

# САМОЛОКАЛИЗАЦИЯ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ В СРЕДЕ С МГНОВЕННЫМ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕМ КЕРРОВСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

C. E. Savotchenko\*

Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова  
308012, Белгород, Россия

Поступила в редакцию 16 апреля 2020 г.,

после переработки 19 мая 2020 г.

Принята к публикации 20 мая 2020 г.

Предложена модель нелинейного отклика среды, в которой зависящая от интенсивности поля диэлектрическая проницаемость мгновенно меняется при достижении амплитуды поля определенного значения. Рассмотрено распространение самоканализированного пучка света в среде, характеризуемой такой нелинейностью с одинаковым типом керровского отклика (самофокусирующим или дефокусирующим). Показано, что при превышении порогового значения поля переключения вдоль канала пучка происходит формирование симметричной области (домена) конечной ширины с различающимися оптическими свойствами. Рассмотрены три случая сочетаний знаков нелинейности и значений эффективного показателя преломления, для каждого из которых определен свой профиль локализации светового пучка. В фокусирующей среде мощность распространяющегося вдоль границы раздела излучения больше, чем в дефокусирующей. В дефокусирующей среде существует пороговое значение полного потока энергии излучения, начиная с которого может происходить самолокализация, когда значения эффективного показателя преломления лежат между невозмущенными диэлектрическими константами среды и домена.

DOI: 10.31857/S0044451020110024

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Во многих оптических устройствах используются свойства нелинейных кристаллов, связанные с возможностью управления локализацией и фильтрацией потоков энергии, регулировкой интенсивности входящих импульсов [1–3]. В связи с этим теоретическое изучение особенностей распространения оптических импульсов в нелинейных средах остается востребованным направлением с точки зрения перспектив появления новых материалов с уникальными свойствами и разработки на их основе новых оптических устройств [4].

Световой пучок высокой интенсивности может менять свойства среды в узких областях вдоль направления своего распространения, формируя зону конечной ширины с отличающимися от всей среды оптическими свойствами [5, 6]. Такого рода явления связаны с нелинейным откликом среды, воз-

никающим вследствие прохождения излучение через кристалл. Теоретическое описание нелинейного отклика, зависящего от интенсивности распространяющегося излучения, неоднократно проводилось с использованием различных моделей, таких как «резкая» ступенчатая нелинейность [7–9], «гладкая» ступенчатая нелинейность [10, 11] и насыщаемая нелинейность в различных вариациях [12–16]. Также следует отметить модели для описания фототрефрактивной нелинейности [17–19], в том числе и диффузационного типа [20–32].

В моделях насыщаемой нелинейности диэлектрическая проницаемость или показатель преломления плавным образом меняются от одного значения к другому с увеличением интенсивности пучка света. При больших интенсивностях они достигают значения насыщения, и дальнейший их рост не происходит [12–15]. При малых интенсивностях в некоторых моделях насыщаемой нелинейности зависимость показателя преломления от интенсивности описывается обычной керровской нелинейностью [33]. Как и для фототрефрактивной нелинейности [18], в общем случае решения уравнений Максвелла анализирова-

\* E-mail: savotchenkose@mail.ru

лись численными методами [23, 24, 31]. Для некоторых моделей насыщаемой нелинейности были получены и аналитические решения уравнений Максвелла [33–35].

В модели «резкой» ступенчатой нелинейности диэлектрическая проницаемость изменяется скачком от одного постоянного значения к другому при достижении интенсивности распространяющегося излучения определенного порогового значения. Данная модель позволяет получить результаты в явном аналитическом виде, что делает ее привлекательной для теоретического описания особенностей распространения самолокализованных оптических импульсов [10], оптических бистабильностей [11] и поверхностных волн [7–9]. Модель «резкой» ступенчатой нелинейности можно интерпретировать как предельный случай модели «гладкой» ступенчатой нелинейности, когда происходит резкий рост показателя преломления при незначительном увеличении интенсивности светового пучка.

Возможность скачкообразного изменения диэлектрической проницаемости полупроводника с экситон-экситонным взаимодействием в определенном спектральном диапазоне была показана в работе [36]. Проходящие через кристалл когерентные фотоны возбуждают когерентные экситоны, у которых такие же волновые векторы и фазы, как и у фотонов. Такое оптическое взаимодействие приводит к образованию биэкситонов, формирующих поляризацию среды и долю квазичастиц, определяющих оптические свойства среды, а оптические нелинейные эффекты могут проявляться даже при сравнительно небольших интенсивностях падающего излучения.

В нелинейных оптических кристаллах локализация светового пучка происходит вследствие нелинейного отклика среды. Теоретическое описание такого процесса в средах с керровской нелинейностью проводилось с использованием нелинейных дифференциальных уравнений, в том числе нелинейного уравнения Шредингера [10, 34, 35]. При определенных условиях локализация поля происходит не только в среде с самофокусирующей нелинейностью, но и с дефокусирующей [37, 38]. Недостаточно изученной остается структура поля в самоканализированном световом пучке, когда, с одной стороны, необходимо учитывать зависимость диэлектрической проницаемости от квадрата амплитуды напряженности электрического поля, а с другой стороны, должно учитываться резкое изменение диэлектрической проницаемости от одного значения к другому при достижении амплитуды поля порогового значения.

Поэтому в данной работе предлагается модель скачкообразного изменения квадратичной (керровской) диэлектрической проницаемости в зависимости от амплитуды поля. Такая модель описывает среду, которая первоначально характеризуется одними значениями диэлектрической константы и коэффициента керровской нелинейности, а при превышении амплитуды поля порогового значения происходит смена на их другие значения. При этом фокусирующие или дефокусирующие свойства среды, определяемые знаком коэффициента керровской нелинейности, остаются неизменными.

Несмотря на то, что прямое сопоставление полученных в рамках данной модели теоретических результатов с реальными экспериментальными данными затруднительно, следует отметить, что в некоторых средах при интенсивном освещении происходит быстрое изменение показателя преломления. Такое резкое изменение их оптических свойств отмечалось во многих веществах [39], в частности, легированных полупроводниками стеклах CdSSe и Schott OG 550 [40, 41], легированных ионами кристаллах GdAlO<sub>3</sub>:Cr<sup>3+</sup> [42], тонких пленках из фотохромного белка бактериородопсина [43, 44]. При малых временах релаксации можно говорить о скачкообразном изменении показателя преломления от одного значения к другому, причем как невозмущенного, так и его нелинейной добавки, зависящей от интенсивности светового потока.

В данной работе будут описаны три типа распространяющихся самоканализированных световых пучков, а также основные механизмы контроля их локализации. В рамках разрабатываемой теории описываются изменения оптических свойств кристалла вдоль направления распространения интенсивного светового пучка. Использование предложенной модели нелинейности позволяет получить основные результаты в явном аналитическом виде.

## 2. УРАВНЕНИЯ МОДЕЛИ

Рассмотрим кристалл с керровской нелинейностью, в котором происходит мгновенное переключение от одного значения нелинейной диэлектрической проницаемости к другому. Диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon(E)$  нелинейной среды с переключением зависит от порогового значения поля переключения  $E_s$  (для определенности пусть  $E_s > 0$ ):

$$\varepsilon(|E|) = \begin{cases} \varepsilon_1 + \alpha_1 |E|^2, & |E| > E_s, \\ \varepsilon_2 + \alpha_2 |E|^2, & |E| < E_s, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\varepsilon_{1,2}$  — невозмущенные диэлектрические константы (положительные),  $\alpha_{1,2}$  — коэффициенты керровской нелинейности, положительные значения которых характеризуют фокусирующие среды, а отрицательные — дефокусирующие.

Поместим начало координат в плоскость  $xy$ , совпадающую с плоскостью симметрии светового пучка, вдоль которой он распространяется, ось  $z$  перпендикулярна ей. Рассмотрим только поляризованную электромагнитную  $TE$ -волну с отличной от нуля компонентой напряженности электрического поля

$$E_y(x, y) = E(z) \exp i(kx - \omega t),$$

распространяющуюся вдоль плоскости симметрии пучка ( $k$  — волновые числа,  $\omega$  — частота волны). Тогда из уравнений Максвелла получается нелинейное уравнение

$$E''(z) = (k^2 - \varepsilon(|E|)\omega^2/c^2)E(z), \quad (2)$$

описывающее стационарное распределение поля в поперечном к плоскости симметрии пучка направлении ( $c$  — скорость света). К уравнению (2) добавляются стандартные требования непрерывности поля и его производной, том числе и в точках  $z = \pm z_s$ , в которых поле совпадает с пороговым значением поля переключения  $E_s$ , т. е.  $|E(\pm z_s)| = E_s$ . Также следует добавить требования ограниченности и исчезновения поля на бесконечности  $|E(z)| \rightarrow 0$  при  $|z| \rightarrow \infty$ .

В силу симметрии системы можно рассматривать решения уравнения (1), которые обладают четностью. В данной работе будут изучаться решения четного типа, т. е. такие, для которых  $E(-z) = E(z)$ , что соответствуют симметричному распределению поля в световом пучке.

В областях вблизи плоскости симметрии пучка, где интенсивность света наибольшая и  $|E| > E_s$ , происходит образование зоны конечной ширины (оптического домена) с диэлектрической проницаемостью, отличающейся от остальной области нелинейной среды. Формирование такого оптического домена обусловлено структурой поля в световом пучке, самолокализация которого возможна при определенных соотношениях между параметрами среды и эффективным показателем преломления  $n = ck/\omega$ . Рассмотрим далее возможные типы профилей локализации световых пучков, которые определяются знаками коэффициентов керровской нелинейности и соотношениями между эффективным показателем преломления и невозмущенными диэлектрическими константами среды и домена.

### 3. ПРОФИЛИ ЛОКАЛИЗАЦИИ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ

#### 3.1. Фокусирующая нелинейная среда

При  $n^2 > \max(\varepsilon_{1,2})$  и  $\alpha_{1,2} > 0$  четное решение уравнения (2) имеет вид

$$E(z) = \sqrt{\frac{2(n^2 - \varepsilon_j)}{\alpha_j}} \frac{1}{\operatorname{ch} q_j(z \mp z_j)}, \quad (3)$$

где

$$q_j = (n^2 - \varepsilon_j)^{1/2} \omega/c, \quad j = 1, 2. \quad (4)$$

В выражении (3) и далее верхний знак соответствует области  $z > 0$ , а нижний —  $z < 0$ , значение индекса  $j = 1$  соответствует характеристикам поля внутри домена при  $|z| < z_s$ , когда  $|E| > E_s$ , а значение индекса  $j = 2$  — в остальной среде при  $|z| > z_s$ , когда  $|E| < E_s$ .

Определим амплитуду поля в центре симметрии локализованного пучка света:

$$E_0 = \sqrt{\frac{2(n^2 - \varepsilon_1)}{\alpha_1}} \frac{1}{\operatorname{ch} q_1 z_1}. \quad (5)$$

Для существования локализованного пучка рассматриваемого типа амплитуда поля (5) должна превышать пороговое значение поля переключения, т. е.  $E_0 > E_s$ .

Из условий непрерывности поля (3) и его производной на границе домена при  $z = z_s$  получаются соотношения

$$\sqrt{\frac{2(n^2 - \varepsilon_j)}{\alpha_j}} \frac{1}{\operatorname{ch} q_j(z_s - z_j)} = E_s, \quad j = 1, 2, \quad (6)$$

$$q_1 \operatorname{th} q_1(z_s - z_1) = q_2 \operatorname{th} q_2(z_s - z_2). \quad (7)$$

Из выражения (7) с учетом (6) получается, что пороговое значение поля переключения не является произвольным параметром, а полностью определяется свойствами среды:

$$E_s^2 = 2 \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\alpha_1 - \alpha_2}. \quad (8)$$

Если в качестве управляющего (независимого) параметра выбрать амплитуду поля в плоскости симметрии пучка, то из (5) и (6) получаются следующие параметры поля (3):

$$z_1 = \frac{c}{\omega \sqrt{(n^2 - \varepsilon_1)}} \operatorname{Arch} \left( \frac{1}{E_0} \sqrt{\frac{2(n^2 - \varepsilon_1)}{\alpha_1}} \right), \quad (9)$$

$$z_2 = z_s - \frac{c}{\omega\sqrt{(n^2 - \varepsilon_2)}} \operatorname{Arch} \sqrt{\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2} \frac{n^2 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}}, \quad (10)$$

где полуширина домена составляет

$$z_s = \frac{c}{\omega\sqrt{(n^2 - \varepsilon_1)}} \left\{ \operatorname{Arch} \left( \frac{1}{E_0} \sqrt{\frac{2(n^2 - \varepsilon_1)}{\alpha_1}} \right) + \operatorname{Arch} \left( \sqrt{\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1} \frac{n^2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}} \right) \right\}. \quad (11)$$

Самолокализованный пучок (3) в фокусирующей среде существует, если либо  $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$  и  $\alpha_2 < \alpha_1$ , либо при противоположных условиях  $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$  и  $\alpha_2 > \alpha_1$ . Следовательно, если невозмущенная диэлектрическая константа в среде больше, чем в домене, то для локализации поля коэффициент керровской нелинейности в среде должен быть меньше, чем в домене, или наоборот.

### 3.2. Дефокусирующая нелинейная среда: первый диапазон

При  $n^2 > \max(\varepsilon_{1,2})$  и  $\alpha_{1,2} < 0$  четное решение уравнения (2) имеет вид

$$E(z) = \pm \sqrt{\frac{2(n^2 - \varepsilon_j)}{g_j}} \frac{1}{\operatorname{sh} q_j(z \mp z_j)}, \quad (12)$$

где  $q_{1,2} = -\alpha_{1,2} > 0$ .

Амплитуда поля в центре локализации есть

$$E_0 = -\sqrt{\frac{2(n^2 - \varepsilon_1)}{g_1}} \frac{1}{\operatorname{sh} q_1 z_1}. \quad (13)$$

Для локализации поля (12), помимо того что  $E_0 > E_s$ , для удовлетворения условия ограниченности решения должны выполняться неравенства  $z_1 < 0$ ,  $z_2 < z_s$ .

Из условий непрерывности поля (12) и его производной на границе домена при  $z = z_s$  получаются соотношения

$$\sqrt{\frac{2(n^2 - \varepsilon_j)}{g_j}} \frac{1}{\operatorname{sh} q_j(z_s - z_j)} = E_s, \quad j = 1, 2, \quad (14)$$

$$q_1 \operatorname{cth} q_1(z_s - z_1) = q_2 \operatorname{cth} q_2(z_s - z_2). \quad (15)$$

Из выражения (15) с учетом (14) получается, что, как и для случая фокусирующей среды, пороговое значение поля переключения не является произвольным параметром, а полностью определяется свойствами среды:

$$E_s^2 = 2 \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{g_1 - g_2}. \quad (16)$$

Если в качестве управляющего (независимого) параметра выбрать амплитуду поля на границе, то из (13) и (14) получаются следующие параметры поля (12):

$$z_1 = -\frac{c}{\omega\sqrt{(n^2 - \varepsilon_1)}} \operatorname{Arsh} \left( \frac{1}{E_0} \sqrt{\frac{2(n^2 - \varepsilon_1)}{g_1}} \right), \quad (17)$$

$$z_2 = z_s - \frac{c}{\omega\sqrt{(n^2 - \varepsilon_2)}} \operatorname{Arsh} \sqrt{\frac{g_1 - g_2}{g_2} \frac{n^2 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}}, \quad (18)$$

где полуширина домена

$$z_s = \frac{c}{\omega\sqrt{(n^2 - \varepsilon_1)}} \left\{ \operatorname{Arsh} \sqrt{\frac{g_2 - g_1}{g_1} \frac{n^2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}} - \operatorname{Arsh} \left( \frac{1}{E_0} \sqrt{\frac{2(n^2 - \varepsilon_1)}{g_1}} \right) \right\}. \quad (19)$$

Нелинейная самолокализованная волна (12) в дефокусирующей среде существует, либо если  $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$  и  $g_2 > g_1$ , либо при противоположных условиях,  $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$  и  $g_2 < g_1$ . Следовательно, если невозмущенная диэлектрическая константа в среде больше, чем в домене, то для локализации поля коэффициент керровской нелинейности в среде тоже должен быть по модулю больше, чем в домене, или наоборот.

### 3.3. Дефокусирующая нелинейная среда: второй диапазон

При  $\varepsilon_2 < n^2 < \varepsilon_1$  и  $\alpha_{1,2} < 0$  четное решение уравнения (2) имеет вид

$$E(z) = \begin{cases} \mp \sqrt{\frac{\varepsilon_1 - n^2}{g_1}} \operatorname{th} q_t(z \mp z_1), & |z| < z_s \\ \pm \sqrt{\frac{n^2 - \varepsilon_2}{g_2}} \frac{1}{\operatorname{sh} q_2(z \mp z_2)}, & |z| < z_s, \end{cases} \quad (20)$$

где  $q_t = (\varepsilon_1 - n^2)^{1/2} \omega / \sqrt{2}c$ .

Амплитуда поля в центре симметрии пучка равна

$$E_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_1 - n^2}{g_1}} \operatorname{th} q_t z_1. \quad (21)$$

Из условий непрерывности поля (20) и его производной на границе домена при  $z = z_s$  получаются соотношения

$$\begin{aligned} -\sqrt{\frac{\varepsilon_1 - n^2}{g_1}} \operatorname{th} q_t(z_s - z_1) &= \\ = \sqrt{\frac{2(n^2 - \varepsilon_2)}{g_2}} \frac{1}{\operatorname{sh} q_2(z_s - z_2)} &= E_s, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\frac{q_t^2}{\sqrt{g_1} \operatorname{ch}^2 q_t(z_s - z_1)} = E_s q_2 \operatorname{cth} q_2(z_s - z_2). \quad (23)$$

Из (23) с учетом (22) получается зависимость эффективного показателя преломления от параметров среды и поля переключения:

$$n^2 = \varepsilon_1 - E_s \sqrt{q_1 \{2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) - (g_1 - g_2)E_s^2\}}, \quad (24)$$

$$z_1 = \frac{c}{\omega} \sqrt{\frac{2}{\varepsilon_1 - n^2}} \operatorname{Arth} \left( E_0 \sqrt{\frac{g_1}{\varepsilon_1 - n^2}} \right), \quad (25)$$

$$z_2 = z_s - \frac{c}{\omega \sqrt{n^2 - \varepsilon_2}} \operatorname{Arsh} \left( \frac{1}{E_s} \sqrt{\frac{n^2 - \varepsilon_2}{g_2}} \right), \quad (26)$$

где полуширина домена

$$z_s = \frac{c}{\omega} \sqrt{\frac{2}{\varepsilon_1 - n^2}} \left\{ \operatorname{Arth} \left( E_0 \sqrt{\frac{g_1}{\varepsilon_1 - n^2}} \right) - \operatorname{Arth} \left( E_s \sqrt{\frac{g_1}{\varepsilon_1 - n^2}} \right) \right\}. \quad (27)$$

Для существования самолокализованного пучка (20) между коэффициентами нелинейности и диэлектрическими константами должны быть справедливыми такие же соотношения, как и для поля (12), кроме того, должно выполняться условие  $E_s^2 < 2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)/(g_1 - g_2)$ .

#### 4. ПОТОК ЭНЕРГИИ

Определим поток энергии как сохраняющийся первый интеграл уравнения (2):

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} |E(z)|^2 dz. \quad (28)$$

В силу симметрии системы полный поток (28) можно представить в виде суммы двух частей:

$$P = 2(P_1 + P_2), \quad (29)$$

где  $P_1$  — компонента потока в домене при  $0 < z < z_s$  и  $P_2$  — компонента потока в среде за доменом при

$z > z_s$ . Для поля (3) в фокусирующей нелинейной среде данные компоненты потока имеют вид

$$P_1 = \frac{2c}{\alpha_1 \omega} \left\{ \sqrt{n^2 - \varepsilon_1 - \frac{\alpha_1 E_0^2}{2}} + \sqrt{n^2 - \varepsilon_1 - (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2}} \right\}, \quad (30)$$

$$P_2 = \frac{2c}{\alpha_2 \omega} \left\{ \sqrt{n^2 - \varepsilon_2} + \sqrt{n^2 - \varepsilon_2 - (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2}} \right\}. \quad (31)$$

Из (30) и (31) следует, что меняется область допустимых значений эффективного показателя преломления:  $n > n_{min}$ , где  $n_{min}^2 = \max(\varepsilon_{cj})$ ,  $j = 1, 2, 3$ ,

$$\varepsilon_{c1} = \varepsilon_1 + \frac{\alpha_1(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{\alpha_1 - \alpha_2}, \quad \varepsilon_{c2} = \varepsilon_2 + \frac{\alpha_2(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{\alpha_1 - \alpha_2},$$

$$\varepsilon_{c3} = \varepsilon_1 + \frac{\alpha_1 E_0^2}{2}.$$

Для поля (12) в дефокусирующей нелинейной среде компоненты потока (29) имеют вид

$$P_1 = -\frac{2c}{g_1 \omega} \left( \sqrt{n^2 - \varepsilon_1 + \frac{g_1 E_0^2}{2}} + \sqrt{n^2 - \varepsilon_1 - (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \frac{g_1}{g_2 - g_1}} \right), \quad (32)$$

$$P_2 = \frac{2c}{g_2 \omega} \left( \sqrt{n^2 - \varepsilon_2} + \sqrt{n^2 - \varepsilon_2 - (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \frac{g_2}{g_2 - g_1}} \right). \quad (33)$$

Для поля (20) в дефокусирующей нелинейной среде компоненты потока (29) имеют вид

$$P_1 = \frac{1}{\sqrt{g_1}} \left\{ \frac{c}{\omega} \sqrt{2}(E_s - E_0) + z_s E_s \sqrt{2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) - (g_1 - g_2)E_s^2} \right\}, \quad (34)$$

$$P_2 = \frac{2c}{g_2 \omega} \times \times \left\{ \sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + E_s(E_s g_1 / 2 - \sqrt{g_1 \{2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) - (g_1 - g_2)E_s^2\}})} - \sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - E_s \sqrt{g_1 \{2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) - (g_1 - g_2)E_s^2\}}} \right\}. \quad (35)$$

Для анализа соотношения распределения потоков энергии между доменом и средой удобно использовать относительные потоки

$$\delta P_j = \frac{P_j}{P_1 + P_2}, \quad j = 1, 2, \quad (36)$$

характеризующие доли потоков энергии, приходящиеся на соответствующие области.

## 5. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

### 5.1. Особенности пространственной локализации распределения световых полей

Типичные профили распределения поля трех типов самоканализированных пучков представлены на рис. 1. Для профиля распределения поля в фокусирующей среде в поперечном плоскости симметрии пучка направлении характерно наличие двух симметрично расположенных максимумов одинаковой высоты:

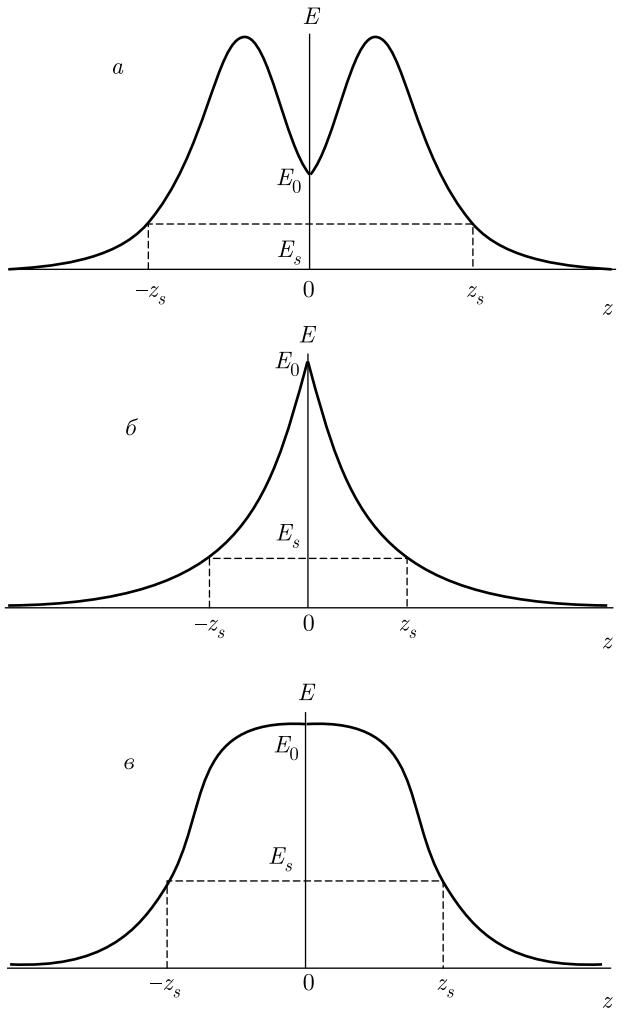
$$E_m^2 = 2(n^2 - \epsilon_1)/\alpha_1. \quad (37)$$

Данные максимумы расположены в точках  $z_1$ , определяемых выражением (9), которые расположены внутри домена. При этом величина максимума поля всегда выше значения поля на границе раздела:  $E_m > E_0$  (рис. 1a).

Для пучков в дефокусирующих средах в обоих рассмотренных выше диапазонах максимумы интенсивности всегда располагаются в центре их симметрии. В дефокусирующей среде поле (12) в первом диапазоне при  $n^2 > \max(\epsilon_{1,2})$  имеет профиль, более узко локализованный вблизи центра симметрии светового пучка (рис. 1б), в отличие от профиля поля (20) во втором диапазоне при  $\epsilon_2 < n^2 < \epsilon_1$  (рис. 1в).

Распределение поля (20) принципиально отличается от (3) и (12) не только диапазоном существования, но и тем, что для (20) пороговое значение поля переключения являлось произвольным параметром, в отличие от (3) и (12), для которых оно полностью определялось свойствами среды. Кроме того, самолокализация пучков (3) и (12) происходит при произвольных значениях эффективного показателя преломления, превышающих невозмущенные диэлектрические константы, а пучок (20) может самоканализироваться только при таких значениях эффективного показателя преломления, которые связаны с характеристиками среды определенной зависимостью (24), приведенной на рис. 2. Данная зависимость не является монотонной, а характеризуется наличием минимума

$$n_{min}^2 = \epsilon_1 - (\epsilon_1 - \epsilon_2)^{3/2}/\sqrt{g_1}/(g_1 - g_2) \quad (38)$$



**Рис. 1.** Характерные профили распределения напряженности электрического поля в зависимости от расстояния от границы раздела кристаллов  $z$  при фиксированных параметрах  $c = 1$ ,  $\omega = 1$ : *a* — для поля (3)  $E_0 = 1$ ,  $n = 3.5$ ,  $\epsilon_1 = 1.5$ ,  $\epsilon_2 = 1.8$ ,  $\alpha_1 = 3.5$ ,  $\alpha_2 = 0.5$ ; *б* — для поля (12)  $E_0 = 1$ ,  $n = 3$ ,  $\epsilon_1 = 1.5$ ,  $\epsilon_2 = 1.8$ ,  $g_1 = 0.5$ ,  $g_2 = 3.5$ ; *в* — для поля (20)  $E_0 = 0.7$ ,  $E_s = 0.43$ ,  $\epsilon_1 = 1.8$ ,  $\epsilon_2 = 1.1$ ,  $g_1 = 1.0$ ,  $g_2 = 0.5$

при значении управляющего поля переключения  $E_{s min}^2 = (\epsilon_1 - \epsilon_2)/(g_1 - g_2)$ , т. е. в два раза меньше чем (16).

Распределения полей первого диапазона в фокусирующей и дефокусирующей средах отличаются также еще и тем, что в дефокусирующей среде невозмущенная диэлектрическая константа и модуль коэффициента керровской нелинейности больше либо в домене, либо в остальной среде, а в фокусирующей среде соотношение другое: невозмущенная диэлектрическая константа в среде больше (меньше), чем в домене, а коэффициент керровской нелинейности в среде меньше (больше), чем в до-

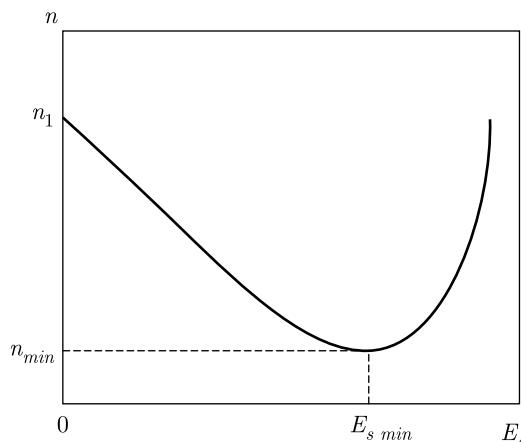


Рис. 2. Зависимость показателя преломления (24) от поля переключения при тех же значениях параметров, что и на рис. 1 $\alpha$

мене. Данное обстоятельство необходимо учитывать при проектировании оптических переключателей на основе керровских сред со скачкообразно меняющейся нелинейностью.

Таким образом, самолокализация пучков (3) и (12) может контролироваться амплитудой поля в центре локализации  $E_0$  и эффективным показателем преломления, а локализация пучка (20) может контролироваться амплитудой поля в центре локализации  $E_0$  и пороговым значением поля переключения  $E_s$ .

## 5.2. Ширина симметричного домена

Для характеристики ширины домена можно использовать величину  $z_s$  в силу симметрии рассматриваемой системы. В фокусирующей и дефокусирующей средах в первом диапазоне при  $n^2 > \max(\epsilon_{1,2})$  ширина домена определяется эффективным показателем преломления  $n$  и амплитудой поля в центре симметрии светового пучка (рис. 3). При фиксированном  $n$  ширина домена убывает с увеличением амплитуды  $E_0$ . В фокусирующей среде при фиксированном  $n$  формируется более широкий домен, чем в дефокусирующей среде.

В данном диапазоне в дефокусирующей среде зависимость ширины домена (19) от эффективного показателя преломления является монотонно убывающей, в отличие от случая фокусирующей среды, где при определенном значении  $n_{max}$  наблюдается максимум зависимости (11)  $z_{s \ max}$ . Положение и величина такого максимума могут контролироваться амплитудой поля в центре симметрии светового пучка. С ростом  $E_0$  положение максимума смещается вправо,

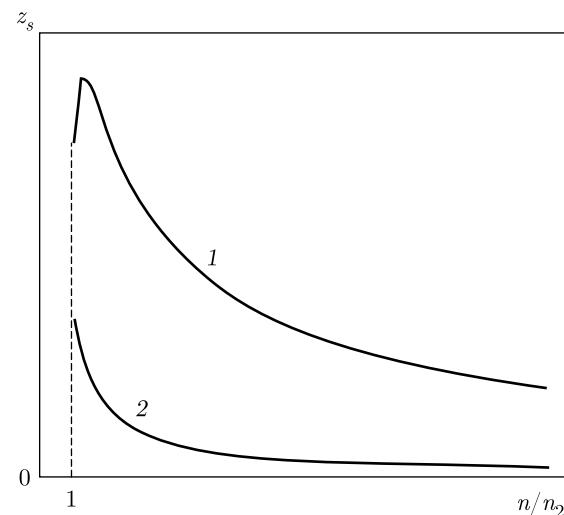


Рис. 3. Зависимости полуширины домена от показателя преломления: линия 1 — в фокусирующей среде по формуле (11) при значениях параметров тех же (кроме  $n$ ), что и на рис. 1 $a$ ; линия 2 — в дефокусирующей среде по формуле (19) при тех же значениях параметров, что и на рис. 1 $b$

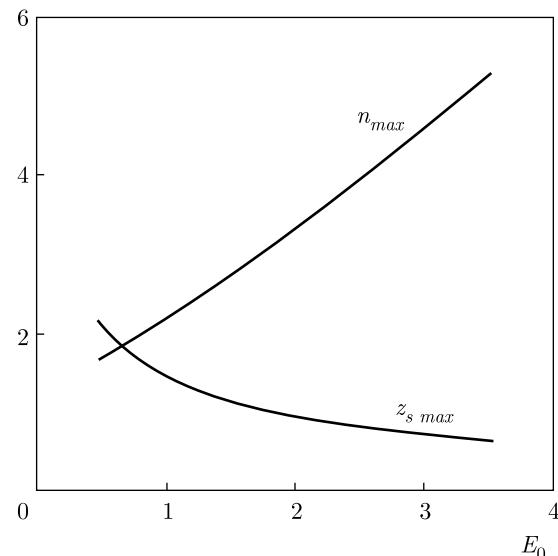
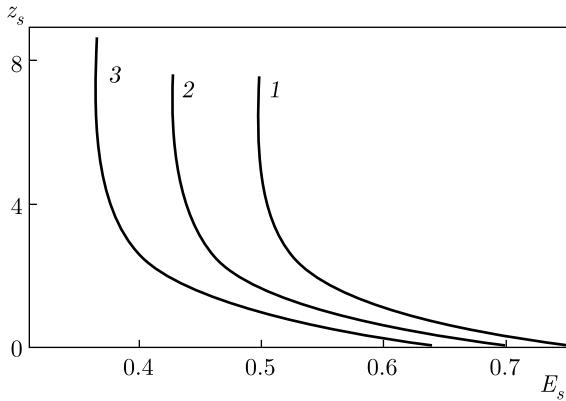


Рис. 4. Зависимости положения и высоты максимума полуширины домена (11) от амплитуды поля в центре симметрии светового пучка в фокусирующей среде при тех же значениях параметров, что и на рис. 3

во, а его высота уменьшается (рис. 4). Следовательно, наиболее широкие домены в фокусирующей среде формируются при значениях эффективного показателя преломления, близких к наибольшему значению невозмущенных диэлектрических констант с относительно низким уровнем интенсивности поля в центре симметрии локализованного пучка света.



**Рис. 5.** Зависимости полуширины домена в дефокусирующей среде по формуле (27) поля переключения при различных значениях  $E_0$ , а остальные значения параметров те же, что и на рис. 1 $\varepsilon$ : линия 1 —  $E_0 = 0.75$ , линия 2 —  $E_0 = 0.7$ , линия 3 —  $E_0 = 0.65$

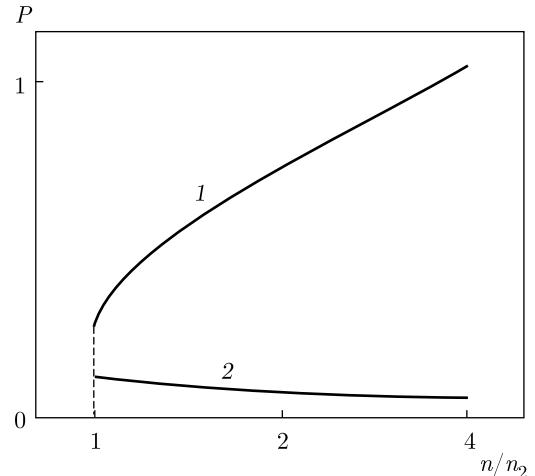
В дефокусирующей среде во втором диапазоне при  $\varepsilon_2 < n^2 < \varepsilon_1$  ширина домена (27) не зависит от  $n$ , а определяется как амплитудой поля в центре симметрии светового пучка  $E_0$ , так и амплитудой поля переключения  $E_s$ . В отличие от волн первого диапазона, ширина домена (27) монотонно возрастает с увеличением  $E_0$  при фиксированном значении  $E_s$ . Ее зависимость от  $E_s$  при фиксированном значении  $E_0$  является монотонно убывающей (рис. 5) до нулевого значения при  $E_s = E_0$ . Поскольку, как следует из (24), при малых значениях  $E_s$  эффективный показатель преломления принимает наибольшие значения, можно утверждать, что при его значениях, близких к диэлектрической константе домена, происходит формирование наиболее широкого домена.

Таким образом, управление интенсивностью поля в центре симметрии самоканализированного светового пучка позволяет контролировать во всех рассмотренных диапазонах ширину формируемого домена, которая также может контролироваться эффективным показателем преломления только в первом диапазоне.

### 5.3. Распределения потоков энергии

Сначала рассмотрим зависимости потоков энергии от эффективного показателя преломления в первом диапазоне при  $n^2 > \max(\varepsilon_{1,2})$ . Полный поток  $P$  в фокусирующей среде возрастает монотонно с увеличением эффективного показателя преломления (рис. 6, линия 1), а в дефокусирующей — убывает (рис. 6, линия 2).

На границе допустимых значений (рис. 6)



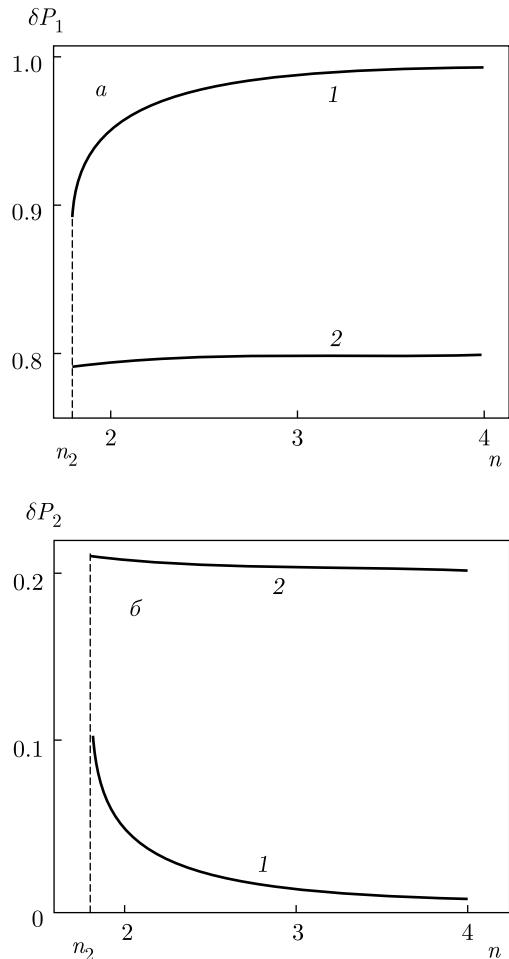
**Рис. 6.** Зависимости полного потока от показателя преломления при значениях тех же параметров, что и на рис. 3: линия 1 — в фокусирующей среде по формуле (29) с учетом (30) и (31); линия 2 — в дефокусирующей среде по формуле (29) с учетом (32) и (33)

ний  $n$  в фокусирующей среде поток принимает наименьшее значение, а в дефокусирующей — наибольшее. Поскольку поток в фокусирующей среде всегда больше, чем в дефокусирующей, то можно говорить, что в фокусирующей среде мощность распространяющегося вдоль границы раздела излучения больше, чем в дефокусирующей.

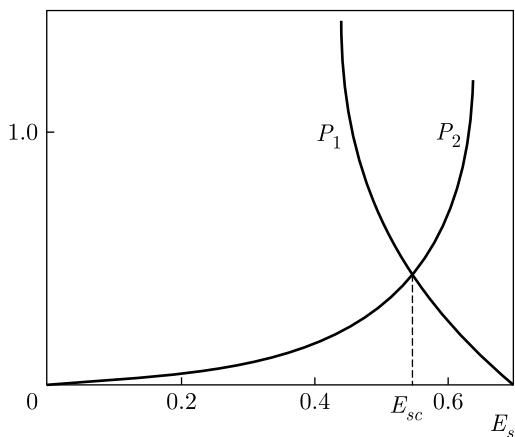
Аналогичным образом зависят от  $n$  компоненты потоков  $P_1$  в домене соответственно в фокусирующей (30) и дефокусирующей (32) средах. Компоненты потоков  $P_2$  (31) и (33) в обеих средах за доменом монотонно убывают с увеличением эффективного показателя преломления. При этом, так же как и в описанных выше случаях, компонента потока в фокусирующей среде (31) превышает компоненту потока в дефокусирующей среде (33) при значениях  $n$ , близких к границе допустимого диапазона, однако с дальнейшим увеличением  $n$  они становятся практически неразличимыми.

Анализ соотношения распределения потоков энергии между доменом и средой показал, что в фокусирующей среде наибольшая доля энергии сосредотачивается в домене, а в дефокусирующей — вне домена. Относительные потоки в домене  $\delta P_1$  в фокусирующей и дефокусирующей средах с увеличением  $n$  монотонно возрастают до своих пороговых значений насыщения (рис. 8а). Доля энергии  $\delta P_1$  в фокусирующей среде больше, чем в дефокусирующей.

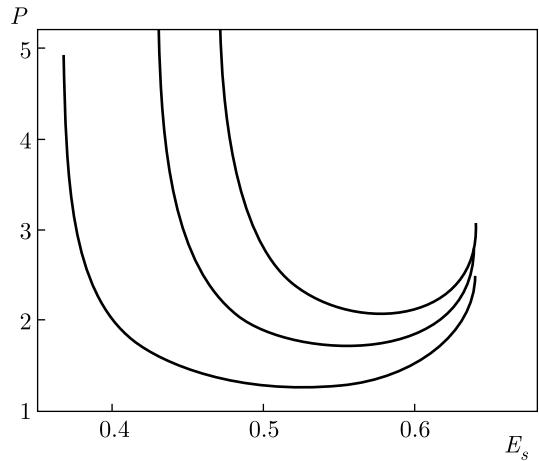
Относительные потоки вне домена  $\delta P_2$  в фокусирующей и дефокусирующей средах с увеличением  $n$



**Рис. 7.** Зависимости относительных потоков  $\delta P_1$  (а) и  $\delta P_2$  (б) от показателя преломления при тех же значениях параметров, что и на рис. 3: линия 1 — в фокусирующей среде, линия 2 — в дефокусирующей среде



**Рис. 8.** Зависимости компонент потоков  $P_1$  и  $P_2$  от поля переключения в дефокусирующей среде по формулам (34) и (35) при тех же значениях параметров, что и на рис. 1б,  $E_0 = 0.7$



**Рис. 9.** Зависимость полного потока в дефокусирующей среде по формуле (29) с учетом (34) и (35) от поля переключения при тех же значениях параметров, что и на рис. 5

монотонно убывают до своих пороговых значений насыщения (рис. 8б). Доля энергии  $\delta P_2$  в фокусирующей среде меньше, чем в дефокусирующей.

В дефокусирующей среде во втором диапазоне при  $\varepsilon_2 < n^2 < \varepsilon_1$  поток, как и ширина домена, не зависит от  $n$ , а определяется амплитудами полей в центре симметрии светового пучка  $E_0$  и переключения  $E_s$ . При фиксированной амплитуде поля переключения полный поток и его компонента в домене (34) монотонно возрастают с увеличением  $E_0$ , а компонента потока вне домена (35) не зависит от  $E_0$ .

В зависимости от поля переключения энергия может перераспределяться между зонами кристалла. При фиксированной амплитуде поля в центре симметрии светового пучка с увеличением  $E_s$  поток в домене (34) убывает, а вне домена (35) — возрастает (рис. 7). При малых значениях поля переключения большая доля энергии сосредотачивается в домене, а при дальнейшем увеличении  $E_s$ , начиная с его критического значения  $E_{sc}$ , при котором  $P_1(E_{sc}) = P_2(E_{sc})$ , происходит перераспределение потока энергии в среду за доменом.

Полный поток из компонент (34) и (35) при определенном значении поля переключения  $E_{s\ min}$  характеризуется наличием минимального значения  $P_{min}$ , начиная с которого может происходить самолокализация пучка в дефокусирующей среде во втором диапазоне (рис. 9). С увеличением амплитуды в центре симметрии светового пучка  $E_0$  величина минимального потока  $P_{min}$  повышается, а его положение смещается в сторону больших значений поля переключения  $E_s$ .

Поскольку эффективный показатель преломления связан с углом падения света, путем его подбора и амплитуды поля на границе раздела можно будет добиться требуемого распределения потоков энергии в первом диапазоне. Для случая дефокусирующей среды во втором диапазоне контроль распределения потоков энергии может осуществляться варьированием амплитуды поля в центре симметрии пучка и поля переключения.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена модель нелинейной среды со ступенчатым изменением квадратично зависящей от амплитуды поля диэлектрической проницаемости. Использование такой модели позволило теоретически описать с помощью точных решений нелинейных уравнений особенности формирования самоканализированных световых пучков, распространение которых обуславливает изменения оптических свойств кристалла вдоль оси его распространения. Показано, что при превышении поля переключения порогового значения происходит формирование области кристалла, в которой оптические свойства изменились. Рассмотрены три случая знака нелинейности и значений эффективного показателя преломления, для каждого из которых определен свой тип распределения поля в самоканализованном пучке.

В фокусирующей среде, когда эффективный показатель преломления превышает невозмущенные диэлектрические константы, профиль распределения поля в поперечном плоскости симметрии пучка направлении характеризуется наличием двух симметрично расположенных максимумов со значениями выше, чем в центре симметрии. В дефокусирующей среде существуют два типа распределения полей, различающихся диапазоном существования. В таких распределениях максимум интенсивности всегда располагается в центре симметрии локализованного пучка.

Проанализированы зависимости ширины домена и потоков энергии излучения от таких управляющих параметров, как эффективный показатель преломления и для амплитуды поля переключения, и в центре симметрии пучка. Показано, что более широкие домены в фокусирующей среде формируются при значениях эффективного показателя преломления, близких к наибольшему значению невозмущенных диэлектрических констант. В фокусирующей среде мощность излучения больше, чем в дефокусирующей. В дефокусирующей среде существует порогово-

вое значение полного потока энергии излучения, начиная с которого может самоканализироваться пучок с эффективным показателем преломления, лежащим между невозмущенными диэлектрическими константами среды и домена.

Полученные в работе результаты могут иметь значение при проектировании элементов оптических устройств, основанных на использовании возможностей управления локализацией световых пучков в нелинейных средах в зависимости от интенсивности входного излучения [45–47]. Кроме того, предложенная теория может быть полезной для поиска механизмов подавления нежелательных изменений оптических свойств кристаллов в зонах вдоль распространения интенсивных световых пучков.

## ЛИТЕРАТУРА

1. H. N. Kishikawa and N. Goto, Opt. Eng. **46**(4), 044602 (2007).
2. C. Ironside, *Semiconductor Integrated Optics for Switching Light*, Morgan & Claypool Publishers, Bristol, UK (2017).
3. A. Goodarzi, M. Ghanaatshoar, and M. Mozafari, Sci. Rep. **8**, 15340 (2018).
4. *Surface Waves: New Trends and Developments*, ed. by F. Ebrahimi, IntechOpen (2018).
5. E. C. Jarque and V. A. Malyshev, Opt. Comm. **142**, 66 (1997).
6. A. Schuzgen, N. Peyghambarian, and S. Hughes, Phys. Stat. Sol. (b) **206**, 125 (1999).
7. П. И. Хаджи, Л. В. Федоров, ЖТФ **61**, 110 (1991).
8. Н. Н. Белецкий, Е. А. Гасан, ФТТ **36**, 647 (1994).
9. К. Д. Ляхомская, П. И. Хаджи, ЖТФ **70**, 86 (2000).
10. A. E. Kaplan, IEEE J. Quant. Electr. **21**, 1538 (1985).
11. R. H. Enns, S. S. Rangnekar, and A. E. Kaplan, Phys. Rev. A **35**, 466 (1987).
12. V. E. Wood, E. D. Evans, and R. P. Kenan, Opt. Comm. **69**, 156 (1988).
13. S. Gatz and J. Herrmann, J. Opt. Soc. Amer. B **8**, 2296 (1991).
14. J. Herrmann, J. Opt. Soc. Amer. B **8**, 1507 (1991).

15. Л. В. Федоров, К. Д. Ляхомская, Письма в ЖТФ **23**, 36 (1997).
16. K. Zhan, H. Tian, X. Li, X. Xu, Z. Jiao, and Y. Jia, Sci. Rep. **6**, 32990 (2016).
17. М. П. Петров, С. И. Степанов, А. В. Хоменко, *Фотоэффектные кристаллы в когерентной оптике*, Наука, Санкт-Петербург (1992).
18. S. Bian, J. Frejlich, and K. H. Ringhofer, Phys. Rev. Lett. **78**, 4035 (1997).
19. В. Н. Белый, Н. А. Хило, Письма в ЖТФ **23**, 31 (1997).
20. С. М. Шандаров, Е. С. Шандаров, Письма в ЖТФ **23**, 30 (1997).
21. Д. Х. Усиевич, Б. А. Нуригареев, В. А. Сычугов, Л. И. Ивлева, П. А. Лыков, Н. В. Богодаев, КЭ **40**, 437 (2010).
22. Д. Х. Усиевич, Б. А. Нуригареев, В. А. Сычугов, Л. И. Ивлева, КЭ **41**, 924 (2011).
23. С. А. Четкин, И. М. Ахмеджанов, КЭ **41**, 980 (2011).
24. Д. Х. Усиевич, Б. А. Нуригареев, В. А. Сычугов, Л. И. Ивлева, КЭ **43**, 14 (2013).
25. S. E. Savotchenko, Sol. St. Comm. **296**, 32 (2019).
26. С. Е. Савотченко, Письма в ЖЭТФ **109**, 778 (2019).
27. С. Е. Савотченко, ЖЭТФ **156**, 196 (2019).
28. С. Е. Савотченко, КЭ **49**, 850 (2019).
29. С. Е. Савотченко, Конденсированные среды и межфазные границы **21**, 441 (2019).
30. С. Е. Савотченко, Изв. ВУЗов. Физика **63**, 144 (2020).
31. С. Е. Савотченко, Опт. и спектр. **128**, 358 (2020).
32. С. Е. Савотченко, ФТТ **62**, 902 (2020).
33. J. M. Christian, G. S. McDonald, and P. Chamorro-Posada, J. Opt. Soc. Amer. B **26**, 2323 (2009).
34. R. H. Enns, S. S. Rangnekar, and A. E. Kaplan, Phys. Rev. A **36**, 1270 (1987).
35. R. H. Enns and S. S. Rangnekar, Opt. Lett. **12**, 108 (1987).
36. П. И. Хаджи, Г. Д. Шибаршина, А. Х. Ротару, *Оптическая бистабильность в системе когерентных экстонов и биэкстонов в полупроводниках*, Штиинца, Кишинев (1988).
37. S. E. Savotchenko, Pramana — J. Phys. **93**, 77 (2019).
38. С. Е. Савотченко, Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования **5**, 1 (2020).
39. J. M. Takayama, G. S. McDonald, and P. J. Chamorro-Posada, Opt. Soc. Amer. B **26**, 2323 (2009).
40. P. Roussignol, D. Ricard, J. Lukasik, and C. Flytzanis, J. Opt. Soc. Amer. B **4**, 5 (1987).
41. J.-L. Coutaz and M. KullJ, Opt. Soc. Amer. B **8**, 95 (1991).
42. T. Catunda and L. A. Cury, J. Opt. Soc. Amer. B **7**, 1445 (1990).
43. Q. Wang Song, C. Zhang, R. B. Gross, and R. R. Birde, Opt. Comm. **112**, 296 (1994).
44. Q. Wang Song, X. Wang, R. R. Birge, J. D. Downie, D. Timucin, and C. Gary, J. Opt. Soc. Amer. B **15**, 1602 (1998).
45. B. A. Naim, Chinese J. Phys. **55**, 2384 (2017).
46. M. Liu, D. A. Powell, Y. Zarate, and I. V. Shadrivov, Phys. Rev X **8**, 031077 (2018).
47. Y. Jia, Y. Liao, L. Wu, Y. Shan, X. Dai, H. Cai, Y. Xiang, and D. Fan, Nanoscale **7**, 4515 (2019).