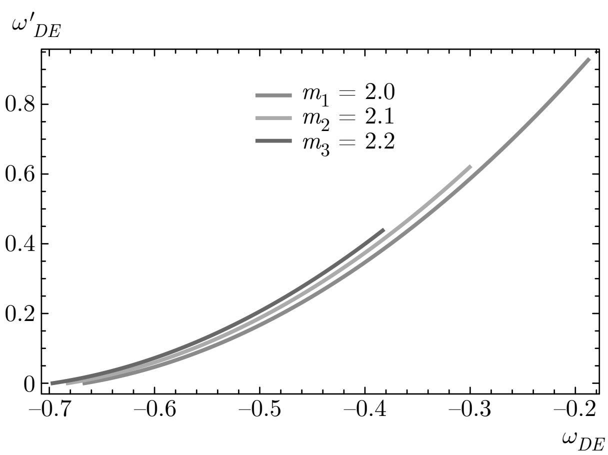

Рис. 4. Траектории на плоскости ω_{DE}–ω'_{DE} при $\alpha = -8.01$ и $\beta = 7.51$

рис. 4. Видно, что плоскость ω_{DE}–ω'_{DE} представляет собой область размораживания для определенных значений m, что согласуется с тем, что наша Вселенная расширяется. Это свидетельствует о том, что предложенная модель соответствует фазе меньшего ускорения по сравнению с областью замораживания.

3.4. Плоскость r–s

В работе [20] были введены два безразмерных параметра, известные как statefinder-переменные, которые имеют вид

$$r = \frac{\dddot{a}}{aH^3}, \quad s = \frac{r-1}{3(q-1/2)}. \tag{21}$$

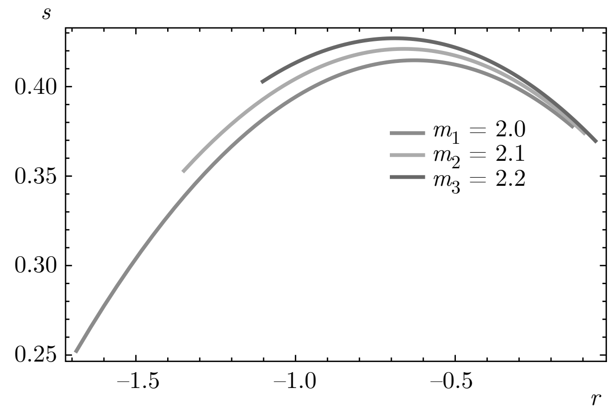

Рис. 5. Траектории на плоскости r–s для $f(G)$-модели ОДТЭ при $\alpha = -8.01$ и $\beta = 7.51$

Параметр r также можно выразить через параметр замедления:

$$r = 2q^2 + q - \dot{q}. \tag{22}$$

С помощью statefinder-переменных, используя Λ-ХТМ-предел, можно определять расстояния в рамках конкретной модели ТЭ, а также можно классифицировать различные модели ТЭ. Хорошо известно, что $(r, s) = (1, 0)$ соответствует ХТМ-пределу, а $(r, s) = (1, 1)$ — Λ-ХТМ-пределу. Более того, область $(r < 1,\ s > 0)$ соответствует фантомной ТЭ и ТЭ, представленной квинтэссенцией, а область $(s < 0,\ r > 1)$ — чаплыгинскому газу. Подставляя уравнение (19) в уравнения (21) и (22), получим

$$r = \frac{1}{2m^2(\alpha t + \beta m)^2}(\alpha^2 t^2(1 - 3m + 2m^2) + \\ + 2\beta^2 m^2(m^2 - 3m + 2) + \alpha\beta m \times \\ \times (m + t(4m^2 - 9m + 4))),$$

$$s = \frac{1}{12m^3(\alpha t + \beta m)^3}(\alpha^2 t^2(3m - 1) + \\ + 2\beta^2 m^2(3m - 2) + \alpha\beta m(9mt - 4t - m)) \times \\ \times (\alpha(3m - 1)t + \beta m(3m - 2)).$$

Результаты, полученные для плоскости r–s в рамках построенной $f(G)$-модели ОДТЭ для $m = 2$, 2.1 и 2.2, представлены на рис. 5. Видно, что траектории на плоскости r–s при трех данных значениях m соответствуют фантомной ТЭ и ТЭ, представленной квинтэссенцией, в то время как ни ХТМ-предел, ни Λ-ХТМ-предел для построенной модели не могут быть достигнуты.

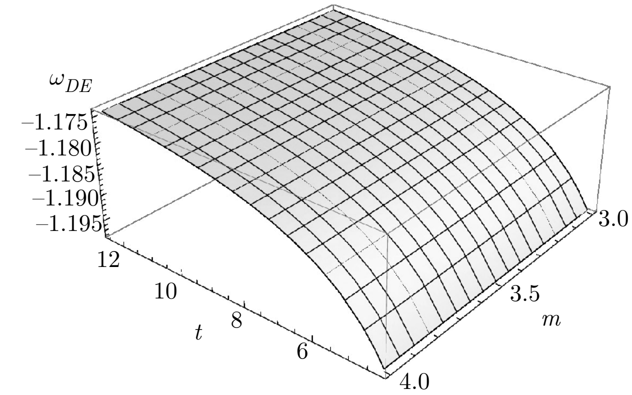

Рис. 6. Результаты для параметра УС при $\alpha = -8.01$, $\beta = 4.51$ и $d = 0.25$

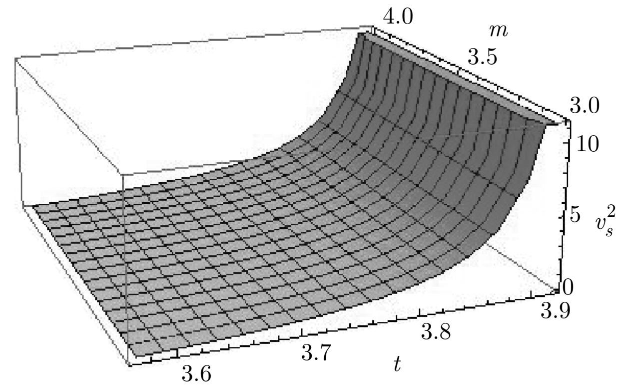

Рис. 7. Результаты для параметра квадрата скорости звука при $\alpha = -8.01$, $\beta = 4.51$ и $d = 0.25$

4. $f(G)$-МОДЕЛЬ ОДТЭ ПРИ НАЛИЧИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

В этом случае ОДТЭ и ХТМ в отсутствие давления нарушают уравнения сохранения:

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = \Upsilon, \tag{23}$$

$$\dot{\rho}_{DE} + 3H\rho_{DE}(1 + \omega_{DE}) = -\Upsilon, \tag{24}$$

где Υ — взаимодействие, обеспечивающее обмен энергией между ХТМ и ОДТЭ. Это слагаемое может принимать различный простой вид, например,

$$3d_1H\rho_{DE}, 3d_1H\rho_m, 3d_1H(\rho_{DE} + \rho_m),$$

где d_1 — постоянная взаимодействия. В работе [21] было получено, что при описании эволюции Вселенной взаимодействие обязательно меняет знак при переходе от замедления к ускорению. Три различных варианта взаимодействия нарушают условия эволюции Вселенной. Поэтому, в соответствии с [22], мы выберем взаимодействие в виде

$$\Upsilon = 3d_1H(\rho_{DE} - \rho_m). \tag{25}$$

Это взаимодействие меняет знак при переходе от замедления к ускорению при эволюции Вселенной. Обсудим некоторые космологические параметры построенной $f(G)$-модели ОДТЭ в соответствии с предложенным подходом.

Параметр УС имеет вид

$$\omega_{DE} = \frac{\alpha(1-3m)t - \beta(3m-2)m}{3m(\alpha t + \beta m)} - d\left(2 - \frac{2}{\alpha t + \beta m} + \frac{1}{3m(\alpha t + \beta m)} \times (\alpha(1-3m)t - \beta(3m-2)m)\right). \tag{26}$$

Результаты, полученные для параметра УС при $3 \leq m \leq 4$, представлены на рис. 6. Видно, что при $m \geq 3$ и при увеличении t значения параметра соответствуют фантомной фазе, он приближается к линии, отделяющей фантомную фазу, но никогда ее не пересекает. На рисунке видно, что параметр УС может пересечь линию, отделяющую фантомную фазу $\omega_{DE} = -1$, в некоторый более поздний момент космического времени и остаться в области, соответствующей квинтэссенции. Более того, наша фантомо-подобная Вселенная может стремиться к Большому разрыву на более поздних этапах эволюции или следовать тому же финальному сценарию, что и сейчас, а именно, тому, что определяется парадигмой ускорения.

Результат для параметра квадрата скорости звука имеет вид

$$\nu_s^2 = \frac{-1}{3m(\alpha t + 2\beta m)}(3\alpha m t(1+d) + \alpha t(d-1) + 6\beta m^2(1+d) - 4m\beta(d-1) - 12md).$$

Эти результаты для $3 \leq m \leq 4$ приведены на рис. 7. На рисунке видно, что $\nu_s^2 > 0$, если постоянная взаимодействия $d = 0.25$, что приводит к устойчивой $f(G)$-модели ОДТЭ при $3.57 < t < 3.92$. Для ω'_{DE} — значения ω_{DE}, соответствующего эволюции, имеем

$$\omega'_{DE} = \frac{-\alpha t(\beta + d(6-\beta))}{m(\alpha t + \beta m)^2}.$$

Результаты для плоскости ω_{DE}–ω'_{DE} представлены на рис. 8 для трех различных значений $m = 3$, 3.4 и 3.8. Видно, что при таких значениях m плоскости $\omega_{DE} - \omega'_{DE}$ соответствует область размораживания, что согласуется с тем, что наша Вселенная расширяется.

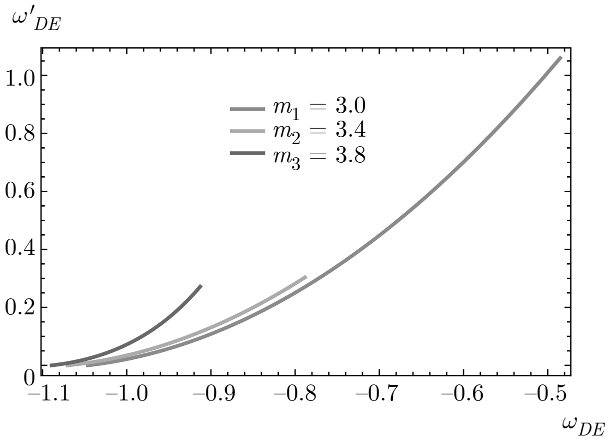

Рис. 8. Траектории на плоскости ω_{DE}–ω'_{DE} для $f(G)$-модели ОДТЭ при $\alpha = -8.01$, $\beta = 4.51$ и $d = 0.25$

Для плоскости r–s имеем

$$r = 2\left(\frac{1}{2} + \frac{\alpha(1-3m)t - \beta m(3m-2)}{2m(\alpha t+\beta m)} - \frac{3d}{2}\left(2 - \frac{2}{\alpha t+\beta m} + \frac{1}{3m(\alpha t+\beta m)} \times (\alpha(1-3m)t - \beta m(3m-2))\right)\right)^2 + \frac{1}{2} + \frac{\alpha(1-3m)t - \beta m(3m-2)}{2m(\alpha t+\beta m)} - \frac{3d}{2} \times \left(2 - \frac{2}{\alpha t+\beta m}\,\frac{\alpha(1-3m)t-\beta m(3m-2)}{3m(\alpha t+\beta m)}\right) - \frac{\alpha(1-3m)}{2m(\alpha t+\beta m)} + \frac{1}{2m}\,\frac{\alpha}{(\alpha t+\beta m)} \times (\alpha(1-3m)t - \beta m(3m-2))^2 + \frac{3d}{2} \times \left(\frac{2\alpha}{(\alpha t+\beta m)^2} + \frac{\alpha(1-3m)}{3m(\alpha t+\beta m)} - \frac{\alpha(\alpha(1-3m)t - \beta m(3m-2))}{3m(\alpha t+\beta m)^2}\right),$$

$$s = \frac{1}{3}\left(2\left(\frac{1}{2} + \frac{\alpha(1-3m)t - \beta m(3m-2)}{2m(\alpha t+\beta m)} - \frac{3d}{2}\left(2 - \frac{2}{\alpha t+\beta m} + \frac{1}{3m(\alpha t+\beta m)} \times (\alpha(1-3m)t - \beta m(3m-2))\right)\right)^2 - \frac{1}{2} + \frac{\alpha(1-3m)t - \beta m(3m-2)}{2m(\alpha t+\beta m)} - \frac{3d}{2} \times \left(2 - \frac{2}{\alpha t+\beta m}\,\frac{\alpha(1-3m)t - \beta m(3m-2)}{3m(\alpha t+\beta m)}\right) - \frac{\alpha(1-3m)}{2m(\alpha t+\beta m)} + \frac{1}{2m}\,\frac{\alpha}{\alpha t+\beta m} \times (\alpha(1-3m)t - \beta m(3m-2))^2 + \frac{3d}{2} \times \left(\frac{2\alpha}{(\alpha t+\beta m)^2} + \frac{\alpha(1-3m)}{3m(\alpha t+\beta m)} - \frac{\alpha(\alpha(1-3m)t - \beta m(3m-2))}{3m(\alpha t+\beta m)^2}\right)\right) \times \left(\frac{\alpha(1-3m)t - \beta m(3m-2)}{2m(\alpha t+\beta m)} - \frac{3d}{2} \times \left(2 - \frac{2}{\alpha t+\beta m} + \frac{\alpha(1-3m)t - \beta m(3m-2)}{3m(\alpha t+\beta m)}\right)\right).$$

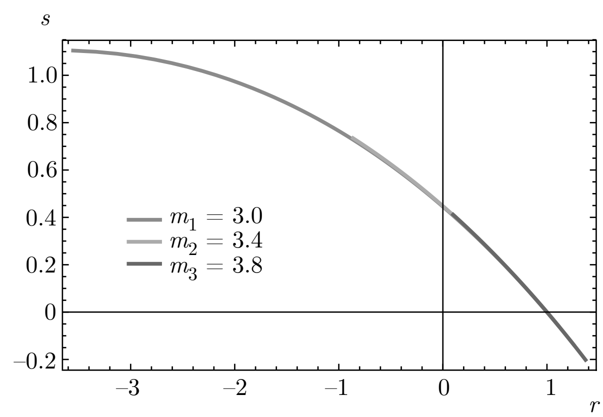

Рис. 9. Траектории на плоскости r–s для $f(G)$-модели ОДТЭ при $\alpha = -8.01$, $\beta = 4.51$ и $d = 0.25$

Траектории на плоскости r–s для $f(G)$-модели ОДТЭ при $m = 3$, 3.4 и 3.8 представлены на рис. 9. Видно, что при таких значениях m и при $d = 0.25$ плоскости r–s в основном соответствует фантомная ТЭ и лишь в некоторых случаях — чаплыгинский газ. Кроме того, в случае наличия взаимодействия для предложенной $f(G)$-модели ОДТЭ достигается ХТМ-предел.

5. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

В настоящей работе была построена $f(G)$-модель ОДТЭ с масштабным множителем в виде степенной зависимости. Был проведен графический анализ поведения четырех параметров построенной модели ОДТЭ при $\alpha = -8.05$ и $\beta = 7.51$ в случае отсутствия взаимодействия и при $\beta = 4.51$ в случае наличия взаимодействия. Были получены следующие результаты.

• В построенной модели ОДТЭ (рис. 1) $f(G)$ с увеличением G сначала быстро растет, а затем убывает. Это свидетельствует о реалистичности нашей модели.

• Поведение параметра УС указывает на то, что при отсутствии взаимодействия имеет место переход из фантомной фазы в фазу квинтэссенции (рис. 2), а при наличии взаимодействия имеет место фантомная фаза (рис. 5). Таким образом, $f(G)$-модель ОДТЭ свидетельствует в пользу явления ТЭ.

• Поведение параметра квадрата скорости звука говорит об устойчивости предложенной $f(G)$-модели ОДТЭ для определенного интервала космологического времени и для $2 \leq m \leq 4$ (рис. 3) и $3 \leq \leq m \leq 5$ (рис. 7).

• Траектории на плоскости ω_{DE}–ω'_{DE} при $m = = 2$, 2.1 и 2.2 в случае отсутствия взаимодействия (рис. 4) и при $m = 3$, 3.4 и 3.8 в случае его наличия (рис. 8) соответствуют области размораживания.

• Результаты, полученные для плоскости r–s (рис. 5 и 9), свидетельствуют о наличии фантомной фазы и фазы квинтэссенции ТЭ для соответствующих значений m. Более того, при наличии взаимодействия достигается ХТМ-предел, в то время как Λ-ХТМ-предел в рамках нашей модели не может быть достигнут ни в одном случае.

Таким образом, при подходящем выборе параметров $f(G)$-модели ОДТЭ можно получить устойчивые характеристики и непротиворечивое поведение, соответствующее современным представлениям об ускоренном расширении Вселенной. Получено, что фантомо-подобное поведение предсказывает режим более ускоренного расширения Вселенной, который может привести к Большому разрыву на более поздних этапах эволюции или к тому же финальному сценарию расширяющейся Вселенной, что и сейчас. Показано, что учет взаимодействия между ТЭ и ТМ приводит к фантомо-подобной Вселенной, что наблюдается для моделей пилигримной темной энергии. Кроме того, оказалось, что параметр УС согласуется с современными наблюдательными данными [24], а именно

$$\omega_{DE} = -1.023^{+0.091}_{-0.096} \quad (\mathrm{Planck}\, TT + \mathrm{Low}P + \mathrm{ext}),$$

$$\omega_{DE} = -1.006^{+0.085}_{-0.091} \quad (\mathrm{Planck}\, TT + \mathrm{Low}P + \\ + \mathrm{lensing} + \mathrm{ext}),$$

$$\omega_{DE} = -1.019^{+0.075}_{-0.080} \quad (\mathrm{Planck}\, TT, TE, EE + \\ + \mathrm{Low}P + \mathrm{ext}).$$

Эти значения были определены на основании результатов, полученных при помощи различных способов наблюдения, и имеют 95 % уровень достоверности. Следует отметить, что наши результаты согласуются с результатами, полученными для построенной КХД $f(T)$-модели духовой ТЭ [12], а также для $f(R,T)$-модели [23].

ЛИТЕРАТУРА

1. E. Witten, Nucl. Phys. B **156**, 269 (1979); G. Veneziano, Nucl. Phys. B **159**, 213 (1979).
2. K. Kawarabayashi and N. Ohta, Nucl. Phys. B **175**, 477 (1980); P. Nath and R. L. Arnowitt, Phys. Rev. D **23**, 473 (1981).
3. J. D. Bjorken, arXiv:astro-ph/0404233; F. R. Klinkhamer and E. G. Volovik, Phys. Rev. D **77**, 085015 (2008); ibid. **78**, 063528 (2008); ibid. **79**, 063527 (2009).
4. F. R. Urban and A. R. Zhitnitsky, Phys. Lett. B **688**, 9 (2010); A. Rozas-Fernández, Phys. Lett. B **709**, 313 (2012).
5. M. Maggiore, Phys. Rev. D **83**, 063001 (2011).
6. A. R. Zhitnitsky, Phys. Rev. D **86**, 045026 (2012).
7. E. Ebrahimi and A. Sheykhi, Phys. Lett. B **705**, 19 (2011); Int. J. M. Phys. D **20**, 2369 (2011); Eur. Phys. Lett. **95**, 900 (2011); R. G. Cai et al., Phys. Rev. D **86**, 023511 (2012).
8. A. Khodam, M. Malekjani, and M. Monshizadeh, Mod. Phys. Lett. A **27**, 1250100 (2012).
9. E. Ebrahimi, A. Sheykhi, and H. Alavirad, Cent. Eur. J. Phys. **11**, 949 (2013).
10. M. Malekjani, Int. J. Mod. Phys. A **22**, 1350084 (2013).
11. A. Pasqua, A. Chattopadhyay, and R. Myrzakulov, ISRN: High Energy Phys. **2014**, 535010 (2014).
12. S. Chattopadhyay, Eur. Phys. J. Plus. **129**, 82 (2014).
13. B. Borah and M. Ansari, J. Theor. Appl. Phys. **9**, 7 (2015).
14. S. Nojiri and S. D. Odintsov, Phys. Lett. B **631**, 1 (2005).
15. G. Cognola et al., Phys. Rev. D **73**, 084007 (2006).
16. A. De Felice and S. Tsujikawa, Phys. Rev. D **80**, 063516 (2009).
17. M. Sharif and S. Saba, Mod. Phys. Lett. A https://doi.org/10.1142/S0217732318501821.

18. M. Houndjo et al., Can. J. Phys. **92**, 1528 (2014).

19. R. Caldwell and E. V. Linder, Phys. Rev. Lett. **95**, 141301 (2005).

20. V. Sahni et al., J. Exp. Theor. Phys. Lett. **77**, 201 (2003).

21. R. G. Cai and Q. Su, Phys. Rev. D **81**, 103514 (2010).

22. C. Y. Sun and R. H. Yue, Phys. Rev. D **85**, 043010 (2012).

23. M. Zubair and G. Abbas, Astrophys. Space Sci. **357**, 154 (2015).

24. P. A. R. Ade et al., Astron. Astrophys. **594**, A13 (2016).