

ВСТРЕЧНОЕ ЧЕТЫРЕХФОТОННОЕ СМЕШИВАНИЕ В ФОРМИРОВАНИИ ФАНТОМНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

А. В. Белинский*, Р. Сингх**

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119991, Москва, Россия

Поступила в редакцию 29 июня 2020 г.,
после переработки 17 августа 2020 г.
Принята к публикации 11 октября 2020 г.

Показаны преимущества встречного четырехфотонного смешивания при формировании фантомных изображений по сравнению с трехфотонным параметрическим рассеянием в смысле повышения дифракционного предела пространственного разрешения. Даны необходимые формальные соотношения, подтверждающие эффективность этого решения.

DOI: 10.31857/S004445102102005X

1. ВВЕДЕНИЕ

Фантомные изображения [1] — один из вариантов решения проблемы изучения чувствительных к свету объектов, прямое оптическое наблюдение которых затруднено. Для формирования фантомных изображений необходим источник коррелированных световых пучков, один из которых взаимодействует с объектом, а другой — нет (см. рис. 1). При этом в объектном канале детектор дает информацию только о полной интенсивности прошедшего излучения. Сопряженный пучок не взаимодействует с объектом, но регистрируется матрицей фотодетекторов, допуская измерение пространственной корреляционной функции интенсивности между двумя каналами.

Одним из важных доводов в пользу использования квантовых фантомных изображений является создание максимально щадящих условий освещения исследуемого объекта, когда воздействие излучения на объект (иногда необратимое) минимально [2]. Особенно это важно при облучении живых существ, например, рентгеновским излучением.

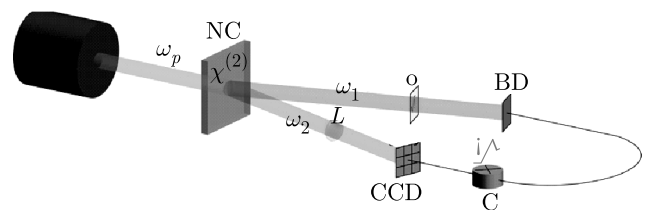


Рис. 1. Классическая схема формирования квантовых фантомных изображений: NC — нелинейный кристалл; ω_p — накачка; ω_1 и ω_2 — пучки запутанного пар фотонов (пучки расходятся вследствие использования неколлинеарного процесса параметрического рассеяния [3]); O — объект; BD — интегрирующий детектор в объектном канале; L — оптический объектив; CCD — матрица фотодетекторов в восстанавливающем канале; C — коррелятор интенсивностей (схема совпадений)

2. КАЧЕСТВО ИЗОБРАЖЕНИЯ

Вопросам качества квантовых фантомных изображений в последнее время уделяется значительное внимание [4–8], что обусловлено не только существенными пробелами в теории, но и откровенно неудовлетворительным пространственным разрешением, достигнутым в экспериментах. При этом основным фактором, ограничивающим пространственное разрешение, является дифракция. Дело в том, что оптические системы традиционно используемых схем обладают малым относительным отверстием. Но малая светосила отрицательно сказывается на качестве любых изображений, поскольку определяет дифракционное ограничение простран-

* E-mail: belinsky@inbox.ru

** E-mail: ranjit.singh@mail.ru

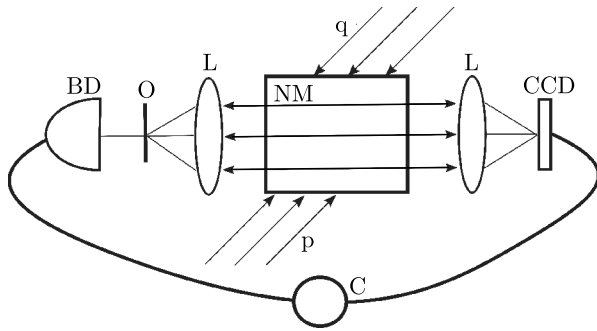


Рис. 2. Схема формирования фантомного изображения при встречном четырехфотонном смешивании с параллельным ходом лучей между объективами L и нелинейной средой NM с кубической нелинейностью; в прозрачном нелинейном кристалле с кубической нелинейностью $\chi^{(3)}$ пары фотонов накачки преобразуются в пару сигнального и холостого фотонов, p, q — встречные пучки накачки; пучки запутанных пар фотонов освещают объект O и матрицу фотодетекторов CCD в восстанавливающем канале, причем и тот и другая находятся в фокальных плоскостях оптических объективов L; BD — интегрирующий детектор в объектном канале; С — коррелятор интенсивностей (схема совпадений)

ственного разрешения, а именно этот фактор для фантомных изображений является решающим, см., например, [4–6].

Но почему же в схемах с параметрическим рассеянием нельзя достичь высокой светосилы? В первую очередь, за счет малого угла параметрического захвата, в котором наблюдается экспоненциальное усиление. А именно, этот угол в конечном счете определяет относительное отверстие. Как его увеличить? Проще всего — уменьшая толщину кристалла. Но перспективы такого решения не беспредельны, ибо при этом снижается эффективность параметрического процесса.

А что, если использовать встречное четырехфотонное смешивание как в обращающих волновой фронт зеркалах (ОВФ-зеркалах, см., например, [9] и цитируемую там литературу)? Только затравкой при этом должен быть не внешний сигнал, а вакуумные флуктуации. В изотропной среде с кубической нелинейностью генерация может идти во всех направлениях. Следовательно, нет принципиальных ограничений для светосилы. С другой стороны, пространственная корреляция сигнального и холостого фотонов, распространяющихся в строго противоположных направлениях, следующая из закона сохранения импульса, обеспечивает прекрасные возможности формирования фантомных изображений: сигнальный фотон будет освещать объект, а холостой —

регистрироваться матрицей фотодетекторов, рис. 2. При этом с точки зрения геометрической оптики, лучи обоих фотонов необходимо находятся на одной прямой. Такое схемное решение, как представляется, может дать резкий скачок повышения качества фантомных изображений.

3. ЧЕТЫРЕХФОТОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

В процессе четырехфотонного кросс-взаимодействия пары фотонов накачки преобразуются в пары сигнальных (s) и холостых (i) фотонов с частотами

$$\omega_p + \omega_q = \omega_s + \omega_i. \quad (1)$$

Помимо этого, фактически, закона сохранения энергии должен сохраняться и импульс, следовательно, волновые векторы подчиняются соотношению

$$\mathbf{k}_p + \mathbf{k}_q = \mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i. \quad (2)$$

Кроме того, существует жесткая связь между поляризациями сигнального и холостого фотонов.

Самовоздействия мы не учитываем, полагая его коэффициент нелинейности значительно меньше соответствующего коэффициента кросс-взаимодействия. Но даже если это не так, самовоздействие вряд ли сильно исказит пространственную корреляцию фотонов, поскольку для построения фантомных изображений требуются очень малые интенсивности световых пучков (именно с целью щадящего воздействия на исследуемые объекты), при которых эффект самовоздействия будет незначителен.

Поскольку эффективность нелинейного процесса мала, истощением накачки в первом приближении можно пренебречь, считая ее амплитуду постоянной. С учетом того, что для реального наблюдения встречного четырехфотонного смешивания фотонов в накачке должно быть много, ее можно описывать классически. Для простоты полагаем ее также плоской. Тогда динамика системы в представлении Гейзенберга будет описываться системой уравнений (см., например, [10])

$$\frac{\partial \hat{A}_s(x, y, z)}{z} + i \frac{1}{2k_s} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \hat{A}_s(x, y, z) = i \chi^{(3)} \hat{A}_i^+(x, y, z), \quad (3)$$

$$\frac{\partial \hat{A}_i(x, y, z)}{z} - i \frac{1}{2k_i} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \hat{A}_i(x, y, z) = -i \chi^{(3)} \hat{A}_s^+(x, y, z). \quad (4)$$

Здесь полевые операторы

$$\hat{A}_j(\mathbf{r}, z) = \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \boldsymbol{\kappa} \hat{a}_j(\boldsymbol{\kappa}, z) e^{i\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\kappa}}, \quad (5)$$

$$\hat{A}_j^\dagger(\mathbf{r}, z) = \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \boldsymbol{\kappa} \hat{a}_j^\dagger(\boldsymbol{\kappa}, z) e^{-i\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\kappa}}, \quad (6)$$

где \hat{a}_j и \hat{a}_j^\dagger — соответственно операторы уничтожения и рождения фотонов, интегрирование ведется в поперечной плоскости $\mathbf{r} = \{x, y\}$, z — продольная координата, k_j — волновое число, $\chi^{(3)}$ — коэффициент, пропорциональный кубичной нелинейности и квадрату амплитуды неистошимой накачки. Второе слагаемое левых частей (3), (4) описывает дифракцию.

Система уравнений (3), (4) аналогична соответствующей системе для комплексных амплитуд A в классическом описании. Линейность уравнений позволяет заменить комплексные амплитуды A соответствующими операторами в представлении Гейзенберга, поскольку в линейных уравнениях перемножений операторов друг на друга нет, и некоммутативность операторов на результат не влияет. Аналогичным образом влияние дифракции описывается и для трехфотонных процессов, см., например, [11–15].

Систему операторных уравнений (3), (4) можно решить с помощью преобразования Фурье по x и y . Тогда получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений, решение которых для нелинейной среды длиной ℓ имеет следующий вид (ср. также с [16]):

$$\hat{a}_s(\boldsymbol{\kappa}, \ell) = e^{iK\ell} \sec(\chi^{(3)}\ell) \hat{a}_s(\boldsymbol{\kappa}, 0) + i \operatorname{tg}(\chi^{(3)}\ell) \hat{a}_i^\dagger(\boldsymbol{\kappa}, \ell), \quad (7)$$

$$\hat{a}_i(\boldsymbol{\kappa}, 0) = i \operatorname{tg}(\chi^{(3)}\ell) \hat{a}_s^\dagger(\boldsymbol{\kappa}, 0) + e^{iK\ell} \sec(\chi^{(3)}\ell) \hat{a}_i(\boldsymbol{\kappa}, \ell), \quad (8)$$

где $K = |\boldsymbol{\kappa}|^2/2k_{s,i}$, $k_s = k_i$.

Для проверки адекватности полученных результатов проверим коммутационные соотношения для операторов $\hat{a}_s(\boldsymbol{\kappa}, \ell)$, $\hat{a}_s^\dagger(\boldsymbol{\kappa}, \ell)$, $\hat{a}_i(\boldsymbol{\kappa}, 0)$ и $\hat{a}_i^\dagger(\boldsymbol{\kappa}, 0)$. Как

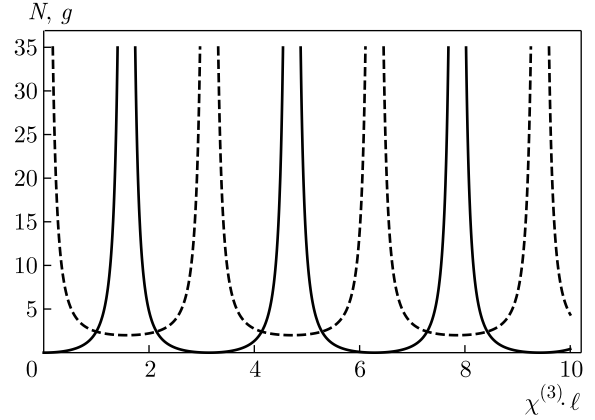


Рис. 3. Жирная кривая показывает среднее число фотонов в модах s и i ($N_s = N_i$), а штриховая — коэффициент корреляции после нелинейного взаимодействия в случае, когда затравкой было вакуумное состояние

и следовало ожидать, они равны единичному оператору.

Рассчитаем среднее число фотонов и коэффициент их корреляции в случае, когда моды s и i исходно (на входах) находятся в вакуумном состоянии:

$$N_s(\boldsymbol{\kappa}, \ell) = \langle \hat{a}_s^\dagger(\boldsymbol{\kappa}, \ell) \hat{a}_s(\boldsymbol{\kappa}, \ell) \rangle = \operatorname{tg}^2(\chi^{(3)}\ell), \quad (9)$$

$$N_i(\boldsymbol{\kappa}, 0) = \langle \hat{a}_i^\dagger(\boldsymbol{\kappa}, 0) \hat{a}_i(\boldsymbol{\kappa}, 0) \rangle = \operatorname{tg}^2(\chi^{(3)}\ell), \quad (10)$$

$$g_{si}^{(2)} = 1 + \operatorname{csc}^2(\chi^{(3)}\ell). \quad (11)$$

Результаты представлены на рис. 3.

Замечательно прежде всего то, что в выражения для средних чисел фотонов не входит $\boldsymbol{\kappa}$. Это означает, что усиление абсолютно не зависит от наклона пучков, т. е. все они усиливаются одинаково, следовательно, их угловая апертура не ограничена условием фазового синхронизма и может принимать произвольное значение, определяемое лишь апертурой оптических объективов, т. е. чисто техническими особенностями, а не принципиальным лимитом. Таким образом, поставленная цель достигнута, и качество дифракционно-ограниченной системы может быть существенно повышено, поскольку сделать светосильную качественную оптику значительно проще, чем быть связанным непреодолимым условием фазового синхронизма.

4. ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ ЗАМЕЧАНИЕ

Для снижения aberrаций имеет смысл компоновка оптической системы, в которой нелинейная среда

работала бы в параллельных пучках лучей, см. также [15, 17]. Можно поместить нелинейный кристалл между двумя объективами так, чтобы он работал в параллельных пучках, как это показано на рис. 2. При этом объект и фантомное изображения должны находиться в фокальных плоскостях этих объективов. Это хороший вариант компоновки, поскольку не только уничтожает связанные с дефокусировкой искажения, но и полностью компенсирует аберрации, вносимые нелинейной средой. Ведь с точки зрения геометрической оптики он работает как плоско-параллельная пластина, вносящая, по крайней мере, сферическую аберрацию в сходящихся или расходящихся пучках. А в коллимированных — аберрации отсутствуют.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итоги работы, можно заключить, что встречное четырехфотонное смешивание может дать существенный выигрыш в качестве фантомных изображений, поскольку при отсутствии ограничений угловой апертуры световых пучков, связанных с нивелированием условия фазового синхронизма, пространственная корреляция сигнального и холостого пучков в полной мере остается. А снятие верхнего предела угловой апертуры дает возможность повысить предельное пространственное разрешение за счет смягчения дифракционных ограничений.

Вместе с тем, следует учитывать возможность негативного воздействия конкурирующих со встречным четырехфотонным смешиванием процессов, в частности, самовоздействия. Определенный оптимизм здесь внушают два обстоятельства. Во-первых, малая интенсивность генерируемых пучков, необходимая для формирования фантомных изображений, обусловит и незначительное самовоздействие. Ведь регистрация ведется в режиме счета фотонов. Во-вторых, само существование зеркал с обращением волнового фронта (ОВФ-зеркал), использующих четырехфотонный процесс, также способных строить изображения, позволяет надеяться на успех и в случае фантомных изображений.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 18-01-00598 А).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Квантовое изображение*, под ред. М. И. Колобова (ориг.), А. С. Чиркина (перев.), Физматлит, Москва (2009).
2. M. G. Basset, F. Setzpfandt, F. Steinlechner et al., *Laser & Photonics Reviews*. **13**, 1900097 (2019).
3. Д. Н. Клышко, *Физические основы квантовой электроники*, Наука, Москва (1986).
4. А. В. Белинский, Вестник МГУ. Серия 3: Физика, астрономия № 5, 3 (2018).
5. P.-A. Moreau, P. A. Morris, E. Toninelli et al., *Sci. Rep.* **8**, 13183 (2018).
6. P.-A. Moreau, P. A. Morris, E. Toninelli et al., *Opt. Express*. **26**, 7528 (2018).
7. Д. А. Балакин, А. В. Белинский, КЭ **49**, 967 (2019).
8. D. A. Balakin, A. V. Belinsky, and A. S. Chirkin, *Quantum Information Processing*. **18**, 80 (2019).
9. Б. Я. Зельдович, Н. Ф. Пилипецкий, В. В. Шкунов, *Обращение волнового фронта*, Наука, Москва (1985).
10. А. В. Белинский, Журнал прикладной спектроскопии **50**, 469 (1989).
11. А. В. Белинский, А. С. Чиркин, КЭ **15**, 2150 (1988).
12. М. И. Колобов, И. В. Соколов, ЖЭТФ **96**, 1945 (1989).
13. M. I. Kolobov and I. V. Sokolov, *Phys. Lett. A* **140**, 101 (1989).
14. И. В. Соколов, Опт. и спектр. **70**, 670 (1991).
15. A. S. Chirkin and E. V. Makeev, *J. Opt. B. Quantum Semiclass. Opt.* **5**, S500 (2005).
16. A. Yariv and D. Pepper, *Opt. Lett.* **1**, 16 (1977).
17. А. В. Белинский, КЭ **50**, 951 (2020).