СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ГРАНИЦЫ МАГНИТНОГО БАРЬЕРА, ОБТЕКАЕМОГО ПЛАЗМОЙ: МЕМБРАННАЯ МОДЕЛЬ ГРАНИЦЫ, ЛИНЕЙНЫЕ И НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕЗОНАНСЫ И СВЯЗИ С ВНУТРЕННИМИ МОДАМИ

С. П. Савин^{а*}, В. В. Ляхов^b, В. М. Нещадим^b, Л. М. Зеленый^a,

3. Немечек ^с, Я. Шафранкова ^с, С. И. Климов ^а, С. А. Скальский ^а,

М. О. Рязанцева^а, Л. С. Рахманова^а, Ч. Ванг^d, Х. Ли^d, Я. Бленцки^e,

Ж.-Л. Рош^f, Л. Козак^g, А. Суворова^h, Л. А. Лежен^a

^а Институт космических исследований Российской академии наук, 117997, Москва, Россия

^b DTO "Institute of Ionosphere", 050020, Almaty, Kazakhstan

^c Charles University, 1636, Prague, Czech Republic

^d National Space Science Center, CAS, 100190, Beijing, China

^e Space Research Center, 57622, Warsaw, Poland

^f Laboratory of Physics and Chemistry of the Environment and Space, 45071, Orleans, France

⁹ Kyiv Taras Shevchenko University, and SRI NASU-SSAU 01601, Kyiv, Ukraine

^h GPS Science and Application Research Center, National Central University, 32001, Taiwan

Поступила в редакцию 4 марта 2020 г., после переработки 27 июня 2020 г. Принята к публикации 7 сентября 2020 г.

Исследуются линейные и нелинейные резонансы и каскады, существенно влияющие на взаимодействие потока бесстолкновительной плазмы с магнитным барьером и на проникновение плазмы внутрь барьера, на примере околоземной магнитопаузы. Наша линейная теория мембранной неустойчивости границы магнитного барьера — магнитопаузы — позволяет объяснить структуру спектров и би-спектров флуктуаций на разных участках погранслоев у магнитопаузы, и также резонансы на частотах 0.05-0.5 мГц. Регистрируемая сжимаемость волн под магнитопаузой означает невозможность их возбуждения одними альвеновскими резонансами. Мы предлагаем — как общий принцип — примерное совпадение частот разных гармоник разных резонансов в качестве условия усиления резонансов до нелинейных амплитуд и их распространения в ионосферу. Мы подтверждаем наличие резонансных волн у магнитопаузы и демонстрируем нелинейное трехволновое каскадное взаимодействие сжимаемых (0.05-5 мГц) и несжимаемых волн под магнитопаузой, обеспечивающее возбуждение резонансов магнитных силовых линий и волноводных резонансов на частотах 1-25 мГц без точного совпадения частот с линейными резонансами на магнитопаузе и ударной волне. Это также может обеспечить нелинейную связь линейных и нелинейных резонансов в других многослойных средах (например, в плазменном и нейтральном слоях геомагнитного хвоста и между ним и магнитопаузой). Приведен пример возбуждения волноводной моды внутри магнитопаузы нелинейными мембранными волнами. Обнаружено нелинейное возбуждение и взаимодействие большинства «магических» гармоник под магнитопаузой.

DOI: 10.31857/S0044451021020139

1. ВВЕДЕНИЕ

Анализ движения магнитопаузы (МП), наблюдаемого, например, на ИНТЕРБОЛ-1, THEMIS и CLUSTER [1–10], выявил, что магнитопауза (МП) осциллирует на выделенных («магических») ультранизких частотах, которые видны и в наземных, и в магнитосферных данных:

Магнитопауза представляет собой мембрану под растяжением, которая может резонансно взаимодействовать с магнитосферной полостью, а ионосфера выступает в качестве опоры вдоль магнитных силовых линий. То, что именно поверхностные волны у МП — источник дневных пульсаций Рс5-6 на Земле, не полностью подтверждается у границы замкнутых силовых линий в ионосфере: максимум возмущений смещен внутрь границы захвата частиц [10]. Авторы предположили, что широкополосная турбулентность у МП может мешать передаче и регистрации низкочастотных резонансных волн в ионосфере. Но в работах [1-3] показано, что альвеновскому резонансу подвержены именно пограничные силовые линии. Поэтому мы предлагаем новую модель — мембранной неустойчивости (MH), которая не зависит от альвеновских волн и объясняет наблюдения резонансов от магнитослоя (МСЛ) до нескольких R_E под МП, причем генерироваться должны как раз наблюдаемые сжимаемые волны. Мы демонстрируем возбуждение альвеновских резонансов магнитных силовых линий мембранными волнами через нелинейные трехволновые взаимодействия и каскады.

2. МОДЕЛЬ МП

Считаем МП в подсолнечной точке круглой, плоской, закрепленной по краям мембраной радиуса r_0 (более простая модель МП с квадратной плоской одномерной мембраной для более высоких частот (свыше 1 мГц) независимо рассмотрена в работе [11]). Закрепленность по краям, как уже упоминалось, обусловлена тем, что силовые линии МП проектируются в ионосферу и далее в мантию Земли (ср. [1–3]).

Решение для механической мембраны известно [12]:

$$u(r,\theta,t) = \sum_{n,m=0}^{\infty} \widehat{v}_{n,m}(r,\theta) \left(A_{n,m} \cos\left(\frac{a\mu_m^n}{r_0}t\right) + B_{n,m} \sin\left(\frac{a\mu_m^n}{r_0}t\right) \right) + \sum_{n,m=0}^{\infty} \widetilde{v}_{n,m}(r,\theta) \times \left(C_{n,m} \cos\left(\frac{a\mu_m^n}{r_0}t\right) + D_{n,m} \sin\left(\frac{a\mu_m^n}{r_0}t\right) \right).$$
(2)

Суммируются собственные колебания с частотами $\omega = a\mu_m^n/r_0$. Здесь $\mu_m^n - m$ -й корень уравнения функции Бесселя $J_n(\mu) = 0$, $a = \sqrt{T/\rho}$, T — поверхностное натяжение($[T] = Дж/м^2$), ρ — поверхностная плотность мембраны ($[\rho] = \kappa r/m^2$). Коэффициенты $A_{n,m}$, $B_{n,m}$, $C_{n,m}$, $D_{n,m}$ определяются из начальных условий

$$u(r,\theta,0) = \sum_{n,m=0}^{\infty} \left(\widehat{v}_{n,m}(r,\theta) A_{n,m} + \overline{v}_{n,m}(r,\theta) C_{n,m} \right) =$$
$$= f_1(r,\theta),$$

$$u_t(r,\theta,0) = \sum_{n,m=0}^{\infty} \left(\widehat{v}_{n,m}(r,\theta) B_{n,m} + \widetilde{v}_{n,m}(r,\theta) D_{n,m} \right) \times \frac{a\mu_m^n}{r_0} = f_2(r,\theta)$$

по формулам

$$A_{n,m} = \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{r_{0}} f_{1}(r,\theta) J_{n} \left(\sqrt{\lambda_{n,m}}r\right) \times \\ \times \cos(n\theta) r \, dr \, d\theta \Big/ \left\{ \frac{\pi r_{0}^{2}}{2} \varepsilon_{n} \left[J_{n}' \left(\sqrt{\lambda_{n,m}}r_{0}\right) \right]^{2} \right\},$$
(3)
$$C_{n,m} = \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{r_{0}} f_{2}(r,\theta) J_{n} \left(\sqrt{\lambda_{n,m}}r\right) \times \\ \times \sin(n\theta) r \, dr \, d\theta \Big/ \left\{ \frac{\pi r_{0}^{2}}{2} \varepsilon_{n} \left[J_{n}' \left(\sqrt{\lambda_{n,m}}r_{0}\right) \right]^{2} \right\}.$$

Аналогичные формулы можно найти для $a\sqrt{\lambda_{n,m}}B_{n,m}$ и $a\sqrt{\lambda_{n,m}}D_{n,m}$. Здесь

$$\lambda_{n,m} = \left(\frac{\mu_m^n}{r_0}\right)^2, \quad \varepsilon_n = \begin{cases} 2, & n = 0, \\ 1, & n \neq 0. \end{cases}$$

Моделирование магнитопаузы тонкой мембраной вполне оправдано. В работе [13] рассматривается возникновение тонких равновесных границ между плазмой и магнитным полем, когда характерная толщина погранслоя даже меньше дебаевского радиуса.

3. МГД-ХАРАКТЕРИСТИКИ НАТЯЖЕНИЯ МП

В механике поверхностное натяжение T — это энергия, затрачиваемая на разрыв единицы поверхности. Магнитные силовые линии — как упругие нити стремятся сократиться и развить продольное натяжение $T = B_0^2/2\mu_0$, где B_0 — индукция магнитного поля, μ_0 — магнитная постоянная. У МП мы

μ_m^0	2.404	5.520	8.653	11.791	14.930
ω , мГц	0.6	1.3	2.0	2.7	3.4
μ_m^1	0	3.831	10.173	13.323	16.470
ω , мГц	0	0.8	2.3	3.1	3.8
μ_m^2	0	5.135	8.417	11.619	14.795
ω , мГц	0	1.2	1.9	2.7	3.4
μ_m^3	0	6.380	9.761	13.015	16.223
ω , мГц	0	1.5	2.3	3.0	3.7
μ_m^4	0	7.588	11.064	14.372	17.615
ω , мГц	0	1.7	2.5	3.3	4.1

Таблица 1. Спектр собственных мембранных частот магнитопаузы ($r_0 = 10R_E = 6.4 \cdot 10^7$ м)

используем это МГД-понятие, в качестве плотности используем объемную плотность $\rho = (m_i + m_e)n_0 \approx m_i n_0$, масса иона гораздо больше массы электрона $(m_i \gg m_e)$; n_0 — концентрация плазмы. Размерность натяжения в МГД $[T] = Дж/м^3$, плотности $[\rho] = \kappa r/m^3$, поэтому размерность $a = \sqrt{T/\rho}$ остается прежней.

4. СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ МП

С помощью (2) определены собственные частоты МП при $\mu_0 = 1.26 \cdot 10^{-6}$ Гн/м:

B_0	=	$2.5 \cdot 10^{-8}$ Тл,
n_0	=	$16 \cdot 10^6 \mathrm{m}^{-3},$
m_i	=	$1836 \cdot 10^{-31}$ кг.

В среде пакета МАРLЕ решено уравнение $J_n(\mu) = 0$, т.е. определены первые четыре корня μ_m^n функций Бесселя порядка n = 0, 1, 2, 3. Теоретические значения собственных частот для функции Бесселя нулевого порядка (вторая строка табл. 1) практически совпадает с экспериментальным рядом «магических» частот [1]. Эта строка представляет собой наименьшие возможные собственные частоты колебаний магнитопаузы, рассматриваемой как мембрана, при $r_0 \sim 10R_E$, где может считаться применимой плоская модель мембраны, поскольку радиус кривизны МП здесь больше r_0 . В табл. 2 представляен спектр собственных частот МП, если брать за мембрану прилегающую МП вплоть до ближнего хвоста с эффективным радиусом

Таблица	2.	Спектр	собственных	частот	ΜП

μ_m^0	2.404	5.520	8.653	11.791
ω , мГц	0.24	0.52	0.8	1.08
μ_m^1	0	3.831	10.173	13.323
ω , мГц	0	0.32	0.92	1.24
μ_m^2	0	5.135	8.417	11.619
ω , мГц	0	0.48	0.76	1.08
μ_m^3	0	6.38	9.761	13.015
ω , мГц	0	0.6	0.92	1.2

 $r_0 \sim 25 R_E$. На самом деле, мы просчитали все характерные частоты для $r_0 \sim 10, 15, 20, 25 R_E$, и убедились в линейной зависимости нулевых частот от r₀, поэтому приводим только табл. 1 и 2. Для табл. 2 мы получим резонансы от 0.24мГц и выше, хотя использование модели плоской мембраны для выпуклой МП с $r_0 \sim 25 R_E$ требует дополнительного рассмотрения. Мы полагаем, что кривизна магнитопаузы меняет только численные значения собственных частот. Мы считаем изменения несущественными, исходя из того, что частоты второй сверху строчки табл. 1 близки к «магическим» ионосферным частотам [1]. Кроме того, далее мы показываем, что нелинейные каскады и гармоники обеспечивают синхронизацию резонансов в разных подобластях магнитосферы в достаточно широких поддиапазонах частот (см. обсуждение рис. 2, 5, 6).

Мы рассматриваем эффективный радиус как расстояние вдоль МП от подсолнечной точки до проекции положения спутника на МП вдоль ее нормали. Далее мы подкрепляем это время пролетными соображениями для нулевых гармоник. Обосновывать же дополнительно приближение закрепленной по краям мембраны мы предлагаем за счет инерции длинного геомагнитного хвоста и внешней канализирующей силы — обтекающего потока солнечного ветра (СВ). Внутренние же линии вморожены как в ионосферу, так и в плазменный слой у экватора, обеспечивая внутреннюю канализацию/закрепленность МП. Отметим, что до сих пор мы рассматривали в МН линейные (бесселевы) гармоники собственных колебаний мембраны.



Рис. 1. Вэйвлетные спектры мощности компоненты магнитного поля B_y по данным Интербол–1 (INTERBALL–1, 19.06.1998:в 10–11 UT — магнитосфера (Plasma Ball, PB, [14], серая заливка); 08:53-09:53 UT — МСЛ (штриховая кривая); P_{dyn} , в CB (SW), 08:30-09:50 UT (светлые символы)

5. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Мы основываемся на сравнении с экспериментальными данными спутников ИНТЕРБОЛ-1, CLUSTER, THEMIS, GEOTAIL в работах [7,8,14–16] и ссылках в них, а также на двух новых примерах, включая данные DOUBLE STAR и SPEKTR-R.

5.1. Данные ИНТЕРБОЛ-1 19.06.1998

Как показано на рис. 1а в работе [14], колебания на частоте 0.3–1 мГц видны от ударной волны (УВ) до МП. При частоте около 0.5 мГц колебания (ср. со второй строчкой табл. 2) длятся два часа внутри МП. На рис. 1b из работы [14] модуль магнитного поля |В| под МП (зеленая заливка) промодулирован частотой около 1.7 мГц в течение 50 мин (заметим, хотя частота и не совпадает с (1), свободный параметр r_0 позволяет найти соответствующую часть резонирующей магнитопаузы, а нелинейные каскады позволяют сопрячь частоты с (1), см. далее). Кроме того, в нижней строчке табл. 1 минимальная гармоника как раз равна 1.7 мГц. Волны распространяются внутрь магнитосферы с затуханием (т. е. они генерируются или усиливаются вблизи МП). Проникновение внутрь МП видно и на рис. 1, где даны спектры магнитной компоненты B_{μ} (система координат GSE) за час до и после пересечений МП и спектр динамического давления P_{dun} в CB (OMNI), характеризующий энергетику колебаний в СВ (ИНТЕРБОЛ-1, 19.06.1998). Видно, что пики в СВ не служат триггерами волн у МП на частотах свыше 0.5 мГц, хотя пик в СВ на частоте около 0.35 мГц (ср. с четвертой строчкой табл. 2) сопровождается пиками в магнитосфере и МСЛ на немного более высокой частоте. Спектры B_u за час до МП (штриховая кривая) напоминают спектры час спустя внутри МП (серая заливка), будучи в 2–3 раза мощнее (вероятно, из-за падения |**B**| сразу под МП) и имея сдвиг максимумов к высоким частотам, как считали до этого, из-за доплер-сдвига в движущемся МСЛ. Мы вернемся к сдвигу при обсуждении рис. 4. То же относится и к максимумам на более высоких частотах. Без учета этого сдвига спектры имеют почти идентичную структуру. Итак, рис. 1 и работа [14] опровергают одно из предположений работы [10] об отсутствии резонансов у МП и ставят проблему роста частоты в МСЛ относительно потенциального триггера в CB (см. P_{dyn}).

На рис. 2 мы приводим би-спектры магнитных компонент $|\mathbf{B}|$ (сжимаемые волны) и B_{y} (в системе координат GSE). Первые соответствуют сжимаемым мембраной волнам (средняя панель — низкочастотная часть левой), правая панель отражает, большей частью, альвеновские резонансы. Для понимания процессов на внешних магнитосферных границах необходим не только спектральный, но биспектральный анализ (т. е. простейший нелинейный анализ для трехволновых процессов): он выявляет процессы, где частоты трех волн $F1 + F2 \sim F3$ (частота F1 — горизонтальная ось рисунка, F2 вертикальная, F3 — подразумевается) и дает их тройную когерентность. Мы приводим данные с би-когерентностью свыше 10% (= 0.1 на цветных шкалах сбоку), которая считается достаточно представительной [7, 8, 14, 16]. К сожалению, наиболее низкие частоты недоступны для анализа (спутник находился в области однородных физических процессов слишком мало времени), но мы исследуем эти частоты по другим данным. Максимумы в биспектрах являются «толстыми», так как в плазме с нелинейными амплитудами колебаний резонансы размываются из-за флуктуаций основных параметров плазмы. Так, в 09:40-10:31 UT среднее значение $|\mathbf{B}|$ (+/- стандартное отклонение) составляет около 30 + / -11 нТл (полное стандартное отклонение трех компонент равно примерно 25 нTл), т.е. «толщина» резонансов может вполне превышать и 1/3 средней величины. Это и обеспечивает эффективное взаимодействие резонансов, в отличие от линейной ламинарной физики.

Итак, на левой панели даны наиболее высокочастотные данные |**B**| свыше порога (16 Гц). На са-



Рис. 2. Вэйвлетные би-спектры компонент магнитного поля $|\mathbf{B}|$ (левые панели) и B_y (GSE, правая панель) по данным ИНТЕРБОЛ-1 (INTERBALL-1) 19.06.1998, 09:40-11:17 UT. На вставке в верхнем правом углу правой панели в качестве входов для би-спектрального анализа использовались сигналы $F1 - B_y$ (по горизонтали) $F2 - |\mathbf{B}|$ (по вертикали), F3 - B_y (суммарная, F1 + F2 = F3)

мой низкой частоте виден нелинейный каскад, когда волны на суммарной частоте F3 несколько раз нелинейно взаимодействуют с исходной F2 («накачка») [7, 8, 14]. Он продолжается до $F1 \sim 25$ мГц, и на одной из суммарных частот F3 возникает нелинейный резонанс (показан фиолетовой стрелкой). Мы полагаем, что это возбуждение стоячих быстрых магнитозвуковых волн в полости между магнитопаузой и плазменным слоем (так называемые волноводные (waveguide) моды [9,17]). Они тоже имеют собственные линейные бесселевы гармоники, и мы демонстрируем их нелинейную связь с мембранными модами. Конечно, энергия может идти и от волноводных мод к мембранным. Но поток солнечного ветра непосредственно взаимодействует именно с МП, поэтому мы полагаем, что мембранные моды в большинстве случаев возбуждают волноводные под МП как раз за счет обнаруженного нами нелинейного механизма.

Средняя панель демонстрирует нелинейное возбуждение волн на суммарной частоте $F3 \sim 3.5$ мГц (ср. с пятой строчкой табл. 1) с последующим распадом на F3, обозначенной фиолетово-черной стрелкой и «decay». Низкочастотная горизонтальная «накачка» на $F2 \sim 0.5$ мГц достаточно близка к наименьшей частоте из табл. 1. Фиолетовыми стрелками показаны четыре нелинейные гармоники.

Для B_y (правая панель) максимум (F1, F2) ~ ~ (1.3; 2.6 мГц) достигает 70 %, что мы связываем с генерацией альвеновского резонанса силовых линий, который и достигает земной поверхности [9–11] (заметьте, на средней панели в |**B**| этот же бимаксимум не превышает 40 %). Это взаимодействие второй и четвертой «магических» гармоник (1), ср. также с табл. 1. Однако процессы в B_y продолжаются на суммарных частотах F3 (показано фиолетовыми стрелками), причем они взаимодействуют и с исходным резонансом $F2 \sim 1.3$ мГц, и при помощи «распада» с F3 ~ const с шестой «магической» гармоникой (1), см. зеленый максимум и его левый край, а также голубую с черным стрелку. Более того, на вставке в верхнем правом углу правой панели в качестве входов для би-спектрального анализа использовались разные сигналы на частотах $F1-B_{y}$, $F2-|\mathbf{B}|, F3-B_{y};$ что непосредственно демонстрирует трехволновое взаимодействие между сжимаемыми ($|\mathbf{B}|$) и альвеновскими (B_u) резонансами магнитных силовых линий (ср. [16]). И опять «магический» максимум $(F1, F2) \sim (1.3; 2.6 \text{ м}\Gamma \mathfrak{q})$ близок к 70%, что считается надежным даже для корреляции двух сигналов (ср. с [16]). Чтобы проверить альвеновский характер сигнала, характеризуемого B_u , мы также посчитали стандартные отклонения в 09:40-10:31 UT для |**B**| и несжимаемых (альвеновских) магнитных флуктуаций в трех компонентах: последние в два раза превышают первые. Это значит, что внутри магнитопаузы на рис. 2 доминируют именно альвеновские волны и B_{y} , по всей видимости, их правильно характеризует.

Таким образом, мы демонстрируем существенную роль нелинейных процессов во внешнемагнитосферной физике, в отличие от предыдущих, в основном, линейных подходов (с которого мы и начали в мембранной модели MH).

5.2. 30.10.2007

На рис. 3h в работе [7] была показана регистрация сжимаемых волн в $|\mathbf{B}|$ на частотах около 1.6 и 3 мГц на THEMIS-Е (*TME* порядка $3R_E$ под МП). Частоты почти идентичны демонстрируемым позже в работе [11] 1.66 и 3.3 мГц и могут быть воспроиз-

Таблица 3. Координаты спутников 20.03.2012

UT		13			21	
$Spacecraft \ GSE, RE$	X	Y	Z	X	Y	Z
SPEKTR-R	-17	30	-9	-16	26	-11
CLUSTER-4	14	-8	-7	6	-7	-2
GEOTAIL	-4	-19	4	2	-25	2
THA/THE	-3	-10	4	3	-8	3



Рис. 3. Временной ход $|\mathbf{B}|$ на TMA и TME 20.03.2012 в 13-21 UT. Орбиту см. в табл. 2

ведены МН при переменном $r_0 \sim 4$ и $2R_E$, соответственно, а также гармониками в нижней строчке табл. 1. Сигнал на частоте 1.6 мГц — квазистационарен (т.е. может возбуждаться относительно слабыми стационарными волнами в СВ), а сигнал на частоте 3 мГц был вызван четырьмя плазменными струями в МСЛ, период появления которых равен периоду резонансных затухающих колебаний. Авторы [7] показали, что два мощных возмущения — токовых слоя — в СВ вызывают эти колебания. Это согласуется с [10, 11, 15, 16]: резонансы наблюдаются как у МП, так и внутри нее. Но у МП существует широкий спектр волн, мешающий регистрации резонансов в ионосфере [10]. Резонансы же порядка Pc5-6 с длиной волны вплоть до нескольких R_E (порядка глубины орбиты ТМЕ под МП) проникают глубже высокочастотной турбулентности и возбуждают резонансные колебания силовых линий (ср. рис. 2), они хорошо видны и под углом 1°-4° внутри границы замкнутых силовых линий в ионосфере [10].

5.3. Новый пример 20.03.2012

Мы представляем новые данные, включающие измерения потока плазмы на SPEKTR-R. Мы сравниваем данные с пяти космических аппаратов (KA,



Рис. 4. Вэйвлетные спектры мощности потока плазмы nV: 20.03.2012. WIND, CB (SW), 13-18 UT, нижний график без заливки; SPEKTR-R, 13-21 UT, крестики (голубая заливка); CLUSTER-4 13-18 UT, светлая (желтая) заливка; GEOTAIL, 05-24 UT, темная (фиолетовая) заливка; THA, $|\mathbf{B}|$, 13-21 UT, верхняя кривая. Орбиты см. табл. 2, 20.03.2012, вэйвлетная би-когерентность $|\mathbf{B}|$, THA, 13-21 UT



Рис. 5. Трехволновой процесс: когерентность трех сигналов: *F*1 (горизонтально) + *F*2 (вертикально) = *F*3 (не показано)

ХGSE от 14 до $-17R_E$, см. табл. 3). Вне МП мы анализируем поток ионов nV (произведение плотности ионов на скорость), т.е. доминирующий импульс в CB/MCЛ. Внутри МП (по данным спутников THEMIS - A/E = TMA/TME) анализируется импульс $|\mathbf{B}|$, отражающий доминирующее магнитное давление внутри магнитосферы. На рис. 3 показаны сжимаемые волны в $|\mathbf{B}| \sim 3-4R_E$ под МП. Амплитуда волн на TME значительно выше, чем на TMA (TME примерно на $1R_E$ ближе к МП). Это говорит о малой вероятности непосредственного достижения этой сжимаемой волной ионосферы. Вэйвлетный спектр мощности на TMA с рис. 3 приведен на рис. 4 (верхняя кривая), а вэйвлетная би-спектро-

Мы считаем, что МН деформирует МП и созда-

грамма (отражающая нелинейное трехволновое взаимодействие) — на рис. 5.

На *ТНА* в области интенсивных волн в 16-19 UT стандартное отклонение $|{\bf B}| \sim 4.9$ нТл, а перпендикулярное магнитному полю составляет примерно 3.3 нТл. Таким образом, здесь преобладают сжимаемые, а не альвеновские волны [1–3] (ср. с [11]). По всей видимости, ТНА и ТНЕ регистрируют и альвеновские волны на резонансной для силовой линии частоте (линейной) порядка 0.6-0.7 мГц [1-3, 11, 17]. О нелинейных трехволновых каскадообразных процессах говорят максимумы (свыше 50%), близкие к черным линиям на рис. 5. Основной каскад (наклонная линия) соответствует трехволновому процессу с частотами $F1 + F2 \sim 1.4$ мГц (близко ко второй «магической» частоте). Он начинается на $F2 \sim 0.7$ мГц — частоте максимума в спектре $|\mathbf{B}|$ на рис. 4, что соответствует первой «магической» частоте (1). Этот же максимум, почти без доплерсдвига, виден и в СВ, однако, в МСЛ (спектры с заливкой) только на CLUSTER-4 и SPEKTR-R видны слабые максимумы на меньших частотах, не объяснимые доплер-сдвигом (так как его нет на THA). Таким образом, этот резонанс не распространяется наружу от МП к Солнцу вдали от подсолнечной точки, вблизи которой он, по-видимому, и возбуждается (из-за совпадения частот в СВ, в гармонике МН и, возможно, волноводного резонанса [9], см. далее «множественные резонансы»). Горизонтальный каскад на частоте $F2 \sim 0.29$ мГц близок к минимальной частоте табл. 2. Более точно частоту можно получить, слегка уменьшив r_0 (так как нулевая бесселева частота линейно зависит от его обратной величины, (ср. табл. 1, 2).

Поскольку на ТНА доминируют сжимаемые волны, они вызываются не альвеновскими резонансами [1–3], а мы считаем, низшей «магической» (1) гармоникой $MH \sim 0.6-0.7$ мГц с характерным размером резонанса мембраны $r_0 \sim 10 R_E$ (табл. 1). Для $r_0 \sim 25 R_E$ доминируют волны с частотой 0.24 мГц (табл. 2), что близко к минимальной частоте пиков на рис. 4, из чего и выбран r_0 для табл. 2. Физическим основанием для этого служит то, что с ростом r₀ должно увеличиваться время пролета резонансной волны вдоль мембраны. Мы также предполагаем, что этот принцип — линейной зависимости периода основного мембранного резонанса от эффективного радиуса мембраны — справедлив и для изогнутой мембраны, т.е. МП вдали от подсолнечной точки (время пролета резонансной волны вдоль МП может расти примерно линейно с ростом эффективного радиуса).

ет флуктуации магнитного давления на внутренней кромке МП. Глубоко внутрь магнитосферы флуктуации, возбуждаемые возмущением |В| (отражающего изменения магнитного давления), попадают, вероятно, за счет раскачки альвеновских резонансов силовых линий (ср. рис. 2, [1-3, 11, 16, 17]). Суммарная частота трехволнового резонанса для частот $F1 + F2 = F3 \sim 1.4$ мГц (рис. 5) видна лишь в слабых спектральных максимумах в МСЛ и в «полке» в |**B**| на рис. 4, совпадая с одной из гармоник табл. 1. На рис. 5 амплитуда этого резонанса превышает 60% и приводит к каскаду трехволновых распадов (см. наклонную черную прямую, «распад», см. далее). Как мы уже говорили, дискретным нелинейным каскадом является взаимодействие сигнала на одной из частот F1 – F3 с сигналами на других фиксированных частотах F1 – F3 с повторением нелинейного взаимодействия вдоль линии, фиксирующей каскадную частоту [7, 8, 14] (не путать с турбулентным каскадом). Если $F3 \sim \text{const}$, то это «распад» исходной волны на дочерние волны, соответствующий наклонным линиям на рис. 2, 5, 6 (см. далее). Если $F2/F1 \sim {\rm const} -$ это горизонтально/вертикально протяженный максимум («накачка»). При этом для распадающихся волн на рис. 5 с частотами 0.1 < F1 < 0.7 < F2 < 1.4м
Гц (ср. с рис. 2) резонансов магнитосферных силовых линий и/или волноводных мод в непрерывном интервале 0.1-1.4 мГц не наблюдается. Каскад на $F2 \sim 0.26$ –0.32 мГц (см. горизонтальную черную линию на рис. 5) начинается максимумом $F2 \sim 70\%$ (слева, считаем, что это — «накачка» от УВ/МСЛ [16]). Он соответствует едва заметному пику на рис. 4. Его вторая (нелинейная) гармоника — близка к начальной частоте F2 наклонного каскада (примерно первая «магическая» частота). Максимумы на 0.05-0.5 мГц наблюдаются часто (см. рис. 1, 4, [8]), но они до сих пор не были объяснены. МН делает это, если считать, что в разных точках наблюдения доминируют разные гармоники (преимущественно, нулевые) с разным соответствующим характерным размером резонансной области r₀. На рис. 4 на GEOTAIL (наиболее близкому к THA по XGSE) виден максимум на частоте 0.3 мГц $r_0 \sim 20 R_E$), на THA — относительный максимум при частоте примерно на 0.25 мГц (ср. табл. 2). Напомним, вторая (нелинейная) гармоника этой частоты может резонировать с линейной гармоникой резонансной силовой линии на частоте примерно 0.6-0.7 мГц (близка к первой «магической» частоте (1) (см. рис. 5, табл. 1), предсказываемой в работах

ЖЭТФ, том **159**, вып. 2, 2021

[1-3, 11, 17] и возбуждаемой МН в зоне резонансного возбуждения МП до $r_0 \sim 10 R_E$. Насчет резонансного возбуждения: дополнительно следует рассмотреть, как резонансные волны распространяются вверх по потоку магнитослоя. В [16] показано, что в магнитослое регистрируется распространение возмущений в сторону Солнца. Отсюда наша концепция: в резонансе участвует, главным образом, магнитопауза в сторону Солнца от спутника, и он видит ее результат благодаря движению волн к Солнцу [16]. Кстати, деление характерной альвеновской скорости (порядка 100 км/с) на эффективный диаметр мембраны для табл. 1 (т. е. пролет резонансной волны от центра мембраны и обратно) дает именно частоту около 0.7 мГц. На ближайшем к Солнцу CLUSTER-4 — максимум наблюдается на частоте $0.4 \,\mathrm{M}\Gamma$ ц $(r_0 \sim 15 R_E)$, на самом удаленном от Солнца SPEKTR-R — на 0.22 мГц ($r_0 \sim 27 R_E$, ср. с табл. 2). Это может означать, что в мембранном резонансе радиус r_0 действительно близок к длине МП от подсолнечной точки до места измерения вдоль магнитопаузы. При этом резонансы возбуждаются не обязательно на частотах спектральных пиков СВ, что не должно казаться удивительным: усиление мощности в резонансных пиках в МСЛ на рис. 3 достигает 1.5-2 порядков относительно СВ, тогда как пики в СВ превышают фон только в 1.5-3 раза. Однако спектральные пики в СВ могут-таки провоцировать резонансы под МП (см. рис. 1, 4). Отметим, уменьшение частоты с удалением КА от Солнца в МСЛ не объясняется доплер-сдвигом: он должен расти из-за вторичного ускорения в сторону магнитосферного хвоста потока, обтекающего хвостовую магнитосферу. На SPEKTR-R виден пик на частоте 0.5 мГц, в принципе, объяснимый доплеровским сдвигом, но все равно, пики около 0.3 мГц на GEOTAIL и SPEKTR-R не могут быть объяснены доплер-сдвигом. Возвращаясь к увеличению частоты резонанса в МСЛ с 0.31 до 0.4 мГц на рис. 1, она может быть связана с тем, что КА «видят» резонансы на разных гармониках (и/или резонируют разные области погранслоев с разным r_0). Ближе к Солнцу КА пролетает области, резонирующие с меньшей частью МП, отсюда большая частота гармоник. А пик под МП больше выделяется на рис. 4, вероятно, из-за совпадения с пиком в СВ. На частоте 0.5-2 мГц (рис. 4) пики в МСЛ расположены в той же последовательности, что и рассмотренные выше, но не имеют триггерных пиков в СВ. Однако они укладываются в рамки МН (ср. табл. 1, 2).

Два низкочастотных максимума в $|\mathbf{B}|$ на частотах 0.05 и 0.1 мГц на рис. 4 могут быть вызваны похожими максимумами в СВ на частотах 0.08 и 0.13 мГц, доплер-сдвинутыми на 0.03 мГц. Похожие максимумы видны в МСЛ, их частота тоже уменьшается с удалением от Солнца, а мощность выше уровня СВ опять на 1.5-2.5 порядка. И снова минимальную частоту на SPEKTR-R нельзя объяснить доплер-сдвигом. На TMA и SPEKTR-R самый низкочастотный пик наблюдается на 0.05 мГц, он требует участия в резонансе МП вплоть до XGSE порядка $-70R_E$,что трудно объяснить MH: здесь, очевидно, приближение плоской мембраны не работает прямо. Хотя последовательность частот на разных КА, объясняемая МН, сохраняется. Если линейная зависимость периода возмущений от эффективного радиуса мембраны для нулевой гармоники качественно работает и здесь (ср. время пролета резонансной волны вдоль мембраны), то совпадение частот на TMA и SPEKTR-R может объясняться тем, что с ростом r_0 растет и длина резонансной волны, делая пренебрежимым доплер-сдвиг в МСЛ.

5.4. Новый пример 27.03.2005

В этом случае мы прокоррелировали все доступные данные 27.03.2005 г. и подтвердили прохождение резонансных волн от солнечного ветра до наземных станций на полярных широтах. Их частоты удовлетворительно согласуются с бесселевыми гармониками линейных резонансов на разных границах.

В работах [8,16] показано как и какими волнами разрушается бесстолкновительный поток СВ, набегающий на магнитосферу: слабые короткие импульсы волн, бегущие навстречу СВ, в необычайно мощном трехволновом каскадном взаимодействии в три этапа термализуют и отклоняют поток СВ. Причем характерные частоты наблюдаемых нелинейных резонансов могут быть описаны МН как линейные затравки и/или множественные резонансы (хотя бы для тех возмущений, которые возбуждаются у МП). Заметим, что в работе [16], в отличие от [11], рассматривается единый синхронизированный процесс резонансов у УВ, МП и в МСЛ. Здесь мы приводим новые результаты би-спектрального анализа у МП, демонстрирующие роль нелинейных взаимодействий и каскадов в установлении взаимосвязи резонансов у МП и внутримагнитосферных волн вплоть до локальных резонансных частот силовых линий порядка 5-7 мГц [11, 17].

На рис. 6 даны вэйвлетные би-спектры |**B**| на спутнике GEOTAIL, который выходил из магнитосферы и фиксировал множественные разрывы МП



Рис. 6. 27.03.2005, см. [16]. Вэйвлетная би-когерентность |В|, GEOTAIL, 03-16 UT. Стрелки на нижней панели (фрагменте верхней) показывает генерацию нелинейных гармоник на суммарных частотах и их дальнейшее трехволновое взаимодействие (максимумы)

под воздействием модулированных на изучаемых частотах плазменных струй [16]. Считается, что их модуляция возникает на деформированной резонансами ударной волне и что она синхронизована с резонансами на МП [8,16]. Мы также предполагаем, что возбуждаются преимущественно частоты вблизи собственных (мембранных) резонансов МП короткими импульсами вектора Пойнтинга в сторону Солнца ([16], см. далее). «Накачка» с уровнем би-когерентности порядка 60%, по всей видимости, происходила на F2 ~ 0.15 мГц, определяемой плазменными струями [8,16] (см. большое красное пятно в левом нижнем углу нижней панели). Нелинейные гармоники (на суммарной частоте, вплоть до четвертой) показаны стрелками. Они, в свою очередь, продолжают трехволновые взаимодействия как с исходным сигналом и между собой, так и с другими волнами (максимумы на нижней панели). Заметьте, горизонтальные и наклонный каскады (фиолетовые линии) качественно хорошо согласуются с рис. 2, 5. Верхняя панель показывает генерацию нелинейных каскадов (горизонтальные, $F2 \sim \text{const}$, протяженные максимумы) на частотах $F1 \sim 3-7$ мГц, что попадает в область резонансов магнитных силовых линий [8, 11, 17]. Причем наиболее выделяющаяся нелинейная связь, обеспечивающая синхронизацию внешних и внутренних магнитосферных процессов, видна на второй (нелинейной) гармонике частоты накачки (см. горизонтальные максимумы на $F2 \sim 0.3 \text{ м}\Gamma$ ц). Эта частота близка к минимальной частоте табл. 2. Более точно частоту можно получить, слегка уменьшив r_0 .

На нижней части рис. 6 основной горизонтальный нелинейный каскад вблизи 0.15 мГц порождает также нелинейные гармоники вплоть до четвертой.

Таким образом, мы еще раз демонстрируем, что взаимосвязь внешнемагнитосферных и/или поверхностных МП-мод с внутримагнитосферными может происходить именно посредством нелинейных гармоник и трехволновых каскадов (см. также обсуждение рис. 2, 5).

6. СЦЕНАРИИ РАЗВИТИЯ РЕЗОНАНСОВ

Как мы видели, и в теории, и в эксперименте существует множество гармоник и резонансов у МП (ср. [3, 8, 17] и ссылки там). Какие же резонансы реализуются и видны в эксперименте? Как мы показали, в различных погранслоях могут доминировать разные гармоники и/или резонансы с разными эффективными радиусами мембраны. Напомним, деление характерной альвеновской скорости на эффективный диаметр мембраны (пролет резонансной волны туда и обратно) дает частоты, близкие к предсказываемым МН для нулевых бесселевых гармоник.

Особое внимание надо обратить также на взаимодействие линейных и нелинейных гармоник. Пример резонанса на THA на частоте около 0.7 мГц (рис. 4) свидетельствует, что спектральные пики в СВ проникают под МП, скорее всего, через нулевую гармонику МН с $r_0 \sim 10R_E$, доминирующую вблизи подсолнечной точки, что вместе с альвеновским резонансом силовых линий ([1–3,17], рис. 2) может приводить к «магическим» пикам, видимым вплоть до ионосферы.

Мы придерживаемся гипотезы: в спектрах мощности доминируют множественные резонансы гармоник, т. е., например, CB, MH, альвеновские [1–3] (ср. рис. 2, 4), магнитозвуковые (волноводные или «waveguide modes» и Kruskal–Schwarzschild [4,5,17]), локальные [8,11,17], которые дорастают до нелинейных амплитуд. Спектральные пики в CB стимулируют пики под MП, но не являются необходимыми. Для «сильных» транзиентных возмущений, вызывающих нелинейную реакцию МП, когда частота (или обратный интервал между ними, см. [7]) в СВ совпадает с частотой бесселевой гармоники (в линейном приближении), на ней развивается первоначальный резонанс (затухающий) и при дорастании амплитуды до нелинейной его «обычные» гармоники, а при очень сильных возмущениях — и нелинейные на половине частоты, резонирующие с «накачкой», рис. 6. Далее возбуждаются нелинейные дискретные каскады (не путать с турбулентными) на разных гармониках различных резонансов [8,16]. В спектрах мощности также появляются максимумы при совпадении частот нескольких резонансов разной природы или имеющих разные масштабы области возбуждения (и в результате, приобретающие нелинейные амплитуды). На частотах в десятки мГц дискретный каскад размывается и превращается в непрерывный (за счет расширения и перекрытия резонансов в среде с высоким уровнем флуктуаций [8]). Его обычно и считают турбулентным.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Упрощенная мембранная неустойчивость (MH), а также элементарные времяпролетные оценки для резонансной волны дают неплохое совпадение с экспериментом вблизи подсолнечной точки и позволяет объяснить (качественно) структуру спектров мощности потока плазмы одновременно на разных участках погранслоев у МП, а также связать их с би-спектральными максимами. МН объясняет резонансы на частотах 0.05–0.5 мГц, несмотря на ограничения модели плоской мембраны. Рисунок 3h в [7] и рис. 1–3 демонстрируют сжимаемость резонансных волн у МП (ср. [11]), что означает невозможность возбуждения резонансов МП одними альвеновскими модами [1–3]. Мы предполагаем — как общий принцип — совпадение частот разных гармоник разных резонансов и рост их амплитуд до нелинейных уровней как условие усиления спектральных и биспектральных пиков у МП и их распространения в ионосферу («множественные резонансы»).

В противоположность одному из предположений [10] мы демонстрируем не только наличие резонансов у МП, но и регистрацию каскадного нелинейного распада и взаимодействия множественных нелинейных гармоник под МП, который обеспечивает возможность возбуждения магнитосферных резонансов на частотах 0.1–25 мГц без изначального точного совпадения частот с частотами гармоник линейных резонансов МП и силовых линий. Подобная связь может быть и между МН, альвеновскими, Kruskal–Schwarzschild и волноводными модами («waveguide modes», ср. рис. 2 и [1–9, 11, 17]). Кроме того, продемонстрирован процесс нелинейного возбуждения альвеновского резонанса магнитных силовых линий [17] сжимаемыми волнами (рис. 2), включающий в себя нелинейные взаимодействия и генерацию большей части «магических» гармоник (1).

Наша простая мембранная модель, не являясь прямо применимой вдали от подсолнечной точки магнитопаузы, однако, показывает направление дальнейших исследований — как нужно пытаться упорядочить данные с разных спутников и качественно объясняет резонансы вплоть до 0.05–0.5 мГц. Приведен пример возбуждения волноводной моды внутри магнитопаузы, по всей видимости, нелинейными волнами мембранной неустойчивости (рис. 2). Четырехволновой нелинейный анализ данных — предмет отдельного исследования.

Благодарности. Авторы признательны за поддержку работы ISSI Team Savin/Wang, LPCEE (Orleans) за использование программы SWAN для вэйвлетного анализа, экспериментаторам CLUSTER, THEMIS, GEOTAIL, WIND, за данные через CDAWeb, CSDS и SPDF. Особая благодарность профессору Г. Н. Застенкеру за предоставление данных BMSW (SPEKTR-R) и многочисленные полезные консультации. Мы признательны рецензенту за его актуальные вопросы, ответы на которые позволили существенно улучшить доказательную базу статьи.

ЛИТЕРАТУРА

- F. Plaschke, K. H. Glassmeier, H. U. Auster, O. D. Constantinescu, W. Magnes, V. Angelopoulos, D. G. Sibeck, and J. P. McFadden, Geophys. Res. Lett. 36, L02104 (2009).
- F. Plaschke, K. H. Glassmeier, H. U. Auster, V. Angelopoulos, O. D. Constantinescu, K. H. Fornacon, E. Georgescu, W. Magnes, and J. P. McFadden, J. Geophys. Res. 114, A00C10 (2009).
- F. Plaschke, K.-H. et al., Geophysical Monograph. American Geophys. Union & John Wiley and Sons. 216, 195 (2016).
- 4. J. C. Samson, B. G. Harrold, J. M. Ruohoniemi, R. A. Greenwald, and A. D. M. Walker, Geophys. Res. Lett. 19, 441 (1992).

- I. R. Mann, A. N. Wright, K. J. Mills, and V. M. Nakariakov, J. Geophys. Res. **104**, 333 (1999).
- M. O. Archer and T. S. Horbury, Ann. Geophys. 31, 319 (2013).
- С. П. Савин, В. П. Будаев, Л. М. Зеленый, Э. Амата, Д. Сайбек, В. Н. Луценко, Н. Л. Бородкова, Х. Занг, В. Ангелопулос, Я. Шафранкова, З. Немечек, Я. Бленцки, Й. Бюхнер, Л. В. Козак, С. А. Романов, А. А. Скальский, В. Красносельских, Письма в ЖЭТФ 93, 837 (2011).
- S. Savin, E. Amata, V. Budaev, L. Zelenyi, E. A. Kronberg, J. Buechner, J. Safrankova, Z. Nemecek, J. Blecki, L. Kozak, S. Klimov, A. Skalsky, L. Lezhen, Письма в ЖЭТФ 99, 19 (2014).
- 9. V. M. Nakariakov, V. Pilipenko, B. Heiliget, P. Jelínek, M. Karlický, D. Y. Klimushkin, D. Y. Kolotkov, D.-H. Lee, G. Nisticò, T. Van Doorsselaere, G. Verth, and I. V. Zimovets, Space Sci. Rev. 200, 75 (2016).
- В. А. Пилипенко, О. В. Козырева, Л. Бэддели, Д. Лорентцен, В. Б. Белаховский, Солнечно-земная физика 3, 17 (2017).

- M. O. Archer, H. Hietala, M. D. Hartinger, F. Plaschke, and V. Angelopoulos, Nat. Commun. 10, 615 (2019).
- А. Н. Тихонов, А. А. Самарский, Уравнения математической физики, Наука, Москва (1966).
- V. V. Lyahov and V. M. Neshchadim, Advances in Space Research 65, 2782 (2020).
- S. Savin, J. Büchner, G. Consolini, B. Nikutowski, L. Zelenyi, E. Amata, H. U. Auster, J. Blecki, E. Dubinin, K. H. Fornacon, H. Kawano, S. Klimov, F. Marcucci, Z. Nemecek, A. Pedersen, J. L. Rauch, S. Romanov, J. Safrankova, J. A. Sauvaud, A. Skalsky, P. Song, and Yu. Yermolaev, Nonlin. Proc. Geophys. 9, 443 (2002).
- M. O. Archer, T. S. Horbury, J. P. Eastwood, J. M. Weygand, and T. K. Yeoman, J. Geophys. Res. 118, 5454 (2013).
- 16. S. Savin, E. Amata, L. Zelenyi et al., Письма в ЖЭТФ 110, 323 (2019).
- 17. A. Keiling, D.-Hun Lee, and V. Nakariakov, *Low-Frequency Waves in Space Plasmas* (Geophysical Monograph Series), American Geophysical Union (2019).