

КИНЕТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МЕТАЛЛОВ БЕЗ ЦЕНТРА ИНВЕРСИИ ПРИ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

*В. П. Минеев**

*Univ. Grenoble Alpes, CEA, IRIG, PHELIQS
F-38000, Grenoble, France*

*Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук
142432, Черноголовка, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 12 марта 2019 г.,
после переработки 24 мая 2019 г.
Принята к публикации 24 мая 2019 г.

Развита теория низкотемпературных кинетических явлений в металлах без центра инверсии. Кинетические свойства металлов без центра инверсии описываются четырьмя кинетическими уравнениями для диагональных (внутризонных) и недиагональных (межзонных) элементов матричной функции распределения электронов по состояниям из двух зон проводимости, расщепленных спин-орбитальным взаимодействием. Выведены интегралы столкновений для рассеяния электронов на примесях и парных столкновений. Рассмотрены электрический и спиновый токи и поток тепла в бесстолкновительном режиме и в случае слабого рассеяния на примесях. Показано, что в трехмерных средах недиагональные члены функции распределения дают вклад в транспорт заряда, спина и тепла не только благодаря процессам межзонного рассеяния, но и в бесстолкновительном режиме, порождая необычные диссипативные токи. Показано, что остаточное сопротивление и остаточное тепловое сопротивление при нулевой температуре определяются не только рассеянием электронов на примесях, но и электрон-электронными столкновениями.

Статья для специального выпуска ЖЭТФ, посвященного 100-летию И. М. Халатникова

DOI: 10.1134/S0044451019100183

1. ВВЕДЕНИЕ

Уже много лет спиновая электроника систем с сильным спин-орбитальным взаимодействием вызывает значительный интерес. В частности, изучались кинетические свойства двумерных полупроводниковых структур с нарушенной пространственной четностью, с характерным спин-орбитальным взаимодействием типа Рашба и Дрессельхауза [1–4]. Спин-орбитальное взаимодействие электронов с кристаллической решеткой без центра инверсии снимает спиновое вырождение электронных состояний. Каждая электронная зона расщепляется на две зоны с разной величиной квазиимпульса при равной энергии. Закон дисперсии и функция распределения электронов становятся матрицами

$\hat{\varepsilon} = \varepsilon_{\sigma\sigma'}$, $\hat{n} = n_{\sigma\sigma'}$ по спиновым индексам. Временное поведение матричной функции распределения в (\mathbf{k}, \mathbf{r}) -пространстве в квазиклассическом приближении определяется выведенным Силиным [5] кинетическим уравнением

$$\frac{\partial \hat{n}}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \hat{\varepsilon}}{\partial \mathbf{k}} \frac{\partial \hat{n}}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\partial \hat{n}}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial \hat{\varepsilon}}{\partial \mathbf{k}} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \hat{\varepsilon}}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial \hat{n}}{\partial \mathbf{k}} + \frac{\partial \hat{n}}{\partial \mathbf{k}} \frac{\partial \hat{\varepsilon}}{\partial \mathbf{r}} \right) - i[\hat{\varepsilon}, \hat{n}] = \hat{I}_{st}, \quad (1)$$

где $[\hat{\varepsilon}, \hat{n}]$ — коммутатор матриц $\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}(\mathbf{k}, \mathbf{r})$ и $\hat{n} = \hat{n}(\mathbf{k}, \mathbf{r})$. Здесь и далее $\hbar = 1$. Интеграл столкновений в правой части уравнения определяет релаксационные процессы.

Представляется естественным переписать кинетическое уравнение в зонном представлении, где гамильтониан имеет диагональный вид. Можно думать, что после этого преобразования мы придем к системе двух кинетических уравнений для функций распределения электронов в каждой из зон,

* E-mail: vladimir.mineev@cea.fr

взаимодействующих между собой через интегралы столкновений, включающие процессы межзонного рассеяния, и теория будет выглядеть как соответствующая кинетическая теория обычного двухзонного металла с центром инверсии. Однако, это не так. Кинетические процессы в металлах без центра инверсии описываются четырьмя кинетическими уравнениями для диагональных (внутризонных) и недиагональных (межзонных) элементов матричной функции распределения электронов по состояниям из двух зон проводимости, расщепленных спин-орбитальным взаимодействием. Недиagonalные члены дают вклад в транспортные свойства даже в бесстолкновительном режиме. В работе показано, что в трехмерных веществах без центра инверсии электрическое поле не только ускоряет электроны, но также передает энергию электронному газу, создавая неравновесные состояния с недиагональной матричной функцией распределения. Это новое явление полностью специфично для трехмерных сред без центра инверсии.

Выражения для интеграла столкновений электронов с примесями в металлах и полупроводниках без центра инверсии можно найти в работах [6, 7]. Авторы не приводят вывода этих выражений, но пишут: «Вывод интеграла столкновений можно найти во многих работах», — отсылая к соответствующей литературе. В этих ссылках, однако, вывода интеграла столкновений не содержится. Вывод интегралов столкновений для столкновений электронов с примесями, а также электрон-электронных столкновений в металлах без центра инверсии дан в настоящей работе. Показано, что остаточное сопротивление и остаточное тепловое сопротивление при нулевой температуре определяются не только рассеянием электронов на примесях, но и парными электронными столкновениями.

Статья состоит из трех разделов, Введения и Заключения. В разд. 2 приведены основные сведения о спектре и равновесных функциях распределения в металлах без центра инверсии. В разд. 3 выведены кинетические уравнения и получены общие выражения для нахождения электрического и спинового токов и потока тепла. Рассмотрены транспортные явления в бесстолкновительном режиме и в случае слабого рассеяния на примесях. Показано, что в трехмерных средах недиагональные члены функции распределения дают вклад в транспорт заряда, спина и тепла не только благодаря процессам межзонного рассеяния, но и в бесстолкновительном режиме, порождая необычные диссипативные токи.

Роль парных столкновений в происхождении остаточного сопротивления и теплового сопротивления при нулевой температуре обсуждается в разд. 4. В Заключении перечислены основные результаты работы. Вывод интегралов столкновений для рассеяния электронов на примесях и друг на друге дан в двух Приложениях. Полученные результаты относятся как к трехмерным, так и к двумерным системам без центра инверсии. Выявлены принципиальные отличия между кинетическими свойствами в двух и трех измерениях.

2. ЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В МЕТАЛЛАХ БЕЗ ЦЕНТРА ИНВЕРСИИ

Энергетический спектр электронов в металле без центра инверсии имеет вид

$$\hat{\varepsilon}(\mathbf{k}) = \varepsilon(\mathbf{k})\hat{\delta} + \boldsymbol{\gamma}(\mathbf{k}) \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (2)$$

где $\varepsilon(\mathbf{k})$ — скалярная часть спектра, $\hat{\delta}$ — единичная 2×2 -матрица в спиновом пространстве, $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ — матрицы Паули. Второе слагаемое в уравнении (2) описывает спин-орбитальное взаимодействие. Его вид зависит от конкретной кристаллической симметрии вещества. Псевдовектор $\boldsymbol{\gamma}(\mathbf{k})$ обладает следующими свойствами $\boldsymbol{\gamma}(-\mathbf{k}) = -\boldsymbol{\gamma}(\mathbf{k})$ и $g\boldsymbol{\gamma}(g^{-1}\mathbf{k}) = \boldsymbol{\gamma}(\mathbf{k})$, где g — любое преобразование симметрии точечной группы \mathcal{G} кристалла. Более детальное описание свойств металлов без центра инверсии в нормальном и сверхпроводящем состоянии изложено в работе [8]. В кристаллах CePt_3Si , CeRhSi_3 и CeIrSi_3 с тетрагональной симметрией $\mathcal{G} = \text{C}_{4v}$ вектор

$$\boldsymbol{\gamma}(\mathbf{k}) = \gamma(k_y\hat{x} - k_x\hat{y}) + \gamma_{\parallel}k_xk_yk_z(k_x^2 - k_y^2)\hat{z}. \quad (3)$$

В двумерном случае, полагая $\gamma_{\parallel} = 0$, мы приходим к спин-орбитальному взаимодействию Рашба [9], которое часто используется для описания нарушенной зеркальной симметрии в пленках. В изотропном случае, соответствующем кубической симметрии, $\varepsilon(\mathbf{k}) = k^2/2m$ и

$$\boldsymbol{\gamma}(\mathbf{k}) = \gamma\mathbf{k}. \quad (4)$$

Здесь γ — постоянная с размерностью скорости.

Собственные значения и собственные векторы матрицы (2) выглядят следующим образом:

$$\varepsilon_{\pm}(\mathbf{k}) = \varepsilon(\mathbf{k}) \pm |\boldsymbol{\gamma}(\mathbf{k})|, \quad (5)$$

$$\begin{aligned}\Psi_{\sigma}^{+}(\mathbf{k}) &= C_{\mathbf{k}} \begin{pmatrix} \hat{\gamma}_{kz} + 1 \\ \hat{\gamma}_{kx} + i\hat{\gamma}_{ky} \end{pmatrix}, \\ \Psi_{\sigma}^{-}(\mathbf{k}) &= C_{\mathbf{k}} \begin{pmatrix} -\hat{\gamma}_{kx} + i\hat{\gamma}_{ky} \\ \hat{\gamma}_{kz} + 1 \end{pmatrix}, \\ C_{\mathbf{k}} &= (2(\hat{\gamma}_{kz} + 1))^{-1/2}.\end{aligned}\quad (6)$$

Здесь, $\hat{\gamma}_{kx}, \hat{\gamma}_{ky}, \hat{\gamma}_{kz}$ — компоненты единичного вектора $\boldsymbol{\gamma}(\mathbf{k})/|\boldsymbol{\gamma}(\mathbf{k})|$. Собственные векторы удовлетворяют соотношениям ортогональности

$$\Psi_{\sigma}^{\alpha*}(\mathbf{k})\Psi_{\sigma}^{\beta}(\mathbf{k}) = \delta_{\alpha\beta}, \quad \Psi_{\sigma_1}^{\alpha}(\mathbf{k})\Psi_{\sigma_2}^{\alpha*}(\mathbf{k}) = \delta_{\sigma_1\sigma_2}. \quad (7)$$

В этих выражениях и всюду далее подразумевается суммирование по повторяющимся спиновым индексам $\sigma = \uparrow, \downarrow$ или зонным индексам $\alpha = +, -$.

Имеются две ферми-поверхности, определяемые уравнениями

$$\varepsilon_{\pm}(\mathbf{k}) = \mu, \quad (8)$$

с различными импульсами Ферми $\mathbf{k}_{F\pm}$. В изотропном случае они равны

$$k_{F\pm} = \mp m\gamma + \sqrt{2m\mu + (m\gamma)^2}, \quad (9)$$

а скорость Ферми одинакова на обеих ферми-поверхностях

$$\mathbf{v}_{F\pm} = \left. \frac{\partial(\varepsilon \pm \gamma k)}{\partial \mathbf{k}} \right|_{k=k_{F\pm}} = \hat{\mathbf{k}} \sqrt{\frac{2\mu}{m} + \gamma^2}. \quad (10)$$

Здесь $\hat{\mathbf{k}}$ — единичный вектор в направлении импульса \mathbf{k} . Равенство скоростей Ферми при разных ферми-импульсах — специфическое свойство моделей с изотропным спектром (4) в трехмерном случае и взаимодействием Рашба в двумерном случае.

Матричная функция равновесного распределения электронов по импульсам имеет вид

$$\hat{n}^0 = \frac{n_+ + n_-}{2} \hat{\delta} + \frac{n_+ - n_-}{2|\boldsymbol{\gamma}|} \boldsymbol{\gamma} \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (11)$$

где

$$n_{\pm} = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon_{\pm} - \mu}{T}\right) + 1} \quad (12)$$

— функции Ферми. В изотропном случае вблизи соответствующих ферми-поверхностей законы дисперсии выглядят особенно просто:

$$\xi_{\pm} = \varepsilon_{\pm} - \mu \approx v_F(k - k_{F\pm}) = \epsilon - \mu_{\pm}, \quad (13)$$

здесь

$$\epsilon = v_F k, \quad \mu_{\pm} = v_F k_{F\pm}, \quad \mu_+ - \mu_- = -2mv_F\gamma. \quad (14)$$

3. ТРАНСПОРТНЫЕ СВОЙСТВА. РАССЕЯНИЕ НА ПРИМЕСЯХ

3.1. Кинетическое уравнение

При наличии внешнего электрического поля $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_{\omega} e^{-i\omega t}$ линеаризованное кинетическое уравнение (1) имеет вид

$$\frac{\partial \hat{g}}{\partial t} + e\mathbf{E} \frac{\partial \hat{n}^0}{\partial \mathbf{k}} - i[\hat{\varepsilon}, \hat{g}] = \hat{I}_{st}, \quad (15)$$

где $\hat{g} = \hat{n} - \hat{n}^0$ — отклонение функции распределения от равновесной функции распределения \hat{n}^0 .

Эрмитовские матрицы функций неравновесного распределения в зонном и спиновом представлениях связаны между собой преобразованием

$$f_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \Psi_{\sigma_1}^{\alpha*}(\mathbf{k}) n_{\sigma_1\sigma_2} \Psi_{\sigma_2}^{\beta}(\mathbf{k}). \quad (16)$$

В зонном представлении равновесная функция распределения (11) суть диагональная матрица

$$f_{\alpha\beta}^0(\mathbf{k}) = \Psi_{\sigma_1}^{\alpha*}(\mathbf{k}) n_{\sigma_1\sigma_2}^0 \Psi_{\sigma_2}^{\beta}(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} n_+ & 0 \\ 0 & n_- \end{pmatrix}_{\alpha\beta}. \quad (17)$$

Однако ее производная недиагональна и определяется уравнением

$$\begin{aligned}\Psi_{\sigma_1}^{\alpha*}(\mathbf{k}) \frac{\partial n_{\sigma_1\sigma_2}^0}{\partial \mathbf{k}} \Psi_{\sigma_2}^{\beta}(\mathbf{k}) &= \\ &= \frac{\partial f_{\alpha\beta}^0}{\partial \mathbf{k}} + \left[\Psi_{\sigma}^{\alpha*}(\mathbf{k}) \frac{\partial \Psi_{\sigma}^{\gamma}(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}}, f_{\gamma\beta}^0 \right],\end{aligned}\quad (18)$$

где квадратные скобки означают коммутатор. Таким образом, матричное кинетическое уравнение для зависящей от частоты амплитуды Фурье неравновесной части функции распределения $g_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, t) = g_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \omega) e^{-i\omega t}$ принимает вид

$$\begin{aligned}-i\omega \begin{pmatrix} g_+ & g_{\pm} \\ g_{\mp} & g_- \end{pmatrix} + \\ + e \begin{pmatrix} (\mathbf{v}_+ \mathbf{E}) \frac{\partial n_+}{\partial \xi_+} & (\mathbf{v}_{\pm} \mathbf{E})(n_- - n_+) \\ (\mathbf{v}_{\mp} \mathbf{E})(n_+ - n_-) & (\mathbf{v}_- \mathbf{E}) \frac{\partial n_-}{\partial \xi_-} \end{pmatrix} + \\ + \begin{pmatrix} 0 & ig_{\pm}(\varepsilon_- - \varepsilon_+) \\ ig_{\mp}(\varepsilon_+ - \varepsilon_-) & 0 \end{pmatrix} &= I_{\alpha\beta}.\end{aligned}\quad (19)$$

Здесь

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_{\pm} &= \Psi_{\sigma}^{+\ast}(\mathbf{k}) \frac{\partial \Psi_{\sigma}^{-}(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}} = \\ &= \frac{\hat{\gamma}_{kx} - i\hat{\gamma}_{ky}}{2(\hat{\gamma}_{kz} + 1)} \frac{\partial \hat{\gamma}_{kz}}{\partial \mathbf{k}} - \frac{1}{2} \frac{\partial (\hat{\gamma}_{kx} - i\hat{\gamma}_{ky})}{\partial \mathbf{k}}, \\ \mathbf{v}_{\alpha} &= \frac{\partial \varepsilon_{\alpha}}{\partial \mathbf{k}}, \quad \mathbf{v}_{\mp} = -\mathbf{v}_{\pm}^*.\end{aligned}\quad (20)$$

Интеграл столкновений для рассеяния электронов на примесях выведен в Приложении А. Ненулевой вклад в интеграл столкновений дает лишь неравновесная часть функции распределения. Таким образом,

$$I_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = 2\pi n_{imp} \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} |V(\mathbf{k} - \mathbf{k}')|^2 \times \\ \times \{O_{\alpha\nu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') [g_{\nu\mu}(\mathbf{k}') O_{\mu\beta}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) - \\ - O_{\nu\mu}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) g_{\mu\beta}(\mathbf{k})] \delta(\varepsilon'_\nu - \varepsilon_\beta) + \\ + [O_{\alpha\nu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') g_{\nu\mu}(\mathbf{k}') - g_{\alpha\nu}(\mathbf{k}) O_{\nu\mu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')] \times \\ \times O_{\mu\beta}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \delta(\varepsilon'_\mu - \varepsilon_\alpha)\}, \quad (21)$$

$$O_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \Psi_\sigma^{\alpha*}(\mathbf{k}) \Psi_\sigma^\beta(\mathbf{k}'). \quad (22)$$

Здесь и во всех последующих формулах, в двумерном случае $\int d^3k'/(2\pi)^3$ должно быть заменено на $\int d^2k'/(2\pi)^2$.

Решение уравнений (19) имеет вид

$$g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} g_+ & g_\pm \\ g_\mp & g_- \end{pmatrix} = e \begin{pmatrix} (\mathbf{w}_+\mathbf{E}) & (\mathbf{w}_\pm\mathbf{E}) \\ (\mathbf{w}_\mp\mathbf{E}) & (\mathbf{w}_-\mathbf{E}) \end{pmatrix}. \quad (23)$$

После подстановки этой матрицы в уравнение (19) и в интеграл столкновений (21) мы получим четыре скалярных уравнения, соответствующие матричным элементам матрицы (19) для зависящих от величины и направления импульса \mathbf{k} скалярных функций $(\mathbf{w}_+\mathbf{E}), (\mathbf{w}_\pm\mathbf{E}), (\mathbf{w}_\mp\mathbf{E}), (\mathbf{w}_-\mathbf{E})$. В общем случае эти функции могут быть найдены посредством численного решения уравнений. Решения для бесстолкновительного режима и случая слабого рассеяния на примесях рассмотрены ниже.

3.2. Электрический ток

Выражение для плотности электрического тока во внешнем поле имеет вид

$$\mathbf{j} = e \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{\partial \varepsilon_{\sigma\sigma_1}(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}} g_{\sigma_1\sigma}(\mathbf{k}, \omega). \quad (24)$$

Переходя к зонному представлению, получаем

$$\mathbf{j} = e \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \Psi_\sigma^{\alpha*}(\mathbf{k}) \frac{\partial \varepsilon_{\sigma\sigma_1}(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}} \Psi_{\sigma_1}^\gamma(\mathbf{k}) \Psi_{\sigma_2}^{\gamma*}(\mathbf{k}) \times \\ \times g_{\sigma_2\sigma_3}(\mathbf{k}, \omega) \Psi_{\sigma_3}^\alpha(\mathbf{k}) = \\ = e \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \left\{ \frac{\partial \varepsilon_{\alpha\gamma}(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}} + \left[\Psi_\sigma^{\alpha*}(\mathbf{k}) \frac{\partial \Psi_\sigma^\beta}{\partial \mathbf{k}}, \varepsilon_{\beta\gamma} \right] \right\} \times \\ \times g_{\gamma\alpha}(\mathbf{k}, \omega), \quad (25)$$

где квадратные скобки означают коммутатор. Окончательно приходим к выражению

$$\mathbf{j} = e^2 \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \{ \mathbf{v}_+(\mathbf{w}_+\mathbf{E}) + \mathbf{v}_-(\mathbf{w}_-\mathbf{E}) + \\ + [\mathbf{v}_\pm(\mathbf{w}_\mp\mathbf{E}) - \mathbf{v}_\mp(\mathbf{w}_\pm\mathbf{E})] (\varepsilon_- - \varepsilon_+) \}. \quad (26)$$

Поскольку функции $\mathbf{w}_+, \mathbf{w}_-, \mathbf{w}_\pm, \mathbf{w}_\mp$ зависят от величины и направления импульса \mathbf{k} , направление тока, вообще говоря, не совпадает с направлением электрического поля.

1. *Баллистический режим.* В пренебрежении процессами рассеяния, т. е. при $\omega\tau > 1$, где τ — типичное время рассеяния, определяемое различными слагаемыми, входящими в интеграл столкновений, уравнение (19) имеет решение

$$g_+ = e(\mathbf{w}_+\mathbf{E}) = \frac{e}{i\omega} (\mathbf{v}_+\mathbf{E}) \frac{\partial n_+}{\partial \xi_+}, \quad (27)$$

$$g_- = e(\mathbf{w}_-\mathbf{E}) = \frac{e}{i\omega} (\mathbf{v}_-\mathbf{E}) \frac{\partial n_-}{\partial \xi_-}, \quad (28)$$

$$g_\pm = e(\mathbf{w}_\pm\mathbf{E}) = \frac{e(\mathbf{v}_\pm\mathbf{E})(n_- - n_+)}{i\omega - i(\varepsilon_- - \varepsilon_+)}, \quad (29)$$

$$g_\mp = e(\mathbf{w}_\mp\mathbf{E}) = \frac{e(\mathbf{v}_\mp\mathbf{E})(n_+ - n_-)}{i\omega - i(\varepsilon_+ - \varepsilon_-)}. \quad (30)$$

Подставляя эти выражения в (26) получим

$$\mathbf{j} = e^2 \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \left\{ \frac{\mathbf{v}_+(\mathbf{v}_+\mathbf{E})}{i\omega} \frac{\partial n_+}{\partial \xi_+} + \frac{\mathbf{v}_-(\mathbf{v}_-\mathbf{E})}{i\omega} \frac{\partial n_-}{\partial \xi_-} + \right. \\ \left. + 2 \frac{(n_+ - n_-)(\varepsilon_- - \varepsilon_+)}{\omega^2 - (\varepsilon_+ - \varepsilon_-)^2} [i\omega \operatorname{Re}(\mathbf{v}_\pm(\mathbf{v}_\pm^*\mathbf{E})) + (\varepsilon_- - \varepsilon_+)] \operatorname{Im}(\mathbf{v}_\pm(\mathbf{v}_\pm^*\mathbf{E})) \right\}. \quad (31)$$

Последний член в этой формуле представляет диссипативный ток. Он зависит от

$$\operatorname{Im}(\mathbf{v}_\pm(\mathbf{v}_\pm^*\mathbf{E})) = \frac{1}{4(\hat{\gamma}_{\mathbf{k}z} + 1)} \times \\ \times \left\{ \frac{\partial \hat{\gamma}_{\mathbf{k}z}}{\partial \mathbf{k}} \left[-\hat{\gamma}_{\mathbf{k}x} \left(\frac{\partial \hat{\gamma}_{\mathbf{k}y}}{\partial \mathbf{k}} \mathbf{E} \right) + \hat{\gamma}_{\mathbf{k}y} \left(\frac{\partial \hat{\gamma}_{\mathbf{k}x}}{\partial \mathbf{k}} \mathbf{E} \right) \right] + \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial \hat{\gamma}_{\mathbf{k}z}}{\partial \mathbf{k}} \mathbf{E} \right) \left[-\hat{\gamma}_{\mathbf{k}y} \frac{\partial \hat{\gamma}_{\mathbf{k}x}}{\partial \mathbf{k}} + \hat{\gamma}_{\mathbf{k}x} \frac{\partial \hat{\gamma}_{\mathbf{k}y}}{\partial \mathbf{k}} \right] \right\}. \quad (32)$$

В двумерном случае z -компонента вектора $\gamma_{\mathbf{k}}$ отсутствует, и $\operatorname{Im}(\mathbf{v}_\pm(\mathbf{v}_\pm^*\mathbf{E})) = 0$. Следовательно, в двумерных средах высокочастотное электрическое поле в отсутствие релаксации из-за рассеяния электронов на примесях не вызывает диссипативных токов, как и в любых металлах с центром инверсии.

В отличие от этого, в трехмерных средах последний член в уравнении (31), вообще говоря, не равен

нулю. Например, можно проверить прямым вычислением, что этот член дает ненулевой диссипативный вклад в ток, направленный перпендикулярно приложенному электрическому полю в металлах с симметрией C_{4v} с вектором $\gamma_{\mathbf{k}}$, задаваемым уравнением (3). Таким образом, мы приходим к выводу, что в трехмерных средах электрическое поле не только ускоряет электроны, но также передает энергию электронному газу, создавая неравновесные состояния с недиагональной матричной функцией распределения. Это необычное явление — специфичное для трехмерных материалов без центра инверсии.

Интегралы в двух последних членах уравнения (31) берутся по области обратного пространства между k_{F+} и k_{F-} , где $\varepsilon_+ - \varepsilon_- \approx 2\gamma k_F$. При сравнительно низких частотах $\omega \ll 2\gamma k_F$, но все еще в бесстолкновительной области $\omega > \tau^{-1}$ уравнение (31) принимает вид

$$\mathbf{j} = e^2 \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \left\{ \frac{\mathbf{v}_+(\mathbf{v}_+\mathbf{E})}{i\omega} \frac{\partial n_+}{\partial \xi_+} + \frac{\mathbf{v}_-(\mathbf{v}_-\mathbf{E})}{i\omega} \frac{\partial n_-}{\partial \xi_-} - 2(n_+ - n_-) \text{Im}(\mathbf{v}_\pm(\mathbf{v}_\pm^*\mathbf{E})) \right\}. \quad (33)$$

2. Слабое рассеяние на примесях. Режим слабого рассеяния на примесях реализуется при $\tau^{-1} \ll \ll 2\gamma k_F$. В этом случае можно пренебречь столкновительными членами в кинетических уравнениях для недиагональных элементов функции распределения. Таким образом, решения для недиагональных матричных элементов по-прежнему задаются формулами (29) и (30). После подстановки этих решений в интеграл столкновений в уравнениях для диагональных элементов функции распределения мы приходим к уравнениям

$$-i\omega g_+ + e(\mathbf{v}_+\mathbf{E}) \frac{\partial n_+}{\partial \xi_+} = 4\pi n_i \int \frac{d^3k}{2\pi^3} |V(\mathbf{k}-\mathbf{k}')|^2 \times \{ O_{++}(\mathbf{k}\mathbf{k}') O_{++}(\mathbf{k}'\mathbf{k}) [g_+(\mathbf{k}') - g_+(\mathbf{k})] \delta(\varepsilon'_+ - \varepsilon_+) + O_{+-}(\mathbf{k}\mathbf{k}') O_{-+}(\mathbf{k}'\mathbf{k}) [g_-(\mathbf{k}') - g_+(\mathbf{k})] \delta(\varepsilon'_- - \varepsilon_+) \}, \quad (34)$$

$$-i\omega g_- + e(\mathbf{v}_-\mathbf{E}) \frac{\partial n_-}{\partial \xi_-} = 4\pi n_i \int \frac{d^3k}{2\pi^3} |V(\mathbf{k}-\mathbf{k}')|^2 \times \{ O_{-+}(\mathbf{k}\mathbf{k}') O_{+-}(\mathbf{k}'\mathbf{k}) [g_+(\mathbf{k}') - g_-(\mathbf{k})] \delta(\varepsilon'_+ - \varepsilon_-) + O_{--}(\mathbf{k}\mathbf{k}') O_{--}(\mathbf{k}'\mathbf{k}) [g_-(\mathbf{k}') - g_-(\mathbf{k})] \delta(\varepsilon'_- - \varepsilon_-) \}, \quad (35)$$

полученным в пренебрежении столкновительными членами, с недиагональными элементами функции

распределения, которые оказываются в $\gamma k_F \tau \gg 1$ раз меньше чем столкновительные члены, зависящие от диагональных элементов функции распределения. Видно, что даже в пределе слабого рассеяния на примесях релаксация диагональной части функции распределения к равновесию определяется четырьмя разными столкновительными членами.

Было предпринято несколько попыток [2–4] решить эти уравнения для двумерной модели Рашба в борновском приближении. В этом случае произведения

$$O_{++}(\mathbf{k}\mathbf{k}') O_{++}(\mathbf{k}'\mathbf{k}) = O_{--}(\mathbf{k}\mathbf{k}') O_{--}(\mathbf{k}'\mathbf{k}) = \cos^2 \frac{\varphi - \varphi'}{2},$$

$$O_{+-}(\mathbf{k}\mathbf{k}') O_{-+}(\mathbf{k}'\mathbf{k}) = O_{-+}(\mathbf{k}\mathbf{k}') O_{+-}(\mathbf{k}'\mathbf{k}) = -\sin^2 \frac{\varphi - \varphi'}{2}$$

зависят от разности азимутальных углов начального и конечного импульсов. В борновском приближении интеграл столкновений выражается через фурье-компоненту потенциала примеси, зависящую от переданного импульса $V(\mathbf{k}-\mathbf{k}')$, т. е. тоже зависит от $\varphi - \varphi'$. Это позволяет искать решение уравнений (34), (35) в следующем виде:

$$g_+ = -ea_+ \frac{\partial n_+}{\partial \xi_+}(\mathbf{v}_+\mathbf{E}), \quad (36)$$

$$g_- = -ea_- \frac{\partial n_-}{\partial \xi_-}(\mathbf{v}_-\mathbf{E}),$$

как это было сделано в работе [4], где были найдены коэффициенты a_\pm . В этом случае выражение для тока имеет вид

$$\mathbf{j} = e^2 \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} \times \left\{ a_+ \mathbf{v}_+(\mathbf{v}_+\mathbf{E}) \frac{\partial n_+}{\partial \xi_+} + a_- \mathbf{v}_-(\mathbf{v}_-\mathbf{E}) \frac{\partial n_-}{\partial \xi_-} \right\}. \quad (37)$$

Этот подход легко обобщается на случай конечной частоты.

Аналогичные вычисления можно проделать для другой двумерной модели — модели Дрессельхауза [10], где $\gamma(\mathbf{k}) = \gamma_D(k_y \hat{y} - k_x \hat{x})$, но не для модели, где вектор $\gamma(\mathbf{k})$ представляет сумму этих векторов в моделях Рашба и Дрессельхауза.

Решения уравнений (34) и (35) для других двумерных и трехмерных моделей можно искать лишь численными методами.

В трехмерном случае в условиях слабого рассеяния на примесях выражение для плотности тока имеет вид

$$\mathbf{j} = e^2 \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \{ \mathbf{v}_+(\mathbf{w}_+\mathbf{E}) + \mathbf{v}_-(\mathbf{w}_-\mathbf{E}) - 2(n_+ - n_-) \text{Im}(\mathbf{v}_\pm(\mathbf{v}_\pm^*\mathbf{E})) \}. \quad (38)$$

Здесь два первых члена определяются решениями уравнений (34) и (35), а последний член — дополнительный диссипативный ток, определяемый недиагональными элементами матричной функции распределения, как и в бесстолкновительном случае.

3. *Сильное рассеяние на примесях.* Режим сильного рассеяния на примесях реализуется, когда типичное обратное время рассеяния оказывается порядка энергии спин-орбитального расщепления зон $\tau^{-1} \approx \gamma k_F$. В этом случае при выполнении условия $\gamma k_F \ll \varepsilon_F$ квазиклассическая теория остается применимой к описанию кинетических явлений, но необходимо решать полную систему из четырех кинетических уравнений для диагональных и недиагональных матричных элементов функции распределения.

3.3. Спиновый ток

Электрическое поле в кристаллах без центра инверсии порождает спиновый ток. Плотность спинового тока имеет вид

$$\mathbf{j}_i = e \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \sigma_{\sigma\sigma_1} \frac{\partial \varepsilon_{\sigma_1\sigma_2}(\mathbf{k})}{\partial k_i} g_{\sigma_2\sigma}(\mathbf{k}, \omega). \quad (39)$$

Переходя к зонному представлению, так же как это было сделано для электрического тока, получим выражения для проекций плотности спинового тока на оси координат

$$j_{xi} = e \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \{ [v_{+i}(\mathbf{w}_\pm\mathbf{E}) + v_{-i}(\mathbf{w}_\mp\mathbf{E})] + [v_{\pm i}(\mathbf{w}_-\mathbf{E}) - v_{\mp i}(\mathbf{w}_+\mathbf{E})] (\varepsilon_- - \varepsilon_+) \}, \quad (40)$$

$$j_{yi} = ie \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \{ [v_{+i}(\mathbf{w}_\pm\mathbf{E}) - v_{-i}(\mathbf{w}_\mp\mathbf{E})] + [v_{\pm i}(\mathbf{w}_-\mathbf{E}) + v_{\mp i}(\mathbf{w}_+\mathbf{E})] (\varepsilon_- - \varepsilon_+) \}, \quad (41)$$

$$j_{zi} = e \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \{ [v_{+i}(\mathbf{w}_+\mathbf{E}) - v_{-i}(\mathbf{w}_-\mathbf{E})] + [v_{\pm i}(\mathbf{w}_\mp\mathbf{E}) + v_{\mp i}(\mathbf{w}_\pm\mathbf{E})] (\varepsilon_- - \varepsilon_+) \}. \quad (42)$$

В бесстолкновительном режиме решения кинетического уравнения даются формулами (27)–(30). В двумерном случае выражения для скоростей (20) имеют вид

$$\mathbf{v}_\alpha = \frac{\partial \varepsilon_\alpha}{\partial \mathbf{k}}, \quad \mathbf{v}_\pm = -\frac{1}{2} \frac{\partial(\hat{\gamma}_{kx} - i\hat{\gamma}_{ky})}{\partial \mathbf{k}}. \quad (43)$$

Очевидно, «диагональные» скорости — нечетные функции волнового вектора $\mathbf{v}_\alpha(-\mathbf{k}) = -\mathbf{v}_\alpha(\mathbf{k})$, тогда как «недиагональные» скорости — четные функции волнового вектора $\mathbf{v}_\pm(-\mathbf{k}) = \mathbf{v}_\pm(\mathbf{k})$. Таким образом, баллистические спиновые токи (40), (41) тождественно равны нулю:

$$j_{xi} = j_{yi} = 0. \quad (44)$$

Чтобы найти спиновый ток в случае слабого рассеяния на примесях, можно использовать недиагональные матричные элементы функции распределения (29), (30), но для нахождения диагональных элементов надо решать уравнения (34), (35). Для модели Рашба в борновском приближении решения этих уравнений имеют вид (36). Таким образом, в этом случае спиновый ток также обращается в нуль в силу симметричных свойств «диагональных» и «недиагональных» скоростей.

В трехмерном случае недиагональные скорости (20) не есть четные функции волнового вектора. Спиновый ток, вызванный электрическим полем, приобретает конечную величину. Так же как и электрический ток, спиновый ток даже в баллистическом режиме состоит из реактивной и диссипативной составляющих.

3.4. Поток тепла

При наличии градиента температуры матричное кинетическое уравнение для неравновесной функции распределения $g_{\alpha\beta}$ есть

$$-\frac{1}{T} \left(\begin{array}{cc} (\mathbf{v}_+\nabla T)\xi_+ \frac{\partial n_+}{\partial \xi_+} & \frac{1}{2}(\mathbf{v}_\pm\nabla T)(\varepsilon_- - \varepsilon_+) \left(\xi_+ \frac{\partial n_+}{\partial \xi_+} + \xi_- \frac{\partial n_-}{\partial \xi_-} \right) \\ \frac{1}{2}(\mathbf{v}_\mp\nabla T)(\varepsilon_+ - \varepsilon_-) \left(\xi_+ \frac{\partial n_+}{\partial \xi_+} + \xi_- \frac{\partial n_-}{\partial \xi_-} \right) & (\mathbf{v}_-\nabla T)\xi_- \frac{\partial n_-}{\partial \xi_-} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{cc} 0 & ig_\pm(\varepsilon_- - \varepsilon_+) \\ ig_\mp(\varepsilon_+ - \varepsilon_-) & 0 \end{array} \right) = I_{\alpha\beta}. \quad (45)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} g_+ & g_{\pm} \\ g_{\mp} & g_- \end{pmatrix} = -\frac{1}{T} \begin{pmatrix} (\mathbf{u}_+ \nabla T) & (\mathbf{u}_{\pm} \nabla T) \\ (\mathbf{u}_{\mp} \nabla T) & (\mathbf{u}_- \nabla T) \end{pmatrix}. \quad (46)$$

После подстановки этой матрицы в уравнение (45) и в интеграл столкновений (21) мы получим четыре уравнения, соответствующие каждому матричному элементу матрицы (46) для четырех зависящих от \mathbf{k} скалярных функций $(\mathbf{u}_+ \nabla T)$, $(\mathbf{u}_{\pm} \nabla T)$, $(\mathbf{u}_{\mp} \nabla T)$, $(\mathbf{u}_- \nabla T)$.

Плотность потока тепла есть

$$\mathbf{q} = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \xi_{\sigma\sigma_1}(\mathbf{k}) \frac{\partial \varepsilon_{\sigma_1\sigma_2}(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}} g_{\sigma_2\sigma}(\mathbf{k}). \quad (47)$$

Преобразуя это выражение к зонному представлению, получим

$$\mathbf{q} = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \{ \xi_+ \mathbf{v}_+ g_+ + \xi_- \mathbf{v}_- g_- + [\xi_+ \mathbf{v}_{\pm} g_{\mp} - \xi_- \mathbf{v}_{\mp} g_{\pm}] (\varepsilon_- - \varepsilon_+) \}. \quad (48)$$

Подставляя в это выражение $g_{\alpha\beta}$ из (46), приходим к

$$\mathbf{q} = -\frac{1}{T} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \{ \xi_+ \mathbf{v}_+ (\mathbf{u}_+ \nabla T) + \xi_- \mathbf{v}_- (\mathbf{u}_- \nabla T) + [\xi_+ \mathbf{v}_{\pm} (\mathbf{u}_{\mp} \nabla T) - \xi_- \mathbf{v}_{\mp} (\mathbf{u}_{\pm} \nabla T)] (\varepsilon_- - \varepsilon_+) \}. \quad (49)$$

Чтобы найти поток тепла в случае слабого рассеяния на примесях, можно использовать недиагональные матричные элементы функции распределения, полученные в пренебрежении столкновениями

$$g_{\pm} = -\frac{i}{2T} (\mathbf{v}_{\pm} \nabla T) \left(\xi_+ \frac{\partial n_+}{\partial \xi_+} + \xi_- \frac{\partial n_-}{\partial \xi_-} \right), \quad (50)$$

$$g_{\mp} = -\frac{i}{2T} (\mathbf{v}_{\mp} \nabla T) \left(\xi_+ \frac{\partial n_+}{\partial \xi_+} + \xi_- \frac{\partial n_-}{\partial \xi_-} \right). \quad (51)$$

Тогда как диагональные матричные элементы должны быть найдены из уравнений

$$-\frac{1}{T} (\mathbf{v}_+ \nabla T) \xi_+ \frac{\partial n_+}{\partial \xi_+} = 4\pi n_i \int \frac{d^3k}{2\pi^3} |V(\mathbf{k} - \mathbf{k}')|^2 \times \{ O_{++}(\mathbf{k}\mathbf{k}') O_{++}(\mathbf{k}'\mathbf{k}) [g_+(\mathbf{k}') - g_+(\mathbf{k})] \delta(\varepsilon'_+ - \varepsilon_+) + O_{+-}(\mathbf{k}\mathbf{k}') O_{+-}(\mathbf{k}'\mathbf{k}) [g_-(\mathbf{k}') - g_+(\mathbf{k})] \delta(\varepsilon'_- - \varepsilon_+) \}, \quad (52)$$

$$-\frac{1}{T} (\mathbf{v}_- \nabla T) \xi_- \frac{\partial n_-}{\partial \xi_-} = 4\pi n_i \int \frac{d^3k}{2\pi^3} |V(\mathbf{k} - \mathbf{k}')|^2 \times \{ O_{-+}(\mathbf{k}\mathbf{k}') O_{-+}(\mathbf{k}'\mathbf{k}) [g_+(\mathbf{k}') - g_-(\mathbf{k})] \delta(\varepsilon'_+ - \varepsilon_-) + O_{--}(\mathbf{k}\mathbf{k}') O_{--}(\mathbf{k}'\mathbf{k}) [g_-(\mathbf{k}') - g_-(\mathbf{k})] \delta(\varepsilon'_- - \varepsilon_-) \}. \quad (53)$$

4. РОЛЬ ЭЛЕКТРОН-ЭЛЕКТРОННЫХ СТОЛКНОВЕНИЙ

Задача о рассеянии электронов на электронах в металлах без центра инверсии решалась в работе автора [11]. Вычисления проводились с использованием электрон-электронного интеграла столкновений для матричной спиновой функции распределения, выведенного в работах [12,13] (см. уравнения (B.1), (B.2) в Приложении В). Этот интеграл столкновений, давая правильное описание релаксационных процессов для установления равновесия в спиновом распределении ферми частиц в средах с ненарушенной зеркальной симметрией, не годится для описания релаксации в системах без центра инверсии. Таким образом, подход, использованный в работе [11], неверен. Электрон-электронный интеграл столкновений в средах без центра инверсии имеет значительно более сложный вид (B.1), (B.3). Тем не менее, главное утверждение работы [11] о том, что характерное время рассеяния электронов на электронах оказывается конечным при нулевой температуре, остается справедливым.

В равновесном состоянии интеграл (B.1), (B.3) обращается в нуль. При отклонении от равновесного распределения столкновительный член отличен от нуля даже при нулевой температуре. Дело в том, что даже при нулевой температуре квазичастицы имеют возможность рассеяться в незанятые состояния между двумя ферми-поверхностями, соответствующими двум зонам, расщепленным спин-орбитальным взаимодействием. Аналогичная ситуация имеет место в поляризованном жидком ^3He , где время релаксации для спиновой диффузии в направлении, перпендикулярном внешнему магнитному полю, имеет конечную величину и при $T = 0$, благодаря возможности рассеяния в состоянии между ферми-поверхностями частиц со спином вверх и вниз, имеющими разные радиусы [13–15]. Здесь будет уместно напомнить также замечание Херринга [16] в отношении релаксации в ферромагнетиках: «В любом ферромагнитном металле... если спин квазичастицы на ферми-поверхности будет перевернут, соответствующее квазичастичное состояние не будет оставаться вблизи ферми-поверхности, но будет

иметь конечную, а не бесконечно малую скорость распада».

Конечная скорость распада при нулевой температуре вызывает сомнения в применимости ферми-жидкостного описания электронов в металлах без центра инверсии. Оценка, сделанная в работе [11], а также более тщательные вычисления для поляризованного ферми-газа [17] позволяют выразить уверенность в применимости теории ферми-жидкости при условии, что расщепление ферми-поверхностей в импульсном пространстве мало по сравнению с энергией Ферми:

$$v_F(k_{F-} - k_{F+}) \ll \varepsilon_F. \quad (54)$$

Спин-орбитальное расщепление зон $v_F \Delta k_F$ прямо выражается через соответствующее расщепление частот в осцилляциях намагниченности [18] (эффект де Гааза–ван Альфена). Измеренная экспериментально типичная величина зонного расщепления в ряде металлических соединений без центра инверсии порядка нескольких сот Кельвин [19–21], что значительно меньше типичной энергии Ферми.

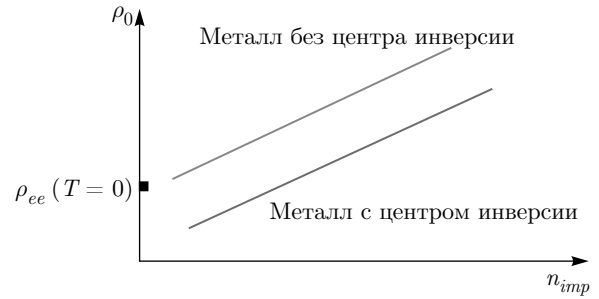
Из-за конечного времени релаксации, определяемой электрон-электронными столкновениями, остаточное сопротивление в металлах без центра инверсии складывается из двух частей, определяемых рассеянием электронов на примесях и рассеяния электронов на электронах:

$$\rho = \rho_{ee}(T = 0) + \rho_{imp}. \quad (55)$$

Мы игнорируем здесь тензорный характер удельного сопротивления. Примесное сопротивление пропорционально концентрации примесей $\rho_{imp} \propto n_{imp}$. Следовательно, остаточное сопротивление из-за электрон-электронного рассеяния $\rho_{ee}(T = 0)$ может быть найдено измерением сопротивления при низкой температуре при разных концентрациях примесей с последующим нахождением формального предела

$$\rho_{ee}(T = 0) = \rho(n_{imp} \rightarrow 0). \quad (56)$$

Соответствующее поведение изображено на рисунке. Разумеется, кристалл должен быть как можно ближе к идеальному, ибо наличие дислокаций, двойников и дефектов упаковки может полностью скрыть роль электрон-электронного рассеяния в формировании остаточного сопротивления. Насыщение электрон-электронного вклада в сопротивление возможно служит объяснением отсутствия обычной зависимости сопротивления пропорциональной T^2 , наблюдаемого в недавних экспериментах [22].



Остаточное сопротивление

По той же причине остаточное тепловое сопротивление в металлах без центра инверсии складывается из теплового сопротивления за счет рассеяния электронов на примесях и теплового сопротивления, обусловленного электрон-электронным рассеянием:

$$T/\kappa = d_{imp} + d_{ee}(T = 0). \quad (57)$$

Здесь κ — коэффициент теплопроводности. Отношение теплового сопротивления к сопротивлению при низких температурах пропорционально температуре в соответствии с законом Видемана–Франца

$$\kappa/\sigma = AT. \quad (58)$$

Однако коэффициент пропорциональности не есть универсальное число Лоренца, но может быть разным даже для образцов одного и того же соединения разной чистоты.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Спин-орбитальное взаимодействие в металлах без центра инверсии снимает спиновое вырождение электронных состояний и расщепляет каждую зону проводимости на две зоны с разными ферми-импульсами. Кинетика металлов без центра инверсии описывается четырьмя кинетическими уравнениями для диагональных (внутризонных) и недиагональных (межзонных) элементов матричной функции распределения. В отличие от материалов, обладающих центром инверсии, в веществах с нарушенной зеркальной симметрией внешние силы не только ускоряют электроны, но и передают энергию электронному газу, создавая неравновесные состояния с недиагональной матричной функцией распределения, что порождает диссипативные потоки заряда, спина и тепла даже в бесстолкновительном режиме. Это чисто трехмерное явление, отсутствующее в двумерных средах. Теория транспорта заряда, спина и тепла сильно упрощается в пределе слабого рассеяния на примесях, когда типичное

обратное время рассеяния не превышает энергию спин-орбитального расщепления зон. В этом случае можно пользоваться недиагональными элементами функции распределения, полученными в пренебрежении столкновениями, и решать лишь уравнения для диагональных матричных элементов. Прделан вывод интегралов столкновений электронов с примесями и друг с другом. Показано, что наряду с рассеянием на примесях рассеяние электронов на электронах дает вклад в остаточное сопротивление и в остаточное тепловое сопротивление при нулевой температуре.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Интеграл столкновений электронов с примесями

Интеграл столкновений электронов с примесями в операторной форме [23] для пространственно-однородных систем имеет вид

$$\hat{I}_{\sigma\sigma'} = n_{imp} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} |V(\mathbf{q})|^2 \times \int_{-\infty}^0 d\tau e^{\lambda\tau} \hat{A}_{\sigma\sigma'}(\tau, t), \quad (\text{A.1})$$

где $\lambda \rightarrow +0$ и подынтегральное выражение в линейном приближении по медленноменяющейся во времени матрице плотности $\rho_{\sigma_1\sigma_2}(\mathbf{r}, t)$ дается формулой

$$\hat{A}_{\sigma\sigma'}(\tau, t) = \left[\exp(i\hat{h}_{\sigma\sigma_1}\tau) [e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}, \rho_{\sigma_1\sigma_2}(\mathbf{r}, t)] \times \exp(-i\hat{h}_{\sigma_2\sigma'}\tau), e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} \right]. \quad (\text{A.2})$$

Здесь квадратные скобки означают коммутатор, σ, σ_1, \dots — спиновые индексы,

$$\hat{h}_{\sigma\sigma_1} = \hat{\varepsilon}_{\sigma\sigma_1} \left(-i \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right) \quad (\text{A.3})$$

— гамильтониан не взаимодействующих электронов, определяемый выражением (2) в координатном представлении. Его собственные функции удовлетворяют уравнению

$$\hat{h}_{\sigma\sigma_1} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \Psi_{\sigma_1}^\alpha(\mathbf{k}) = \varepsilon_\alpha e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \Psi_\sigma^\alpha(\mathbf{k}). \quad (\text{A.4})$$

В обозначениях Дирака они записываются как

$$e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \Psi_\sigma^\alpha(\mathbf{k}) = |\mathbf{k}\rangle \Psi_\sigma^\alpha(\mathbf{k}).$$

Чтобы преобразовать интеграл столкновений из координатного в импульсное представление и в то же время из спинового в зонное представление нужно сосчитать матричный элемент от выражения (A.2)

$$\begin{aligned} \Psi_\sigma^{\alpha*}(\mathbf{k}) \langle \mathbf{k} | A_{\sigma\sigma'}(\tau, t) | \mathbf{k}' \rangle \Psi_{\sigma'}^\beta(\mathbf{k}) &= \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} \times \\ &\times \left\{ \Psi_\sigma^{\alpha*}(\mathbf{k}) \langle \mathbf{k} | \exp(i\hat{h}_{\sigma\sigma_1}\tau) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} \rho_{\sigma_1\sigma_2}(\mathbf{r}, t) \times \right. \\ &\times \exp(-i\hat{h}_{\sigma_2\sigma'}\tau) | \mathbf{k}' \rangle \Psi_{\sigma'}^\mu(\mathbf{k}') \Psi_{\sigma_3}^{\mu*}(\mathbf{k}') \langle \mathbf{k}' | e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} | \mathbf{k} \rangle \Psi_{\sigma_3}^\beta(\mathbf{k}) - \\ &- \Psi_\sigma^{\alpha*}(\mathbf{k}) \langle \mathbf{k} | \exp(i\hat{h}_{\sigma\sigma_1}\tau) \rho_{\sigma_1\sigma_2}(\mathbf{r}, t) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} \times \\ &\times \exp(-i\hat{h}_{\sigma_2\sigma'}\tau) | \mathbf{k}' \rangle \Psi_{\sigma'}^\mu(\mathbf{k}') \Psi_{\sigma_3}^{\mu*}(\mathbf{k}') \langle \mathbf{k}' | e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} | \mathbf{k} \rangle \Psi_{\sigma_3}^\beta(\mathbf{k}) - \\ &- \Psi_{\sigma_3}^{\alpha*}(\mathbf{k}) \langle \mathbf{k} | e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} | \mathbf{k}' \rangle \Psi_{\sigma_3}^\nu(\mathbf{k}') \Psi_{\sigma'}^{\nu*}(\mathbf{k}') \langle \mathbf{k} | \times \\ &\times \exp(i\hat{h}_{\sigma\sigma_1}\tau) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} \rho_{\sigma_1\sigma_2}(\mathbf{r}, t) \exp(-i\hat{h}_{\sigma_2\sigma'}\tau) | \mathbf{k} \rangle \Psi_{\sigma'}^\beta(\mathbf{k}) + \\ &+ \Psi_{\sigma_3}^{\alpha*}(\mathbf{k}) \langle \mathbf{k} | e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} | \mathbf{k}' \rangle \Psi_{\sigma_3}^\nu(\mathbf{k}') \Psi_{\sigma'}^{\nu*}(\mathbf{k}') \langle \mathbf{k} | \times \\ &\times \exp(i\hat{h}_{\sigma\sigma_1}\tau) \rho_{\sigma_1\sigma_2}(\mathbf{r}, t) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} \exp(-i\hat{h}_{\sigma_2\sigma'}\tau) | \mathbf{k} \rangle \Psi_{\sigma'}^\beta(\mathbf{k}) \left. \right\} + \\ &+ \text{h.c.} \quad (\text{A.5}) \end{aligned}$$

Воспользуемся теперь уравнением (A.4) и условиями ортогональности (7). Для первого члена в выражении (A.5) это дает

$$\begin{aligned} &\int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} \Psi_\sigma^{\alpha*}(\mathbf{k}) \langle \mathbf{k} | \exp(i\hat{h}_{\sigma\sigma_1}\tau) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} \rho_{\sigma_1\sigma_2}(\mathbf{r}, t) \times \\ &\times \exp(-i\hat{h}_{\sigma_2\sigma'}\tau) | \mathbf{k}' \rangle \Psi_{\sigma'}^\mu(\mathbf{k}') \Psi_{\sigma_3}^{\mu*}(\mathbf{k}') \langle \mathbf{k}' | e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} | \mathbf{k} \rangle \times \\ &\times \Psi_{\sigma_3}^\beta(\mathbf{k}) + \text{h.c.} = \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} \Psi_\sigma^{\alpha*}(\mathbf{k}) \langle \mathbf{k} | \exp(i\varepsilon_\alpha\tau) \times \\ &\times \Psi_{\sigma_1}^\nu(\mathbf{k}') \Psi_{\sigma_3}^{\nu*}(\mathbf{k}') e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} \rho_{\sigma_3\sigma_2}(\mathbf{r}, t) \exp(-i\varepsilon'_\mu\tau) | \mathbf{k}' \rangle \times \\ &\times \Psi_{\sigma_2}^\mu(\mathbf{k}') \Psi_{\sigma_3}^{\mu*}(\mathbf{k}') \delta(\mathbf{k}' + \mathbf{q} - \mathbf{k}) \Psi_{\sigma_3}^\beta(\mathbf{k}) + \text{h.c.} \quad (\text{A.6}) \end{aligned}$$

Подставляя эту формулу в уравнение (A.1) и выполняя интегрирования по d^3q и по τ , приходим к

$$2\pi n_{imp} \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} |V(\mathbf{k} - \mathbf{k}')|^2 O_{\alpha\nu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') f_{\nu\mu}(\mathbf{k}') \times O_{\mu\beta}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \delta(\varepsilon'_\nu - \varepsilon_\beta), \quad (\text{A.7})$$

где

$$f_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \Psi_{\sigma_1}^{\alpha*}(\mathbf{k}) \langle \mathbf{k} | \rho_{\sigma_1\sigma_2}(\mathbf{r}, t) | \mathbf{k} \rangle \Psi_{\sigma_2}^\beta(\mathbf{k}), \quad (\text{A.8})$$

$$\varepsilon_\pm = \varepsilon_\pm(\mathbf{k}), \quad \varepsilon'_\pm = \varepsilon_\pm(\mathbf{k}') \text{ и}$$

$$O_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \Psi_\sigma^{\alpha*}(\mathbf{k}) \Psi_\sigma^\beta(\mathbf{k}'), \quad (\text{A.9})$$

так что $O_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = O_{\beta\alpha}^*(\mathbf{k}', \mathbf{k})$. Выполняя аналогичные преобразования с остальными членами в (A.5), приходим к выражению для интеграла столкновений электронов с примесями в зонном представлении:

$$I_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = 2\pi n_{imp} \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} |V(\mathbf{k} - \mathbf{k}')|^2 \times \\ \times \{O_{\alpha\nu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') [f_{\nu\mu}(\mathbf{k}') O_{\mu\beta}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) - O_{\nu\mu}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) f_{\mu\beta}(\mathbf{k})] \times \\ \times \delta(\varepsilon'_\nu - \varepsilon_\beta) + \\ + [O_{\alpha\nu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') f_{\nu\mu}(\mathbf{k}') - f_{\alpha\nu}(\mathbf{k}) O_{\nu\mu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')] \times \\ \times O_{\mu\beta}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \delta(\varepsilon'_\mu - \varepsilon_\alpha)\}. \quad (\text{A.10})$$

Интеграл столкновений для функций распределения, меняющихся в пространстве на масштабах, больших по сравнению с межэлектронными расстояниями, имеет такой же вид.

Можно переписать интеграл столкновений для матричной функции распределения в виде интеграла для функции распределения в «векторной» форме:

$$f^j(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} f_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) \sigma_{\beta\alpha}^j, \quad (\text{A.11})$$

где $\sigma_{\beta\alpha}^j = (\delta_{\beta\alpha}, \sigma_{\beta\alpha}^x, \sigma_{\beta\alpha}^y, \sigma_{\beta\alpha}^z)$ — матричный вектор с компонентами из базиса двухкомпонентных матриц Паули и единичной матрицы. В результате получим интеграл столкновений, удивительно похожий на стандартное диагональное по спиновым индексам выражение

$$I_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = 2\pi n_{imp} \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} |V(\mathbf{k} - \mathbf{k}')|^2 \times \\ \times \left\{ O_{\alpha\nu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') R_{\nu\beta}^j(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \delta(\varepsilon'_\nu - \varepsilon_\beta) + R_{\alpha\nu}^j(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \times \right. \\ \left. \times O_{\nu\beta}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \delta(\varepsilon'_\nu - \varepsilon_\alpha) \right\} [f^j(\mathbf{k}') - f^j(\mathbf{k})]. \quad (\text{A.12})$$

Здесь

$$R_{\nu\beta}^0(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = O^0(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \delta_{\nu\beta} + O^x(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \sigma_{\nu\beta}^x + \\ + O^y(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \sigma_{\nu\beta}^y + O^z(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \sigma_{\nu\beta}^z, \\ R_{\nu\beta}^x(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = O^x(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \delta_{\nu\beta} + O^0(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \sigma_{\nu\beta}^x + \\ + iO^y(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \sigma_{\nu\beta}^z - iO^z(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \sigma_{\nu\beta}^y, \quad (\text{A.13}) \\ R_{\nu\beta}^y(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = O^y(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \delta_{\nu\beta} + O^0(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \sigma_{\nu\beta}^y + \\ + iO^z(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \sigma_{\nu\beta}^x - iO^x(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \sigma_{\nu\beta}^z, \\ R_{\nu\beta}^z(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = O^z(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \delta_{\nu\beta} + O^0(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \sigma_{\nu\beta}^z + \\ + iO^x(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \sigma_{\nu\beta}^y - iO^y(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \sigma_{\nu\beta}^x,$$

$$\text{и } O^j(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = (1/2) O_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) \sigma_{\beta\alpha}^j.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Интеграл парных столкновений электронов

Интеграл парных столкновений ферми частиц в Борновском приближении был выведен Силиным [12] и в работе [13] в приложении к жидкому ^3He . В металле с учетом процессов переброса он имеет вид

$$\hat{I} = 2\pi \int d^3k' \frac{d^3k''}{(2\pi)^3} \frac{d^3k_2}{(2\pi)^3} \times \\ \times \sum_{\mathbf{m}} \delta\left(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}' - \mathbf{k}'' - \frac{2\pi\mathbf{m}}{a}\right) \hat{F}, \quad (\text{B.1})$$

где $2\pi\mathbf{m}/a$ — вектор обратной решетки,

$$\hat{F} = \left\{ \frac{1}{2} W_1 \{ [\hat{n}', (\hat{1} - \hat{n}_1)]_+ \text{Tr}((\hat{1} - \hat{n}_2)n'') - \right. \\ - [(\hat{1} - \hat{n}'), \hat{n}_1]_+ \text{Tr}(\hat{n}_2(\hat{1} - \hat{n}'')) \} + \\ + \frac{1}{2} W_2 \{ [\hat{n}'(\hat{1} - \hat{n}_2)\hat{n}'', (\hat{1} - \hat{n}_1)]_+ - \\ \left. - [(\hat{1} - \hat{n}')\hat{n}_2(\hat{1} - \hat{n}''), \hat{n}_1]_+ \} \right\} \delta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon' - \varepsilon''). \quad (\text{B.2})$$

Здесь $[\hat{A}, \hat{B}]_+$ означает антикоммутатор матриц A и B и использованы следующие обозначения: $\hat{n}' = \hat{n}(\mathbf{k}')$, $\varepsilon' = \varepsilon(\mathbf{k}')$ и т.п. В изотропной фермижидкости типа жидкого ^3He

$$W_1 = [V(|\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}'|)]^2,$$

$$W_2 = -V(|\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}'|)V(|\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}''|)$$

выражаются через фурье-преобразования потенциала взаимодействия квазичастиц. В металле, ввиду экранировки заряда, можно положить их постоянными, не зависящими от передаваемого импульса.

Интеграл парных столкновений может быть также получен из интеграла парных столкновений в операторной форме, выведенного в книге [23], где продемонстрировано, что в случае неравновесных распределений, диагональных по спиновым индексам, интеграл парных столкновений принимает стандартный вид.

Матрица \hat{F} для электрон-электронных столкновений, соответствующая формуле (B.1), в металлах без центра инверсии для матричной функции распределения в зонном представлении имеет вид

$$\begin{aligned}
 F_{\alpha\beta} = & \frac{1}{2}W_1 \{ [O_{\alpha\nu}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}')f_{\nu\mu}(\mathbf{k}')O_{\mu\lambda}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_1)(\delta_{\lambda\beta} - f_{\lambda\beta}(\mathbf{k}_1))(\delta_{\xi\eta} - f_{\xi\eta}(\mathbf{k}_2))O_{\eta\zeta}(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}'')f_{\zeta\rho}(\mathbf{k}'')O_{\rho\xi}(\mathbf{k}'', \mathbf{k}_2) - \\
 & - O_{\alpha\nu}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}')(\delta_{\nu\mu} - f_{\nu\mu}(\mathbf{k}'))O_{\mu\lambda}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_1)f_{\lambda\beta}(\mathbf{k}_1)f_{\xi\eta}(\mathbf{k}_2)O_{\eta\zeta}(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}'')(\delta_{\zeta\rho} - f_{\zeta\rho}(\mathbf{k}''))O_{\rho\xi}(\mathbf{k}'', \mathbf{k}_2)] \delta(\varepsilon'_\nu - \varepsilon_{1\beta} - \varepsilon_{2\xi} + \varepsilon''_\zeta) + \\
 & + [(\delta_{\alpha\nu} - f_{\alpha\nu}(\mathbf{k}_1))O_{\nu\mu}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}')(\delta_{\mu\lambda} - f_{\mu\lambda}(\mathbf{k}'))O_{\lambda\beta}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_1)(\delta_{\xi\eta} - f_{\xi\eta}(\mathbf{k}_2))O_{\eta\zeta}(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}'')f_{\zeta\rho}(\mathbf{k}'')O_{\rho\xi}(\mathbf{k}'', \mathbf{k}_2) - \\
 & - f_{\alpha\nu}(\mathbf{k}_1))O_{\nu\mu}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}')f_{\mu\lambda}(\mathbf{k}')O_{\lambda\beta}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_1)f_{\xi\eta}(\mathbf{k}_2)O_{\eta\zeta}(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}'')(\delta_{\zeta\rho} - f_{\zeta\rho}(\mathbf{k}''))O_{\rho\xi}(\mathbf{k}'', \mathbf{k}_2)] \delta(\varepsilon_{1\alpha} - \varepsilon'_\mu + \varepsilon_{2\xi} - \varepsilon''_\zeta) \} + \\
 & + \frac{1}{2}W_2 \{ [O_{\alpha\nu}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}')f_{\nu\mu}(\mathbf{k}')O_{\mu\lambda}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_2)(\delta_{\lambda\varphi} - f_{\lambda\varphi}(\mathbf{k}_2))O_{\varphi\psi}(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}'')f_{\psi\rho}(\mathbf{k}'')O_{\rho\omega}(\mathbf{k}'', \mathbf{k}_1)(\delta_{\omega\beta} - f_{\omega\beta}(\mathbf{k}_1) - \\
 & - O_{\alpha\nu}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}')(\delta_{\nu\mu} - f_{\nu\mu}(\mathbf{k}'))O_{\mu\lambda}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_2)f_{\lambda\varphi}(\mathbf{k}_2)O_{\varphi\psi}(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}'')(\delta_{\psi\rho} - f_{\psi\rho}(\mathbf{k}''))O_{\rho\omega}(\mathbf{k}'', \mathbf{k}_1)f_{\omega\beta}(\mathbf{k}_1) \times \\
 & \times \delta(\varepsilon'_\nu - \varepsilon_{1\beta} - \varepsilon_{2\varphi} + \varepsilon''_\psi) + [(\delta_{\alpha\nu} - f_{\alpha\nu}(\mathbf{k}_1))O_{\nu\mu}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}')f_{\mu\lambda}(\mathbf{k}')O_{\lambda\varphi}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_2)(\delta_{\varphi\psi} - f_{\varphi\psi}(\mathbf{k}_2))O_{\psi\rho}(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}'') \times \\
 & \times f_{\rho\omega}(\mathbf{k}'')O_{\omega\beta}(\mathbf{k}'', \mathbf{k}_1) - f_{\alpha\nu}(\mathbf{k}_1)O_{\nu\mu}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}')(\delta_{\mu\lambda} - f_{\mu\lambda}(\mathbf{k}'))O_{\lambda\varphi}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_2)f_{\varphi\psi}(\mathbf{k}_2)O_{\psi\rho}(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}'')(\delta_{\rho\omega} - f_{\rho\omega}(\mathbf{k}'')) \times \\
 & \times O_{\omega\beta}(\mathbf{k}'', \mathbf{k}_1)] \delta(\varepsilon_{1\alpha} - \varepsilon'_\mu + \varepsilon_{2\psi} - \varepsilon''_\rho) \}. \quad (\text{B.3})
 \end{aligned}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. E. G. Mishchenko and B. I. Halperin, Phys. Rev. B **68**, 045317 (2003).
2. J. Schliemann and D. Loss, Phys. Rev. **68**, 165311 (2003).
3. Zhian Huang and Liangbin Hu, Phys. Rev. B **73**, 113312 (2006).
4. V. Brosco, L. Benfatto, E. Cappelutti, and C. Grimaldi, Phys. Rev. Lett. **116**, 166602 (2016).
5. В. П. Си́лин, ЖЭТФ **33**, 1227 (1957) [Sov. Phys. JETP **6**, 945 (1958)].
6. А. Е. Кошелев, В. Я. Кравченко, Д. Е. Хмельницкий, ФТТ **30**, 246 (1988).
7. А. Khaetskii, Phys. Rev. Lett. **96**, 056602 (2006).
8. V. P. Mineev and M. Sigrist, in: *Non-Centrosymmetric Superconductors: Introduction and Overview*, Lecture Notes in Physics, ed. by E. Bauer and M. Sigrist, Vol. 847, Springer, Heidelberg (2012), p. 129.
9. Э. И. Рашба, ФТТ **2**, 1109 (1960).
10. G. Dresselhaus, Phys. Rev. **100**, 580 (1955).
11. V. P. Mineev, Phys. Rev. B **98**, 165121 (2018).
12. В. П. Си́лин, *Введение в кинетическую теорию газов*, Наука, Москва (1971).
13. J. W. Jeon and W. J. Mullin, J. Phys. France **49**, 1691 (1988).
14. A. E. Meyerovich, in *Helium Three*, ed. by W. P. Halperin and L. P. Pitaevskii, Elsevier Sc. Publ., Amsterdam (1990), p. 757.
15. V. P. Mineev, Phys. Rev. B **69**, 144429 (2004).
16. C. Herring, in: *Magnetism*, Vol. IV, ed. by G. T. Rado and H. Suhl, Academic Press, New York and London (1966), p. 345.
17. D. I. Golosov and A. E. Ruckenstein, J. Low Temp. Phys. **112**, 265 (1998).
18. V. P. Mineev and K. V. Samokhin, Phys. Rev. B **72**, 212504 (2005).
19. T. Terashima, M. Kimata, S. Uji, T. Sugawara, N. Kimura, H. Aoki, and H. Harima, Phys. Rev. B **78**, 205107 (2008).
20. Y. Onuki, A. Nakamura, T. Uejo, A. Teruya, M. Hedo, T. Nakama, F. Honda, and H. Harima, J. Phys. Soc. Jpn. **83**, 061018 (2014).
21. A. Maurya, H. Harima, A. Nakamura, Y. Shimizu, Y. Homma, DeXin Li, F. Honda, Y. J. Sato and D. Aoki, J. Phys. Soc. Jpn. **87**, 044703 (2018).
22. Darren C. Peets, Tianping Ying, Xiaoping Shen, Yunjie Yu, Maxim Avdeev, Shiyang Li, and Donglai Feng, Phys. Rev. Mater. **2**, 103403 (2018).
23. F. T. Vasko and O. E. Raichev, *Quantum Kinetic Theory and Applications*, Springer Science+Business Media, Inc, New York (2005).