СУБИЗЛУЧЕНИЕ ХОЛОДНЫХ И РАЗРЕЖЕННЫХ АТОМНЫХ АНСАМБЛЕЙ, ВОЗБУЖДАЕМЫХ РЕЗОНАНСНЫМ ИМПУЛЬСНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

И. М. Соколов*

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого 195251, Санкт-Петербург, Россия

Институт аналитического приборостроения Российской академии наук 190103, Санкт-Петербург, Россия

> Поступила в редакцию 24 августа 2020 г., после переработки 31 августа 2020 г. Принята к публикации 1 сентября 2020 г.

Исследована динамика флуоресценции оптически плотных, но разреженных атомных ансамблей, охлажденных до субдоплеровских температур и возбуждаемых резонансным импульсным возбуждением. Помимо полной интенсивности излучения анализируется изменение со временем спектрального состава флуоресценции и его поляризации, а также изменение пространственного распределения возбуждения внутри атомного ансамбля. На основе этого анализа показано, что с течением времени роль пленения излучения ослабевает и основным фактором, определяющим медленный распад атомного возбуждения, становятся субизлучательные квантовые состояния, формируемые в результате резонансного дипольдипольного межатомного взаимодействия. Проанализирована зависимость характера субизлучения от размеров ансамбля.

DOI: 10.31857/S0044451021010053

1. ВВЕДЕНИЕ

Атомные ансамбли, охлажденные до субдоплеровских температур в специальных ловушках, вызывают в настоящее время пристальный интерес как в силу целого ряда их уникальных физических свойств, так и из-за пирокого круга их возможного практического применения в задачах квантовой метрологии, стандартизации частоты, в квантово-информационных приложениях [1–3].

Большинство методов диагностики и практически все предложенные схемы применения холодных атомных ансамблей основаны на их взаимодействии с электромагнитным излучением. Такое взаимодействие обладает рядом особенностей, связанных с коллективными многоатомными эффектами, обусловленными малой скоростью движения атомов. Во-первых, из-за низкой скорости линия атомного перехода оказывается узкой, и сечение рассеяния резонансного излучения достигает значений порядка квадрата его длины волны. Это означает, что рассматриваемые атомные ансамбли, как правило, имеют большую оптическую толщину, и при описании их взаимодействия со светом необходимо учитывать процессы многократного некогерентного рассеяния.

Во-вторых, малая скорость и пространственная неупорядоченность атомного ансамбля приводит к возможности образования атомных кластеров, или квазимолекул, состоящих из нескольких случайно расположенных на расстояниях порядка длины волны резонансного излучения друг от друга атомов. Для разреженных сред это, как правило, двухатомные квазимолекулы. Вероятность образования кластеров из большего числа атомов быстро убывает с уменьшением концентрации.

При близком расположении атомов мы должны учитывать процессы рекуррентного многократного рассеяния, приводящие к эффекту дипольдипольного межатомного взаимодействия. Это взаимодействие вызывает формирование коллективных (в рассматриваемом случае двухатомных) состоя-

^{*} E-mail: ims@is12093.spb.edu

ний, часть из которых является суперизлучательными, а часть — субизлучательными.

Наконец, малые скорости приводят к необходимости учитывать интерференционные эффекты при многократном рассеянии. Интерферировать могут пары волн, одна из которых образуется в результате многократного последовательного рассеяния на некоторой цепочке атомов, а вторая — на той же цепочке, но при прохождении их в обратном порядке. Из-за низкой скорости атомов доплеровские сдвиги при рассеянии малы и эффект интерференции не исчезает даже при усреднении по случайному неоднородному расположению атомов.

Одним из эффективных методов изучения свойств холодных атомных ансамблей является исследование динамики флуоресценции после окончания импульсного возбуждения. При этом в самой динамике коллективные эффекты проявляются достаточно ярко. К настоящему времени очень детально изучено такое явление, как сверхизлучение Дике [4], имеющее место в плотных атомных ансамблях. Также достаточно подробно, в том числе и экспериментально, исследовано так называемое однофотонное сверхизлучение, наблюдающееся в разреженных средах при слабом возбуждении [5, 6]. При этом противоположный эффект, субизлучение, проявляющееся в замедлении распада возбуждения многоатомных систем и связанное с заселением антисимметричных коллективных состояний, при которых атомные диполи колеблются в противофазе, исследовано существенно менее подробно. Одной из причин этого является сравнительно быстрое нерадиационное разрушение этих состояний, а другой — необходимость наблюдать его на фоне эффекта пленения излучения, обусловленного диффузией света, связанной с многократным некогерентным рассеянием фотонов в оптически плотной среде. По-видимому, впервые эффект субизлучения наблюдался в разреженных оптически плотных средах в работе [7].

Традиционно основной величиной, которая анализируется как при теоретическом, так и при экспериментальном изучении эффекта субизлучения, является временная зависимость полной интенсивности света, излучаемого в заданном направлении. Иногда в теории вычисляется суммарная интенсивность в полный сферический угол. Основной целью настоящей работы является более детальный теоретический анализ динамики флуоресценции, включающий исследование динамики поляризации и спектрального состава, а также пространственного распределения возбужденных атомов в ансамбле. Мы покажем, что все эти три характеристики претерпевают качественные изменения в процессе послесвечения, и их экспериментальное исследование может дать дополнительную информацию о физических процессах и механизмах, приводящих к медленному распаду атомного возбуждения.

2. РАСЧЕТ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИГНАЛОВ ФЛУОРЕСЦЕНЦИИ

Мы рассматриваем ансамбль, состоящий из $N \gg 1$ одинаковых атомов с невырожденным основным состоянием с угловым моментом $J_g = 0$. Возбужденное состояние — $J_e = 1$. Время жизни всех трех зеемановских подуровней (m = -1, 0, 1) одинаково и равно $\tau_{at} = 1/\gamma$. Атомы считаются неподвижными. Медленное смещение, обусловленное конечной температурой ансамбля, частично учитывается усреднением рассчитываемых величин по случайному пространственному расположению атомов.

Эволюция состояний атомов описывается с помощью модели связанных диполей, традиционной для этого класса задач. Эта модель была впервые предложена Фолди [8], а затем подробно обсуждена Лаксом [9]. Позже аналогичный подход был использован в контексте различных типов коллективных эффектов, таких как многократное и рекуррентное рассеяние, коллективный спонтанный распад и сильная (андерсоновская) локализация света [10–24].

В данной работе мы будем использовать вариант модели связанных осцилляторов, сформулированный в рамках последовательного квантового подхода, разработанного в работе [25]. Не повторяя вывода, отметим лишь его основные особенности. Наш подход базируется на решении нестационарного уравнения Шредингера для волновой функции ψ , описывающей состояние объединенной, замкнутой системы, состоящей из всех атомов и электромагнитного излучения, включая вакуумный резервуар. Волновую функцию этой системы мы ищем в виде разложения по собственным функциям ψ_l гамильтониана невзаимодействующих атомов и света $\psi = \sum_l b_l \psi_l$. Рассматривая случай слабого возбуждения и ограничиваясь состояниями, содержащими не более одного фотона, для амплитуд b_e однократно возбужденных состояний атома $\psi_e = |g \cdots e \cdots g\rangle$ получаем следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial b_e}{\partial t} = \left(i\delta_e - \frac{\gamma}{2}\right)b_e - \frac{i\Omega_e}{2} + \frac{i\gamma}{2}\sum_{e'\neq e}V_{ee'}b_{e'}.$$
 (1)

Здесь индекс «e» показывает номер атома, возбужденного в состоянии $\psi_e = |g \cdots e \cdots g\rangle$, а также конкретный зеемановский подуровень, заселенный в этом состоянии.

Первое слагаемое в правой части уравнения (1) отвечает за свободную эволюцию независимых атомных осцилляторов. Второе слагаемое описывает влияние внешнего возбуждающего лазерного поля. Частота Раби этого поля в точке расположения атома e равна Ω_e . Отстройка поля δ_e в общем случае может быть различна для различных переходов $q \leftrightarrow e$. Такое различие может иметь место, например, при наличии внешнего статического электрического или магнитного поля. Последнее слагаемое в уравнении (1) учитывает диполь-дипольное взаимодействие атомов друг с другом. Оно обусловливает все коллективные многоатомные эффекты, имеющие место в рассматриваемом ансамбле. Матрица Vee', входящая в это слагаемое, имеет следующий вид:

$$V_{ee'} = -\frac{2}{\gamma} \sum_{\mu,\nu} \mathbf{d}_{eg}^{\mu} \cdot \mathbf{d}_{ge'}^{\nu} \frac{e^{ikr_{ij}}}{\hbar r_{ij}^3} \times \left\{ \delta_{\mu\nu} \left[1 - ikr_{ij} - (kr_{ij})^2 \right] - \frac{\mathbf{r}_{ij}^{\mu} \cdot \mathbf{r}_{ij}^{\nu}}{r_{ij}^2} \left[3 - 3ikr_{ij} - (kr_{ij})^2 \right] \right\}.$$
 (2)

Здесь мы предположили, что в состояниях e и e' возбуждены соответственно атомы i и j; \mathbf{d}_{eg} — матричный элемент оператора дипольного момента для перехода $g \to e$, $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$, $r_{ij} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ и $k = \omega_0/c$ волновое число, соответствующее частоте ω_0 этого перехода, c — скорость света в вакууме. Индексы μ или ν обозначают проекции на оси выбранной системы координат μ , $\nu = x, y, z$.

Система (1) для амплитуд $b_e(t)$ решается численно для различных случайных пространственных конфигураций неподвижных атомов. На основе вычисленных значений $b_e(t)$ мы можем найти амплитуды всех других состояний, которые определяют волновую функцию ψ объединенной системы атом-поле (подробнее см. [25]) и, следовательно, свойства как атомного ансамбля, так и рассеянного света. Так, например, интенсивность $I_{\alpha}(\Omega, t)$ поляризационной компоненты света α , излучаемого облаком в единичном телесном угле вокруг произвольного направления, заданного волновым вектором \mathbf{k} ($\Omega = \theta, \varphi$), можно определить следующим образом [23]:

$$I_{\alpha}(\mathbf{\Omega}, t) = \frac{c}{4\pi} \times \left| k^2 \sum_{i,m} \left(\mathbf{u}_{\alpha}^* \cdot \mathbf{d}_{ge} \right) \beta_e(t) \exp\left(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i \right) \right|^2.$$
(3)

Здесь \mathbf{u}_{α} — единичный вектор поляризации вторичного излучения.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Расчет динамики флуоресценции методом связанных осцилляторов может быть проведен для произвольной формы и произвольного неоднородного пространственного распределения атомов. При этом и форма и распределение влияют лишь количественно, не изменяя базовые физические закономерности исследуемых эффектов. Поэтому в данной работе мы рассматриваем геометрически наиболее простой случай однородного в среднем ансамбля кубической формы. Такой выбор упрощает анализ пространственного распределения возбужденных атомов и его изменение со временем. Кроме того, для простой геометрии при наличии сравнительно резких границ атомного ансамбля и однородного в среднем пространственного распределения атомов удобно проводить сравнение получаемых численных результатов с предсказаниями диффузионной теории переноса излучения.

Плотность атомов n во всех расчетах будет одинакова: $nk^{-3} = 0.005$. Это дает возможность приближенно смоделировать разреженные атомные ансамбли, с которыми имеют дело в экспериментах. Возбуждение предполагается прямоугольным импульсом, несущая частота которого совпадает с частотой перехода в свободном атоме. Длительность импульса $\gamma T = 50$, что позволяет возбуждать атомы в достаточно узком спектральном интервале вблизи атомного резонанса. Поляризация лазерного излучения может быть любая. Как следует из нашего анализа, ее характер не влияет на основные физические результаты, обсуждаемые в данной работе. Все конкретные численные результаты, приведенные далее, получены для циркулярно поляризованного света.

Результаты расчетов суммарной интенсивности флуоресценции, излучаемой во всех направлениях, во всем спектральном диапазоне и во всех поляризационных каналах, приведены на рис. 1a для атомных ансамблей различного размера. Размер задается длиной ребра куба L. На рис. 16 показана временная зависимость мгновенного времени задерж-



Рис. 1. Динамика флуоресценции атомных ансамблей различного размера. Плотность атомов $n = 0.005k^3$, длительность возбуждения $\gamma T = 50$. a — полная нормированная интенсивность излучения по всем направлениям и поляризациям I(t), δ — мгновенное время задержки $\tau(t)$

ки, которое определяется как величина, обратная м
гновенной скорости распада: $\tau(t)=1/\Gamma(t),$ где

 $\Gamma(t) = d\ln(I(t))/dt.$ (4)

Полученные кривые демонстрируют ряд важных физических результатов. На кривых рис. 1 можно выделить четыре характерных этапа изменения. В самом начале, после окончания импульса возбуждения (этот момент соответствует t = 0), на временах $t < \tau_{at}$ наблюдается эффект суперизлучения. Скорость распада $\Gamma(t)$ больше естественной ширины возбужденных атомных состояний γ . Затем наступает этап пленения излучения. Перенос излучения описывается диффузионным уравнением [26]. Этот этап можно разделить на две части. Вначале диффузия излучения описывается многомодовой динамикой. На этом этапе скорость распада уменьшается, а время пленения возрастает.

Затем наступает режим одномодовой диффузии, когда распад описывается одноэкспоненциальным законом с характерным временем τ_d . Хорошо видны прямолинейные участки на рис. 1a и горизонтальные на рис. 16. Длительность этого этапа возрастает с увеличением размеров системы. Для среды с большой оптической толщиной b, когда фотон испытывает многократное рассеяние внутри облака, время τ_d может быть оценено следующим образом:

$$\tau_d = \frac{3b^2}{\alpha \pi^2} \,\tau_{at},\tag{5}$$

где параметр α зависит от формы облака. Для кубического объема $\alpha = 3$.

В рассматриваемом случае резонансная оптическая толщина $b_0 = n\sigma_0 L$, где $\sigma_0 = 6k^{-2}$ — сечение резонансного рассеяния, составляет величину порядка 5.65 для наибольшего облака kL = 60. Это недостаточно большая толщина для применения формулы (5). При таких толщинах ее необходимо уточнить, заменив b на $b' = b_0 + b^*$. В работе [26] показано, что добавка b^* связана с особенностями граничных условий для уравнения диффузии излучения и определяется длиной свободного пробега фотона $l_0 = 1/(n\sigma_0)$ (подробнее см. ниже).

Наконец, после одноэкспоненциального этапа наблюдается заметное уменьшение скорости распада и возрастание времени пленения $\tau(t)$. При заданной плотности независимо от размеров ансамбля все кривые на этом участке на рис. 1*a* с хорошей точностью параллельны друг другу. На рис. 1*б* видно, что кривые для разных размеров ансамбля выходят на одну асимптоту, причем различия в мгновенных скоростях распада и мгновенных временах пленения практически лежат в пределах точности вычислений. В этой области времен зависимость характера субизлучения от размеров системы практически исчезает.

Такое резкое изменение поведения системы говорит об изменении основного механизма, приводящего к задержке флуоресценции. Если на предыдущих этапах характер послесвечения определялся пленением, вызванным диффузией излучения, то на рассматриваемом заключительном этапе мы имеем дело с излучением кластеров, случайно образующихся из близко расположенных атомов. В нашем случае разреженного облака это преимущественно кластеры, состоящие из двух атомов. У таких двухатомных квазимолекул среди возбужденных состояний есть долгоживущие антисимметричные состоя-



Рис. 2. Спектр право (σ^+) и лево (σ^-) циркулярно поляризованных компонент излучения, рассеянного атомным облаком на угол $\theta = \pi/4$, для разных моментов времени: $\gamma t = 20$ (a), 200 (δ). Расчет проведен для ансамбля kL = 50. Падающее излучение лево циркулярно поляризовано

ния, которые характеризуются большими временами жизни и которые ответственны за «классический» процесс субизлучения, предсказанный Дике.

Убедиться в изменении механизма задержки можно, проанализировав спектр вторичного излучения. В данной работе для определения спектра мы используем оконное преобразование Фурье [27] с окном прямоугольной формы и длительностью $\gamma \Delta t =$ = 30. На рис. 2*a* показаны спектры двух ортогональных циркулярно поляризованных компонент излучения, рассеянного на угол $\theta = \pi/4$, для случая, когда середине окна соответствует момент времени $\gamma t = 20$ после окончания возбуждения. На этом этапе мы наблюдаем лоренцев контур на частоте возбуждения, что говорит о том, что основной вклад в излучение дают несмещенные по частоте коллективные состояния.



Рис. 3. Спектр коллективных состояний атомного ансамбля плотностью $n=0.005k^3,\,kL=50$

При переходе к этапу двухатомного субизлучения $\gamma t = 200$ (рис. 26) спектр существенно изменяется. Здесь флуоресценция характеризуется сложной формой спектра, имеющей широкие крылья.

Наблюдаемая форма спектра определяется сложной структурой коллективных состояний, формируемой в результате диполь-дипольного взаимодействия, обусловленного многократным обменом фотонами между атомами. По существу, мы имеем дело с огромной квазимолекулой, состоящей из всех атомов, образующих ансамбль. На рис. 3 в качестве примера приведен спектр состояний для атомного облака с плотностью $n = 0.005k^3$ и размером kL = 50. Этот спектр определяется набором собственных чисел Л матрицы Грина для рассматриваемой системы $G_{ee'} = i\delta_{ee'} + (1 - \delta_{ee'})V_{ee'}$. Вещественная часть произведения $\gamma\Lambda$ равна сдвигу коллективного состояния относительно частоты перехода свободного атома, а мнимая — скорости его спонтанного распада. Результат, приведенный на рис. 3, получен усреднением по 600 различных случайных пространственных конфигураций атомов в ансамбле.

Как видно из рис. 3, большинство коллективных состояний для рассматриваемого разреженного ансамбля имеет относительно малый сдвиг, что обусловлено большим средним межатомным расстоянием, а следовательно, слабостью межатомного диполь-дипольного взаимодействия. Эти состояния определяют характер диффузии излучения и эффект пленения. Имеется, однако, некоторое число состояний с большими сдвигами и заметным отличием времени жизни от естественного. Эти состояния лежат на четырех хорошо различимых ветвях и связаны с отмеченным выше существованием в неупорядоченной среде пар близко расположенных атомов.

В рассматриваемом случае атомов с угловым моментом $J_e = 1$ собственные числа матрицы Грина, а следовательно, коллективные состояния двухатомных кластеров могут быть найдены аналитически. У таких кластеров имеется шесть возбужденных состояний. Две пары состояний вырождены. Сдвиги частот и ширины четырех различимых состояний удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\frac{\Delta}{\gamma} = \frac{3\epsilon}{4} \left(-\frac{p\cos(kr)}{kr} + q\left(\frac{\cos(kr)}{(kr)^3} + \frac{\sin(kr)}{(kr)^2}\right) \right),$$

$$\frac{\Gamma}{\gamma} = 1 - \frac{3\epsilon}{2} \left(-\frac{p\sin(kr)}{kr} + \frac{1}{kr} + q\left(\frac{\sin(kr)}{(kr)^3} - \frac{\cos(kr)}{(kr)^2}\right) \right),$$
(6)

где $\epsilon = \pm 1, p_0 = 0, q_0 = -2, p_{\pm 1} = 1, q_{\pm 1} = 1.$

Для суперизлучательных двухатомных состояний скорость распада приблизительно в два раза больше, чем для свободного атома (две верхние ветви на рис. 3). Для субизлучательных время жизни стремится к бесконечности при сближении атомов (нижние ветви). При этом спектральный сдвиг также стремится к бесконечности.

В процессе взаимодействия ансамбля с внешним излучением возбуждаются все коллективные состояния, в том числе и долгоживущие кластерные. Именно эти состояния и дают основной вклад в излучение на больших временах. Чем больше времени прошло с окончания возбуждения, тем более долгоживущие состояния дают наблюдаемый вклад во флуоресценцию, несмотря на относительно малую вероятность их возбуждения. По этой причине мы наблюдаем на рис. 1 монотонное возрастание мгновенного времени пленения.

Пленение и двухатомное субизлучение в эксперименте можно различить не только по характерным временам затухания или по спектральному составу. Эти два механизма различаются также поляризационными свойствами вторичного излучения при возбуждении ансамбля поляризованным светом. Многократное рассеяние в условиях пленения приводит к существенной деполяризации, что хорошо видно на рис. 2*a*. Спектральные плотности двух ортогональных поляризационных компонент одинаковы. Свет не поляризован.

При рассеянии на двухатомных кластерах свет остается частично поляризованным. При этом в од-

ном спектральном крыле, соответствующем положительным отстройкам, излучение не поляризовано, а в другом наблюдается существенное различие интенсивностей различных поляризационных компонент (рис. 26). Такое различие поляризации в разных крыльях спектра можно объяснить спецификой двухатомных субизлучательных состояний. Долгоживущие состояния с положительным сдвигом частоты формируются из атомных состояний с проекцией углового момента m = 0. При распаде таких квазимолекулярных состояний возникающее излучение не обладает циркулярной поляризацией. Состояния, сдвинутые в отрицательную область и имеющие большие времена жизни, обусловлены смешиванием атомных состояний с $m = \pm 1$. Их распад дает поляризованное излучение.

На рис. 4 приведены результаты расчета интенсивности двух ортогональных циркулярных поляризационных компонент, излучаемых на угол $\theta = \pi/4$, для широкого временного интервала. Для рассматриваемого резонансного возбуждения эффект пленения доминирует на достаточно длительном промежутке времени, на котором свет флуоресценции не поляризован. Начиная с времен $\gamma t \simeq 100$ становится заметен вклад двухатомного субизлучения. Интенсивности двух ортогональных поляризационных компонент на этом этапе различны. Свет становится частично поляризованным. Момент $\gamma t \simeq 100$ хорошо согласуется с результатами, показанными на рис. 1, где этап режима пленения излучения также заканчивается приблизительно на этих временах.

Для лучшего понимания процессов, происходящих на этапе послесвечения, помимо свойств вторичного излучения, мы проанализировали также пространственное распределение возбужденных атомов в ансамбле и его изменение со временем. Для двух моментов времени $\gamma t = 20$ и $\gamma t = 200$ после окончания импульса это распределение для облака с kL = 50 показано на рис. 5.

Видно, что для времен, для которых наблюдается медленная зависимость мгновенного времени пленения $\tau(t)$ (рис. 5*a*), пространственное распределение возбужденных атомов, которое для разреженных сред должно совпадать с распределением плененного излучения, с хорошей точностью описывается законом синуса. Такая зависимость характерна для диффузионного переноса и обеспечивает постоянную скорость затухания излучения. На границах облака возбуждение не равно нулю. Оно обращается в нуль на некотором расстоянии от границы облака. Именно поэтому время пленения определяется не оптической толщиной *b*, а несколько боль-



Рис. 4. Динамика изменения интенсивности двух ортогональных циркулярно поляризованных компонент (a) и степени циркулярной поляризации (δ) излучения на угол $\pi/4$. Возбуждение осуществляется светом с левой циркулярной поляризацией, kL = 50

шей величиной b'. Пока самая медленная диффузионная мода не распадется, форма распределения не меняется, изменяется только абсолютная величина плотности возбуждения. По мере приближения к последнему этапу на синусоидальной зависимости появляются некоторые «выбросы», которые со временем становятся доминирующими. Для больших времен, когда диффузия закончилась, распределение возбуждения становится практически равномерным (см. рис. 5 δ). Следы флуктуаций, сохраняющиеся на рис. 5, обусловлены усреднением по конечному (порядка 60000) числу ансамблей со случайным распределением атомов.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы детально проанализировали временную зависимость интенсивности флуо-



Рис. 5. Пространственное распределение возбужденных атомов в облаке kL = 50 для разных моментов времени: $\gamma t = 20$ (*a*), 200 (*б*)

ресценции, ее спектральный состав и поляризацию, а также пространственное распределение атомов, возбуждаемых импульсным излучением. Этот анализ показал, что при резонансном возбуждении задержка флуоресценции на разных этапах обусловлена разными механизмами. Вначале доминирует эффект пленения излучения, а на заключительном этапе основной вклад дает двухатомное субизлучение Дике. Изменение механизма флуоресценции приводит к качественным изменениям ее характеристик. На определенном этапе появляется поляризация, а спектр претерпевает существенное уширение.

Обнаруженные эффекты могут быть использованы при более детальном экспериментальном анализе свойств атомных ансамблей, охлаждаемых до сверхнизких температур в специальных ловушках.

Результаты работы были получены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (www.scc.spbstu.ru). **Финансирование.** Работа выполнена в рамках Государственного задания на проведение фундаментальных исследований (код темы FSEG-2020-0024).

ЛИТЕРАТУРА

- 1. L. V. Hau, Nature Photon. 2, 451 (2008).
- D. Bouwmeester, A. Ekert, and A. Zeilinger, *The Physics of Quantum Information*, Springer, Berlin, Heidelberg (2010).
- B. J. Bloom, T. L. Nicholson, J. R. Williams et al., Nature 506, 71 (2014).
- 4. R. H. Dicke, Phys. Rev. 93, 99 (1954).
- M. O. Araújo, I. Krešić, R. Kaiser, and W. Guerin, Phys. Rev. Lett. 117, 073002 (2016).
- S. J. Roof, K. J. Kemp, M. D. Havey, and I. M. Sokolov, Phys. Rev. Lett. 117, 073003 (2016).
- W. Guerin, M. O. Araújo, and R. Kaiser, Phys. Rev. Lett. 116, 083601 (2016).
- 8. L. L. Foldy, Phys. Rev. 67, 107 (1945).
- 9. M. Lax, Rev. Mod. Phys. 23, 287 (1951).
- J. Javanainen, J. Ruostekoski, B. Vestergaard, and M. R. Francis, Phys. Rev. A 59, 649 (1999).
- M. Rusek, J. Mostowski, and A. Orlowski, Phys. Rev. A 61, 022704 (2000).
- F. A. Pinheiro, M. Rusek, A. Orlowski, and B. A. van Tiggelen, Phys. Rev. E 69, 026605 (2004).
- 13. H. Fu and P. R. Berman, Phys. Rev. A 72, 022104 (2005).

- 14. A. A. Svidzinsky, J. T. Chang, and M. O. Scully, Phys. Rev. A 81, 053821 (2010).
- **15**. Д. В. Кузнецов, Вл. К. Рерих, М. Г. Гладуш, ЖЭТФ **140**, 742 (2011).
- 16. T. Bienaimé, R. Bachelard, P. W. Courteille, N. Piovella, and R. Kaiser, Fortschr. Phys. 61, 377 (2013).
- S. E. Skipetrov and I. M. Sokolov, Phys. Rev. Lett. 112, 023905 (2014).
- 18. L. Bellando, A. Gero, E. Akkermans, and R. Kaiser, Phys. Rev. A 90, 063822 (2014).
- 19. A. S. Kuraptsev and I. M. Sokolov, Phys. Rev. A 91, 053822 (2015).
- 20. A. S. Kuraptsev and I. M. Sokolov, Phys. Rev. A 94, 022511 (2016).
- **21**. И. М. Соколов, Письма в ЖЭТФ **106**, 317 (2017).
- 22. W. Guerin, M. T. Rouabah, and R. Kaiser, J. Mod. Opt. 64, 895 (2017).
- 23. A. S. Kuraptsev, I. M. Sokolov, and M. D. Havey, Phys. Rev. A 96, 023830 (2017).
- 24. S. E. Skipetrov and I. M. Sokolov, Phys. Rev. B 99, 134201 (2019).
- 25. И. М. Соколов, Д. В. Куприянов, М. Д. Хэви, ЖЭТФ 139, 288 (2011).
- 26. M. C. W. van Rossum and Th. M. Nieuwenhuizen, Rev. Mod. Phys. 71, 313 (1999).
- **27**. С. В. Божокин, И. М. Соколов, ЖТФ **88**, 1771 (2018).