

ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ДИНАМИКУ ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В КЛАСТЕРНЫХ СИСТЕМАХ

О. С. Ваулина^{}, Э. А. Саметов*

*Объединенный институт высоких температур Российской академии наук
125412, Москва, Россия*

*Московский физико-технический институт
141700, Долгопрудный, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 20 ноября 2018 г.,
после переработки 9 декабря 2018 г.
Принята к публикации 21 декабря 2018 г.

Представлены результаты численного и аналитического исследований влияния постоянного магнитного поля на динамику теплового движения заряженных частиц в изотропной электростатической ловушке. Моделирование выполнялось для кластерных систем частиц с кулоновским взаимодействием в широком диапазоне их параметров. Выполнен анализ спектральной плотности смещений частиц и процессов массопереноса в моделируемых ансамблях.

DOI: 10.1134/S004445101905016X

менных методов переработки отработанного ядерного топлива (ОЯТ) и радиоактивных отходов [27–31].

1. ВВЕДЕНИЕ

Тепловое (броуновское) движение в системах взаимодействующих частиц широко распространено в природе [1–6]. Особый интерес вызывает влияние теплового движения заряженных частиц на их динамику во внешних магнитных и электрических полях [7–12].

Исследования теплового движения взаимодействующих пылевых частиц в протяженных и ограниченных ансамблях, формирующихся в газоразрядной плазме без магнитного поля, представлены в различных работах [13–19]. Эксперименты по изучению динамики пылевых частиц в магнитном поле описаны в работах [20–23]. Влияние теплового движения ограниченного облака заряженных частиц ($N \leq 500$) на их динамику в постоянных электрических и магнитных полях недавно исследовалось численно [11, 12].

Значительный рост интереса к изучению динамики заряженных частиц во внешних электромагнитных полях, наблюдаемый в настоящее время, по большей части связан с проблемами эффективности энергетических установок для управляемого термоядерного синтеза [24–26], а также с развитием плаз-

В настоящей работе представлены аналитические и численные исследования спектральной плотности тепловых смещений и процессов массопереноса для ограниченных ансамблей заряженных частиц в электростатической ловушке под воздействием постоянного магнитного поля. Отметим, что в обычных тлеющих разрядах (как переменного, так и постоянного токов) в отсутствие магнитного поля, $B = 0$, в центре газоразрядных камер наблюдается некоторое превышение концентрации ионов над электронной концентрацией [32]. Данное обстоятельство приводит к формированию эффективных ловушек для отрицательно заряженных частиц (например, для частиц пыли [5, 6, 33]). В плазме с магнитным полем, $B \neq 0$, в центре газоразрядной камеры ситуация может быть обратной (за счет «замгничивания» электронов плазмы), т. е. могут существовать условия для удержания положительно заряженных частиц и/или ионов. Так, например, наличие электростатических ловушек для положительно заряженных ионов в установках по разделению компонентов ОЯТ может возникать за счет «замгничивания» электронов на осях камер разрядов зеркального (отражательного) типа, которые обычно используются для данных целей [27–31].

^{*} E-mail: olga.vaulina@bk.ru

В разд. 2 работы представлены уравнения движения заряженной броуновской частицы в поле электростатической ловушки, а также аналитические приближения для ее спектра колебаний в отсутствие и при наличии магнитного поля. В разд. 3 приводятся результаты численного моделирования для систем, состоящих до 1000 заряженных частиц, взаимодействующих по закону Кулона. Вычисления выполнялись для частиц различных масс M и зарядов Q в широком диапазоне температур T и при различных коэффициентах трения частиц ν за счет их столкновений с нейтралами буферного газа.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уравнения движения для одной частицы массой M и зарядом Q в постоянном электрическом поле ловушки $\mathbf{E} = [E_x, E_y, E_z]$ и в магнитном поле с индукцией $B = B_y$ (направленном по оси y) под воздействием случайной силы $\mathbf{F}_b = [F_{bx}, F_{by}, F_{bz}]$, которая является источником стохастической (тепловой) энергии частиц, могут быть представлены в виде

$$\frac{dV_y}{dt} = -\nu V_y - \omega_t^2 y + \frac{F_{by}}{M}, \quad (1)$$

$$\frac{dV_x}{dt} = -\nu V_x - \omega_t^2 x + \omega_B V_z + \frac{F_{bx}}{M}, \quad (2)$$

$$\frac{dV_z}{dt} = -\nu V_z - \omega_t^2 z - \omega_B V_x + \frac{F_{bz}}{M}. \quad (3)$$

Здесь y, x, z — смещения частицы от ее равновесного положения, $V_y = dy/dt, V_x = dx/dt, V_z = dz/dt, \nu$ — коэффициент трения заряженных частиц за счет их столкновений с нейтралами окружающего газа, $\omega_t = (Q\alpha/M)^{1/2}$ — характерная частота ловушки, $\omega_B = QB/M$ — циклотронная частота, α — величина градиента внешнего электрического поля \mathbf{E} .

Корни характеристического уравнения при $\omega_B = 0$ для (1) имеют хорошо известный вид:

$$\lambda_{1,2}^* = -\frac{\nu}{2} \pm i \left(\omega_t^2 - \frac{\nu^2}{4} \right)^{1/2}. \quad (4)$$

Корни характеристического уравнения для системы (2), (3) можно записать в виде

$$\lambda_{1,2} = -\Psi_1 \pm i\Omega_1, \quad (5a)$$

$$\lambda_{3,4} = -\Psi_2 \pm i\Omega_2, \quad (5b)$$

где

$$\Psi_1 = \frac{\nu(1 + D_1/\sqrt{2})}{2}, \quad \Psi_2 = \frac{\nu(1 - D_1/\sqrt{2})}{2},$$

$$\Omega_1 = \frac{\omega_B + \nu D_2/\sqrt{2}}{2}, \quad \Omega_2 = \frac{\omega_B - \nu D_2/\sqrt{2}}{2},$$

$$D_1 = \left[\left(\left(1 - \left(\frac{\omega_B}{\nu} \right)^2 - 4 \left(\frac{\omega_t}{\nu} \right)^2 \right)^2 + 4 \left(\frac{\omega_B}{\nu} \right)^2 \right)^{1/2} + 1 - \left(\frac{\omega_B}{\nu} \right)^2 - 4 \left(\frac{\omega_t}{\nu} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (6a)$$

$$D_2 = \left[\left(\left(1 - \left(\frac{\omega_B}{\nu} \right)^2 - 4 \left(\frac{\omega_t}{\nu} \right)^2 \right)^2 + 4 \left(\frac{\omega_B}{\nu} \right)^2 \right)^{1/2} - 1 + \left(\frac{\omega_B}{\nu} \right)^2 + 4 \left(\frac{\omega_t}{\nu} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (6b)$$

Средний квадрат отклонений $\langle y(t)^2 \rangle$ частицы в направлении y от ее начального положения и автокорреляционная функция $\langle y(t^*)y(t^* + t) \rangle$ могут быть представлены в форме [14, 15, 34, 35]

$$\langle y(t)^2 \rangle = \frac{2T}{M\omega_t^2} \left[1 - \exp\left(-\frac{\nu t}{2}\right) \times \left(\cos(\nu t \psi) + \frac{\sin(\nu t \psi)}{2\psi} \right) \right], \quad (7)$$

$$\langle y(t^*)y(t^* + t) \rangle = \frac{2T}{M\omega_t^2} \left[\exp\left(-\frac{\nu t}{2}\right) \times \left(\cos(\nu t \psi) + \frac{\sin(\nu t \psi)}{2\psi} \right) \right]. \quad (8)$$

Здесь и далее T — температура частиц в энергетических единицах, $\psi = (4\xi^2 - 1)^{1/2}/2, \xi = \omega_t/\nu$, а угловые скобки $\langle \rangle$ обозначают усреднение по всем отрезкам времени, равным t [1–4, 14, 15, 34, 35]. При этом при $t \rightarrow 0: \langle y(t^*)^2 \rangle = 2T/(M\omega_t^2), \langle y(t)^2 \rangle = 0$; а при $t \rightarrow \infty: \langle y(t^*)^2 \rangle = 0$ и $\langle y(t)^2 \rangle = 2T/(M\omega_t^2)$.

Спектральная плотность случайного процесса является косинус-преобразованием Фурье для соответствующей автокорреляционной функции [36]. Таким образом, спектральная плотность $G_e(\omega)$ для случайных смещений частицы в ловушке в направлении y ($\omega_B = 0$), т. е. спектральная плотность классического затухающего осциллятора, может быть записана как [35, 37]

$$G_e(\omega) = \frac{2T}{M\omega_t^2} \frac{\nu\omega_t^2}{\omega^4 + (\nu^2 - 2\omega_t^2)\omega^2 + \omega_t^4}. \quad (9)$$

Рассмотрим решения задачи для системы уравнений (2), (3) (при $\omega_B \neq 0$). Средний квадрат отклонений, $\langle x(t)^2 \rangle \equiv \langle z(t)^2 \rangle$, частицы для этой системы

в направлениях x и z от ее положения равновесия и автокорреляционная функция, $\langle x(t^*)x(t^* + t) \rangle \equiv \langle z(t^*)z(t^* + t) \rangle$, при условии $(\Psi_{1,2})^2 \ll (\Omega_{1,2})^2$ могут быть представлены как

$$\langle x(t)^2 \rangle = \frac{2T}{M\omega_t^2} \left(B_1 \left[1 - \exp\left(-\frac{\nu_1 t}{2}\right) \times \left(\cos(\nu_1 t \psi_1) + \frac{\sin(\nu_1 t \psi_1)}{2\psi_1} \right) \right] + B_2 \left[1 - \exp\left(-\frac{\nu_2 t}{2}\right) \times \left(\cos(\nu_2 t \psi_2) + \frac{\sin(\nu_2 t \psi_2)}{2\psi_2} \right) \right] \right), \quad (10)$$

$$\langle x(t^*)x(t^* + t) \rangle = \frac{2T}{M\omega_t^2} \left(B_1 \left[\exp\left(-\frac{\nu_1 t}{2}\right) \times \left(\cos(\nu_1 t \psi_1) + \frac{\sin(\nu_1 t \psi_1)}{2\psi_1} \right) \right] + B_2 \left[\exp\left(-\frac{\nu_2 t}{2}\right) \times \left(\cos(\nu_2 t \psi_2) + \frac{\sin(\nu_2 t \psi_2)}{2\psi_2} \right) \right] \right), \quad (11)$$

где

$$\psi_1 = \frac{(4\xi_1^2 - 1)^{1/2}}{2}, \quad \xi_1 = \frac{\omega_1}{\nu_1}, \quad \psi_2 = \frac{(4\xi_2^2 - 1)^{1/2}}{2},$$

$$\xi_2 = \frac{\omega_2}{\nu_2}, \quad \langle x(t^*)^2 \rangle \equiv \langle z(t^*)^2 \rangle = \frac{2T}{M\omega_t^2}.$$

Здесь

$$\nu_1 = \Psi_1, \quad \nu_2 = \Psi_2, \quad \omega_1 = (\Psi_1^2 + \Omega_1^2)^{1/2},$$

$$\omega_2 = (\Psi_2^2 + \Omega_2^2)^{1/2}, \quad B_1 = \frac{\sqrt{2}(\omega_t^2 - \omega_2^2)}{D_2\omega_B\nu},$$

$$B_2 = \frac{\sqrt{2}(\omega_t^2 - \omega_1^2)}{D_2\omega_B\nu}.$$

При этом спектральная плотность $G_{em}(\omega)$ для случайных смещений частицы в направлениях x и/или z в постоянном магнитном поле имеет вид

$$G_{em}(\omega) = \frac{2T}{M\omega_t^2} \left[\frac{B_1\nu_1\omega_1^2}{\omega^4 + (\nu_1^2 - 2\omega_1^2)\omega^2 + \omega_1^4} + \frac{B_2\nu_2\omega_2^2}{\omega^4 + (\nu_2^2 - 2\omega_2^2)\omega^2 + \omega_2^4} \right]. \quad (12)$$

При $\omega_B \rightarrow 0$ уравнения (10)–(12) переходят в соотношения (7)–(9). Иллюстрация зависимости спектральной плотности смещений $G(\omega) \equiv G_{em}(\omega)$ от ω/ν для различных ω_B/ν представлена на рис. 1.

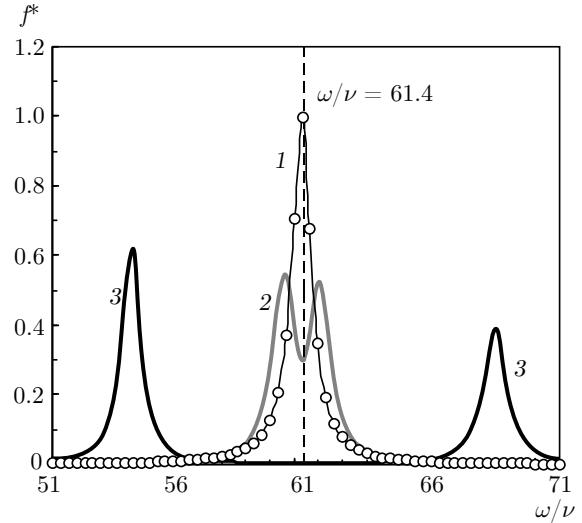


Рис. 1. Нормированные спектральные плотности $f^*(\omega) = G(\omega)/(2T/M\omega_t^2\nu)$ (12) при $\omega_t/\nu \cong 61.4$ для различных соотношений ω_B/ν : 0.015 (1), 1.5 (2), 15 (3). Символами показаны функции $f^*(\omega)$ для $\omega_t/\nu \cong 61.4$ при $\omega_B = 0$ (9)

Для анализа физических свойств однородных структур заряженных частиц (которые можно характеризовать постоянной концентрацией n) обычно используется параметр неидеальности $\Gamma = Q^2 \times n^{1/3}/T$, отражающий отношение энергии взаимодействия между частицами системы к их температуре. При этом в линейном электрическом поле концентрация частиц n может быть получена из уравнения Пуассона: $n \cong 3\alpha/(4\pi Q)$, и, соответственно, для среднего межчастичного расстояния имеет место соотношение $l_p \cong (4\pi Q/3\alpha)^{1/3}$ [35]. Для оценки радиуса ограниченной структуры в первом приближении можно использовать соотношение $R \cong (3N/4\pi n)^{1/3}$, где N – число частиц. Реальный (эффетивный) радиус ансамбля будет возрастать с ростом температуры частиц [35].

В заключение данного раздела следует отметить, что уравнения типа (1)–(3) могут использоваться для анализа движения центра масс любого ограниченного ансамбля частиц с попарным взаимодействием, а также для отдельной частицы в системе, состоящей из N частиц, в том случае, когда влиянием межчастичного взаимодействия можно пренебречь ($\Gamma \ll 1$).

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Численное моделирование динамики систем заряженных частиц в электростатической ловушке

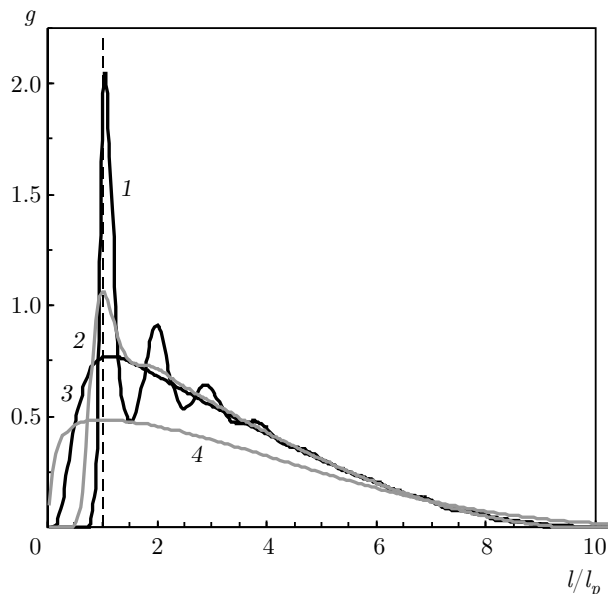


Рис. 2. Парная корреляционная функция $g(l/l_p)$ для ансамблей из $N = 500$ частиц с разными значениями параметра Γ : 90 (1), 9 (2), 0.9 (3), 0.09 (4). Здесь $l_p \cong (4\pi Q/3\alpha)^{1/3}$

выполнялось методом молекулярной динамики Ланжевена. Расчеты проводились для ансамблей, состоящих из $N = 50, 500, 1000$ частиц. Техника моделирования подробно описана в работах [5,6]. Шаг интегрирования составлял от $\Delta t \cong (40 \max[\omega_t, \omega_B, \nu])^{-1}$ до $\Delta t \cong (100 \max[\omega_t, \omega_B, \nu])^{-1}$ в зависимости от начальных условий задачи. Время расчетов t_c после установления равновесия в моделируемых системах варьировалось от $\sim 10^3 / \min[\omega_t, \nu]$ до $\sim 10^4 / \min[\omega_t, \nu]$.

Расчеты проводились для систем частиц с кулоновским взаимодействием в широком диапазоне их параметров неидеальности: от $\Gamma \sim 0.1$ до $\Gamma \sim 100$. Значение параметра $\xi = \omega_t/\nu$, варьировалось приблизительно от 1 до 70, отношение ω_B/ν — от 0.25 до 25.

Во всех рассмотренных случаях моделируемые системы являлись устойчивыми. Температура частиц не отличалась от заданной, а их функции распределения по скоростям соответствовали распределению Максвелла. При этом при $t \rightarrow \infty$ значения среднеквадратичного смещения центра масс системы от его начального положения составляли $\langle x^2 \rangle \cong \langle y^2 \rangle \cong \langle z^2 \rangle \cong 2T/(NM\omega_t^2)$.

Парные корреляционные функции $g(l)$ для ансамблей из $N = 500$ частиц с различными параметрами Γ показаны на рис. 2. В качестве нормировки величины $g(l)$, представленной на рис. 2, использовалось предположение однородной концентрации

частиц равной $n \cong 3\alpha/(4\pi Q)$. Легко увидеть, что первый пик функций $g(l)$ для $\Gamma \geq 0.1$ хорошо соответствует величине $l_p \cong (4\pi Q/3\alpha)^{1/3}$, полученной в приближении однородной системы, а для оценки радиуса неидеальных систем может быть использовано соотношение $R \cong (3N/4\pi n)^{1/3}$. Следует подчеркнуть, что перечисленные выше характеристики ($\langle (\Delta x)^2 \rangle$, $g(l)$, l_p , R) не зависели от величины индукции магнитного поля B .

Численные исследования показали, что вне зависимости от параметра неидеальности Γ и числа частиц N в моделируемых ансамблях спектральные плотности смещений их центра масс хорошо соответствуют предлагаемым аналитическим соотношениям (9), (12).

Нормированные спектральные плотности $f^*(\omega) = NG(\omega)/(2T/M\omega_t^2\nu)$, полученные для различных параметров задачи (ω_t/ν , ω_B/ν , Γ , N), а также аналитические решения (9), (12) показаны на рис. 3, 4. (Вычисления спектральной плотности проводились на основе численных расчетов смещений $x(t)$, $y(t)$ и $z(t)$ при помощи процедуры « N -D fast Fourier transform» в пакете прикладных программ MATLAB.)

Следует отметить, что величина $(\Psi_{1,2})^2 \ll \ll (\Omega_{1,2})^2$ для $\omega_B/\nu \cong 1.5$, $\omega_t/\nu \cong 6.14$ (см. рис. 4а), а $(\Psi_{1,2})^2 \cong 0.25(\Omega_{1,2})^2$ для $\omega_B/\nu \cong 1.5$, $\omega_t/\nu \cong 1$ (рис. 4б). Тем не менее для обоих случаев получены хорошие совпадения между численными и аналитическими результатами.

Численные исследования также показали, что отклонения формы спектральных распределений для отдельных частиц ансамбля от аппроксимирующих функций (9), (12) наблюдаются при $\Gamma > 0.1$. С ростом величины Γ характерная частота спектра смещается в сторону меньших частот относительно частоты колебаний центра масс системы как для смещений частиц вдоль магнитного поля ($\omega_B = 0$) [35] (см. рис. 5), так и для смещений в плоскости, ортогональной магнитному полю ($\omega_B/\nu \neq 0$) (см. рис. 6). Можно предположить, что данное обстоятельство связано с уменьшением коэффициента диффузии частиц с ростом параметра Γ , которое, в свою очередь, происходит за счет роста эффективной диссипации в сильно коррелированных системах [14, 15, 35].

Отношения среднеквадратичных отклонений, деленные на время ($D_{xz} = (\langle \Delta x^2 \rangle + \langle \Delta z^2 \rangle)/4t$, $D_y = \langle \Delta y^2 \rangle/2t$), к величине коэффициента диффузии невзаимодействующих частиц в идеальных системах, $D_o = T/\nu M$, в зависимости от νt для систем с различными параметрами ω_t/ν , N , Γ ,

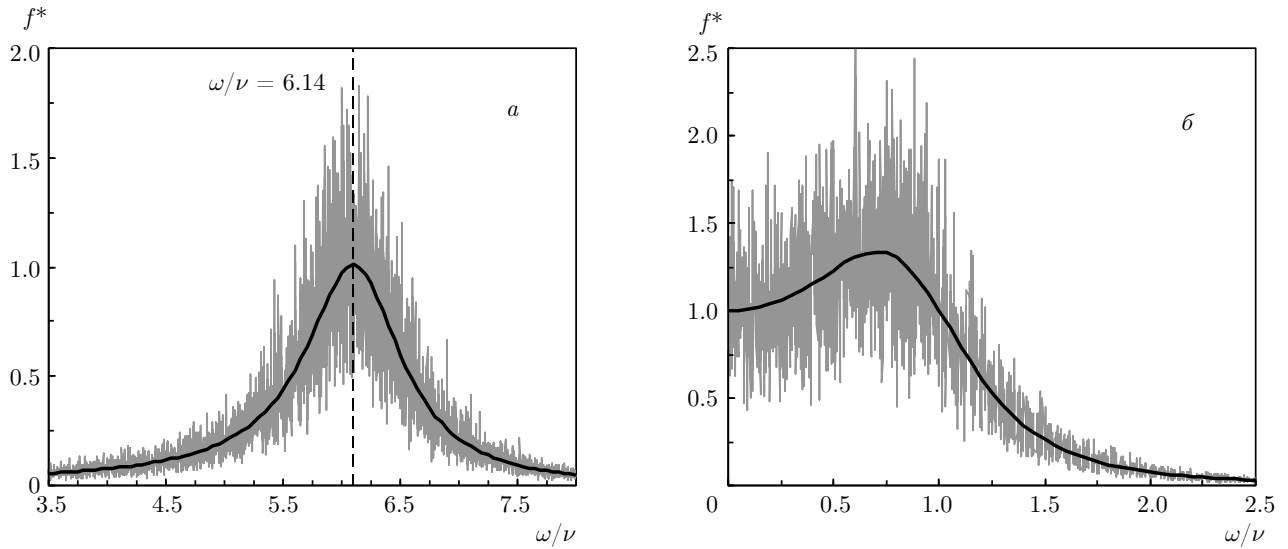


Рис. 3. Нормированные спектральные плотности, $f^*(\omega) = NG(\omega)/(2T/M\omega_t^2\nu)$, для центра масс системы частиц при их смещениях вдоль магнитного поля ($\omega_B = 0$), полученные путем численного моделирования (серые линии) и из аналитического решения задачи (9) (черные линии), для $\omega_t/\nu \cong 6.14$, $N = 50$, $\Gamma = 90$ (а) и $\omega_t/\nu \cong 1$, $N = 1000$, $\Gamma = 45$ (б)

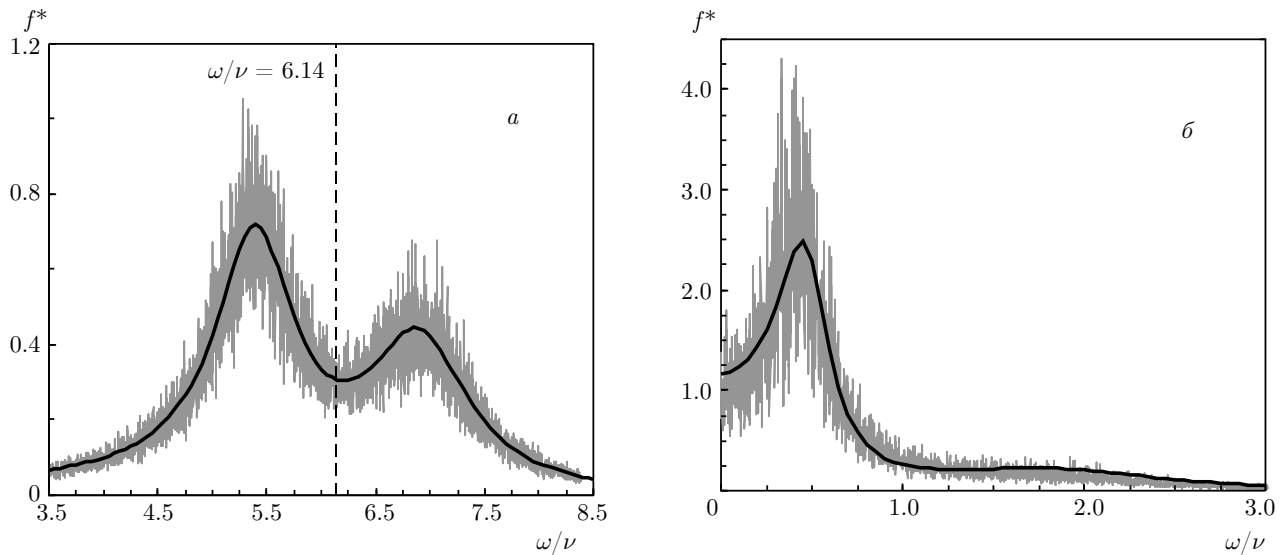


Рис. 4. Нормированные спектральные плотности $f^*(\omega)$ для центра масс системы частиц при их смещениях в плоскости, ортогональной магнитному полю ($\omega_B/\nu \cong 1.5$), полученные путем численного моделирования (серые линии) и из аналитического решения задачи (12) (черные линии), для $\omega_t/\nu \cong 6.14$, $N = 50$, $\Gamma = 90$ (а) и $\omega_t/\nu \cong 1$, $N = 1000$, $\Gamma = 45$ (б)

ω_B/ν показаны на рис. 7 для смещений частиц в направлении магнитного поля (y) и в плоскости, ортогональной магнитному полю $[x; z]$.

Отметим, что на начальных этапах наблюдения (при $\nu t > 0.75$) режим движения частиц был близок к диффузионному, т. е. значения $\langle x^2 \rangle \cong \langle y^2 \rangle \cong \langle z^2 \rangle$ были практически пропорциональны времени на-

блюдения t . С ростом времени (с ростом νt) значения $\langle x^2 \rangle \cong \langle y^2 \rangle \cong \langle z^2 \rangle$ стремились к постоянной величине, примерно равной $R^2/3$; здесь $R = (3N/4\pi n)^{1/3}$, а $n = 3\alpha/(4\pi Q)$.

При этом длительность участков с динамикой отдельных частиц, близкой к диффузионному режиму движения, а также время выхода функций

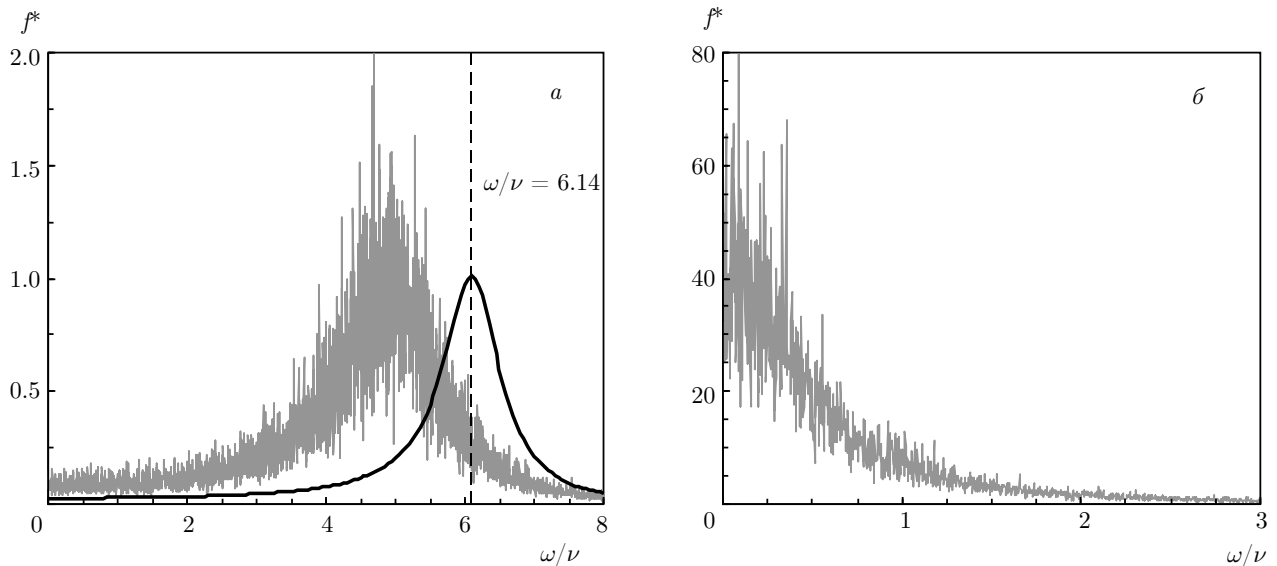


Рис. 5. Нормированные спектральные плотности $f^*(\omega)$ для отдельных частиц ансамбля (серые линии), состоящего из $N = 50$ частиц, при их смещениях вдоль магнитного поля ($\omega_B = 0$) при $\omega_t/\nu \cong 6.14$ и разных значениях параметра $\Gamma = 0.2$ (а), 4.5 (б). Черными линиями показаны аналитические функции для центра масс системы

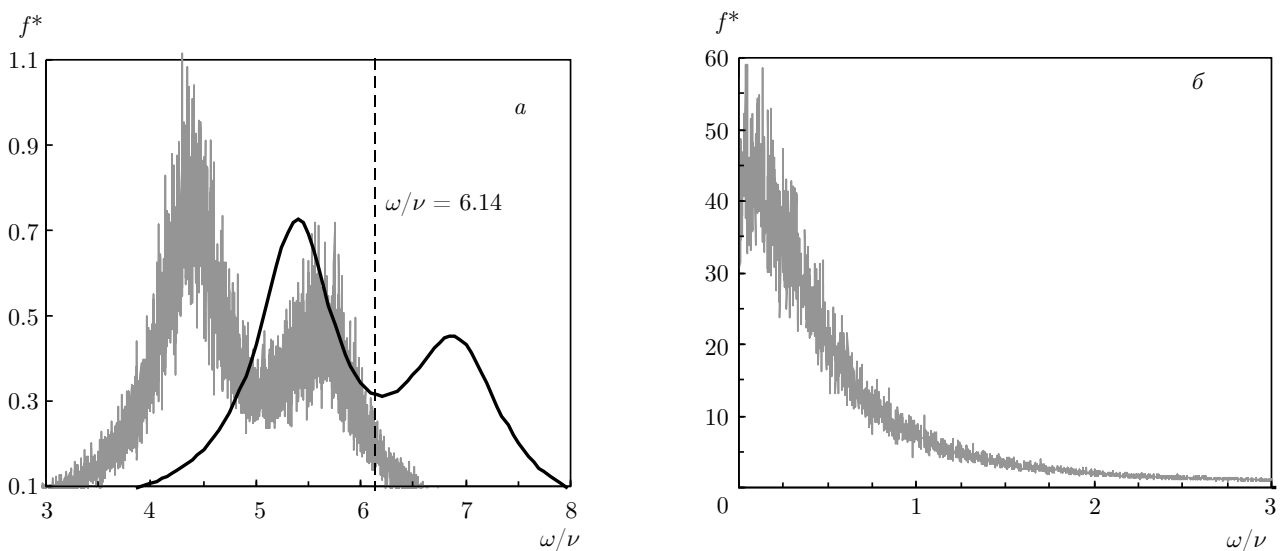


Рис. 6. Нормированные спектральные плотности $f^*(\omega)$ для отдельных частиц ансамбля (серые линии), состоящего из $N = 50$ частиц, при их смещениях в плоскости, ортогональной магнитному полю ($\omega_B/\nu \cong 1.5$), при $\omega_t/\nu \cong 6.14$ и разных значениях параметра $\Gamma = 0.2$ (а), 4.5 (б). Черными линиями показаны аналитические функции для центра масс системы

D_{xz}/D_o и D_y/D_o к своему постоянному значению увеличивались с ростом числа частиц N и величины параметра Γ (см. рис. 7б,г). Первое обстоятельство отражает влияние размера системы, $R \cong \cong (3N/4\pi n)^{1/3}$, на время достижения отдельной частицей ее границ, второе определяется влиянием температуры частиц на скорость их теплового движения.

С ростом параметра Γ величина отношений D_{xz}/D_o и D_y/D_o для диффузионного режима движения частиц незначительно уменьшалась (см. рис. 7а,б), а при росте ω_B величина D_{xz} уменьшалась, а значение D_y оставалось практически неизменным (см. рис. 7в). Последнее обстоятельство определяется отношением характерных частот ω_B/ω_t для анализируемых систем. Так, при

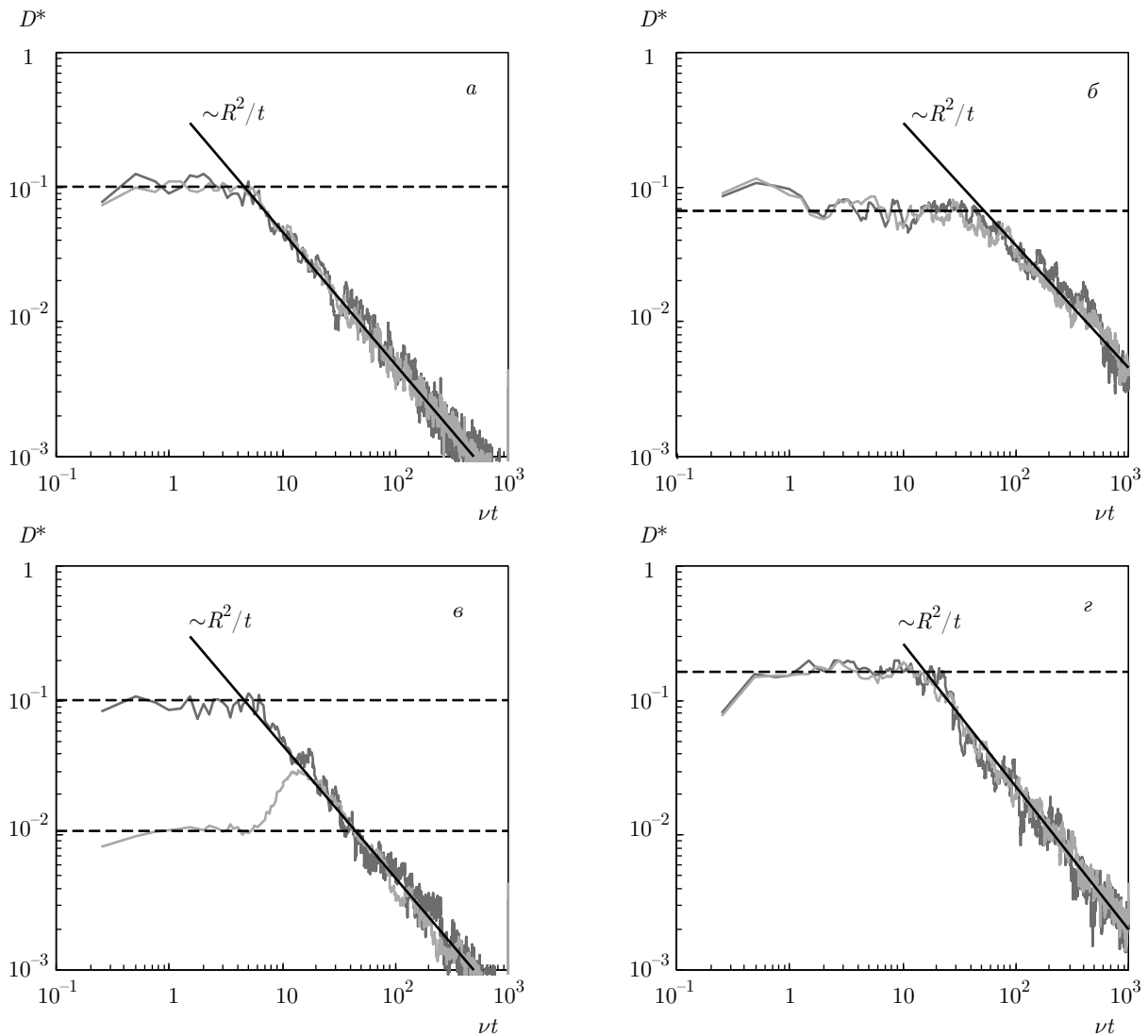


Рис. 7. Зависимости $D^* = D_{xz}/D_o$ (светло-серая линия) и $D^* = D_y/D_o$ (темно-серая линия) от νt при $\omega_t/\nu \cong 6.14$ для отдельных частиц систем с параметрами: $N = 50, \Gamma \approx 4.5, \omega_B/\nu \cong 1.5$ (а); $N = 50, \Gamma \approx 45, \omega_B/\nu \cong 1.5$ (б); $N = 50, \Gamma \approx 4.5, \omega_B/\nu \cong 24$ (в); $N = 500, \Gamma \approx 4.5, \omega_B/\nu \cong 1.5$ (г). Штриховыми линиями показан диффузионный режим

$(\omega_B/\omega_t)^2 \gg 1$ (см. рис. 7в) определяющее влияние на диффузионное движение в системе играет величина ω_B [11], а при $(\omega_B/\omega_t)^2 \ll 1$ (см. рис. 7а) — значение ω_t .

С ростом числа частиц N отношения D_{xz}/D_o и D_y/D_o для диффузионного режима движения частиц возрастали (см. рис. 7а,г). Это объясняется тем, что число частиц на границах в более объемной системе (с большим радиусом R) меньше по отношению к их общему числу; таким образом, возвращающая сила ловушки будет оказывать меньшее влияние на систему частиц.

В заключение отметим, что большинство иллюстраций, представленных на рис. 4, 6, 7, относятся

к случаю $\omega_B/\nu \sim 1$ за исключением данных, показанных на рис. 7в для $\omega_B/\nu \gg 1$. (Напомним, что для случая $\omega_B/\nu \ll 1$ распознавание гармоник спектральной плотности $f^*(\omega)$, вызванных наличием магнитного поля, не представляется возможным, см. рис. 1.)

Ситуация, когда $\omega_B/\nu > 1$, или $\omega_B/\nu \gg 1$, легко реализуется в установках по разделению компонентов ОЯТ для ионов отработанного ядерного топлива [12, 28, 29, 38]. Что касается пылевой плазмы, то в большинстве существующих экспериментов по изучению динамики пылевых частиц в магнитном поле B отношение $\omega_B/\nu \ll 1$, поскольку используются достаточно крупные (тяжелые) частицы

при небольшом значении приложенного поля, $B \leq 2500$ Гс [20, 22]. Исключение составляют эксперименты, описанные в работе [23], где исследовалось влияние магнитных полей 4000–40000 Гс на плазменно-пылевые облака в радиочастотном разряде для частиц диаметром от 0.1 мкм до 10 мкм; в качестве буферного газа использовался аргон Ag при давлении $P \sim 0.01$ Торр. При этом наблюдаемые динамические явления практически не зависели от диаметра d пылевых частиц. Последнее обстоятельство косвенно подтверждается результатами наших расчетов для случая $\omega_B/\nu \sim 1$ (см. рис. 7).

В рассматриваемых экспериментах [23] при $B = 40000$ Гс значение ω_B будет сравнимо с величиной ν ($\omega_B \sim \nu$) для частиц диаметром $d < 0.4$ мкм. А в предположении водорода H_2 в качестве буферного газа соотношение $\omega_B \sim \nu$ будет наблюдаться для частиц с размерами $d < 2$ мкм. Здесь для оценок отношения ω_B/ν использовались 1) соотношение для зарядового числа пылевых частиц $Z \approx (1.10 \pm 0.25)T_e [\text{эВ}]d [\text{мкм}]$, где T_e — температура электронов, принятая равной 3 эВ [5], и 2) величина коэффициента трения частиц $\nu \approx CP [\text{Торр}]/(\rho [\text{г} \cdot \text{см}^{-3}]d [\text{мкм}])$, где ρ — плотность материала частиц, C — коэффициент, зависящий от типа буферного газа ($C \approx 2000$ для Ag и $C \approx 450$ для H_2) [39].

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнено аналитическое и численное исследование динамики ансамблей заряженных частиц в электростатической ловушке под воздействием постоянного магнитного поля. Представлены корни характеристического уравнения, позволяющие анализировать спектр частот колебаний в исследуемых системах частиц. Рассмотрены аналитические соотношения для спектральной плотности смещений центра масс исследуемых систем. Данные соотношения проверены путем численного моделирования для кластеров с различным количеством частиц в широком диапазоне параметров анализируемых систем.

Численные исследования показали, что вне зависимости от параметра неидеальности Γ и числа частиц N в моделируемых ансамблях спектральные плотности смещений их центра масс хорошо соответствуют рассмотренным аналитическим соотношениям, а характерные частоты для центра масс могут быть получены путем решения системы уравнений для одной заряженной частицы. Отметим,

что решение уравнений движения (1)–(3) при заданной частоте трения ν зависит только от относительных значений параметров: ω_t/ν , ω_B/ν . Таким образом, полученные результаты справедливы для частиц любых масс и зарядов (например, для случая пылевой плазмы, для ионов сепарируемого вещества ОЯТ и т. д.).

Детально исследованы особенности процессов массопереноса и диффузионного режима движения заряженных частиц в ограниченных (кластерных) ансамблях. Выполнен анализ динамики частиц в зависимости от их числа, температуры и величин магнитного и электрического полей.

Результаты настоящей работы применимы для ограниченных систем при любом типе попарных взаимодействий и могут быть полезны для разработки новых методов диагностики физических характеристик таких систем, а также для анализа условий формирования различных кластеров, которые представляют интерес в физике плазмы, в физике полимеров и коллоидных систем и т. д.

Финансирование. Работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 18-38-20175), а также Программой Президиума РАН.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Photon Correlation and Light Beating Spectroscopy*, ed. by H. Z. Cummins and E. R. Pike, Plenum, New York (1974).
2. Я. И. Френкель, *Кинетическая теория жидкостей*, Наука, Ленинград (1975).
3. R. Balescu, *Equilibrium and Nonequilibrium Statistical Mechanics*, Wiley Intersci., Chichester (1975).
4. А. А. Овчинников, С. Ф. Тимашев, А. А. Белый, *Кинетика диффузионно-контролируемых химических процессов*, Химия, Москва (1986).
5. О. С. Ваулина, О. Ф. Петров, В. Е. Фортов, А. Г. Храпак, С. А. Храпак, *Пылевая плазма (эксперимент и теория)*, Физматлит, Москва (2009).
6. *Complex and Dusty Plasmas*, ed. by V. E. Fortov and G. E. Morfill, CRC Press (2010).
7. Y. P. Raizer, V. I. Kisin, and J. E. Allen, *Gas Discharge Physics*, Springer, Berlin, Heidelberg (2011).
8. J. I. Jiménez-Aquino, R. M. Velasco, and F. J. Uribe, *Phys. Rev. E* **77**, 051105 (2008).

9. L. J. Hou, Z. L. Mišković, A. Piel, and P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **16**, 053705 (2009).
10. B. Farokhi, M. Shahmansouri, and P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **16**, 063703 (2009).
11. О. С. Ваулина, Е. А. Лисин, Э. А. Саметов, *ЖЭТФ* **152**, 1144 (2017).
12. E. A. Sametov, R. A. Timirkhanov, and O. S. Vaulina, *Phys. Plasmas* **24**, 123504 (2017).
13. О. С. Ваулина, К. Г. Адамович, *ЖЭТФ* **133**, 1091 (2008).
14. О. С. Ваулина, К. Г. Адамович, О. Ф. Петров, В. Е. Фортов, *ЖЭТФ* **134**, 367 (2008).
15. О. С. Ваулина, Е. А. Лисин, А. В. Гавриков, О. Ф. Петров, В. Е. Фортов, *ЖЭТФ* **137**, 751 (2010).
16. O. S. Vaulina and E. A. Lisin, *Phys. Plasmas* **16**, 113702 (2009).
17. В. Е. Фортов, О. Ф. Петров, О. С. Ваулина, К. Г. Косс, *Письма в ЖЭТФ* **97**, 366 (2013).
18. G. A. Hebner, M. E. Riley, and K. E. Greenberg, *Phys. Rev. E* **66**, 046407 (2002).
19. O. S. Vaulina and I. E. Drangevski, *Phys. Scripta* **73**, 577 (2006).
20. М. М. Васильев, Л. Г. Дьячков, С. Н. Антипов, О. Ф. Петров, В. Е. Фортов, *Письма в ЖЭТФ* **86**, 414 (2007).
21. L. G. D'yachkov, O. F. Petrov, and V. E. Fortov, *Contrib. Plasma Phys.* **49**, 134 (2009).
22. V. Yu. Karasev, E. S. Dzljeva, A. Yu. Ivanov, and A. I. Eikhval'd, *Phys. Rev. E* **74**, 066403 (2006).
23. N. Sato, G. Uchida, and T. Kaneko, *Phys. Plasmas* **8**, 1786 (2001).
24. R. F. Post, *Rev. Mod. Phys.* **28**, 338 (1956).
25. L. A. Artsimovich, *Controlled Thermonuclear Reactions*, Gordon and Breach, New York (1964).
26. R. Aymar, P. Barabaschi, and Y. Shimomura, *Plasma Phys. Control. Fusion* **44**, 519 (2002).
27. А. В. Тимофеев, *Физика плазмы* **33**, 971 (2007).
28. B. P. Cluggish, F. A. Anderegg, R. L. Freeman, J. Gilleland, T. J. Hilsabeck, and R. C. Isler, *Plasma Phys.* **12**, 057101 (2005).
29. Н. А. Ворона, А. В. Гавриков, А. А. Самохин, В. П. Смирнов, Ю. С. Хомяков, *Ядерная физика и инжиниринг* **5**, 944 (2014).
30. В. П. Смирнов, А. А. Самохин, Н. А. Ворона, А. В. Гавриков, *Физика плазмы* **39**, 523 (2013).
31. В. Б. Юферов, А. М. Егоров, В. О. Ильичева, С. В. Шарый, К. И. Живанков, *Вопросы атомной науки и техники, сер. Физика радиационных повреждений и радиационное материаловедение* **101**, 148 (2013).
32. Ю. П. Райзер, *Физика газового разряда*, Наука, Москва (1987).
33. Е. А. Лисин, О. С. Ваулина, *ЖЭТФ* **142**, 1077 (2012).
34. S. Chandrasekhar, *Rev. Mod. Phys.* **15**, 1 (1943).
35. О. С. Ваулина, Э. А. Саметов, *ЖЭТФ* **154**, 407 (2018).
36. А. А. Воронов, *Теория автоматического управления*, ч. 2, Высш. школа, Москва (1986).
37. А. А. Щегольков, *Молодежный научно-технический вестник* **8**, 24 (2013).
38. O. S. Vaulina, E. A. Lisin, E. A. Sametov, and R. A. Timirkhanov, *Plasma Fusion Res.* **13**, 1406125 (2018).
39. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979).