

# ЭФФЕКТ ВСТРЕЧНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ АНСАМБЛЯ ЩЕЛОЧНЫХ АТОМОВ ПРИ ОПТИЧЕСКОЙ НАКАЧКЕ: ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИ УЧЕТЕ ДВИЖЕНИЯ АТОМОВ

К. А. Баранцев<sup>а\*</sup>, А. Н. Литвинов<sup>а</sup>, А. С. Пазгалёв<sup>б</sup>, А. К. Вершовский<sup>б</sup>

<sup>а</sup> Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
195251, Санкт-Петербург, Россия

<sup>б</sup> Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук  
194021, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 15 мая 2020 г.,  
после переработки 27 июля 2020 г.  
Принята к публикации 27 июля 2020 г.

Построена теория оптической накачки щелочных атомов при учете зеемановской и сверхтонкой структур, а также их движения в модели мгновенного перемешивания между зеемановскими и сверхтонкими подуровнями в возбужденном состоянии. Исследован эффект возникновения у атомов  $^{87}\text{Rb}$  и  $^{133}\text{Cs}$  углового момента, противоположного по отношению к моменту фотонов, которыми эти атомы накачиваются. Установлено, что данный эффект наиболее ярко выражен в  $D_2$ -линии. Проанализировано влияние давления буферного газа и интенсивности оптической накачки на особенности этого эффекта. Обсуждается влияние эффекта встречной поляризации на параметры высокочувствительных квантовых магнитометров.

DOI: 10.31857/S0044451021020036

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время одной из приоритетных задач когнитивной науки является задача исследования, интерпретации и моделирования принципов работы головного мозга [1]. Наиболее эффективными и информативными из неинвазивных методов таких исследований являются методы магнитно-резонансной томографии (МРТ) и энцефалографии, причем магнитоэнцефалография (МЭГ) [2–5] обнаруживает значительные преимущества перед электроэнцефалографией, поскольку в принципе позволяет построить картину трехмерного распределения токов в коре головного мозга человека. Ключевую роль в системах МЭГ играют сверхчувствительные датчики магнитного поля. В настоящее время системы МЭГ строятся на основе СКВИД-магнитометров, обладающих необходимой чувствительностью; однако функционирование таких датчиков невозможно без систем охлаждения и термостатиро-

вания, что накладывает серьезные ограничения на возможность их приближения к исследуемому объекту и, как следствие, на их пространственное разрешение. Кроме того, их обслуживание крайне дорого, а соответствующие системы имеют большие размеры, что существенно усложняет создание мобильных передвижных диагностических систем. Поэтому разработка квантового сенсора, способного стать альтернативой датчикам СКВИД в системах МЭГ позволила бы решить ключевую проблему, ограничивающую развитие перспективного направления нейровизуализации. В действительности спектр применения таких датчиков гораздо шире, в частности они могут найти широкое применение в задачах МРТ сверхслабого поля (МРТ ССП), предполагающих ориентацию протонов в исследуемом объекте с помощью импульсов относительно сильного поля и последующую регистрацию их прецессии в слабом поле, в котором неэффективны традиционные индукционные датчики — см., например, [6]. Квантовые сенсоры также не имеют себе равных в задачах дистанционного отслеживания движущихся магнитных микро- и наночастиц [7], а также в задачах гироскопии и навигации [8–10].

\* E-mail: kostmann@yandex.ru

Принцип работы оптических квантовых магнитометрических сенсоров (квантовых магнитометров) основывается на явлениях магнитного резонанса, оптической накачки и оптического детектирования магнитного резонанса [11, 12]. Использование лазерной оптической накачки [13] позволяет при облучении атомов резонансным светом с круговой поляризацией получить чрезвычайно высокую степень ориентации суммарного магнитного момента. Сущность этого метода состоит в селективном оптическом возбуждении магнитных уровней структуры основного или метастабильного состояния атомов, приводящем к нарушению больцмановского распределения в этой структуре. Метод оптического детектирования сигнала магнитного резонанса позволяет добиться предельно высокой чувствительности в измерениях магнитного поля. Существенным преимуществом этих методов является возможность создать на их основе датчик, занимающий объем в несколько кубических сантиметров [14–18]. В настоящее время наибольший прогресс в разработке квантового оптического сенсора для задач МЭГ и МРТ ССП достигнут с использованием режима подавления спин-обменного уширения магнитного резонанса в нулевых магнитных полях — SERF (Spin Exchange Relaxation Free) [19]. Однако датчикам SERF также присущи ограничения, наиболее серьезное из которых — ограниченный диапазон измеряемого поля и его изменений, особенно существенный для систем МРТ ССП.

Одним из главных параметров, определяющих чувствительность квантового магнитометра, является степень поляризации атомов, достижимая при использовании оптической накачки. Повышению эффективности накачки при использовании лазерных источников резонансного излучения посвящен ряд работ; в частности, в [20–22] наблюдался неожиданно сильный сигнал магнитного резонанса, детектируемый на уровне с полным моментом  $F = 4$ , при оптической накачке атомов  $^{133}\text{Cs}$  со сверхтонкого уровня с полным моментом  $F = 3$ . Объяснение этого эффекта было сделано в рамках модели, предполагающей наличие большого столкновительного уширения, вызванного высокой концентрацией атомов буферного газа (азота). В этом случае циркулярно поляризованное оптическое излучение с круговой поляризацией взаимодействует с обоими сверхтонкими уровнями возбужденного  $P_{1/2}$ -состояния, что приводит к увеличению амплитуды магнитного резонанса. Этот вопрос для  $D_2$ -линии в атомах цезия изучался в [23]. Авторы этой работы при вне-резонансной оптической накачке экспериментально

наблюдали высокую степень спиновой ориентации, которая, по их мнению, была значительно усилена за счет спин-обменных столкновений. В работе [24] было экспериментально и теоретически исследовано сужение магнитного резонанса, вызванное накачкой атомов Cs на крайний подуровень нижнего уровня  $F = 3$  сверхтонкой структуры. Авторы пришли к выводу, что перенос поляризации с уровня  $F = 4$  на уровень  $F = 3$  происходит за счет спин-обменных столкновений.

В работе [25] был проведен эксперимент в условиях концентрации атомов буферного газа, достаточно низкой для того, чтобы предложенный в [20–22] механизм зеemanовской накачки уровня  $F = 4$  за счет столкновительного уширения оптической линии поглощения заведомо не давал вклада в сигнал магнитного резонанса, и дано альтернативное объяснение результатов работ [20–22]. Авторы этой работы связали высокий сигнал магнитного резонанса при оптической накачке атомов  $^{133}\text{Cs}$  с нижнего сверхтонкого уровня основного состояния с неполным выравниванием (перемешиванием) населенностей зеemanовских подуровней в возбужденном состоянии щелочного атома при столкновениях с молекулами буферного газа (азота). В работе [25] было экспериментально подтверждено высказанное в [13, 26] предположение о том, что в акте столкновения молекулы буферного газа с щелочным атомом в возбужденном состоянии разрушению подвергается только состояние электронной оболочки атома, а проекция момента ядра при этом сохраняется. Это приводит к частичному переносу поляризации из возбужденного состояния в основное за счет того, что ядерный и электронный спины связаны сверхтонким взаимодействием, и, как следствие, к тому, что возврат населенности из возбужденного состояния происходит неравномерно.

Несомненно, и состав буферного газа может влиять на процессы перемешивания между населенностями в возбужденном состоянии. Это определяет характер заселения зеemanовских подуровней при переходе атома в основное состояние. Как было отмечено выше, при использовании молекулярного азота в качестве буферного газа может иметь место сохранение ядерной компоненты спина [27, 28]. При достаточно высоких давлениях столкновения возбужденных щелочных атомов с молекулами буферного газа приводят к полному перераспределению как электронных, так и ядерных моментов. Это приводит к случайному распределению населенностей всех подуровней возбужденного состояния. В этом случае спонтанные переходы из возбужденно-

го состояния будут происходить с равной вероятностью на любой из подуровней основного состояния [29]. Эта простая модель широко применяется для больших давлений буферного газа. Очевидно, в реальном датчике, использующем механизм накачки, предложенный в [20–22] (см., например, [4]), в той или иной степени имеют место все перечисленные выше механизмы накачки — как за счет уширения оптических линий буферным газом, так и за счет неполного разрушения ядерного спина в возбужденном состоянии.

Таким образом, задача корректного описания оптической накачки щелочных атомов в ячейке с буферным газом достаточно высокой концентрации (сотни Торр) представляет существенный как прикладной, так и фундаментальный интерес. В [30] теоретически изучен световой сдвиг при оптической накачке щелочных атомов с учетом релаксационных процессов в предположении полного перемешивания между зеемановскими подуровнями возбужденного состояния. При этом в работе столкновения щелочных атомов с атомами буферного газа учитываются путем введения феноменологических констант, а движением атомов пренебрегается. Рассмотрение такой простой модели не позволяет описать целый ряд эффектов, имеющих место в реальных многоуровневых атомах [31–33].

В настоящей работе мы развиваем теорию оптической накачки щелочных атомов с учетом их движения, приводящего к доплеровскому и ударному уширению линии поглощения, а также с учетом всей зеемановской и сверхтонкой структуры как основного, так и возбужденного состояний. Корректное описание процессов оптической накачки возможно только при одновременном учете этих двух факторов ввиду того, что уширение линий переходов может быть сравнимо со сверхтонким расщеплением. Это ведет к взаимному перекрытию уровней и возбуждению одночастотным лазерным полем сразу большой группы переходов. В эту группу могут входить переходы из различных сверхтонких подуровней основного состояния, что ведет к возникновению  $\Lambda$ -подобных схем возбуждения и низкочастотных атомных когерентностей, модифицирующих процесс поглощения. Учет столкновений щелочных атомов с атомами буферного газа проводится в модели полного перемешивания между зеемановскими и сверхтонкими подуровнями в возбужденном состоянии. Исследованы условия, при которых возникает поляризация атомов, направленная в противоположную сторону к спине накачивающих фотонов, — эффект, описанный Хаппером

[13]; этот эффект анализируется для широкого диапазона параметров для  $D_1$ - и  $D_2$ -линий щелочных атомов  $^{87}\text{Rb}$  и  $^{133}\text{Cs}$ . Определена область интенсивностей и давлений буферного газа, при которых наблюдается наиболее яркое проявление этого эффекта.

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим атом щелочного металла в поле плоской монохроматической волны, распространяющейся вдоль оси  $z$ . Вектор напряженности электрического поля волны записывается как

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{e}_p E_0 e^{-i(\omega t - kz)} + \text{c.c.}, \quad (1)$$

где  $E_0$  — комплексная амплитуда,  $\mathbf{e}_p$  — орт поляризации,  $\omega$ ,  $k$  — частота и волновое число. Квантовое кинетическое уравнение для матрицы плотности в представлении Вигнера имеет вид [34]

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m_a} \nabla \right) \hat{\rho}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = -\frac{i}{\hbar} \left[ \hat{H}, \hat{\rho}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) \right] + \hat{R} \hat{\rho}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) + \hat{S} \hat{\rho}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t). \quad (2)$$

Здесь  $\hat{\rho}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$  — атомная матрица плотности,  $\hat{R}$  — супероператор, описывающий спонтанный распад возбужденного состояния ввиду взаимодействия с вакуумным полем,  $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$  — гамильтониан, являющийся суммой атомного гамильтониана

$$\hat{H}_0 = \sum_n \epsilon_n |n\rangle \langle n|, \quad (3)$$

где  $\epsilon_n$  — энергии атомных уровней, и оператора взаимодействия в дипольном приближении и приближении вращающейся волны:

$$\hat{V} = -\hat{\mathbf{d}}\mathbf{E} = -E_0 \sum_{e,g} (\mathbf{d}_{eg} \cdot \mathbf{e}_p) \times e^{-i(\omega t - kz)} |e\rangle \langle g| + \text{H.c.} \quad (4)$$

Здесь индекс « $e$ » пробегает все уровни возбужденного состояния ( $P_{1/2}$  для  $D_1$ -линии и  $P_{3/2}$  для  $D_2$ -линии), а « $g$ » — все уровни основного состояния;  $\mathbf{d}_{eg}$  — матричные элементы оператора дипольного момента.

Движение атомов учитывается посредством члена с оператором «набла» в левой части (2), описывающего баллистический пролет атомов с импульсом  $\mathbf{p}$ , и интегрального столкновительного супероператора  $\hat{S}$  в правой части, описывающего изменение импульса и внутренние переходы при столкновениях атомов.

В приближении плоского фронта волны задачу можно свести к одномерной, поскольку ввиду эффекта Доплера матрица плотности будет зависеть только от продольной компоненты скорости:  $\hat{\rho}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = \hat{\rho}(v, z, t)$ , где  $v = p_z/m_a$  — компонента скорости вдоль оси  $z$ . Трехмерная диффузия импульса атома в результате спонтанных переходов из оптически возбужденного состояния не учитывается в силу того, что при комнатной температуре импульс фотона много меньше импульса атома. Выделим в недиагональных элементах матрицы плотности быстро осциллирующий множитель на частоте внешнего поля:  $\rho_{ge}(v, z, t) = \tilde{\rho}_{ge}(v, z, t)e^{i(\omega t - kz)}$ . Рассматривая оптически тонкую среду и пренебрегая стеночными эффектами, положим производную по координате в левой части уравнения (2) равной нулю. Тогда система квантовых кинетических уравнений (2) в момент времени  $t$  (для краткости этот аргумент опущен) примет вид

$$\dot{\rho}_{ge}(v) = -i \sum_{g'} E_0^* D_{g'e} \rho_{gg'}(v) + i E_0^* D_{ge} \rho_{ee}(v) + (i(kv - \delta_{eg}) - \gamma/2 - \nu_{opt}) \tilde{\rho}_{ge}(v), \quad (5)$$

$$\dot{\rho}_{gg'}(v) = i \sum_e \{ E_0^* D_{ge} \tilde{\rho}_{eg'}(v) - E_0 D_{eg'} \tilde{\rho}_{ge}(v) \} + i \omega_{g'g} \rho_{gg'}(v) - \nu \rho_{gg'}(v) + \nu_{coh} M(v) \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{gg'}(v') dv', \quad (6)$$

$$\dot{\rho}_{gg}(v) = i \sum_e \{ E_0^* D_{ge} \tilde{\rho}_{eg}(v) - E_0 D_{eg} \tilde{\rho}_{ge}(v) \} + \frac{\gamma}{N_g} \sum_e \rho_{ee}(v) - \nu \rho_{gg}(v) + M(v) \left\{ (v - \nu_{SE}) \times \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{gg}(v') dv' + \frac{\nu_Q}{N_g} \sum_e \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{ee}(v') dv' + \frac{\nu_{SE}}{N_g - 1} \sum_{g' \neq g} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{g'g'}(v') dv' \right\}. \quad (7)$$

Уравнение для населенностей возбужденных уровней записывать нет необходимости, поскольку в дальнейшем выразим эти населенности через условие нормировки:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \sum_e \rho_{ee}(v) + \sum_g \rho_{gg}(v) \right\} dv = 1. \quad (8)$$

Несмотря на то, что накачка осуществляется одночастотным полем, в атомах могут возникать низкочастотные когерентности  $\rho_{gg'}$ , например, при высоких давлениях буферного газа и высоких температурах, когда уширение линии поглощения сравнимо со сверхтонким расщеплением основного состояния. При этом одночастотное поле «захватывает» оба нижних сверхтонких подуровня, создавая  $\Lambda$ -подобные схемы возбуждения, поэтому необходимо удерживать низкочастотные когерентности в системе (5)–(7).

В системе уравнений (5)–(7) множитель  $\gamma$  описывает процесс спонтанного распада возбужденного состояния,  $\gamma \sim 3 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$ . Столкновительные члены, пропорциональные  $\nu_\alpha$ , ( $\alpha = coh, opt, Q, SE$ ) в правых частях (5)–(7) записаны в модели сильных столкновений, когда массы активного и буферного атомов сопоставимы [35]. Уходные члены пропорциональны полной частоте столкновений  $\nu = n_{buf} \sigma u$  активного (оптически возбужденного) атома, где  $n_{buf}$  — концентрация буферного газа,  $u$  — относительная скорость атома щелочного металла и молекулы буферного газа,  $\sigma$  — газокинетическое сечение  $\sim (3 \dots 5) \cdot 10^{-15} \text{ см}^2$ . Ядро интегралов в приходных членах имеет вид  $\nu_\alpha M(v)$ , поскольку в модели сильных столкновений скорость атома  $v$  после столкновения не зависит от его скорости  $v'$  до столкновения. Здесь  $M(v) = (\sqrt{\pi} v_T)^{-1} \exp(-v^2/v_T^2)$  — распределение Максвелла по проекции скорости,  $v_T = \sqrt{2k_B T/m_a}$  — наиболее вероятная скорость,  $\nu_{coh}$  — частота столкновений, при которых сохраняется низкочастотная когерентность в основном состоянии,  $\nu_{opt} = n_{buf} \sigma_{GU} u$  — частота столкновений, при которых разрушается оптическая когерентность (ударное уширение  $\sigma_{GU}$  оптической линии азотом имеет величину  $\sim 10^8 \text{ с}^{-1}/\text{Торр}$ ). Последняя определяет столкновительную ширину линии поглощения паров щелочного металла [36]. Величина

$$\nu_{SE} = n_{Me} \sigma_{Me} u_{Me} + n_{buf} \sigma_{BG} u + \left( \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 + \left( \frac{2.405}{\mathfrak{R}} \right)^2 \right) \mathfrak{D} \quad (9)$$

— частота неупругих столкновений, при которых происходит переход между нижними уровнями. В нее вносят вклад три процесса: разрушение спина при столкновениях между активными атомами с сечением  $\sigma_{Me} \sim 10^{-14} \text{ см}^2$ , при столкновениях активных атомов с буферным газом с сечением  $\sigma_{BG} \sim (1 \dots 5) \cdot 10^{-22} \text{ см}^2$  и разрушение спина на стенках ячейки в результате диффузии к ним. Здесь  $n_{Me}$  — концентрация пара щелочного метал-

ла,  $u_{Me}$  — относительная скорость двух сталкивающихся щелочных атомов,  $L$ ,  $\mathfrak{R}$  — длина и радиус цилиндрической ячейки,  $\mathfrak{D}$  — коэффициент диффузии активных атомов в буферном газе. Частота  $\nu_Q = n_{buf}\sigma_Q u$  — частота неупругих столкновений, при которых происходит переход с верхних уровней на нижние [37],  $\sigma_Q \sim 10^{-14} \dots 10^{-15} \text{ см}^2$  — сечение тушения азотом. Такое тушение происходит за счет безызлучательных переходов с участием азота, у которого полоса колебательно-вращательных переходов практически совпадает с частотой резонансных линий щелочных металлов. При этом вероятность обратного процесса — столкновительного возбуждения — при рассматриваемых температурах исчезающе мала. В выражениях (5)–(7)  $N_g$  — полное число уровней основного состояния,  $\delta_{eg} = \omega - \omega_{eg}$  — отстройка излучения от конкретного перехода  $|e\rangle \leftrightarrow |g\rangle$ ,  $D_{eg} = (\mathbf{d}_{eg} \cdot \mathbf{e}_p)/\hbar$  — проекция матричного элемента оператора дипольного момента на орт поляризации.

Приходный член в основное состояние из возбужденного за счет спонтанного распада ( $\propto \gamma$ ) и столкновений ( $\propto \nu_Q$ ) в правой части уравнения (7) записан в предположении, что в возбужденном состоянии населенность мгновенно перемешивается по всем подуровням и вниз распадается равномерным образом (со статистическим весом  $1/N_g$ ). Такой процесс в возбужденном состоянии происходит за счет случайной переориентации моментов атомов при столкновениях и имеет место при достаточно высоких давлениях буферного газа (несколько Торр и выше) [29]. Заметим, что высокая концентрация буферного газа позволяет нам пренебрегать взаимодействием активных атомов друг с другом [38, 39].

Сечение взаимодействия момента электронной оболочки с моментом относительного движения сталкивающихся атомов велико по сравнению с сечением спин-обмена, поэтому распад оптических когерентностей при столкновениях происходит значительно чаще, чем распад низкочастотных. Тогда, в предположении распада оптических когерентностей при каждом столкновении, в уравнении (5) приходный член будет отсутствовать. С математической точки зрения отсутствие интеграла по скорости в правой части этого уравнения значительно облегчит дальнейшее решение данной интегродифференциальной системы.

Далее будем искать стационарное решение, приравняв производные по времени в левых частях (5)–(7) нулю:  $\dot{\rho}_{\alpha\beta}(v) = 0$ . Тогда система станет интегральной. Для температур газовых ячеек 30–80 °С и интенсивностей не более 10 мВт/см<sup>2</sup> скорость

распада возбужденного состояния ввиду процессов столкновительного тушения превосходит скорость его заселения под действием лазерного поля, поэтому можно положить  $\rho_{ee} \ll \rho_{gg}$ , а распределение по скоростям населенностей нижних уровней и низкочастотных когерентностей максвелловским:

$$\rho_{gg}(v) = M(v)\rho_{gg}, \quad \rho_{gg'}(v) = M(v)\rho_{gg'}. \quad (10)$$

Чтобы свести систему к алгебраической, проинтегрируем (5)–(7) по скорости и перейдем к системе для редуцированных элементов матрицы плотности  $\rho_{\alpha\beta} = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{\alpha\beta}(v) dv$ . Для этого выразим из уравнения (5) редуцированные оптические когерентности:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\rho}_{eg}(v) dv &= \\ &= -i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{M(v) dv}{i(\delta_{eg} - kv) - \Gamma_{opt}} E_0 \sum_{g'} D_{eg'} \rho_{g'g}, \end{aligned} \quad (11)$$

где интеграл по скорости может быть взят аналитически:

$$\begin{aligned} W(\delta_{eg}) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{M(v) dv}{i(\delta_{eg} - kv) - \Gamma_{opt}} = \\ &= -\frac{\sqrt{\pi}}{kv_T} w \left( \frac{\delta_{eg} + i\Gamma_{opt}}{kv_T} \right), \end{aligned} \quad (12)$$

$w(x) = \exp(-x^2)(1 - \text{erf}(x))$  — комплексная функция ошибок,  $\Gamma_{opt} = \gamma/2 + \nu_{opt}$  — модифицированная за счет столкновений скорость распада оптических когерентностей. Мнимая часть выражения (12) описывает форму линии поглощения на конкретном переходе  $|e\rangle \leftrightarrow |g\rangle$ , которая представляет собой контур Фойгта, имеющий доплеровскую ( $\propto kv_T$ ) и ударную ( $\propto \Gamma_{opt}$ ) ширины.

Подставим выражение (11) в уравнения (6) и (7), проинтегрированные по скорости, воспользуемся условием нормировки (8) и получим окончательно систему для населенностей нижних уровней и низкочастотных когерентностей:

$$\begin{aligned} 0 &= (i\omega_{g'g} - \Gamma_{12})\rho_{gg'} + |E_0|^2 \sum_e \left\{ D_{ge} W(\delta_{eg'}) \times \right. \\ &\times \left. \sum_{g''} D_{eg''} \rho_{g''g'} + D_{eg'} W^*(\delta_{eg}) \sum_{g''} D_{g''e} \rho_{gg''} \right\}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$0 = |E_0|^2 \sum_e \left\{ D_{ge} W(\delta_{eg}) \sum_{g'} D_{eg'} \rho_{g'g} + D_{eg} W^*(\delta_{eg}) \sum_{g'} D_{g'e} \rho_{gg'} \right\} + \frac{\gamma + \nu_Q}{N_g} \times \left\{ 1 - \sum_{g'} \rho_{g'g'} \right\} - \nu_{SE} \rho_{gg} + \frac{\nu_{SE}}{N_g - 1} \sum_{g' \neq g} \rho_{g'g'}. \quad (14)$$

Здесь  $\Gamma_{12} = \nu - \nu_{coh} = \nu_{SE}/2$  — скорость разрушения низкочастотных когерентностей.

Алгебраическая система уравнений (13), (14) позволяет найти стационарную матрицу плотности атомов щелочного металла в оптически тонкой ячейке с буферным газом при конечной температуре в поле произвольно поляризованного монохроматического излучения, частота Раби которого удовлетворяет условию  $\Omega \ll \nu$ , а также во внешнем постоянном магнитном поле. Скалярные произведения матричного элемента дипольного момента и орта поляризации  $D_{eg}$  могут быть найдены путем разложения этих векторов по циклическим ортам, при этом ось квантования целесообразно выбрать вдоль постоянного магнитного поля.

### 3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Рассмотрим схемы возбуждения для атомов  $^{87}\text{Rb}$  и  $^{133}\text{Cs}$  на  $D_1$ - и  $D_2$ -линиях монохроматическим лазерным излучением  $\sigma^+$ -поляризации (рис. 1).

Для определенности будем отсчитывать отстройку  $\delta$  поля от перехода  $|F_g = I_n + J_g\rangle \leftrightarrow |F_e = I_n + J_e\rangle$ , где  $F_g$  — полный угловой момент основного состояния,  $I_n$  — момент ядра,  $J_{g,e}$  — моменты электронной оболочки в основном и возбужденном состояниях. На рис. 1 изображены основные факторы, определяющие распределение населенностей атома в окрестности нулевой отстройки: накачка полем  $\mathbf{E}$ , распад из возбужденного состояния в основное с результирующей скоростью  $\gamma'$  и перемешивание населенностей в основном состоянии со скоростью  $\nu_{SE}$ . Последние два фактора приводят к равномерному распределению по подуровням основного состояния, в то время как накачка полем  $\mathbf{E}$  приводит к возникновению ненулевой полной поляризации.

На основе вычисленной матрицы плотности из системы уравнений (13), (14) определим среднее значение проекции полного момента следующим образом:

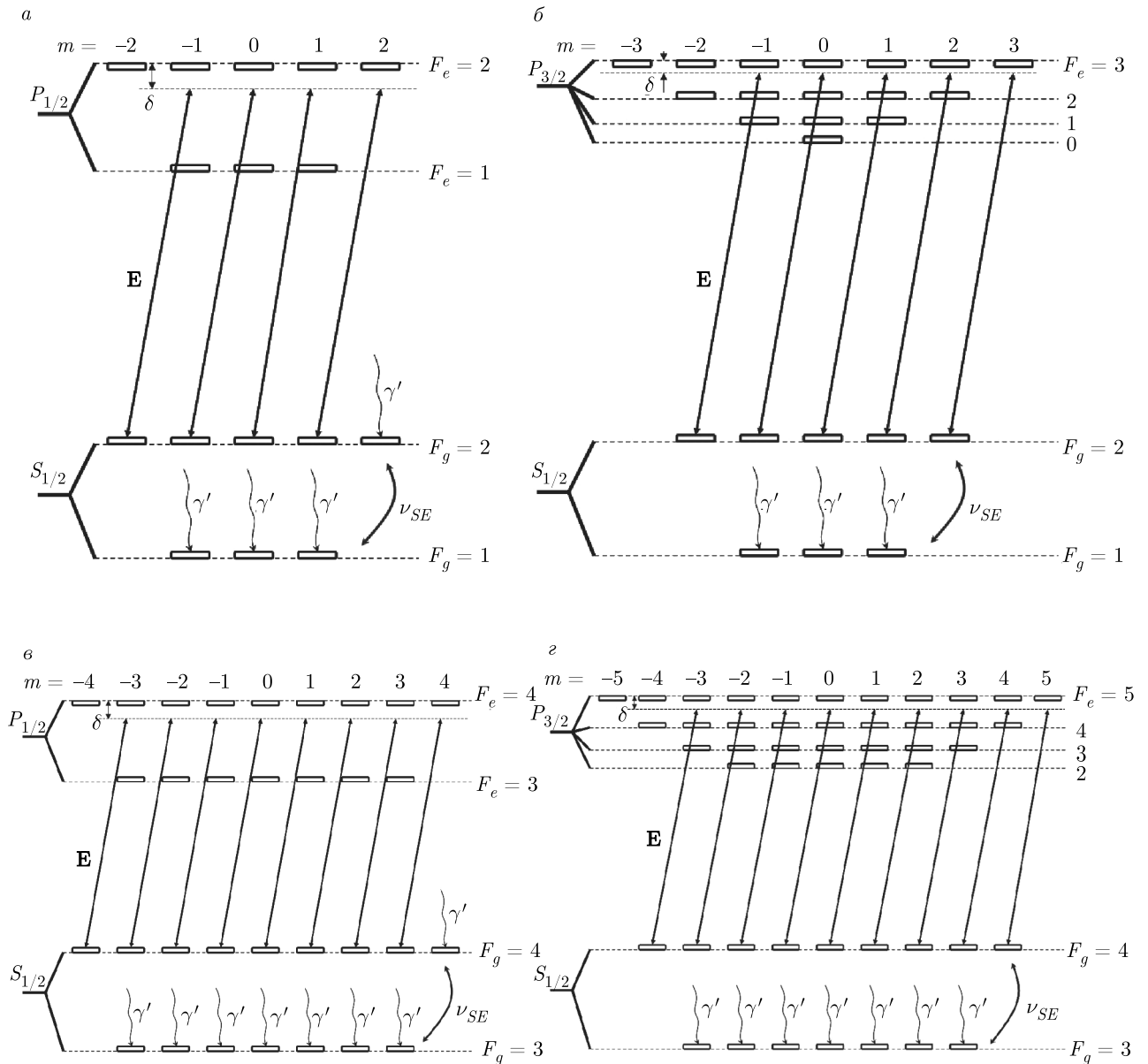
$$P = \sum_g m_g \rho_{gg}. \quad (15)$$

Величина  $P$  пропорциональна поляризации полного момента атомов в газе, поэтому далее для краткости будем называть  $P$  поляризацией; отметим, что

эта величина не нормирована на единицу и лежит в границах  $\pm(I_n + J_e)$ . Здесь суммирование идет по подуровням основного состояния, так как вклад возбужденного мультиплета в предположении мгновенного перемешивания равен нулю.

На рис. 2 приведены зависимости поляризации среды от отстройки лазерного излучения. Для малых давлений буферного газа разрешима сверхтонкая структура как основного, так и возбужденного состояний. Накачка проводится излучением с  $\sigma^+$ -поляризацией, поэтому при поглощении излучения атомом его проекция полного момента возрастает на  $+1$  (здесь и ниже численное значение моментов приведено в единицах постоянной Планка  $\hbar$ ). После возбуждения происходит релаксация, которая может идти двумя путями: через излучательную рекомбинацию атома со скоростью  $\gamma$  и через безызлучательный распад в основное состояние при неупругих столкновениях активных атомов с буферным газом со скоростью  $\nu_Q$ . При рассматриваемом давлении и температуре вероятность безызлучательного распада значительно превосходит вероятность спонтанной рекомбинации,  $\gamma \ll \nu_Q$  [29], поэтому при анализе исследуемых явлений последним процессом можно пренебречь. Более того, столкновительное уширение превалирует над доплеровским ( $\Gamma > kv_T$ ), поэтому ширина линии поглощения пропорциональна давлению буферного газа. В то время, пока атом пребывает в возбужденном состоянии между актами безызлучательного распада, он испытывает упругие столкновения с молекулами буферного газа, которые изменяют ориентацию механического момента активного атома и в модели полного перемешивания приводят к случайному распределению населенностей всех подуровней возбужденного состояния. Поэтому приобретенный от поглощенного фотона момент  $+1$  при оптическом возбуждении может быть отдан буферному газу при безызлучательной рекомбинации, а атом может получить как положительную, так и отрицательную добавку к проекции полного момента. В отсутствие поля данный процесс рекомбинации привел бы к равномерному распределению по нижним подуровням. При наличии постоянной оптической накачки распределение населенностей на нижних уровнях и, как следствие, поляризация среды определяются накачкой.

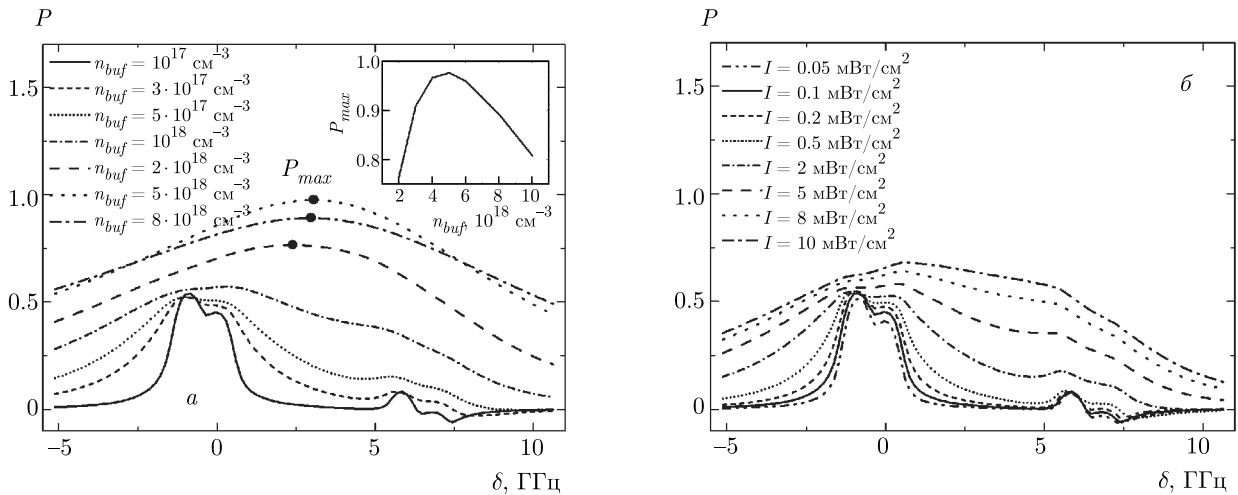
Для малых давлений буферного газа, когда поле резонансно переходам  $|F_g = 2\rangle \leftrightarrow |F_e = 1, 2\rangle$  (рис. 2, сплошная кривая, левый сдвоенный пик), атомная поляризация имеет положительную величину, ввиду наличия уровней, с которых отсутствует выкачка полем — так называемых «карманов». Такая на-



**Рис. 1.** Схемы возбуждения атома <sup>87</sup>Rb (a,б) и <sup>133</sup>Cs (в,г) на D<sub>1</sub>- и D<sub>2</sub>-линиях соответственно лазерным излучением σ<sup>+</sup>-поляризации, δ — отстройка от перехода |F<sub>g</sub> = I<sub>n</sub> + J<sub>g</sub>⟩ ↔ |F<sub>e</sub> = I<sub>n</sub> + J<sub>e</sub>⟩. γ' = (γ + ν<sub>Q</sub>)/N<sub>g</sub> — результирующая скорость прихода из возбужденного состояния в основное

качка, приводящая к избыточному перенаселению не взаимодействующих со светом уровней основного состояния по механизму частичной передачи им момента через возбужденное состояние называется накачкой типа «geropulation». При настройке на переход |F<sub>g</sub> = 1⟩ ↔ |F<sub>e</sub> = 1⟩, аналогично, имеется положительный максимум, ввиду наличия «кармана» меньшей амплитуды в связи с тем, что максимальная проекция момента у мультиплета F<sub>g</sub> = 1 в два раза меньше, чем у F<sub>g</sub> = 2. Иная картина наблюдается при настройке на переход |F<sub>g</sub> = 1⟩ ↔ |F<sub>e</sub> = 2⟩.

При этом «кармана» не возникает и поляризация становится отрицательной (рис. 2, сплошная кривая, правый отрицательный пик). Это происходит в связи с тем, что матричные элементы переходов с уровней |F<sub>g</sub> = 1, m = -1, 0, +1⟩ ↔ |F<sub>e</sub> = 2⟩ возрастают в отношениях 1/2√3, 1/2 и 1/√2 соответственно. Таким образом, максимальная скорость выкачки полем имеет место с уровня m = +1, а минимальная — с уровня m = -1. Такая накачка вызывает неравномерное заселение зеемановских подуровней, возрастающее к уровню m = -1, что в сумме дает



**Рис. 2.** Поляризация газа при накачке  $D_1$ -линии  $^{87}\text{Rb}$  монохроматическим лазерным излучением с  $\sigma^+$ -поляризацией в зависимости от отстройки при разных концентрациях буферного газа (давление варьируется от 3.1 до 250 Торр), интенсивность при этом  $I = 0.1 \text{ мВт/см}^2$  (а) и разных интенсивностях при концентрации буферного газа  $n_{\text{buf}} = 10^{17} \text{ см}^{-3}$  (б). На вставке рис. а изображена зависимость максимального значения поляризации  $P_{\text{max}}$  (отмечено черными точками на основном рисунке) от давления буферного газа. Буферный газ — азот, температура  $T = 30^\circ\text{C}$ , длина ячейки 2 см, радиус ячейки 1 см

отрицательное значение поляризации. Для  $D_1$ -линии  $^{87}\text{Rb}$  отрицательное значение составляет единицы процентов, однако для  $D_2$ -линии  $^{87}\text{Rb}$  и  $^{133}\text{Cs}$  можно достичь существенно больших значений отрицательной поляризации.

При увеличении давления буферного газа сверхтонкая структура перестает быть разрешена и зависимость поляризации от отстройки переходит в кривую с одним максимумом, который образован вкладом от всех сверхтонких компонент основного и возбужденного состояний (рис. 2а). При этом наблюдается оптимум максимального значения поляризации ( $P_{\text{max}}$ ) в зависимости от давления буферного газа (см. вставку на рис. 2а). Аналогично, при увеличении интенсивности поля начинают давать вклад все сверхтонкие подуровни  $D_1$ -линии и происходит переход в кривую с одним максимумом (рис. 2б).

Эффект возникновения отрицательной поляризации сильнее проявляется при возбуждении  $D_2$ -линии  $^{87}\text{Rb}$ , поскольку при настройке на переход  $|F_g = 2\rangle \leftrightarrow |F_e = 3\rangle$  отсутствует «карман» и при этом максимальная проекция момента достигает значения  $-2$ . Ввиду отличия матричных элементов переходов для различных зеемановских подуровней основного состояния  $F_g = 2$  скорость накачки возрастает от уровня с проекцией  $m = -2$  к уровню с проекцией  $m = +2$ . Отрицательное значение поляризации при этом достигает  $-0.24$  (рис. 3а), причем положение этого экстремума по

оси отстроек не совпадает с точным резонансом перехода  $|F_g = 2\rangle \leftrightarrow |F_e = 3\rangle$ , а смещено в высокочастотную область. Данная оптимальная отстройка определяется тем, что взаимодействие с уровнем  $F_e = 2$  уже ослаблено (поскольку при этом образуется «карман»), но с уровнем  $F_e = 3$  еще достаточно сильное. Существует также оптимальная интенсивность, при которой достигается максимальное значение отрицательной поляризации (рис. 3б). Это объясняется тем, что при слишком малой интенсивности процесс перемешивания населенностей в основном состоянии превалирует и распределение населенностей стремится к равномерному, а при слишком большой интенсивности скорость выкачки с уровня  $F_g = 2$  превосходит скорость перемешивания и населенность скапливается на уровне  $F_g = 1$ , распределяясь равномерно по зеемановским подуровням. Тип накачки, при котором происходит полное перемешивание в возбужденном состоянии, и, соответственно, не происходит передачи момента через возбужденное состояние в основное, называют «depopulation», или накачкой, уменьшающей населенность. Наиболее населенными оказываются те уровни, которые слабо взаимодействуют со светом. В случае  $D_2$ -линии это уровни, дающие вклад в отрицательную поляризацию при накачке светом  $\sigma^+$ -поляризации.

Из сказанного выше следует, что итоговое распределение населенностей определяют два противо-



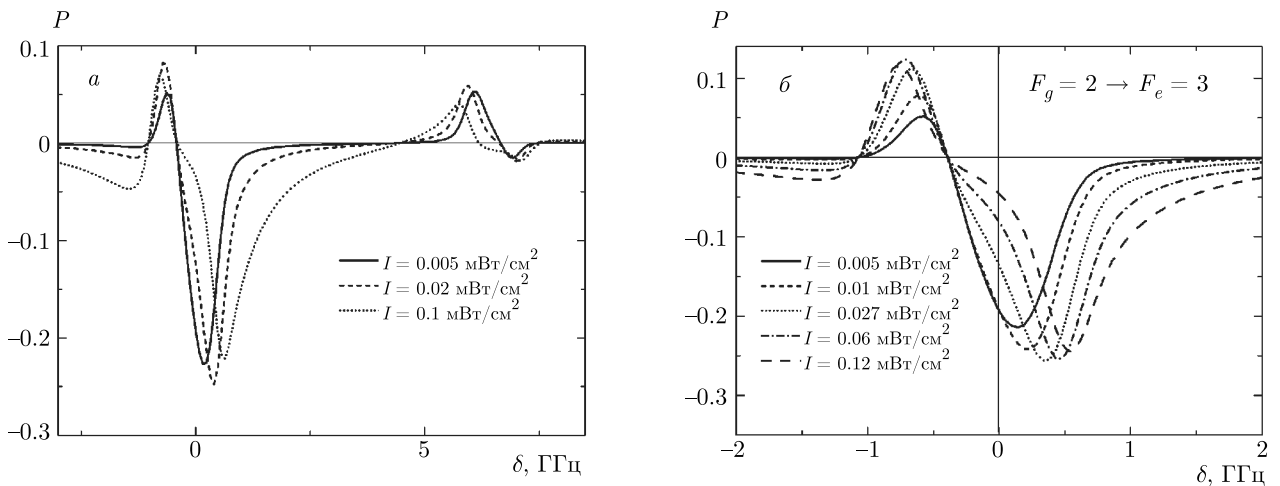


Рис. 3. Поляризация газа при накачке  $D_2$ -линии  $^{87}\text{Rb}$  монохроматическим лазерным излучением с  $\sigma^+$ -поляризацией в зависимости от отстройки при разных интенсивностях: а) в диапазоне отстроек, захватывающем оба сверхтонких подуровня основного состояния, б) в диапазоне отстроек вблизи перехода  $|F_g = 2\rangle \leftrightarrow |F_e = 3\rangle$ . Концентрации буферного газа  $n_{buf} = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , остальные параметры те же, что на рис. 2

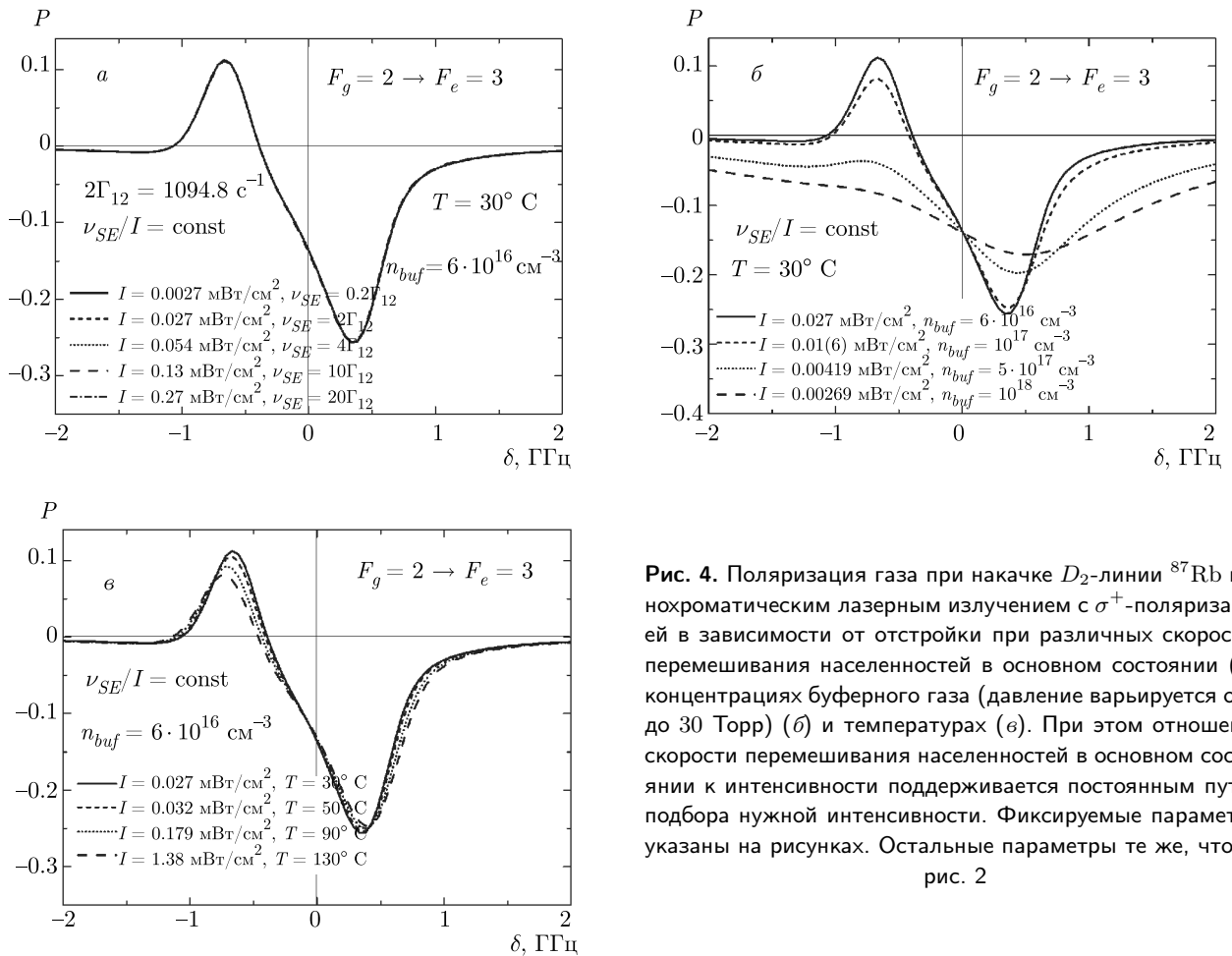


Рис. 4. Поляризация газа при накачке  $D_2$ -линии  $^{87}\text{Rb}$  монохроматическим лазерным излучением с  $\sigma^+$ -поляризацией в зависимости от отстройки при различных скоростях перемешивания населенностей в основном состоянии (а), концентрациях буферного газа (давление варьируется от 2 до 30 Торр) (б) и температурах (в). При этом отношение скорости перемешивания населенностей в основном состоянии к интенсивности поддерживается постоянным путем подбора нужной интенсивности. Фиксируемые параметры указаны на рисунках. Остальные параметры те же, что на рис. 2

борствующих процесса — оптическая накачка и перемешивание населенностей в основном состоянии. При одновременном увеличении скорости перемешивания и интенсивности распределение населенностей и поляризация среды остаются неизменными, что иллюстрирует рис. 4а.

Здесь интенсивность и скорость перемешивания населенностей в основном состоянии изменяются, а их отношение сохраняется. Такое изменение скорости перемешивания населенностей в основном состоянии  $\nu_{SE}$  в эксперименте возможно посредством изменения других параметров, например, давления буферного газа, его типа или температуры, а связь  $\nu_{SE}$  со скоростью распада низкочастотной когерентности всегда имеет вид  $\nu_{SE} = 2\Gamma_{12}$ . Однако в математической модели мы позволили себе изменять  $\nu_{SE}$  независимо от других параметров, чтобы убедиться, что на величину поляризации влияет исключительно отношение  $\nu_{SE}/I$ . В эксперименте, зная это отношение, можно подобрать оптимальную интенсивность для изменяющейся скорости перемешивания населенностей в основном состоянии, например, при изменении температуры или давления буферного газа.

На рис. 4б,в показаны зависимости поляризации от отстройки при разных давлениях буферного газа и температурах. Для каждой кривой изменялась и интенсивность с тем, чтобы отношение интенсивности к скорости перемешивания населенностей в основном состоянии оставалось неизменным. При увеличении концентрации буферного газа кривая поляризации сглаживается и ее значения в экстремумах уменьшаются (рис. 4б), поскольку ударное уширение линии поглощения увеличивается и эффективное взаимодействие с полем уменьшается (величина (12) уменьшается). Аналогичный эффект имеет место и при увеличении температуры (рис. 4в), поскольку при этом растет доплеровское уширение, однако ввиду того, что при данных параметрах превалирует ударное уширение, изменение менее выражено. Заметим, что при точной настройке в резонанс ( $\delta = 0$ ) переходу  $|F_g = 2\rangle \leftrightarrow |F_e = 3\rangle$  поляризация остается неизменной при изменении концентрации буферного газа.

Для атомов  $^{133}\text{Cs}$  в качестве активного газа стоит ожидать усиления описанных выше эффектов, так как у его атомов больше спин ядра ( $7/2$  против  $3/2$  для рубидия) и, следовательно, выше максимальная проекция полного момента. В случае накачки  $D_1$ -линии отрицательная поляризация имеет место в окрестности резонанса переходу  $|F_g = 3\rangle \leftrightarrow |F_e = 4\rangle$ , причем при настройке точно

в резонанс имеет место уменьшение модуля поляризации. Таким образом, в окрестности данного перехода имеется два локальных экстремума отрицательной поляризации при достаточной интенсивности излучения (рис. 5а, отрицательный пик на штриховых и пунктирных кривых), между которыми находится провал модуля поляризации. Этот провал объясняется тем, что при настройке точно в резонанс к переходу  $|F_g = 3\rangle \leftrightarrow |F_e = 4\rangle$  происходит выкачка населенности на уровень  $F_g = 4$  и поляризация уменьшается по модулю. При небольшой отстройке от этого перехода скорость выкачки с уровня  $F_g = 3$ , на котором формируется накачка отрицательного момента, уменьшается и суммарная населенность увеличивается. Этот эффект также наблюдался на  $D_1$ -линии  $^{87}\text{Rb}$ , но был менее ярко выражен (см. рис. 2).

Накачка на  $D_2$ -линии  $^{133}\text{Cs}$  позволяет достичь максимальной по модулю отрицательной поляризации в окрестности перехода  $|F_g = 4\rangle \leftrightarrow |F_e = 5\rangle$ , которая примерно в два раза больше, чем у  $^{87}\text{Rb}$  (рис. 5б,в). В остальном эти кривые полностью аналогичны кривым для Rb.

Следует пояснить суть эффекта возникновения у атомов углового момента, направленного в противоположную сторону по отношению к моменту фотонов, которыми эти атомы накачиваются. Данный эффект не противоречит закону сохранения момента импульса, поскольку в нем участвует буферный газ. Именно за счет полного перемешивания населенностей в возбужденном состоянии при столкновениях с буферным газом атом отдает переданный фотоном положительный момент молекуле буферного газа, и населенность скапливается на тех уровнях, откуда она слабее выкачивается полем — уровнях с отрицательной проекцией полного момента (либо на уровнях с положительной проекцией момента при накачке фотонами с положительным моментом). Таким образом, исследуемый эффект вносит свой вклад в возможное максимальное значение атомной поляризации.

Как правило, в квантовых магнитометрах опрашиваются зеемановские подуровни, принадлежащие к одному сверхтонкому уровню; так, в обсуждавшемся выше варианте оптической откачки атомов со сверхтонкого уровня с полным моментом  $I_n - 1/2$  схема детектирования должна быть построена так, чтобы с максимальной эффективностью регистрировать сигнал магнитного резонанса на уровне с полным моментом  $I_n + 1/2$ . При этом сигнал магнитного резонанса на уровне  $I_n - 1/2$  также будет давать вклад в полный сигнал: в спектре маг-

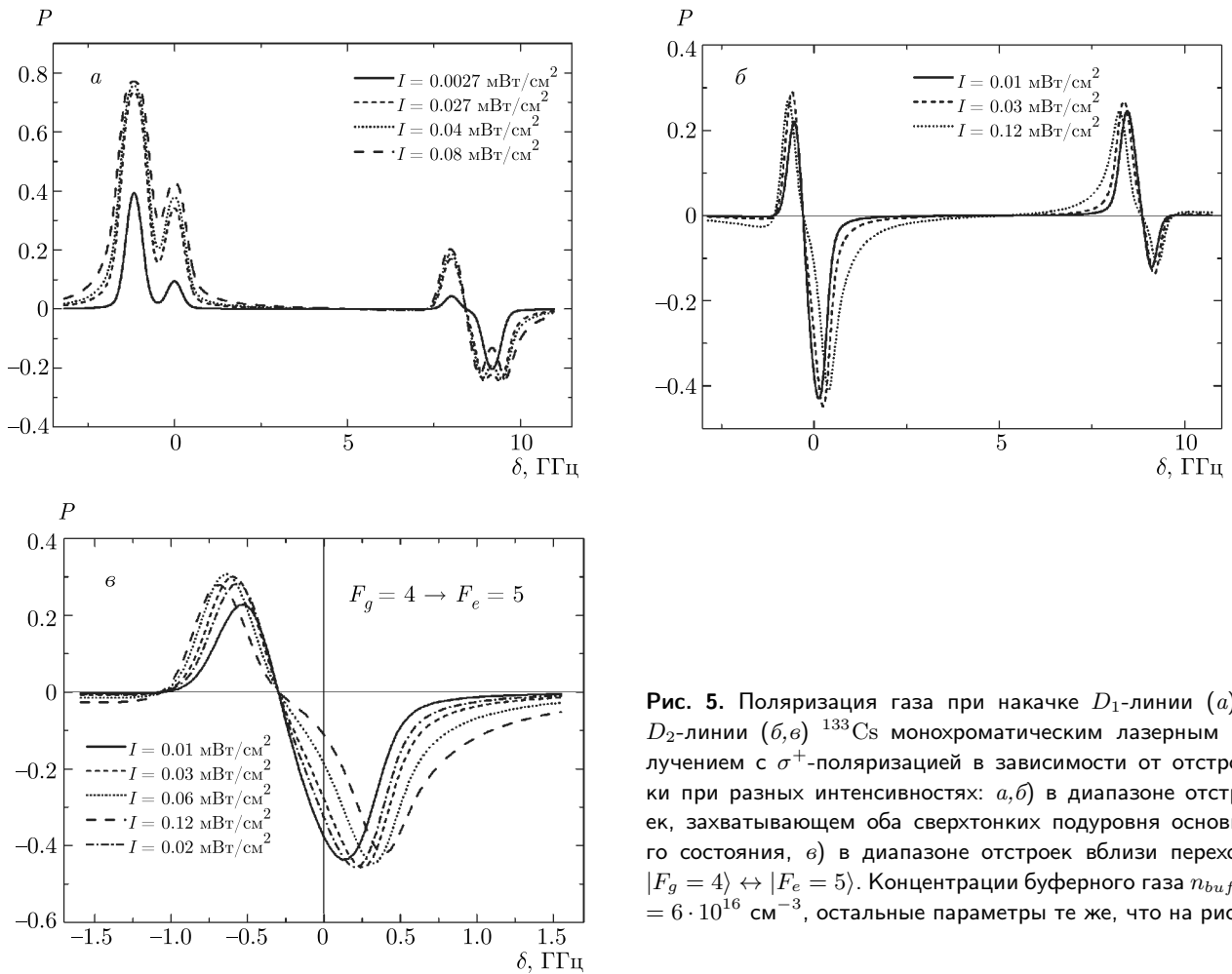


Рис. 5. Поляризация газа при накачке  $D_1$ -линии (а) и  $D_2$ -линии (б, в)  $^{133}\text{Cs}$  монохроматическим лазерным излучением с  $\sigma^+$ -поляризацией в зависимости от отстройки при разных интенсивностях: а, б) в диапазоне отстроек, захватывающем оба сверхтонких подуровня основного состояния, в) в диапазоне отстроек вблизи перехода  $|F_g = 4\rangle \leftrightarrow |F_e = 5\rangle$ . Концентрации буферного газа  $n_{buf} = 6 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ , остальные параметры те же, что на рис. 2

нитного резонанса, помимо основного контура  $L^+$ , возникает дополнительный контур  $L^-$ . Амплитуды контуров  $A_+$  и  $A_-$  пропорциональны зеемановским поляризациям соответствующих сверхтонких уровней. Вследствие неравенства модулей  $g$ -факторов сверхтонких уровней контур  $L^-$  оказывается сдвинут относительно контура  $L^+$  на величину  $\Delta\omega = (|\gamma_-| - |\gamma_+|)|\mathbf{B}|$ , пропорциональную модулю магнитного поля (здесь  $\gamma_-$  и  $\gamma_+$  — гиромагнитные отношения уровней  $I_n - 1/2$  и  $I_n + 1/2$ ,  $\mathbf{B}$  — индукция магнитного поля). В случае предельно слабых магнитных полей ( $\Delta\omega \ll \Gamma$ , где  $\Gamma$  — ширина линии магнитного резонанса) наблюдается сильное наложение контуров, что вызывает изменение как амплитуды, так и частоты основного контура  $L^+$ .

В земных магнитных полях обычно  $\Delta\omega \geq \Gamma$ , при этом изменением амплитуды контура  $L^+$  можно пренебречь и рассматривать только его частотный сдвиг, связанный с наличием соседней компоненты; нетрудно показать [11], что этот сдвиг пропорционален  $(A_-/A_+)(\Gamma/\Delta\omega)$ . Поскольку в условиях опти-

ческой накачки расстояние  $\Delta\omega$  между резонансами также зависит от величины световых сдвигов, оно варьируется при изменении условий накачки, что приводит к резкому снижению стабильности квантового магнитометра. Приведенные расчеты степени поляризации ансамбля на уровне  $I_n - 1/2$  с учетом эффекта встречной поляризации позволят подобрать условия, при которых амплитуда  $A_-$  равна нулю и, следовательно, влияние контура  $L^-$  на частоту основного контура  $L^+$  минимально. В дальнейшем вопрос о реализуемости такого режима накачки будет исследован с учетом неполного перемешивания полных моментов атомов в возбужденном состоянии [25], а также неэквидистантности зеемановских подуровней внутри одного сверхтонкого состояния [11], которая может приводить к дополнительному расщеплению контуров  $L^+$  и  $L^-$ .

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе развита теория оптической накачки щелочных атомов с учетом сверхтонкой

и зеемановской структур и движения атомов при наличии буферного газа, т.е. в условиях, реализующихся в высокочувствительных квантовых магнитометрах с лазерной накачкой. Движение атомов приводит к доплеровскому и ударному уширению линии поглощения, которое при определенных температурах и давлениях буферного газа становится сравнимо со сверхтонким расщеплением как возбужденного, так и основного состояний. Это определяет группу переходов, возбуждаемых лазером, и, следовательно, распределение населенностей в атомах. Рассматривается ситуация, когда столкновительное перемешивание спиновых состояний зеемановских и сверхтонких подуровней в возбужденном состоянии происходит быстрее всех других процессов, что имеет место при достаточно высоких давлениях буферного газа. Теоретически исследована область с отрицательной поляризацией, направленной противоположно моменту, передаваемому фотонами атому. Подробно анализируется возбуждение  $D_1$ - и  $D_2$ -линий щелочных атомов  $^{87}\text{Rb}$  и  $^{133}\text{Cs}$ , показано, что эффект сильнее проявляется в  $D_2$ -линии. Проанализировано влияние давления буферного газа и интенсивности излучения и определена область значений этих параметров, при которых данный эффект наиболее ярко выражен. Отмечено влияние эффекта на сдвиг линии магнитного резонанса в магнитометрических датчиках.

**Финансирование.** Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-29-10004).

## ЛИТЕРАТУРА

1. S. Supek and C. J. Aine, *Magnetoencephalography*, Springer (2016).
2. M. Hämmäläinen, R. Hari, R. J. Ilmoniemi et al., *Rev. Mod. Phys.* **65**, 413 (1993).
3. V. K. Shah and R. T. Wakai, *Phys. Med. Biol.* **58**, 22, 8153 (2013).
4. A. E. Ossadtchi, N. K. Kulachenkov, D. S. Chuchelov et al., *IEEE Proc. 2018, Int. Conf. Laser Optics (ICLO)*, St. Petersburg, 543 (2018).
5. H. C. Davis, P. Ramesh, A. Bhatnagar et al., *Nat. Commun.* **9**, 131 (2018).
6. L. Parkkonen, R. J. Ilmoniemi, F.-H. Lin, and M. Espy, *Magnetoencephalography* (2014), pp. 941–972.
7. A. Soheilian, M. Ranjbaran, and M. M. Tehranchi, *Sci. Rep.* **10**, 1294 (2020).
8. T. G. Walker and M. S. Larsen, *Adv. Atom. Mol. Opt. Phys., Acad. Press* **65**, 373 (2016).
9. А. К. Вершовский, Ю. А. Литманович, А. С. Пазгалёв, В. Г. Пешехонов, *Гироскопия и навигация* **26**(1), 55 (2018).
10. К. А. Баранцев, Е. Н. Попов, А. Н. Литвинов, *КЭ* **49**, 169 (2019).
11. Е. Б. Александров, А. К. Вершовский, *УФН* **179**, 605 (2009).
12. D. Budker, W. Gawlik, D. F. Kimball et al., *Rev. Mod. Phys.* **74**, 1153 (2002).
13. W. Happer, *Rev. Mod. Phys.* **44**, 169 (1972).
14. J. Kitching, *Appl. Phys. Rev.* **5**, 031302 (2018).
15. V. Gerginov, S. Krzyzewski, and S. Knappe, *J. Opt. Soc. Amer. B: Opt. Phys.* **34**, 1429 (2017).
16. G. Bevilacqua, V. Biancalana, P. Chessa, and Y. Dancheva, *Appl. Phys. B: Las. Opt.* **122**, 4 (2016).
17. D. Hunter, R. Jiménez-Martínez, J. Herbsommer et al., *Opt. Express* **26**, 30523 (2018).
18. A. Weis, G. Bison, and Z. D. Grujić, in *High Sensitivity Magnetometers* (2017), p. 361.
19. J. C. Allred, R. N. Lyman, T. W. Kornack, and M. V. Romalis, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 138014 (2002).
20. T. Scholtes, V. Schultze, R. IJsselsteijn et al., *Rhys. Rev. A* **84**, 043416 (2011).
21. V. Schultze, T. Scholtes, R. IJsselsteijn, and H. Meyer, *J. Opt. Soc. Amer. B: Opt. Phys.* **32**, 730 (2015).
22. T. Scholtes, S. Pustelny, S. Fritzsche et al., *Rhys. Rev. A* **94**, 013403 (2016).
23. W. Chalupczak, R. M. Godun, P. Anielski et al., *Phys. Rev. A* **85**, 4 (2012).
24. G. Yang, H. Zhang, X. Geng et al., *Opt. Express* **26**, 30313 (2018).
25. Е. Н. Попов, В. А. Бобрикова, С. П. Воскобойников и др., *Письма в ЖЭТФ* **108**, 543 (2018).
26. C. Cohen-Tannoudji, *Comments Atom. Mol. Phys.* **2**, 24 (1970).
27. F. Franz and J. Franz, *Phys. Rev.* **148**, 82 (1966).
28. A. Sieradzan and F. A. Franz, *Phys. Rev. A* **25**, 2985 (1982).

29. Н. М. Померанцев, В. М. Рыжков, Г. В. Скроцкий, *Физические основы квантовой магнитометрии*, Наука, Москва (1972).
30. Y. Chang, Y.-H. Guo, and J. Qin, *Phys. Rev. A* **99**, 063411 (2019).
31. I. M. Sokolov, D. V. Kupriyanov, and M. D. Havey, *Opt. Comm.* **243**, 165 (2004).
32. A. S. Sheremet, L. V. Gerasimov, I. M. Sokolov et al., *Phys. Rev. A* **82**, 033838 (2010).
33. D. V. Kupriyanov, I. M. Sokolov, N. V. Larionov et al., *Phys. Rev. A* **69**, 033801 (2004).
34. С. Г. Раутиан, Г. И. Смирнов, А. М. Шалагин, *Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул*, Наука, Новосибирск (1979).
35. С. Г. Раутиан, *ЖЭТФ* **51**, 1176 (1966).
36. G. A. Pitz, A. J. Sandoval, T. B. Tafoya et al., *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **140**, 18 (2014).
37. W. Happer, Y.-Y. Jau, and T. G. Walker, *Optically Pumped Atoms* (2010).
38. A. S. Kuraptsev and I. M. Sokolov, *Phys. Rev. A* **91**, 053822 (2015).
39. И. М. Соколов, *Письма в ЖЭТФ* **106**, 317 (2017).