

# ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СВЕРХТЕКУЧЕГО ${}^3\text{He}$ В НЕМАТИЧЕСКОМ АЭРОГЕЛЕ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*E. B. Суровцев\**

*Институт физических проблем им. П. Л. Капицы Российской академии наук  
119334, Москва, Россия*

*Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)  
141701, Долгопрудный, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 24 июня 2019 г.,  
после переработки 24 июня 2019 г.  
Принята к публикации 10 июля 2019 г.

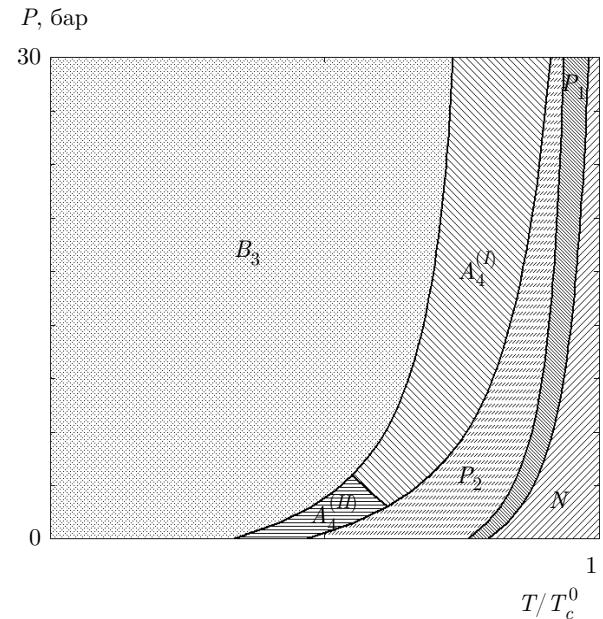
Рассматриваются термодинамические свойства фаз, возникающих в сверхтекучем  ${}^3\text{He}$  в нематическом аэрогеле в сильном магнитном поле. Найдены скачки теплоемкости и магнитной восприимчивости при переходах между фазами. Проведена оценка влияния дипольной энергии на полученную ранее фазовую диаграмму. Для рассматриваемых фаз найдены сдвиги частот поперечного и продольного ЯМР, а также в пределе Гинзбурга–Ландау получены тензоры сверхтекучей плотности.

**DOI:** 10.1134/S0044451019120125

1. Сверхтекучий  ${}^3\text{He}$  в нематическом аэрогеле [1, 2] в магнитном поле является системой с пониженной симметрией как в спиновом, так и орбитальном подпространствах параметра порядка относительно чистого сверхтекучего  ${}^3\text{He}$  в отсутствие внешних полей. Как следствие, в рассматриваемой системе появляется возможность существования новых фаз. Фазовая диаграмма сверхтекучего  ${}^3\text{He}$  в нематическом аэрогеле в сильном магнитном поле получена в работе [3] и представлена на рис. 1. Общий вид параметра порядка ESP-фаз (Equal Spin Pairing) для последовательности фазовых переходов в данной системе можно записать в виде

$$A_{\mu j} = \frac{\Delta_1}{\sqrt{2}} (d_\mu + ie_\mu) m_j + \frac{\Delta_2}{\sqrt{2}} e^{i\varphi} (d_\mu - ie_\mu) m_j + \\ + \frac{\Delta_3}{\sqrt{2}} (d_\mu + ie_\mu) in_j + \frac{\Delta_4}{\sqrt{2}} e^{i\varphi} (d_\mu - ie_\mu) in_j, \quad (1)$$

где  $A_{\mu\nu}$  — параметр порядка сверхтекучего  ${}^3\text{He}$ , т. е. комплексная матрица  $3 \times 3$ ; греческие индексы относятся к спиновому подпространству, а латинские — к орбитальному; единичный орбитальный



**Рис. 1.** Фазовая диаграмма сверхтекучего  ${}^3\text{He}$  в нематическом аэрогеле в сильном магнитном поле, полученная в работе [3].  $N$  — нормальная фаза,  $P_1$  —  $\beta$ -фаза,  $P_2$  — искаженная  $\beta$ -фаза,  $A_4^{(I)}$  — искаженная  $A$ -фаза,  $A_4^{(II)}$  — искаженная планарная фаза,  $B_3$  — искаженная  $B$ -фаза. Параметры порядка ESP-фаз даются выражением (1). Выражения для параметров порядка фаз  $A_4^{(I)}$  и  $A_4^{(II)}$  различаются знаком произведения  $\Delta_1\Delta_2\Delta_3\Delta_4$ .

\* E-mail: e.v.surovtsev@gmail.ru

вектор  $\hat{\mathbf{m}}$  направлен вдоль оси анизотропии аэрогеля, а вектор  $\hat{\mathbf{n}}$  перпендикулярен вектору  $\hat{\mathbf{m}}$ ; спиновые векторы  $\hat{\mathbf{d}}, \hat{\mathbf{e}}$  лежат в плоскости, перпендикулярной магнитному полю. Максимальную температуру перехода имеет так называемая  $\beta$ -фаза ( $P_1$ ), у которой  $\Delta_1 \neq 0$ ,  $\Delta_{2,3,4} = 0$ . При понижении температуры происходит переход в искаженную  $\beta$ -фазу ( $P_2$ ), параметр порядка которой имеет две ненулевые компоненты  $\Delta_{1,2} \neq 0$ ,  $\Delta_{3,4} = 0$ . В пределе слабой связи искаженная  $\beta$ -фаза переходит в  $A_3$ -фазу с тремя ненулевыми амплитудами параметра порядка  $\Delta_{1,2,3} \neq 0$ ,  $\Delta_4 = 0$ . Если следующие комбинации коэффициентов  $\beta_i$ , входящих в разложение Гинзбурга – Ландау не равны нулю,  $\beta_4 + \beta_5 \neq 0$ ,  $2\beta_1 + \beta_3 \neq 0$ , то искаженная  $\beta$ -фаза перейдет в  $A_4$ -фазу с четырьмя ненулевыми амплитудами, причем в зависимости от знака произведения  $\Delta_1 \Delta_2 \Delta_3 \Delta_4$  следует различать  $A_4^{(I)}$ -фазу ( $> 0$ ) и  $A_4^{(II)}$ -фазу ( $< 0$ ). Первая из них в пределе низких температур перейдет в  $A$ -фазу, а вторая – соответственно в планарную. В настоящей работе будут рассмотрены свойства найденных фаз, которые могут быть обнаружены экспериментально.

**2.** Одним из способов идентификации рассматриваемых фаз является измерение скачка теплоемкости в точках фазового перехода второго рода. В данном случае речь идет о последовательности фазовых переходов  $\beta$ -фаза  $\rightarrow$  искаженная  $\beta$ -фаза  $\rightarrow A_3, A_4$ -фазы. Согласно результатам работы [3] разность плотностей энергий  $\beta$ -фазы и нормальной фазы определяется выражением

$$\Delta F_{P_1} = -\frac{1}{2} \frac{(\tau - \eta H)^2}{\beta_{234}} N_{eff}, \quad (2)$$

где  $\tau = T/T_c^a - 1$ ,  $T_c^a$  – температура сверхтекучего перехода в полярную фазу,  $N_{eff}$  – эффективная плотность состояний на поверхности Ферми,  $H$  – напряженность магнитного поля,  $\eta$  – феноменологическая константа ( $\eta \sim 10^{-3} \text{ кЭ}^{-1}$  [4]),  $\beta_{234} = \beta_2 + \beta_3 + \beta_4$ . Используя данный результат, легко получить скачок теплоемкости:

$$\frac{\Delta C_{P_1}}{C_N} = \frac{10}{21\zeta(3)} \frac{\beta_{234}^{WC}}{\beta_{234}}, \quad (3)$$

где

$$\beta_{234}^{WC} = \frac{18}{5} \frac{\beta_0}{N_{eff}} = \frac{63\zeta(3)}{20\pi^2} \frac{1}{(T_c^a)^2}$$

– значение суммы коэффициентов в пределе слабой связи [5],  $C_N = (2/3)\pi^2 N_{eff} T_c^a$  – теплоемкость нормальной фазы. Аналогично для искаженной  $\beta$ -фазы имеем

$$\Delta F_{P_2} = \left[ -\frac{1}{2} \frac{\tau^2}{\beta_{12345}} + \frac{(\eta H)^2}{\beta_{15}} \right] N_{eff}, \quad (4)$$

$$\frac{\Delta C_{P_2}}{C_N} = \frac{10}{21\zeta(3)} \left( 2 \frac{\beta_{12345}^{WC}}{\beta_{12345}} - \frac{\beta_{234}^{WC}}{\beta_{234}} \right). \quad (5)$$

Выражение для плотности энергии  $A_4$ -фазы слишком громоздкое, поэтому приведем лишь ответ для скачков теплоемкости в случае слабой связи, где ответ достаточно очевиден:

$$\frac{\Delta C_{A_3}}{C_N} = \frac{\Delta C_{A_4}}{C_N} = \frac{10}{21\zeta(3)} \approx 0.4. \quad (6)$$

Отметим, что при отклонении от предела слабой связи переход между фазами  $A_3$  и  $A_4$  перестает существовать, становясь плавным кроссовером. В этом случае в районе кроссовера следует ожидать непрерывный рост теплоемкости на величину порядка найденной выше.

Для ESP-фаз помимо скачка теплоемкости можно также ожидать скачка магнитной восприимчивости. Это связано с тем, что плотность энергии ярким образом зависит от магнитного поля:

$$\Delta \chi_{P_1} = -\frac{\partial^2 \Delta F_{P_1}}{\partial H^2} = \frac{\eta^2}{\beta_{234}} N_{eff}, \quad (7)$$

$$\Delta \chi_{P_2} = \eta^2 \left( -\frac{1}{\beta_{15}} - \frac{1}{\beta_{234}} \right) N_{eff}. \quad (8)$$

Согласно (7), (8) намагнченности  $\beta$ -фазы и искаженной  $\beta$ -фазы больше намагнченности нормальной фазы. При этом в  $\beta$ -фазе должен наблюдаться линейный рост намагнченности при понижении температуры, а в искаженной  $\beta$ -фазе она будет постоянной. Аналогично для фаз  $A_3$  и  $A_4$  в пределе слабой связи получим

$$\Delta \chi_{A_3} = \Delta \chi_{A_4} = \frac{20\pi^2}{63\zeta(3)} (\eta T_c^a)^2 N_{eff}. \quad (9)$$

Оценим величину скачка магнитной восприимчивости в данном пределе:

$$\frac{\Delta \chi}{\chi_N} = \frac{80\pi^2}{63\zeta(3)} \frac{(\eta T_c^a)^2}{(g\hbar)^2} \sim 10^{-4}, \quad (10)$$

где  $\chi_N$  – магнитная восприимчивость нормальной фазы,  $g$  – гиромагнитное отношение для ядер  ${}^3\text{He}$ . При высоких давлениях следует ожидать увеличения относительной величины скачка в связи с увеличением значения  $T_c^a$ . Заметим, что скачок магнитной восприимчивости связан со скачком теплоемкости в силу непрерывности энтропии и намагнченности в точке фазового перехода второго рода. Учитывая, что температура сверхтекучего перехода является функцией магнитного поля, можно

получить соотношение, аналогичное соотношениям Эренфеста [5], связывающее скачок магнитной восприимчивости со скачком теплоемкости:

$$\Delta\chi = \frac{1}{T_c} \left( \frac{\partial T_c}{\partial H} \right)^2 \Delta C. \quad (11)$$

Для  $\beta$ -фазы и искаженной  $\beta$ -фазы с точностью до  $\eta H/T_c^a$  получим следующие результаты:

$$\Delta\chi_{P_1} = \eta^2 T_c^{P_1} \Delta C_{P_1}, \quad (12)$$

$$\Delta\chi_{P_2} = \eta^2 T_c^{P_2} \left( \frac{\beta_{12345}}{\beta_{15}} \right)^2 \Delta C_{P_2}, \quad (13)$$

где было использовано

$$T_c^{P_1} = T_c^a (1 + \eta H), \quad T_c^{P_2} = T_c^a \left( 1 + \frac{\beta_{12345}}{\beta_{15}} \eta H \right).$$

Легко убедиться, что написанные выражения получаются также из (3), (5) и (7), (8).

**3.** Еще одним способом идентификации сверхтекучих фаз является метод ядерного магнитного резонанса (ЯМР). Различие ЯМР-свойств сверхтекучих фаз происходит из-за наличия слабого диполь-дипольного взаимодействия ядерных спинов  ${}^3\text{He}$ . Следствием данного взаимодействия является появление в функционале Гинзбурга–Ландау дополнительного квадратичного по параметру порядка члена дипольной энергии вида

$$U_D = \frac{2}{5} \lambda_D N_{eff} (A_{\mu\mu} A_{\nu\nu}^* + A_{\mu\nu} A_{\nu\mu}^*), \quad (14)$$

где  $\lambda_D$  — дипольная постоянная. В силу малости постоянной  $\lambda_D \sim 10^{-6}$  дипольная энергия была опущена при получении фазовой диаграммы [3]. Рассмотрим сначала, как изменятся свойства системы с учетом дипольной энергии безотносительно ее влияния на ЯМР. Вначале заметим, что одним из следствий учета дипольной энергии является снятие вырождения, связанного с фазовым множителем в искаженной  $\beta$ -фазе и  $A_4$ -фазе. К примеру, после подстановки выражения для параметра порядка искаженной  $\beta$ -фазы в (14) получим

$$U_D = \frac{4}{5} \lambda_D N_{eff} \left( [\Delta_1 - \Delta_2]^2 [1 - (\mathbf{f} \cdot \mathbf{m})^2] + 4\Delta_1\Delta_2 \left( (\mathbf{d} \cdot \mathbf{m}) \cos \frac{\varphi}{2} + (\mathbf{e} \cdot \mathbf{m}) \sin \frac{\varphi}{2} \right)^2 \right), \quad (15)$$

где  $\mathbf{f} = \mathbf{d} \times \mathbf{e}$ . После минимизации данного выражения по фазе  $\varphi$  имеем

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2(\mathbf{d} \cdot \mathbf{m})(\mathbf{e} \cdot \mathbf{m})}{(\mathbf{d} \cdot \mathbf{m})^2 - (\mathbf{e} \cdot \mathbf{m})^2}, \quad (16)$$

если  $\Delta_1\Delta_2 > 0$ , и

$$U_D = \frac{4}{5} \lambda_D N_{eff} [\Delta_1 - \Delta_2]^2 [1 - (\mathbf{f} \cdot \mathbf{m})^2]. \quad (17)$$

При учете дипольной энергии изменяются также уравнения Гинзбурга–Ландау, определяющие зависимости амплитуд параметра порядка  $\beta$ -фазы и искаженной  $\beta$ -фазы от температуры:

$$(\tau - \eta H + \tilde{\lambda}_D) \Delta_1 - \tilde{\lambda}_D \Delta_2 + (2\beta_{15} + \beta_{234}) \Delta_1 |\Delta_2|^2 + \beta_{234} \Delta_1 |\Delta_1|^2 = 0, \quad (18)$$

$$(\tau + \eta H + \tilde{\lambda}_D) \Delta_2 - \tilde{\lambda}_D \Delta_1 + (2\beta_{15} + \beta_{234}) \Delta_2 |\Delta_1|^2 + \beta_{234} \Delta_2 |\Delta_2|^2 = 0, \quad (19)$$

где  $\tilde{\lambda}_D = (4/5)\lambda_D(1 - (\mathbf{f} \cdot \mathbf{m})^2)$ . Строго говоря, данная система больше не описывает фазовый переход второго рода между  $\beta$ -фазой и искаженной  $\beta$ -фазой. В старом интервале существования  $\beta$ -фазы  $\tau \in \in \left( \frac{\beta_{12345}}{\beta_{15}} \eta H, \eta H \right)$  вторая амплитуда  $\Delta_2$  мала относительно  $\Delta_1$  в силу малости коэффициента  $\tilde{\lambda}_D$ , поэтому можно говорить о слабо искаженной  $\beta$ -фазе в этой области:

$$\Delta_2 \approx \frac{\tilde{\lambda}_D \Delta_1}{\tau + \eta H + (2\beta_{15} + \beta_{234}) |\Delta_1|^2} \sim \frac{\tilde{\lambda}_D}{\eta H} \Delta_1 \sim 10^{-4} \Delta_1. \quad (20)$$

В сделанной оценке предполагалось, что  $2\beta_{15} + \beta_{234} \sim 0.1 \div 1$ ,  $\Delta_1 \sim \eta H - \tau$ ,  $\eta H \sim 10^{-2}$  для поля порядка 5 кЭ. Ширина области перехода между слабо искаженной и просто искаженной  $\beta$ -фазами можно оценить из сравнения кубического члена и члена  $\tilde{\lambda}_D \Delta_1$  в уравнении (19), считая, что  $\Delta_2 \sim (\delta\tau)^{1/2}$ ,  $\Delta_1 \sim (\eta H)^{1/2}$ . Исходя из этого, получим ширину кроссовера  $\delta\tau \sim (\tilde{\lambda}_D^2 \eta H)^{1/3} \sim 10^{-4}$ , которая значительно меньше области существования  $\beta$ -фазы. Таким образом, в дальнейшем мы будем пренебрегать влиянием дипольной энергии на вид фазовой диаграммы. Аналогичные рассуждения для  $A_1$ - и  $A_2$ -фаз были проделаны в работе [6]. Экспериментальное наблюдение небольшой примеси амплитуды состояния куперовских пар с проекцией спина  $-1$  было возможно благодаря аномальному увеличению времени затухания спина в области существования  $A_1$ -фазы, возникающему вследствие механизма затухания Леггетта–Такаги [7, 8].

**4.** Для описания ЯМР-свойств системы используют уравнения Леггетта, которые являются адиабатическим приближением в том смысле, что сверхтекучая и нормальная компоненты успевают прийти в равновесие за времена гораздо меньшие, чем

период прецессии намагниченности. Для этого требуется выполнение двух условий, ограничивающих величину магнитного поля:  $\Delta/(\hbar\omega) \ll 1$  и  $\omega\tau_r \ll 1$ , где  $\omega$  — частота прецессии,  $\tau_r$  — эффективное время релаксации квазичастиц. Первое из этих условий нарушается при величине магнитного поля порядка 3 кЭ, а второе — при 1 кЭ. Тем не менее, никаких отклонений от теоретических значений сдвигов ЯМР в экспериментах в экстремально сильных магнитных полях (вплоть до 15 кЭ) обнаружено не было [9].

Решение уравнений Леггетта сильно упрощается при условии  $\Omega_D \ll \omega_L$ , где  $\Omega_D$  — дипольная частота,  $\omega_L$  — ларморовская частота. Данное условие начинает работать для полей больших, чем 100 Э. В этом случае справедливо адиабатическое приближение, полученное в работе [10]. Согласно стандартной процедуре сначала необходимо усреднить дипольную энергию по быстро осциллирующим (с частотой  $\omega_L$ ) членам, возникающим после подстановки в энергию решения, описывающего прецессию параметра порядка вокруг направления намагниченности. Помимо этого заметим, что в плоскости, перпендикулярной оси анизотропии, орбитальный вектор  $\mathbf{n}$  разупорядочен на длинах, гораздо меньших, чем дипольная длина (так называемое 2D-состояние Ларкина — Имри — Ма). В этом случае необходимо также усреднить дипольную энергию по изотропному распределению вектора  $\mathbf{n}$  в плоскости, перпендикулярной вектору  $\mathbf{m}$ :  $\langle n_i \rangle = 0$ ,  $\langle n_i n_j \rangle = 1/2(\delta_{ij} - m_i m_j)$ . Для параметра порядка общего вида (1) после указанных усреднений получим

$$\begin{aligned} \langle U_D \rangle = & \frac{2}{5} \lambda_D N_{eff} \left[ \frac{1}{4} \left( \Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \frac{3}{2} (\Delta_3^2 + \Delta_4^2) \right) + \right. \\ & + \frac{1}{4} \left( \Delta_1^2 + \Delta_2^2 - \frac{\Delta_3^2 + \Delta_4^2}{2} \right) \cos^2 \beta + \\ & + \frac{1}{4} \left( \Delta_1^2 + \Delta_2^2 - \frac{\Delta_3^2 + \Delta_4^2}{2} \right) (1 - 3 \cos^2 \beta) m_z^2 - \\ & - \frac{1}{4} \left( \Delta_1 \Delta_2 - \frac{1}{2} \Delta_3 \Delta_4 \right) \times \\ & \left. \times (1 + \cos \beta)^2 (1 - m_z^2) \cos 2\gamma \right], \quad (21) \end{aligned}$$

где  $\beta$  — угол отклонения намагниченности от направления магнитного поля,  $\gamma$  — относительная фаза прецессии спина и параметра порядка. Так как  $|\Delta_1 \Delta_2| > |\Delta_3 \Delta_4|$ , то при условии, что  $\Delta_1 \Delta_2 > 0$  минимум дипольной энергии по  $\gamma$  достигается при  $\gamma = \pi/2$ . Сдвиг частоты поперечного ЯМР в рассматриваемом приближении определяется формулой

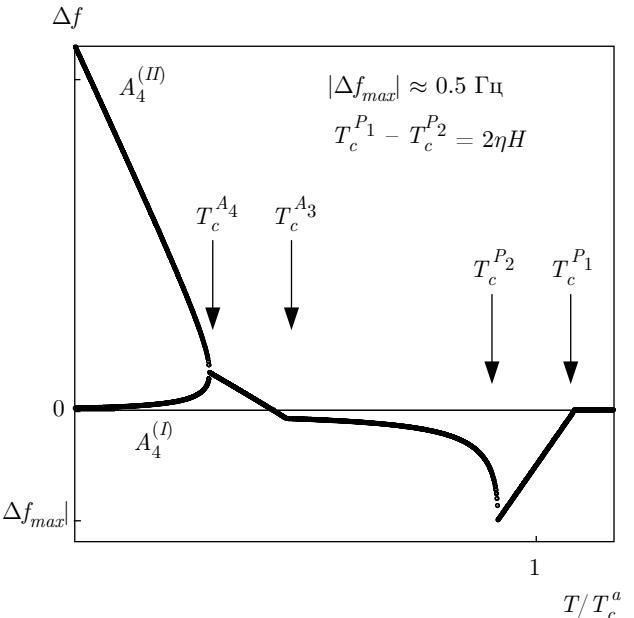


Рис. 2. Зависимость сдвига частоты (23) от температуры для ориентации магнитного поля перпендикулярно оси анизотропии аэрогеля ( $\mu = \pi/2$ ). Выражения для зависимостей амплитуд параметра порядка от температуры взяты из работы [3]. Представленная зависимость относится к пределу слабой связи

$$\omega_{\perp} - \omega_L = \Delta\omega_{\perp} = - \frac{g^2}{\chi\omega_L} \frac{\partial \langle U_D \rangle}{\partial \cos \beta} \Big|_{\beta=0} \quad (22)$$

и в общем случае параметра порядка (1) имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta\omega_{\perp} = & - \frac{1}{5} \frac{g^2}{\chi\omega_L} \lambda_D N_{eff} \left\{ \left[ \Delta_1^2 + \Delta_2^2 - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{2} (\Delta_3^2 + \Delta_4^2) \right] (3 \sin^2 \mu - 2) - \right. \\ & \left. - (2\Delta_1\Delta_2 - \Delta_3\Delta_4) \sin^2 \mu \right\}, \quad (23) \end{aligned}$$

где  $\mu$  — угол между направлением магнитного поля и осью анизотропии аэрогеля. Для  $\beta$ -фазы можно ввести частоту

$$\Omega_{\beta} = \left( \frac{2}{5} \lambda_D \frac{g^2}{\chi} N_{eff} \Delta_1^2 \right)^{1/2},$$

которая зависит от температуры и давления, такую что  $\Delta\omega_{\perp} = \Omega_{\beta}^2/\omega_L$ . Сравним данную частоту с частотой продольного резонанса в полярной фазе

$$\Omega_P = \left( \frac{4}{5} \lambda_D \frac{g^2}{\chi} N_{eff} \Delta_P^2 \right)^{1/2}.$$

Используя зависимость  $\Delta_1(T)$ , полученную в пределе Гинзбурга — Ландау [3], можно найти, что

$\Omega_\beta/\Omega_P = \beta_{12345}/\beta_{234}$ . В пределе слабой связи получим простое равенство  $\Omega_\beta/\Omega_P = 1/2$ . Зависимость сдвига частоты от температуры в области применимости теории Гинзбурга – Ландау и пределе слабой связи представлена на рис. 2 ( $\mu = \pi/2$ ). Максимальное по модулю значение сдвига в  $\beta$ -фазе не зависит от величины магнитного поля и в пределе слабой связи равно при  $\tau = -\eta H$

$$|\Delta\omega_\perp^{max}| = \frac{64\pi^2}{63\zeta(3)}\lambda_D \frac{\eta(T_c^a)^2}{g\hbar^2} (1 + F_0^a), \quad (24)$$

где  $F_0^a$  – зависящий от давления фермижидкостной параметр Ландау. Для нулевого давления можно оценить  $|\Delta f_{max}| = |\Delta\omega_\perp^{max}|/2\pi \approx 0.5$  Гц.

Для продольного резонанса формула, определяющая сдвиг частоты, дается выражением

$$\begin{aligned} \omega_\parallel^2 &= \frac{g^2}{\chi} \frac{\partial^2 \langle U_D \rangle}{\partial \gamma^2} \Big|_{\beta=0} = \\ &= \frac{4}{5} \frac{g^2}{\chi} \lambda_D N_{eff} (2\Delta_1\Delta_2 - \Delta_3\Delta_4) \sin^2 \mu. \end{aligned} \quad (25)$$

Особенностью данного выражения является отсутствие продольного резонанса в  $\beta$ -фазе. Однако, если учесть тот факт, что в области существования  $\beta$ -фазы присутствует небольшая примесь амплитуды  $\Delta_2$ , то можно ожидать, что  $\omega_\parallel \sim 10^{-2}\Omega_\beta$ .

5. В заключение найдем зависимость сверхтекучей плотности от температуры для рассматриваемых фаз в пределе Гинзбурга – Ландау. Проще всего получить выражение для сверхтекучей плотности непосредственно из градиентной энергии, которая в пределе постоянных амплитуд и неизменной ориентации спиновых и орбитальных векторов переходит в кинетическую энергию сверхтекучего движения  $\rho_s v_s^2/2$ :

$$\begin{aligned} F_\nabla &= \frac{1}{10} N_{eff} \xi_0^2 (\nabla_j A_{\mu i} \nabla_j A_{\mu i}^* + \nabla_j A_{\mu j} \nabla_i A_{\mu i}^* + \\ &+ \nabla_j A_{\mu i} \nabla_i A_{\mu j}^*) \rightarrow \frac{1}{2} (\rho_s^\uparrow)_{ij} (v_s^\uparrow)_i (v_s^\uparrow)_j + \\ &+ \frac{1}{2} (\rho_s^\downarrow)_{ij} (v_s^\downarrow)_i (v_s^\downarrow)_j, \end{aligned} \quad (26)$$

где  $v_s^{\uparrow,\downarrow} = (\hbar/2m_{He^3}) \nabla \varphi^{\uparrow,\downarrow}$ ,  $\varphi^{\uparrow,\downarrow}$  – фазы компонент параметра порядка, соответствующих куперовским парам с проекцией спина  $+1, -1$ ,  $m_{He^3}$  – масса ядра  $^3He$ ,

$$\begin{aligned} (\rho_s^\uparrow)_{ij} &= \frac{2}{5} \xi_s^2 N_{eff} \left( \frac{2m_{He^3}}{\hbar} \right)^2 \left[ \frac{1}{2} (\Delta_1^2 + \Delta_3^2) \delta_{ij} + \right. \\ &\quad \left. + \Delta_2^2 m_i m_j + \Delta_4^2 n_i n_j \right], \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} (\rho_s^\downarrow)_{ij} &= \frac{2}{5} \xi_s^2 N_{eff} \left( \frac{2m_{He^3}}{\hbar} \right)^2 \left[ \frac{1}{2} (\Delta_2^2 + \Delta_4^2) \delta_{ij} + \right. \\ &\quad \left. + \Delta_2^2 m_i m_j + \Delta_4^2 n_i n_j \right]. \end{aligned} \quad (28)$$

Написанные выше выражения для тензоров сверхтекучей плотности были получены в предположении, что параметр порядка вырожден по относительной фазе между конденсатами куперовских пар с проекциями спина  $+1$  и  $-1$ . Как было показано выше, с учетом дипольной энергии данное вырождение снимается. Для этого необходимо, чтобы скорость сверхтекучего движения была относительно мала:

$$v_s < \frac{\hbar}{\xi_D m_{He^3}} \sqrt{\left| \frac{\Delta_1}{\Delta_2} \right|},$$

где  $\xi_D$  – дипольная длина,  $\xi_D \sim 10$  мкм. Вдали от точки перехода в искаженную  $\beta$ -фазу, где  $|\Delta_1| \sim \sim |\Delta_2|$ , имеем  $v_s < 0.1$  см/с. Для таких относительно небольших скоростей  $v_s^\uparrow = v_s^\downarrow$ , и можно говорить о суммарном тензоре сверхтекучей плотности  $(\rho_s)_{ij} = (\rho_s^\uparrow)_{ij} + (\rho_s^\downarrow)_{ij}$ . Для  $\beta$ -фазы и искаженной  $\beta$ -фазы сверхтекучий ток будет определяться простым выражением  $(j_s)_i = (\rho_s^\uparrow)_{ij} v_j^\uparrow + (\rho_s^\downarrow)_{ij} v_j^\downarrow$ . При переходе в  $A_3$ -,  $A_4$ -фазы к данному выражению добавится также член, связанный с текстурой вектора  $\mathbf{l} = \mathbf{m} \times \mathbf{n}$ . Отметим, что так как для рассматриваемых фаз тензоры сверхтекучей плотности  $(\rho_s^\uparrow)_{ij}$ ,  $(\rho_s^\downarrow)_{ij}$  не равны друг другу, то массовый сверхтекучий ток будет связан также со сверхтекучим спиновым током:

$$\begin{aligned} (j^{sp})_{\alpha i} &\sim e_{\mu\nu\alpha} (A_{\nu l}^* \nabla_i A_{\mu l} + A_{\nu l}^* \nabla_l A_{\mu i} + \\ &+ A_{\nu i}^* \nabla_j A_{\mu j}) + \text{c.c.} \rightarrow \\ &\rightarrow (j^{sp})_{zi} = \frac{\hbar}{2m_{He^3}} \left[ (\rho_s^\uparrow)_{ij} v_j^\uparrow - (\rho_s^\downarrow)_{ij} v_j^\downarrow \right]. \end{aligned} \quad (29)$$

Сверхтекучая плотность рассматриваемых фаз является диагональным тензором с двумя главными значениями. Сверхтекучая плотность в направлении оси анизотропии аэрогеля определяется выражением

$$\rho_s^\parallel = \frac{1}{5} \xi_s^2 N_F \left( \frac{2m_{He^3}}{\hbar} \right)^2 (3[\Delta_1^2 + \Delta_2^2] + \Delta_3^2 + \Delta_4^2). \quad (30)$$

Зависимость  $\rho_s^\parallel$  от температуры в пределе слабой связи представлена на рис. 3. В перпендикулярном к оси анизотропии направлении рассмотрим два предельных случая: 2D-состояние Ларкина – Имри – Ма (ЛИМ) по вектору  $\mathbf{n}$  и полностью ориентированное потоком состояние. Первый случай будет реализовываться при скоростях, значительно меньших критической скорости, определяемой условием

$\rho_s^{\parallel}$ ,  $\rho_s^{\perp}$ , отн. ед.

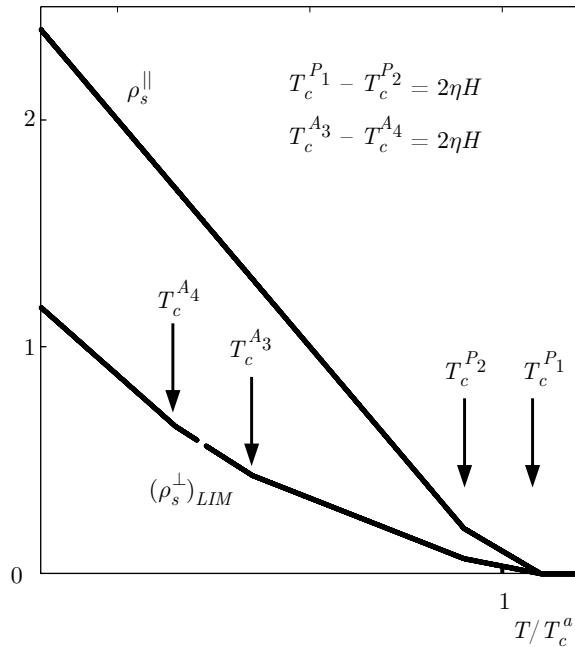


Рис. 3. Зависимости компонент тензора сверхтекущей плотности, определяемого как сумма выражений (27) и (28), от температуры. Поперечная к оси анизотропии аэрогеля компонента тензора сверхтекущей плотности посчитана для разупорядоченного состояния вектора  $\mathbf{n}$ . Выражения для зависимостей амплитуд параметра порядка от температуры взяты из работы [3]. Представленные зависимости относятся к пределу слабой связи

$v_c \sim \frac{\hbar}{\xi_{LIM} m_{\text{He}^3}}$ , где  $\xi_{LIM}$  — длина Ларкина–Имри–Ма. Из экспериментов с нематическими аэрогелями [1] известно, что  $\xi_{LIM} \leq \xi_D$ , поэтому можно оценить критическую скорость как  $v_c \gtrsim 0.1$  см/с. Для состояния ЛИМ сверхтекущая плотность в перпендикулярном направлении получается усреднением выражений (27), (28) по всем возможным направлениям вектора  $\mathbf{n}$ :

$$(\rho_s^{\perp})_{LIM} = \frac{1}{5} \xi_s^2 N_F \left( \frac{2m_{\text{He}^3}}{\hbar} \right)^2 \times \times [\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + 2(\Delta_3^2 + \Delta_4^2)]. \quad (31)$$

Для больших скоростей, ориентирующих вектор  $\mathbf{n}$  перпендикулярно потоку, сверхтекущая плотность равна

$$(\rho_s^{\perp})_{flow} = \frac{1}{5} \xi_s^2 N_F \left( \frac{2m_{\text{He}^3}}{\hbar} \right)^2 \times \times [\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2 + \Delta_4^2]. \quad (32)$$

Сравнение двух предельных значений перпендикулярной компоненты тензора сверхтекущей плотности представлено на рис. 4. При рассмотрении

$\rho_s^{\perp}$ , отн. ед.

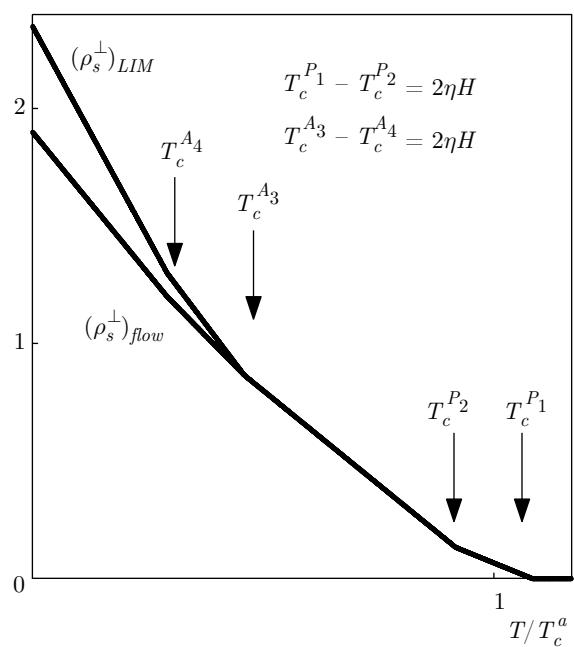


Рис. 4. Зависимости перпендикулярных компонент тензора сверхтекущей плотности от температуры для случая 2D-состояния ЛИМ вектора  $\mathbf{n}$  и для случая полной ориентации вектора  $\mathbf{n}$  потоком. Выражения для зависимостей амплитуд параметра порядка от температуры взяты из работы [3]. Представленные зависимости относятся к пределу слабой связи

эффекта Ларкина–Имри–Ма предполагается, что неоднородность системы возникает на масштабах больших, чем длина когерентности невозмущенной системы. Согласно этому, необходимая для наблюдения упорядоченного состояния скорость должна быть меньше критической скорости, при которой происходит разрушение сверхтекучести.

6. В работе приведены экспериментально наблюдаемые свойства фаз, возникающих в сверхтекучем  $^3\text{He}$  в нематическом аэрогеле в сильном магнитном поле, которые могут быть использованы для их идентификации. На сегодняшний момент наиболее вероятным представляется наблюдение переходов в  $\beta$ -фазу и искаженную  $\beta$ -фазу. Поскольку рассматриваемые переходы — это переходы второго рода, следует ожидать примерно одинаковых скачков теплоемкости и магнитной восприимчивости при температурах  $T_c^{P_1}$ ,  $T_c^{P_2}$ ,  $T_c^{A_3, A_4}$ . Отличительной особенностью  $\beta$ -фазы является практически полное отсутствие куперовских пар с проекцией спина  $-1$ . В связи с этим в данной фазе следует ожидать линейный рост намагниченности с температурой, который составляет десятые доли процента от исходной на-

магниченности, а также очень маленькое значение частоты продольного резонанса ( $10^{-2}$  Гц). Тем не менее, пренебрежимо малая величина компоненты параметра порядка, отвечающая куперовским параметрам с проекцией спина  $-1$ , будет давать существенный вклад в дополнительное затухание спина, обусловленное механизмом затухания Леггетта – Такаги, которое пропорционально частоте продольного резонанса. Характерной особенностью  $\beta$ -фазы и искаженной  $\beta$ -фазы является также отрицательный сдвиг попречного ЯМР в постоянном поле, перпендикулярном оси анизотропии аэрогеля. Для полярной фазы и искаженной  $A$ -фазы, наблюдавшихся в нематическом аэрогеле, данный сдвиг отсутствует. Максимальная по модулю величина сдвига не зависит от магнитного поля и при низких давлениях составляет порядка 1 Гц. Сверхтекучая плотность рассматриваемых фаз является анизотропной величиной. Компонента тензора сверхтекучей плотности, параллельная оси анизотропии аэрогеля, имеет излом в точке перехода между  $\beta$ -фазой и искаженной  $\beta$ -фазой. Интересно, что в пределе слабой связи эта особенность является единственной для данной компоненты тензора сверхтекучей плотности. Перпендикулярная компонента тензора имеет изломы во всех точках фазовых переходов, рассматриваемых в работе. Помимо этого, для фаз  $A_{3,4}$  возможен эффект упорядочивания орбитальной компоненты параметра порядка, перпендикулярной оси анизотропии аэрогеля, сверхтекучим потоком. Определение критической скорости, при которой происходит данный эффект, может помочь определить длину Ларкина – Имри – Ма для данной системы.

**Благодарности.** Автор признателен В. В. Дмитриеву и И. А. Фомину за полезные обсуждения результатов.

**Финансирование.** Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 18-12-00384).

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Дмитриев, А. А. Сенин, А. А. Солдатов и др., ЖЭТФ **146**, 1242 (2014).
2. V. V. Dmitriev, A. A. Senin, A. A. Soldatov, and A. N. Yudin, Phys. Rev. Lett. **115**, 165304 (2015).
3. Е. В. Суровцев, ЖЭТФ **155**, 554 (2019).
4. J. A. Sauls and Priya Sharma, Phys. Rev. B **68**, 224502 (2003).
5. D. Vollhardt and P. Wölfle, *The Superfluid Phases of  $^3\text{He}$* , Taylor and Francis, London (1990).
6. H. Monien and F. Tewordt, J. Low Temp. Phys. **60**, 323 (1985).
7. L. R. Corruccini and D. D. Osheroff, Phys. Rev. Lett. **34**, 564 (1975).
8. A. Yamaguchi, S. Kobayashi, H. Ishimoto, and H. Kojima, Nature **444**, 909 (2006).
9. D. D. Osheroff and P. W. Anderson, Phys. Rev. Lett. **33**, 686 (1974).
10. I. A. Fomin, J. Low Temp. Phys. **31**, 509 (1978).