ЖЭТФ, 2021, том 159, вып. 2, стр. 262–269

ЭФФЕКТИВНЫЙ КВАНТОВЫЙ ОСЦИЛЛЯТОР РЕЗОНАТОРА С ОСЦИЛЛИРУЮЩИМИ ПАРАМЕТРАМИ

А. И. Трубилко [a*], *А. М. Башаров* [b,c**]

[a] *Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России 196105, Санкт-Петербург, Россия*

[b] *Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт» 123182, Москва, Россия*

[c] *Московский физико-технический институт 141701, Долгопрудный, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 11 августа 2020 г.,
после переработки 21 сентября 2020 г.
Принята к публикации 21 сентября 2020 г.

Введено понятие эффективного квантового осциллятора и найдена добавка к энергии основного состояния, обусловливающая дополнительный сдвиг энергетических состояний в условиях периодического изменения его частоты.

DOI: 10.31857/S0044451021020061

1. ВВЕДЕНИЕ

К настоящему времени существуют два экспериментально продемонстрированных физических эффекта, обусловленные проявлением основного вакуумного состояния бозонного поля, — эффект Казимира [1] и лэмбовский сдвиг [2] атомных уровней. Оба эффекта являются следствием существования флуктуаций вакуумного состояния электромагнитного поля, описываемого известными гейзенберговскими коммутационными соотношениями. И если лэмбовский сдвиг является прямым проявлением энергии взаимодействия атома с окружающим электромагнитными полем, то статический эффект Казимира является следствием изменения граничных условий задачи, дискретизирующих число возможных состояний полевого энергетического континуума в пространстве резонатора. Отметим, что этот эффект также зарегистрирован с высокой степенью точности современными экспериментальными методами [3].

Вместе с тем уже более полувека исследуется и динамический эффект Казимира, заключающийся в генерации квантов электромагнитного поля в условиях периодического изменения параметров квантовой системы во времени [4, 5]. Его первое экспериментальное подтверждение осуществлено в работе [6]. Описание такой системы оказывается эквивалентным наличию в ней параметрического генератора, что было впервые продемонстрировано еще в работе [7] при условиях гармонического колебания одного из зеркал резонатора в вакууме. Однако создание безынерционного идеального зеркала, совершающего колебания, вызывает технические трудности. Поэтому в работе [8] предложен его аналог с помощью возбуждения в зеркале высокочастотых плазмонных колебаний в течение некоторых промежутков времени, которые и продуцируют рождение фотонов внутри резонатора. Такая модуляция коэффициента отражения одного из зеркал и ее отсутствие отвечают условиям соответственно динамического и статического эффектов. Квантование классических уравнений Максвелла с изменяющимися граничными условиями приводит к модели Мура – Лоу – Додонова [9–11]. В типичном рассматриваемом случае периодического изменения граничных условий или коэффициента преломления среды [4, 5] модель в представлении взаимодействия содержит быстро меняющиеся во времени слагаемые.

Чтобы извлечь информацию о такой системе, ее необходимо рассматривать как открытую систему. При достаточно быстром изменении слагаемых

[*] E-mail: trubilko.andrey@gmail.com
[**] E-mail: basharov@gmail.com

во времени (в представлении взаимодействия) использование исходного гамильтониана некорректно в типичном случае моделирования взаимодействия с окружением белым шумом. Это доказано в работе [12], а значительно ранее исследователи подмечали, что использование точного исходного гамильтониана в теории открытых систем приводит к кинетическому уравнению для открытой системы, не отвечающему ее реальной динамике. В то же время использование в теории оптических открытых систем приближения вращающейся волны приводит к реалистичному кинетического уравнению для открытой системы. Это отмечалось, например, в работе [13]. В работе [12] также доказано, что использование (вместо точного гамильтониана) эффективного гамильтониана в том представлении, как это сформулировано в работе [14], адекватно теории открытых оптических систем. Теория эффективного гамильтониана, в том виде как она представлена в [14] и в других работах авторов, является алгебраической формулировкой теории возмущений, уточняющей и обобщающей приближение вращающейся волны, включая ее как частный случай первого порядка по взаимодействию. Поэтому представляется естественным применить алгебраическую теорию возмущений и к задаче о резонаторе с колеблющимся зеркалом. В теории открытых квантовых систем об использовании указанной алгебраической теории возмущений говорят как о локальном подходе к теории открытых квантовых систем.

В условиях, когда гамильтониан резонатора меняется со временем, его описание как открытой системы во внешнем поле (колеблющееся зеркало) выделяет в рассматриваемой модели эффективный квантовый осциллятор как самостоятельный объект, характеризуемый своей частотой. Эта частота оказывается сдвинутой по сравнению с частотой осциллятора с неподвижным зеркалом, причем этот сдвиг может быть экспериментально зарегистрирован. Если резонатор с колеблющимся зеркалом будет участвовать в обычных для квантовой оптики взаимодействиях с электромагнитными полями, например, взаимодействуя с ними на неподвижном зеркале, то при его описании в рамках локального подхода эффективный осциллятор проявится в качестве основного самостоятельного объекта взаимодействия, так что его параметры могут быть при их помощи зарегистрированы. Подчеркнем, что рассмотрение резонатора с колеблющимся зеркалом как открытой системы необходимо для извлечения спектроскопической информации о нем, а без введения понятия эффективного осциллятора невозможно корректно говорить об изменениях в спектральных характеристиках микрорезонатора с осциллирующими параметрами. Такая точка зрения отсутствовала в предыдущих работах.

Рассмотрение резонаторной моды в условиях внешнего модулирования колебаний одного из зеркал как эффективного осциллятора во внешнем поле в некотором смысле оказывается аналогичным описанию динамики атома в классическом заданном высокочастотном электромагнитном поле. В обеих задачах гамильтониан системы оказывается зависящим от времени, и затруднительно говорить о спектре гамильтониана всей системы. Можно пользоваться методом Флоке [15], представлениями о квазиэнергии и усредненном гамильтониане, но в данной задаче они, скорее, затушевывают физику процессов. В случае атома периодическое классическое поле (как резонансное, так и нерезонансное) вызывает так называемые динамические штарковские сдвиги атомных уровней за счет высокочастотного эффекта Штарка [16]. При этом становится возможным говорить о спектре атома и энергии его основного состояния. Аналогично, локальный подход к задаче о динамическом эффекте Казимира позволяет говорить о спектре эффективного осциллятора и энергии его основного состояния. Гамильтониан эффективного осциллятора в дальнейшем будем также именовать эффективным гамильтонианом осциллятора, полагая, что это естественно с точки зрения теории эффективного гамильтониана и не вызовет недоразумений.

Метод эффективного гамильтониана эквивалентен суммированию бесконечного числа членов обычной теории возмущений, а по сравнению с приближением вращающейся волны устанавливает жесткие ограничения на условия справедливости последнего и дает поправки, что часто называют выходом за приближение вращающейся волны или учетом антивращающих слагаемых. Эти поправки могут быть существенными и иметь экспериментальное проявление. Например, в случае взаимодействия атома и вакуумного электромагнитного поля в электродипольном приближении эти поправки дают альтернативный вывод лэмбовского сдвига, а в случае атомного ансамбля — учет диполь-дипольного взаимодействия. Подчеркнем, что применяемый нами локальный подход не использует каких-либо искусственных приближений и соображений, а позволяет естественным образом учитывать основные используемые приближения, отделяя медленную и быстровременную динамики задачи. Используемая методика позволяет провести корректный учет эффектов второго порядка, определяемых квантовой интерференцией от различных каналов взаимодействий. Именно эта естественная адекватность и раскрывает в полной мере его преимущества по сравнению с другими методами решения, зачастую выявляя новые явления, как, например, рассматриваемое ниже в этой статье.

Экспериментальные исследования состояния поля в динамическом эффекте Казимира обычно проводят или прямыми спектроскопическими методами, или посредством регистрации состояния атома, помещенного в пространство между двумя зеркалами резонатора. Вторая постановка получила название квантовой электродинамики резонатора [17] и обычно осуществляется на ридберговских высоковозбужденных состояниях. Аналогичная физическая ситуация реализуется в спазере [18], описывающем взаимодействие плазмонов с выделенной квантовой точкой, отвечающей двухуровневой модели. В работе [19] найден эффект, согласно которому быстрая модуляция параметров резонатора приводит к дополнительному лэмбовскому сдвигу рабочих уровней атома в резонаторе, что влияет на генерируемое состояние поля и приводит к дополнительному механизму рождения квантов.

В этой работе мы обращаем внимание на достаточно простой, но в то же время неучтенный эффект. Он заключается в появлении в режиме периодической модуляции параметров системы дополнительного сдвига собственной частоты эффективного осциллятора в основном состоянии. Экспериментальная регистрация вакуумного состояния эффективного осциллятора вполне осуществима методами спектроскопии [20]. Отметим, что в большинстве работ рассмотрен и реализован случай резонансного взаимодействия, где представленный здесь эффект оказывается завуалирован процессом радиационного давления порождаемого излучения и резонатора. Мы уделяем особое внимание также и случаю нерезонансного взаимодействия, где представленный и выявленный эффект проявится в эксперименте в значительно большей мере. В некотором смысле найденный эффект дополняет результаты работы [19], полученные для атомного осциллятора на случай квантового осциллятора. При этом впервые локальный подход квантовой теории применен к задаче о динамическом эффекте Казимира.

2. ЛОКАЛЬНЫЙ ПОДХОД К ЗАДАЧЕ О ДИНАМИЧЕСКОМ ЭФФЕКТЕ КАЗИМИРА

Рассмотрим резонатор в модели Мура – Лоу – Додонова [9–11] для самой простой ситуации одномодового приближения. Гамильтониан такой системы, в отличие от общего случая действия всех допустимых резонатором осцилляторов на выделенный, зависит от операторов рождения $a^\dagger$ и уничтожения a только избранного осциллятора и описывается следующим полным гамильтонианом системы:

$$\begin{aligned} &H = H_1 + H_2, \\ &H_1 = \hbar\omega(t)a^\dagger a, H_2 = i\hbar\chi(t)\big[a^{\dagger^2} - a^2\big]. \end{aligned} \tag{1}$$

При записи выражений (1) мы учли модуляцию константы параметрического взаимодействия

$$\chi(t) = \frac{1}{4\omega(t)}\,\frac{d\omega}{dt},$$

которая моделируется гармонической зависимостью частоты $\omega(t) = \omega_0(1 + \epsilon\sin\eta t)$, где ω_0 — собственная частота рассматриваемой моды в статическом режиме, η — частота модуляции, а глубина модуляции ϵ считается малым параметром, $\epsilon \ll 1$. Такой закон может быть обеспечен адекватной зависимостью от времени какого-либо параметра системы — это может быть как гармоническое колебание одного из зеркал, созданное, например, колебаниями поверхностной плазмонной моды, так и соответствующая зависимость его характеристик, например коэффициента пропускания от времени. Заметим, что мы выбираем традиционный вид гамильтониана для рассматриваемой задачи, который обычно используется в задачах квантовой оптики [21] и квантовой электродинамики [22] резонаторов для генерации электромагнитных полей в квантовых состояниях.

Удобно переписать выражение (1) в виде

$$H = H_0 + V_1 + V_2, \tag{2}$$

где выделены гамильтониан стационарной задачи $H_0 = \hbar\omega_0 a^\dagger a$ и два зависящих от времени слагаемых, отвечающих малым возмущениям:

$$V_1 = -i\frac{\hbar\omega_0}{2}\epsilon(e^{i\eta t} - e^{-i\eta t})a^\dagger a,$$

$$V_2 = i\frac{\hbar\epsilon\eta\cos\eta t}{4}(a^{\dagger^2} - a^2).$$

Указанное разделение полного гамильтониана и выделение слагаемых, отвечающих малому возмущению системы и параметрическому взаимодействию, позволяют построить эффективный гамильтониан системы. Для этого воспользуемся методами алгебраической теории возмущений [14]. Его основная парадигма состоит в нахождении такого вида оператора унитарного преобразования, применение которого к гамильтониану системы и ее волновой функции позволяет провести усреднение по быстропротекающим процессам. Основным критерием применения метода является получение гамильтониана такого вида, в котором отсутствуют быстро меняющиеся во времени слагаемые в представлении взаимодействия. Совершим унитарное преобразование $\hat{T}$ над вектором состояния $|\Psi\rangle$ системы, $|\tilde{\Psi}\rangle = \hat{T}|\Psi\rangle$, который теперь описывается уравнением

$$i\hbar\frac{d}{dt}|\tilde{\Psi}\rangle = \tilde{H}|\tilde{\Psi}\rangle$$

с преобразованным гамильтонианом

$$\tilde{H} = \hat{T}H\hat{T}^\dagger - i\hbar\hat{T}\frac{d}{dt}\hat{T}^\dagger. \qquad (3)$$

Для дальнейшего рассмотрения удобно перейти к представлению взаимодействия Дирака, отмечая вектор состояния $|\Psi(t)\rangle$ аргументом t и представляя уравнение Шредингера как

$$i\hbar\frac{d}{dt}|\Psi(t)\rangle = \Big(V_1(t) + V_2(t)\Big)|\Psi(t)\rangle, \qquad (4)$$

где выделенные взаимодействия имеют следующий вид:

$$V_1(t) = -i\frac{\hbar\omega_0}{2} \times \\ \times \epsilon \left\{\exp[i(2\omega_0+\Delta)t] - \exp[-i(2\omega_0+\Delta)t]\right\} a^\dagger a,$$

$$V_2(t) = i\frac{\hbar\epsilon\eta\cos(2\omega_0+\Delta)t}{4} \times \\ \times [a^{\dagger^2}\exp(2i\omega_0 t) - a^2\exp(-2i\omega_0 t)].$$

При записи последних мы представили частоту модуляции как $\eta = 2\omega_0 + \Delta$.

Рассмотрим два случая — наличие и отсутствие в системе каких-либо резонансов.

В случае отсутствия резонансов считаем отстройку Δ большой, и слагаемые, содержащие функции $\exp(-i\omega_0 t)$, $\exp(-i\Delta t)$, являются быстроменяющимися функциями времени.

Совершая унитарное преобразование уравнения (4), найдем уравнение для преобразованного вектора $|\tilde{\Psi}(t)\rangle$:

$$i\hbar\frac{d}{dt}|\tilde{\Psi}(t)\rangle = \tilde{V}^{eff}(t)|\tilde{\Psi}(t)\rangle, \qquad (5)$$

которое определяется искомым эффективным гамильтонианом $\tilde{V}^{eff}(t)$ системы. Последний, в свою очередь, зависит от количества слагаемых, которые учитываются в разложениях по малым параметрам задачи,

$$\tilde{V}^{eff}(t) = \tilde{V}^{(1,0)}(t) + \tilde{V}^{(0,1)}(t) + \tilde{V}^{(1,1)}(t) + \ldots, \qquad (6)$$

где первый верхний индекс указывает порядок разложения по взаимодействию $V_1(t)$, а правый — по взаимодействию $V_2(t)$. Представим оператор унитарного преобразования через генератор $\hat{T} = \exp\big(-iS(t)\big)$, $S(t) = S^\dagger(t)$, который также разложим в ряд по этим же параметрам:

$$S(t) = S^{(1,0)}(t) + S^{(0,1)}(t) + S^{(1,1)}(t) + \ldots \qquad (7)$$

Воспользовавшись известной формулой разложения Бейкера – Кемпбелла – Хаусдорфа для произвольного оператора O и эрмитова оператора R,

$$e^{iRt}Oe^{-iRt} = O + i\Big[R, O\Big] + \frac{i^2}{2!}\Big[R, \Big[R, O\Big]\Big] + \\ + \frac{i^3}{3!}\Big[R, \Big[R, \Big[R, O\Big]\Big]\Big] + \ldots,$$

приравняем соответствующие порядки в уравнении (3).

Для случая отсутствия резонансов в системе операторы $V_1(t)$ и $V_2(t)$ отвечают объединенному оператору $V(t) = V_1(t) + V_2(t)$, характеризуемому одним малым параметром ϵ. Введем соотношения

$$\tilde{V}^{(1)}(t) = \tilde{V}^{(1,0)}(t) + \tilde{V}^{(0,1)}(t),$$
$$S^{(1)}(t) = S^{(1,0)}(t) + S^{(0,1)}(t),$$
$$\tilde{V}^{(2)}(t) = \tilde{V}^{(2,0)}(t) + \tilde{V}^{(0,2)}(t),$$
$$\tilde{V}^{(1,1)}(t) = 0, \quad S^{(2)}(t) = S^{(2,0)}(t) + S^{(0,2)}(t).$$

Тогда первый порядок теории возмущений отвечает уравнению

$$\tilde{V}^{(1)}(t) = V(t) + \hbar\frac{d}{dt}S^{(1)}(t) = 0,$$

которое определяет следующий явный вид оператора $S^{(1)}(t)$ в условиях адиабатического начала осцилляции:

$$S^{(1)}(t) = \frac{\epsilon\omega_0}{2\eta}(e^{i\eta t} - e^{-i\eta t})a^\dagger a - \\ - \frac{\epsilon\eta}{8}a^{\dagger^2}\left(\frac{\exp[i(2\omega_0+\eta)t]}{2\omega_0+\eta} + \frac{\exp[i(2\omega_0-\eta)t]}{2\omega_0-\eta}\right) - \\ - \frac{\epsilon\eta}{8}a^2\left(\frac{\exp[-i(2\omega_0-\eta)t]}{2\omega_0-\eta} + \frac{\exp[-i(2\omega_0+\eta)t]}{2\omega_0+\eta}\right).$$

Для второго порядка следует уравнение

$$\tilde{V}^{(2)}(t) = -\frac{i}{2}\Big[S^{(1)}(t), V(t)\Big]',$$

где штрих означает, что в выражении оставлены только медленно меняющиеся во времени слагаемые. Обратим внимание, что в приведенной формуле перед коммутатором стоит сомножитель $-i/2$ вместо $-i$, если было бы использовано только второе слагаемое разложения Бейкера – Кемпбелла – Хаусдорфа. Различие связано с корректным учетом слагаемого второго порядка в последнем слагаемом правой части уравнения (3).

Явное выражение для $\tilde{V}^{(2)}(t)$ имеет простой вид:

$$\tilde{V}^{(2)}(t) = -\hbar\frac{(\epsilon\eta)^2}{16}\left(a^\dagger a + \frac{1}{2}\right) \times \times \left[\frac{1}{2\omega_0+\eta} + \frac{1}{2\omega_0-\eta}\right]. \qquad (8)$$

Для случая нерезонансного взаимодействия выражение (8) является единственным слагаемым первого неисчезающего порядка в картине взаимодействия и определяет динамику системы. В картине Шредингера ему отвечает эффективный гамильтониан $H_0 + \tilde{V}^{(2)}$, описывающий эффективный осциллятор. Здесь $\tilde{V}^{(2)} = \tilde{V}^{(2)}(t)$ и мы опустили знак аргумента, поскольку явное наличие аргумента времени отмечает представление взаимодействия.

Среднее значение оператора $\tilde{V}^{(2)}(t)$ можно найти разными способами, поскольку оно определено средним значением оператора $a^\dagger a$ числа возбуждений системы. Например, это можно сделать путем построения гейзенберговых уравнений движения в представлении взаимодействия. В данном случае очевидно, что исследуемый оператор $a^\dagger a$ является интегралом движения, а его среднее определяется начальным значением в вакуумном состоянии, следовательно, равно нулю. Физически это означает, что вакуумное состояние не развивается в этом порядке разложения, а поправка к энергии основного состояния определена его флуктуациями и уже учтена.

Эта поправка к энергии основного состояния квантового осциллятора, производимая в динамическом эффекте, для случая отсутствия резонансов в системе равна

$$\Delta E = -\frac{(\epsilon\eta)^2}{32}\left[\frac{1}{2\omega_0+\eta} + \frac{1}{2\omega_0-\eta}\right]. \qquad (9)$$

Именно эта величина и характеризует дополнительный стационарный энергетический сдвиг основного состояния осциллятора резонатора, который здесь выступает в роли эффективного осциллятора. Подчеркнем, что она также продуцирована коммутационными соотношениями операторов рождения и уничтожения фотонов.

Рассмотрим случай двухфотонного резонанса в системе в условиях, когда $\eta \approx 2\omega_0$, а отстройка частот Δ — величина малая. Тогда, используя разложения (6), (7) и применяя формулу Бейкера – Кемпбелла – Хаусдорфа, в первом порядке имеем

$$\begin{aligned}
&\tilde{V}^{(1,0)}(t) = \hbar\frac{d}{dt}S^{(1,0)}(t) + \tilde{V}^{(1)}(t) = 0,\\
&S^{(1,0)}(t) = \epsilon\omega_0\frac{\cos((2\omega_0+\Delta)t)}{2\omega_0+\Delta}a^\dagger a,\\
&\tilde{V}^{(0,1)}(t) = \hbar\frac{d}{dt}S^{(0,1)}(t) + \tilde{V}^{(2)}(t) = \\
&\qquad = i\hbar\frac{\epsilon\eta}{8}\left(e^{-i\Delta t}a^{\dagger^2} - e^{i\Delta t}a^2\right),\\
&S^{(0,1)}(t) = \frac{\epsilon\eta}{8}\left(\frac{\exp[i(4\omega_0+\Delta)t]}{4\omega_0+\Delta}a^{\dagger^2} + \right.\\
&\qquad \left. + a^2\frac{\exp[-i(4\omega_0+\Delta)t]}{4\omega_0+\Delta}\right).
\end{aligned} \qquad (10)$$

Представим выражения и для вторых порядков:

$$\begin{aligned}
&\tilde{V}^{(2,0)}(t) = \tilde{V}^{(1,1)}(t) = 0,\\
&\tilde{V}^{(0,2)}(t) = -\frac{i}{2}\left[S^{(0,1)}(t), V_2(t)\right]' = \\
&\qquad = -\hbar\frac{(\epsilon\eta)^2}{32}\,\frac{1+2a^\dagger a}{4\omega_0+\Delta}.
\end{aligned} \qquad (11)$$

Заметим, что в представлении Шредингера эффективный гамильтониан резонатора имеет вид

$$H = \tilde{H}_0^{eff} + i\hbar\frac{\epsilon\eta}{8}\left(a^{\dagger^2}\exp(-2i\omega_0 t) - a^2\exp(2i\omega_0 t)\right),$$
$$\tilde{H}_0^{eff} = H_0 - \hbar\frac{(\epsilon\eta)^2}{32}\,\frac{1+2a^\dagger a}{4\omega_0+\Delta}.$$

Здесь $\tilde{H}_0^{eff}$ — гамильтониан эффективного осциллятора, а его взаимодействие с движущимся зеркалом описывается оператором

$$i\hbar\frac{\epsilon\eta}{8}\left(a^{\dagger^2}\exp(-2i\omega_0 t) - a^2\exp(2i\omega_0 t)\right).$$

Необходимые для дальнейшего средние от операторов наиболее просто могут быть определены в гейзенберговской картине взаимодействия, эволюцию операторов в которой будем обозначать, чтобы не было путаницы, нижними индексами. Динамика системы в главном порядке определяется теперь именно взаимодействием (10), которое описывает явление вырожденной параметрической генерации. Эволюция операторов рождения и уничтожения в простом случае $\exp(\pm i\Delta t) \approx 1$ сводится к известному преобразованию

$$a_t = a_0\,\mathrm{ch}\,r + a_0^\dagger\,\mathrm{sh}\,r,$$

где нижний индекс «0» отвечает начальным условиям, а $r = (\epsilon\eta/4)t$ — параметр сжатия.

Усредним теперь искомые средние по исходному вакуумному состоянию. В этом случае не зависящая от времени добавка к энергии определяется соотношением

$$-\hbar\frac{(\epsilon\eta)^2}{32}\,\frac{1}{4\omega_0+\Delta}.$$

Остальные средние зависят от параметра сжатия, который, в свою очередь, определяется временем взаимодействия. В частности, слагаемое от среднего числа рожденных из вакуума квантов возбуждения, $\langle a_t^\dagger a_t\rangle = \mathrm{sh}^2\, r$, определяет радиационное давление.

В исходной шредингеровской картине развитому из основного вакуумного состояния эффективного осциллятора отвечает его сжатое вакуумное состояние, а его средняя энергия наряду со стационарным сдвигом в том же порядке имеет зависящее от времени слагаемое от среднего значения числа квантов возбуждения, полученных в процессе вырожденной параметрической генерации.

Отметим, что найденные в задаче величины не зависят от выбора модуляции частоты в форме $\omega(t) = \omega_0(1+\epsilon\sin\eta t)$ или $\omega(t) = \omega_0(1+\epsilon\cos\eta t)$.

С точки зрения унитарной симметрии квантовой теории, задачу можно исследовать диагонализацией исходного гамильтониана. Последнее отвечает глобальному подходу квантовой теории и также осуществляется унитарным преобразованием, например методом непрерывного унитарного преобразования [23–25]. В обсуждаемой задаче диагонализация гамильтониана (1) не проводилась. Локальный подход в рассматриваемых условиях оказывается проще и эффективнее. Диагональная часть эффективного гамильтониана уже содержит основные поправки и вводит понятие эффективного осциллятора, которое сохраняется при учете возможных новых взаимодействий при рассмотрении резонатора с колеблющимся зеркалом как объекта теории открытых квантовых систем. Дальнейшая диагонализация эффективного гамильтониана дает поправки к уже полученным величинам более высокого порядка малости [14].

Проанализированная здесь ситуация, когда в динамическом эффекте Казимира уровни энергии стационарного режима гармонического осциллятора приобретают дополнительный энергетический сдвиг, по нашему мнению, является чрезвычайно важной с фундаментальной точки зрения. Приведем следующее рассуждение в простейшем случае. Найдем силу Казимира как производную убыли работы $\mathcal{E}$, совершенной при адиабатическом изменении размера ℓ квантования одномерного резонатора [26]. Эту физическую величину в статическом случае найдем как помодовую разность энергии электромагнитного поля внутри резонатора и в свободном пространстве. Единственная собственная частота одночастотного резонатора из граничных условий определена соотношением $\omega_0 = \pi c/\ell$, где c — скорость света. Для случая свободного пространства собственная энергия равна нулю ввиду устремления собственного размера к бесконечности. Величина силы притяжения в этом случае определяется соотношением $F = -\hbar\omega_0^2/2\pi c$. Отметим, что собственная энергия всех остальных мод свободного пространства не зависит от параметра ℓ и вклада в значение силы не дает. Этот же результат может быть получен и путем адиабатического изменения параметра проницаемости двух стенок, разграничивающих одномерное пространство.

Регистрация предложенного явления может быть осуществлена в следующем эксперименте. Пусть резонатор представляет собой два параллельных зеркала, где только одно подвергается динамическим осцилляциям, а другое непосредственно служит для регистрации силы Казимира. Различия наблюдаются в разнице значений величины силы по сравнению с ситуацией, когда оба зеркала неподвижны, а эксперимент статичен. Отметим, что к настоящему времени удалось зарегистрировать величину энергии основного состояния осциллятора по эффекту возникновения сжатых квантовых состояний параметрического генератора [20]. Кроме того, развитие методов исследования в нанометровом диапазоне [27], как, например, совершенствование метода динамической голографии [28], позволяет надеяться на регистрацию рассмотренного нами эффекта.

3. ОБСУЖДЕНИЕ

Представленное применение методов локального подхода квантовой теории к динамическому эффекту Казимира демонстрирует возможность следующего общего подхода к подобным задачам. Полученный вид эффективного гамильтониана задачи в резонансном и нерезонансном случаях достаточно универсален. Локальный подход основан на алгебраической теории возмущений [12, 14, 29], которая позволяет получать эффективные гамильтонианы задач типа Мура – Лоу – Додонова в областях параметров, в которых частотный спектр системы четко обусловлен одной или несколькими характерными частотами, а некоторые взаимодействия могут считаться малыми. При этом локальный подход дает возможность обсуждать и исследовать спектры основных эффективных компонент открытой системы. Виды эффективных гамильтонианов здесь универсальны и определяются помимо структуры спектра подсистем открытых систем, в которой возможны различные резонансные условия, алгеброй операторов задачи. Поэтому определенные в данной работе эффективные гамильтонианы для случаев нерезонансного изменения параметров и двухквантового резонанса при изменении параметров могут быть получены путем применения алгебраической теории возмущений к фундаментальным квантовым моделям Джейнса – Каммингса [30] и Тависа – Каммингса [31], в которых константы взаимодействия фотонной моды с атомами промодулированы и рассмотрены соответствующие резонансные (или нерезонансные) условия. Соответствующие вычисления здесь стандартны и аналогичны [32].

При этом возникающие сдвиги энергетических уровней и константы связи следует рассматривать как параметры теории, которые могут быть получены в результате прямого квантования классической модели задачи, как это проделано в классических работах [9–11]. Отметим, что до сих пор для анализа эффектов в условиях квантовой модели, вызванных периодическими изменениями ее параметров, практикуется непосредственное квантование исходной классической модели, как, например, в недавней работе [33], в которой, как и раньше [9–11], ничего не говорится о роли эффективного квантового осциллятора и его возможном сдвиге энергии.

Подход на основе алгебраической теории возмущений при применении к известным квантовым моделям (минуя стадию первичного квантования) оставляет в стороне лишь вопросы и эффекты, связанные с нетривиальным адиабатическим изменением параметров квантовой системы. Но при этом локальный подход к известным моделям позволяет вводить понятия эффективных составляющих открытых систем и сразу представлять и анализировать возможные новые физические эффекты, обусловленные периодическим изменением каких-либо параметров рассматриваемой модели в очерченных рамках. Поэтому представленный в работе подход дает теоретическую основу для дальнейших исследований динамики резонатора с периодической модуляцией границ как открытой системы. При этом параметры возникающих эффективных компонент доступны экспериментальным измерениям.

Финансирование. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 19-02-00234а).

ЛИТЕРАТУРА

1. H. B. Z. Casimir, Proc. Kon. Neder. Akad. Wet. **51**, 793 (1948).
2. Jr W. E. Lamb and R. C. Retherford, Phys. Rev. **72**, 241 (1947).
3. J. N. Mundey, F. Capasso, and V. A. Parsegian, Nature **457**, 170 (2009).
4. V. V. Dodonov, Physics **2**, 67 (2020).
5. V. V. Dodonov, Phys. Scr. **82**, 038105 (2010).
6. C. M. Wilson, G. Johansson, A. Pourkabirian, J. R. Johansson, T. Duty, F. Nori, and P. Delsing, Nature **479**, 376 (2011).
7. Л. А. Ривлин, КЭ **6**, 2248 (1979).
8. C. Braggio, G. Bressi, G.Carugno, C. del Noce, G. Galeazzi, A. Lombardi, A. Palmieri, G. Ruoso, and D. Zanello, Europhys. Lett. **70**, 754 (2005).
9. G. T. Moore, J. Math. Phys. **11**, 2679 (1970).
10. C. K. Law, Phys. Rev. A **49**, 433 (1994).
11. V. V. Dodonov and A. B. Klimov, Phys. Rev. A **53**, 2664 (1996).
12. А. И. Трубилко, А. М. Башаров, Письма в ЖЭТФ **111**, 632 (2020).
13. D. F. Walls, Z. Phys. **234**, 231 (1970).
14. A. I. Maimistov and A. M. Basharov, *Nonlinear Optical Waves*, Kluwer Acad., Dordrecht (1999).
15. Р. Эрнст, Дж. Боденхаузен, А. Вокаун, *ЯМР в одном и двух измерениях*, Мир, Москва (1990).
16. В. С. Бутылкин, А. Е. Каплан, Ю. Г. Хронопуло, Е. И. Якубович, *Резонансные взаимодействия света с веществом*, Наука, Москва (1977).
17. Г. Вальтер, УФН **166**, 777 (1996).
18. D. J. Bergman and M. I. Stockman, Phys. Rev. Lett. **90**, 027402 (2003).
19. Ю. Е. Лозовик, Н. Б. Нарожный, А. М. Федотов, Письма в ЖЭТФ **72**, 344 (2000).
20. I.-C. Benea-Chelmus, F. F. Settembrini, G. Scalari, and J. Faist, Nature **568**, 202 (2019).
21. Д. Н. Клышко, *Фотоны и нелинейные среды*, Наука, Москва (1980).

22. В. Н. Горбачев, А. И. Трубилко, Опт. и спектр. **83**, 295 (1997).

23. F. Wegner, Ann. Phys. **3**, 77 (1994).

24. S. D. Glazek and K. G. Wilson, Phys. Rev. D **48**, 5863 (1993).

25. S. D. Glazek and K. G. Wilson, Phys. Rev. D **49**, 4214 (1994).

26. В. М. Мостепаненко, Н. Н. Трунов, УФН **156**, 385 (1988).

27. G. L. Klimchitskaya, V. M. Mostepanenko, V. M. Petrov, and T. Tschudi, Phys. Rev. Appl. **10**, 014010 (2018).

28. В. М. Петров, М. П. Петров, В. В. Брыскин, Е. Петтер, Т. Чуди, ЖЭТФ **131**, 798 (2007).

29. А. М. Башаров, ЖЭТФ **142**, 419 (2012).

30. E. T. Jaynes and F. W. Cummings, Proc. of the IEEE **51**, 89 (1963).

31. M. Tavis and F. W. Cummings, Phys. Rev. **170**, 379 (1968).

32. А. И. Трубилко, А. М. Башаров, Письма в ЖЭТФ **110**, 505 (2019).

33. M. H. Michael, J. Schmiedmayer, and E. Demler, Phys. Rev. A **99**, 053615 (2019).