

# ОСОБЕННОСТИ СОВМЕСТНОГО ВЛИЯНИЯ ДВИЖЕНИЯ АТОМОВ И СВЕРХТОНКОГО РАСЩЕПЛЕНИЯ ВОЗБУЖДЕННОГО СОСТОЯНИЯ НА ФОРМУ РЕЗОНАНСА КОГЕРЕНТНОГО ПЛЕНЕНИЯ НАСЕЛЕННОСТЕЙ В РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗЕ

*К. А. Баранцев, А. С. Курапцев, А. Н. Литвинов\**

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
195251, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 25 марта 2021 г.,  
после переработки 24 мая 2021 г.  
Принята к публикации 24 мая 2021 г.

Исследовано совместное влияние движения атомов и сверхтонкого расщепления на форму резонанса когерентного пленения населенностей (КПН) в разреженном газе. Показано, что при наличии сверхтонкой структуры возбужденного уровня движение атомов приводит к световому сдвигу КПН-резонанса. Получено аналитическое выражение этого сдвига для отдельных скоростных групп атомов. Обнаружено, что имеет место дополнительный КПН-резонанс, возникающий вследствие взаимодействия с нерезонансным возбужденным сверхтонким уровнем. Рассмотрено влияние величины сверхтонкого расщепления основного и возбужденного состояний, а также температуры на величину сдвига КПН-резонанса.

DOI: 10.31857/S0044451021110018

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Среди двухфотонных резонансов в газах, которые позволяют избавиться от доплеровского уширения, особое место занимает явление когерентного пленения населенностей (КПН) [1–4]. При взаимодействии бихроматического лазерного поля с трехуровневой (в простейшем случае) квантовой системой возникает такое квантовое суперпозиционное состояние, которое не взаимодействует с излучением. В эксперименте это проявляется как возникновение пика пропускания в спектре поглощения излучения, причем ширина этого пика может быть на несколько порядков уже, чем естественная ширина линии оптического перехода. В случае, когда имеют место данные особенности, говорят о явлении КПН. Возбуждение эффекта КПН подразумевает, чтобы оба оптических поля были сопоставимы по интенсивностям. Однако резонанс КПН может также иметь место, когда одно поле является сильным, а другое пробным. Такой тип возбуждения и воз-

никающее просветление среды принято ассоциировать с эффектом электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП) [5, 6]. Характерные особенности, присущие эффектам КПН и ЭИП, позволяют их использовать в таких приложениях, как квантовые стандарты частоты [7–10], спектроскопия сверхвысокого разрешения [11, 12], лазеры без инверсии [13–15], квантовые магнитометры [16, 17], устройства записи и обработки квантовой информации [18–21]. Исторически так сложилось, что преобладающая часть работ по исследованию явления КПН была выполнена в ячейках, содержащих активные атомы и буферный газ. В таких ячейках давление паров буферного газа для снижения длины свободного пробега щелочных атомов примерно на шесть (и более) порядков превосходит давление паров щелочного металла. В этом случае негативное влияние стенок существенно снижается, и в эксперименте наблюдается сужение резонанса КПН. С другой стороны, в отсутствие буферного газа атомы щелочного металла могут двигаться практически без столкновений. В этом случае движение атомов приводит к иным эффектам по сравнению со случаем наличия буферного газа.

\* E-mail: andrey.litvinov@mail.ru

При формировании КПН-резонанса возникает ряд нетривиальных особенностей. В частности, в разреженном газе движение приводит к сужению двухфотонного резонанса [22]. Авторами работы [22] было теоретически рассмотрено возбуждение  $\Lambda$ -схемы методом спектроскопии пробного поля (интенсивность пробной волны много меньше интенсивности сильного поля) и показано, что при движении атомов КПН-резонанс испытывает существенное сужение по сравнению со случаем неподвижных атомов. В работе [23] продемонстрировано, что при относительно небольшой величине вынуждающего поля ширина линии ЭИП пропорциональна квадратному корню из интенсивности и не зависит от доплеровской ширины. Данный эффект был также рассмотрен для  $\Lambda$ -схемы. Наблюдаемый эффект схож с эффектом лазерно-индуцированного сужения [24]. В работе [25] были экспериментально подтверждены особенности, обнаруженные в работах [22, 23]. Рассмотренные выше особенности линии КПН-резонанса были выполнены в модели  $\Lambda$ -схемы, а в качестве возбуждения использовался метод спектроскопии пробного поля (возбуждался ЭИП-резонанс). В работах [26, 27] обнаружено, что наличие сверхтонкого расщепления возбужденного уровня может приводить к искажению крыльев ЭИП-резонанса. Экспериментальные подтверждения данных особенностей были исследованы в работе [28]. В случае, когда частоты Раби возбуждающих полей примерно равны (имеет место эффект КПН), форма КПН-резонанса также искажается. Кроме того, в ячейках с буферным газом это также приводит к сдвигу КПН-резонанса [29, 30]. Можно ожидать, что в разреженном газе эффект, связанный с совместным влиянием движения атомов и сверхтонкого расщепления возбужденного уровня, должен значительно усилиться.

Настоящая работа посвящена исследованию совместного влияния движения атомов и сверхтонкого расщепления возбужденного состояния на форму резонанса КПН в разреженном газе. Главный результат работы — установление факта появления светового сдвига КПН-резонанса в такой системе. В разд. 2 подробно рассматривается теоретическая модель, выводятся основные уравнения для матрицы плотности в адиабатическом приближении. Получено алгебраическое уравнение, позволяющее найти световой сдвиг КПН-резонанса для конкретной скоростной группы. В разд. 3.1 представлена форма резонанса КПН для каждой скоростной группы атомов. Подробно рассматривается влияние сверхтонкой структуры возбужденного уровня. В разд. 3.2

анализируются суммарный сигнал резонанса КПН (проинтегрированный по скоростям) и зависимость его формы от температуры, величины сверхтонкого расщепления основного и возбужденного состояний. В конце этого раздела приводятся зависимости светового сдвига КПН-резонанса от величины сверхтонкого расщепления для различных частот Раби.

В данной работе мы ограничимся рассмотрением только  $D_1$ -линии щелочных атомов, поскольку она состоит из двух уровней, что позволяет наиболее ярко и физически прозрачно наблюдать особенности, связанные с совместным влиянием движения атомов и наличия сверхтонкой структуры возбужденного уровня. При этом стоит отметить, что для  $D_2$ -линии картина более сложная ввиду наличия большего количества сверхтонких подуровней, что приводит к ухудшению контраста резонансов КПН, как показано в работах [31, 32]. Полученные результаты, в первую очередь, носят фундаментальный характер и позволяют понять, как формируется сигнал КПН-резонанса каждой скоростной группой атомов при наличии сверхтонкого расщепления возбужденного уровня. Здесь важно отметить, что движение атомов является дополнительной степенью свободы, поэтому приводит к новым физическим явлениям.

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим ансамбль щелочных атомов при ненулевой температуре в поле плоской электромагнитной волны с двумя несущими частотами (рис. 1). Волна распространяется вдоль оси  $z$ , и вектор ее напряженности может быть записан следующим образом:

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{e}_1 E_1 \exp[-i(\omega_1 t - k_1 z)] + \mathbf{e}_2 E_2 \exp[-i(\omega_2 t - k_2 z)] + \text{с.с.}, \quad (1)$$

где  $E_j$ ,  $\mathbf{e}_j$ ,  $k_j$  — в общем случае комплексная амплитуда напряженности электрического поля, единичный вектор вдоль направления поляризации электрического поля и волновое число ( $j = 1, 2$ ).

Разобьем нашу систему на две подсистемы. Одна соответствует атомам, двигающимся вдоль направления распространения электромагнитной волны, а другая — в противоположном. Будем рассматривать модель, в которой атомы имеют четыре энергетических уровня: два основных,  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ , соответствующих сверхтонкому расщеплению  $s$ -состояния, и два возбужденных,  $|3\rangle$  и  $|4\rangle$ , соответствующих расщеплению  $p$ -состояния (см. рис. 1). Частоты поля  $\omega_1$  и  $\omega_2$  близки к частотам переходов  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  и  $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$

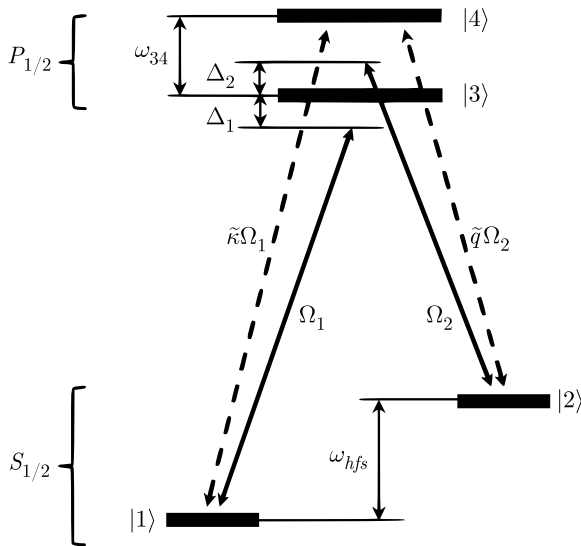


Рис. 1. Схема энергетических уровней активных атомов и возбуждаемые переходы;  $\omega_{hfs}$  и  $\omega_{34}$  — частоты сверхтонкого расщепления соответственно основного и возбужденного уровней

с отстройками соответственно  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ ,  $\omega_{34}$  — частота сверхтонкого перехода между уровнями возбужденного состояния  $|3\rangle$  и  $|4\rangle$

Атомный ансамбль считаем разреженным. Коллективными эффектами, обусловленными резонансным диполь-дипольным межатомным взаимодействием, будем пренебрегать [33, 34]. Состояние ансамбля будем описывать с помощью одноатомной матрицы плотности  $\hat{\rho}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$ , которая в представлении Вигнера по поступательным степеням свободы атома удовлетворяет следующему квантовому кинетическому уравнению:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \nabla\right) \hat{\rho}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)] + \hat{\hat{R}} \{\hat{\rho}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)\}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$  — импульс атома,  $m$  — масса атома,  $\hat{H}$  — гамильтониан, учитывающий взаимодействие атома с внешним полем,  $\hat{\hat{R}}$  — оператор релаксации.

Гамильтониан представим в виде  $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$ , где

$$\hat{H}_0 = \sum \varepsilon_n |n\rangle \langle n|, \quad n = 1, \dots, 4 \quad (3)$$

— гамильтониан системы в отсутствие поля, а  $\hat{V}$  — оператор взаимодействия с полем, в дипольном приближении имеющий вид

$$\hat{V} = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E} = \hbar\Omega_1 \exp[-i(\omega_1 t - k_1 z)] |3\rangle \langle 1| + \hbar\Omega_2 \exp[-i(\omega_2 t - k_2 z)] |3\rangle \langle 2| + \hbar\tilde{\kappa}\Omega_1 \exp[-i(\omega_1 t - k_1 z)] |4\rangle \langle 1| + \hbar\tilde{q}\Omega_2 \exp[-i(\omega_2 t - k_2 z)] |4\rangle \langle 2| + \text{h.c.}, \quad (4)$$

где  $\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{e}_d \hat{d}$  — оператор вектора дипольного момента атомов,  $\Omega_j = E_j d_{3j} / \hbar$  — частоты Раби падающих полей ( $j = 1, 2$ ). Здесь предположено, что поляризации падающих волн сонаправлены с вектором дипольного момента атомов ( $\mathbf{e}_d \cdot \mathbf{e}_{1,2} = 1$ ), а элементы матрицы дипольного момента  $d_{12} = 0$  в силу того, что электродипольный переход  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  запрещен;  $\tilde{\kappa} = d_{41}/d_{31}$ ,  $\tilde{q} = d_{42}/d_{32}$  — отношения матричных элементов дипольного момента.

Будем рассматривать одномерную задачу, в которой мы полагаем, что фронт падающей волны является плоским и бесконечным (см. формулу (1)). Тогда матрица плотности будет зависеть только от проекции скорости атома на направление распространения излучения, т.е. от координаты  $z$ :  $\hat{\rho}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = \hat{\rho}(v, z, t)$ , где  $v = v_z$ .

Выполним замену, выделяющую в недиагональных элементах матрицы плотности быстроосциллирующий множитель:

$$\tilde{\rho}_{ge} = \rho_{ge} \exp[-i(\omega_g t - k_g z)], \quad g = 1, 2, \quad e = 3, 4, \quad (5)$$

$$\tilde{\rho}_{12} = \rho_{12} \exp[-i(\omega_1 - \omega_2)t + i(k_1 - k_2)z], \quad (6)$$

где  $\rho_{nm}(v, z) = \langle n | \hat{\rho}(v, z) | n \rangle$ , после чего воспользуемся приближением вращающейся волны. Тогда, пренебрегая когерентностями  $\rho_{34}$ , получим систему уравнений для одноатомной матрицы плотности [29]:

$$\frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} + v \frac{\partial \rho_{11}}{\partial z} = -i\Omega_1 \tilde{\rho}_{13} + i\Omega_1^* \tilde{\rho}_{31} - i\tilde{\kappa}\Omega_1 \tilde{\rho}_{14} + i\tilde{\kappa}^* \Omega_1^* \tilde{\rho}_{41} + \frac{\gamma}{2} (\rho_{33} + \tilde{\kappa}^2 \rho_{44}) + \Gamma_{\parallel} (\rho_{22} - \rho_{11}), \quad (7)$$

$$\frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} + v \frac{\partial \rho_{22}}{\partial z} = -i\Omega_2 \tilde{\rho}_{23} + i\Omega_2^* \tilde{\rho}_{32} - i\tilde{q}\Omega_2 \tilde{\rho}_{24} + i\tilde{q}^* \Omega_2^* \tilde{\rho}_{42} + \frac{\gamma}{2} (\rho_{33} + \tilde{q}^2 \rho_{44}) + \Gamma_{\parallel} (\rho_{11} - \rho_{22}), \quad (8)$$

$$\frac{\partial \rho_{33}}{\partial t} + v \frac{\partial \rho_{33}}{\partial z} = i\Omega_1 \tilde{\rho}_{13} - i\Omega_1^* \tilde{\rho}_{31} + i\Omega_2 \tilde{\rho}_{23} - i\Omega_2^* \tilde{\rho}_{32} - \gamma \rho_{33}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \rho_{44}}{\partial t} + v \frac{\partial \rho_{44}}{\partial z} = i\tilde{\kappa}\Omega_1\tilde{\rho}_{14} - i\tilde{\kappa}^*\Omega_1^*\tilde{\rho}_{41} + i\tilde{q}\Omega_2\tilde{\rho}_{24} - i\tilde{q}^*\Omega_2^*\tilde{\rho}_{42} - \frac{\gamma}{2}(\tilde{\kappa}^2 + \tilde{q}^2)\rho_{44}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \rho_{12}}{\partial t} + v \frac{\partial \rho_{12}}{\partial z} = i\Omega_1^*\tilde{\rho}_{32} - i\Omega_2\tilde{\rho}_{13} + i\tilde{\kappa}^*\Omega_1^*\tilde{\rho}_{42} - i\tilde{q}\Omega_2\tilde{\rho}_{14} + [i(\Delta_2 - \Delta_1) + (k_1 - k_2)v - \Gamma_{12}]\tilde{\rho}_{12}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \rho_{13}}{\partial t} + v \frac{\partial \rho_{13}}{\partial z} = -i\Omega_1^*\rho_{11} - i\Omega_2^*\tilde{\rho}_{12} + i\Omega_1^*\rho_{33} + [-i(\Delta_1 - k_1v) - \gamma']\tilde{\rho}_{13}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \rho_{14}}{\partial t} + v \frac{\partial \rho_{14}}{\partial z} = -i\tilde{\kappa}^*\Omega_1^*\rho_{11} - i\tilde{q}^*\Omega_2^*\tilde{\rho}_{12} + i\tilde{\kappa}^*\Omega_1^*\rho_{44} + [-i(\Delta_1 - \omega_{34} - k_1v) - \gamma']\tilde{\rho}_{14}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \rho_{23}}{\partial t} + v \frac{\partial \rho_{23}}{\partial z} = -i\Omega_1^*\tilde{\rho}_{21} - i\Omega_2^*\rho_{22} + i\Omega_2^*\rho_{33} + [-i(\Delta_2 - k_2v) - \gamma']\tilde{\rho}_{23}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \rho_{24}}{\partial t} + v \frac{\partial \rho_{24}}{\partial z} = -i\tilde{\kappa}^*\Omega_1^*\tilde{\rho}_{21} - i\tilde{q}^*\Omega_2^*\rho_{22} + i\tilde{q}^*\Omega_2^*\rho_{44} + [-i(\Delta_2 - \omega_{34} - k_2v) - \gamma']\tilde{\rho}_{24}. \quad (15)$$

Здесь  $\gamma$  — скорость спонтанного распада возбужденного состояния,  $\gamma'$  — скорость распада оптических когерентностей,  $\Gamma_{\parallel}$  — продольная скорость релаксации основного состояния,  $\Gamma_{12}$  — поперечная скорость релаксации основного состояния ( $\Gamma_{\parallel} \approx \Gamma_{12}/2$ ). Все эти скорости распада обусловлены взаимодействием атома с вакуумным термостатом.

Система уравнений (7)–(15) может быть решена только численно. Далее мы рассмотрим адиабатическое приближение, в котором будем полагать

$$\Omega_{12} \ll \gamma', \gamma, \quad \rho_{33}, \rho_{44} \ll \rho_{11}, \rho_{22}.$$

Мы также будем пренебрегать многократным рассеянием фотонов в среде [35, 36] и положим, что среда является оптически-тонкой. Кроме того, не будем рассматривать эффекты, связанные с конечной длиной ячейки, т. е.  $\partial\rho/\partial z = 0$ . Также сделаем следующие допущения:

$$\tilde{\kappa} = \tilde{q} = 1, \quad \Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_R, \quad k_1 \approx k_2 = k_s,$$

$$\Delta_1 \approx \Delta_2 = \Delta_L.$$

Обозначим  $k_1 - k_2 = \Delta k_s$ ,  $\Delta_1 - \Delta_2 = \delta_R$  — двухфотонная отстройка,  $\rho_{12} = R + iJ$ . Проведем адиабатическое исключение переменных населенностей

$\rho_{33}$ ,  $\rho_{44}$  возбужденных состояний и оптических когерентностей  $\rho_{13}$ ,  $\rho_{23}$ ,  $\rho_{14}$ ,  $\rho_{24}$ . Используя условие нормировки  $\sum \rho_{ii}(v) = 1$ , получим систему уравнений для населенностей  $\rho_{11}$ ,  $\rho_{22}$  нижних уровней и когерентности  $\rho_{12}$ , которая может быть выражена через вещественную  $R$  и мнимую  $J$  части:

$$\frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} = -\frac{2\Omega_R^2}{\gamma'}(G + G_{34})(\rho_{11} - \rho_{22}) - \frac{4\Omega_R^2}{\gamma'}(F + F_{34})J + 2\Gamma_{\parallel}(\rho_{22} - \rho_{11}), \quad (16)$$

$$\frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} = -\frac{2\Omega_R^2}{\gamma'}(G + G_{34})(\rho_{11} - \rho_{22}) + \frac{4\Omega_R^2}{\gamma'}(F + F_{34})J + 2\Gamma_{\parallel}(\rho_{11} - \rho_{22}), \quad (17)$$

$$\frac{\partial R}{\partial t} = R\Gamma_{12} + J(\delta_R + \Delta k_s v) - \frac{2\Omega_R^2}{\gamma'}(G + G_{34})R - \frac{\Omega_R^2}{\gamma'}(G + G_{34})(\rho_{11} + \rho_{22}), \quad (18)$$

$$\frac{\partial J}{\partial t} = -R(\delta_R + \Delta k_s v) - J\Gamma_{12} - \frac{2\Omega_R^2}{\gamma'}(G + G_{34})J + \frac{\Omega_R^2}{\gamma'}(F + F_{34})(\rho_{11} - \rho_{22}). \quad (19)$$

В системе уравнений (16)–(19) введены следующие обозначения:

$$G = \frac{\gamma'^2}{\gamma'^2 + (\Delta_L - k_s v)^2}, \quad (20)$$

$$G_{34} = \frac{\gamma'^2}{\gamma'^2 + (\Delta_L - k_s v - \omega_{34})^2},$$

$$F = \frac{(\Delta_L - k_s v)\gamma'}{\gamma'^2 + (\Delta_L - k_s v)^2}, \quad (21)$$

$$F_{34} = \frac{(\Delta_L - k_s v - \omega_{34})\gamma'}{\gamma'^2 + (\Delta_L - k_s v - \omega_{34})^2}.$$

Уравнения для населенностей  $\rho_{33}$  и  $\rho_{44}$  возбужденных состояний, а также суммарная населенность  $\rho_{exc}$  возбужденного состояния для конкретной скоростной группы могут быть выражены следующим образом:

$$\rho_{33}(v) = \frac{2\Omega_R^2}{\gamma\gamma'}G(v)(1 + 2R(v)), \quad (22)$$

$$\rho_{44}(v) = \frac{2\Omega_R^2}{\gamma\gamma'}G_{34}(v)(1 + 2R(v)),$$

$$\rho_{exc}(v) = \rho_{33}(v) + \rho_{44}(v). \quad (23)$$

Нетрудно видеть, что система уравнений (16)–(19) переходит при устремлении  $\omega_{34} \rightarrow \infty$  в систему уравнений для  $\Lambda$ -схемы [9].

Рассмотрим стационарный режим, т. е. положим  $\partial/\partial t = 0$  в системе уравнений (16)–(19). Используя условие нормировки  $\rho_{11}(v) + \rho_{22}(v) = 1$  для матри-

цы плотности и исключая одно уравнение, например (17), найдем аналитические выражения для  $\rho_{12}(v)$ ,  $R(v)$ ,  $J(v)$ :

$$\rho_{12}(v) = -\frac{1}{2} \frac{2\tilde{F}'\gamma'(\delta_R + \Delta kv)\Omega_R^2 - \gamma'^2(\delta_R + \Delta kv)^2 - 4\Omega_R^4(\tilde{F}^2 + \tilde{G}^2)}{\gamma'^2(\delta_R + \Delta kv)^2 + \Omega_R^4(\tilde{F}^2 + \tilde{G}^2)}, \quad (24)$$

$$R(v) = \frac{2\Omega_R^2(\tilde{F}^2 + \tilde{G}^2)}{\gamma'^2(\delta_R + \Delta kv)^2 + \Omega_R^4(\tilde{F}^2 + \tilde{G}^2)}, \quad (25)$$

$$J(v) = \frac{\gamma'\Omega_R^2\tilde{G}(\delta_R + \Delta kv)}{\gamma'^2(\delta_R + \Delta kv)^2 + \Omega_R^4(\tilde{F}^2 + \tilde{G}^2)}, \quad (26)$$

где  $\Delta k$  — однофотонная отстройка. Подставляя эти выражения в (22), (23), найдем суммарную населенность возбужденного уровня:

$$\rho_{exc}(v) = \frac{2\Omega_R^2}{\gamma\gamma'} \times \tilde{G}(v) \left( 1 + \frac{4\Omega_R^2(\tilde{F}^2 + \tilde{G}^2)}{\gamma'^2(\delta_R + \Delta kv)^2 + \Omega_R^4(\tilde{F}^2 + \tilde{G}^2)} \right). \quad (27)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\tilde{G}(v) = G(v) + G_{34}(v), \quad (28)$$

$$\tilde{F}(v) = F(v) + F_{34}(v). \quad (29)$$

Перейдем к рассмотрению атомов, находящихся в двух скоростных группах,  $+k_s v$  и  $-k_s v$ . Это отражает ситуацию, когда имеются две скоростные группы атомов — одни двигаются вдоль направления распространения лазерного излучения, другие — в обратном. Далее будем использовать индексы «+» и «-» в выражениях для  $\tilde{G}(v)$ ,  $\tilde{F}(v)$  и  $\rho_{exc}(v)$ , соответствующие двум скоростным группам,  $+k_s v$  и  $-k_s v$ . Найдем суммарную населенность  $\rho_{exc}^s(v)$ , соответствующую двум скоростным группам:

$$\rho_{exc}^s(v) = \frac{2\Omega_R^2}{\gamma\gamma'} (\tilde{G}_+(v) + \tilde{G}_-(v)) + \frac{2\Omega_R^2}{\gamma\gamma'} \left( \frac{4\Omega_R^2(\tilde{F}_+^2 + \tilde{G}_+^2)\tilde{G}_+(v)}{\gamma'^2(\delta_R + \Delta kv)^2 + \Omega_R^4(\tilde{F}_+^2 + \tilde{G}_+^2)} \right) + \frac{2\Omega_R^2}{\gamma\gamma'} \left( \frac{4\Omega_R^2(\tilde{F}_-^2 + \tilde{G}_-^2)\tilde{G}_-(v)}{\gamma'^2(\delta_R - \Delta kv)^2 + \Omega_R^4(\tilde{F}_-^2 + \tilde{G}_-^2)} \right). \quad (30)$$

Для того чтобы найти сдвиг КПН-резонанса, нам необходимо взять производную от суммарной населенности по двухфотонной отстройке и приравнять ее к нулю ( $\partial\rho_{exc}^s(v)/\partial t = 0$ ). Полагая, что лазерная

отстройка  $\Delta_L = 0$ , получим алгебраическое уравнение, которое определяет все основные экстремумы. Один из этих экстремумов соответствует световому сдвигу  $\delta_{LS}$  КПН-резонанса для определенной скоростной группы:

$$\left( \frac{\tilde{F}_-^2 + \tilde{G}_-^2}{\gamma'^2 + (k_s v)^2} + \frac{\tilde{F}_-^2 + \tilde{G}_-^2}{\gamma'^2 + (k_s v + \omega_{34})^2} \right) \times \left( \frac{\delta_{LS} + \Delta kv}{\gamma'^2(\delta_{LS} + \Delta kv)^2 + 4\Omega_R^4(\tilde{F}_-^2 + \tilde{G}_-^2)} \right) + \left( \frac{\tilde{F}_+^2 + \tilde{G}_+^2}{\gamma'^2 + (k_s v)^2} + \frac{\tilde{F}_+^2 + \tilde{G}_+^2}{\gamma'^2 + (k_s v - \omega_{34})^2} \right) \times \left( \frac{\delta_{LS} - \Delta kv}{\gamma'^2(\delta_{LS} - \Delta kv)^2 + 4\Omega_R^4(\tilde{F}_+^2 + \tilde{G}_+^2)} \right). \quad (31)$$

### 3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Экспериментальная реализация эффекта КПН в большинстве случаев предполагает, что регистрируемый сигнал сформирован атомами от всех скоростных групп. Такая ситуация наблюдается, когда атомы имеют тепловое распределение. С другой стороны, в эксперименте может быть реализована такая ситуация, когда имеет место селекция по скоростям атомов, которая типична для пучковых стандартов частоты [37]. Один из вариантов такого стандарта частоты может быть реализован на эффекте КПН [38,39]. Ниже мы исследуем обе ситуации: в разд. 3.1 рассматривается форма резонанса КПН для отдельных скоростных групп атомов; в разд. 3.2 — суммарный вклад от всех скоростных групп атомов в форму резонанса КПН. Отметим, что мы пренебрегаем влиянием стенок и рассматриваем модель так называемой бесконечной среды. Такой подход оправдан и имеет место на практике в случае, когда размеры ячейки значительно (в несколько раз) превосходят длину волны  $\lambda$  микроволнового перехода. Типичные значения  $\lambda = 4.4$  см в атомарных парах  $^{87}\text{Rb}$ ,  $\lambda = 3.3$  см в  $^{133}\text{Cs}$ . В работе [40] проводились эксперименты, где длина ячейки с метаном составляла 8 м, а в [41] использовалась многопроходная поглощающая ячейка длиной 18 м, причем эффективная длина взаимодействия составила 108 м.

### 3.1. Форма резонанса КПН для отдельной скоростной группы атомов

Рассмотрим атомы, двигающиеся со скоростями  $+v$  и  $-v$ . В этом случае суммарные населенности  $\rho_{exc}^{s,+}(v)$  и  $\rho_{exc}^{s,-}(v)$  возбужденного уровня для этих скоростных групп могут быть определены следующими выражениями:

$$\rho_{exc}^{s,+}(v) = \frac{2\Omega_R^2}{\gamma\gamma'} \times \left[ \tilde{G}_+(v) + \frac{4\Omega_R^2(\tilde{F}_+^2 + \tilde{G}_+^2)\tilde{G}_+(v)}{\gamma'^2(\delta_R + \Delta kv)^2 + \Omega_R^4(\tilde{F}_+^2 + \tilde{G}_+^2)} \right], \quad (32)$$

$$\rho_{exc}^{s,-}(v) = \frac{2\Omega_R^2}{\gamma\gamma'} \times \left[ \tilde{G}_-(v) + \frac{4\Omega_R^2(\tilde{F}_-^2 + \tilde{G}_-^2)\tilde{G}_-(v)}{\gamma'^2(\delta_R - \Delta kv)^2 + \Omega_R^4(\tilde{F}_-^2 + \tilde{G}_-^2)} \right]. \quad (33)$$

На рис. 2 представлены зависимости  $\rho_{exc}^{s,+}(v)$  и  $\rho_{exc}^{s,-}(v)$  от двухфотонной отстройки для трех скоростных групп:  $v = \pm v_T/100$ ,  $v = \pm v_T/33$ ,  $v = \pm v_T/10$  ( $v_T$  — наиболее вероятная скорость). В случае, когда скорость атомов равняется  $v = \pm v_T/100$  (рис. 2а), провалы, соответствующие резонансу КПН, расположены достаточно близко. Их сдвиг определяется величиной  $\delta_{LS} = \pm \Delta k_s v$ . На вставке к рис. 2а можно наблюдать, что КПН-резонанс, соответствующий  $\rho_{exc}^s(v) = [\rho_{exc}^{s,+}(v) + \rho_{exc}^{s,-}(v)]/2$ , сдвинут в положительную область отстроек. Отличие от нуля светового сдвига связано с достаточно близким ( $\omega_{34} = 20\gamma$ ) расположением уровня 4. Атомы, двигающиеся со скоростями  $+v$  и  $-v$ , по-разному «воспринимают» этот уровень, поскольку расстояния до него равны соответственно  $\omega_{34} - \Delta k_s v$  и  $\omega_{34} + \Delta k_s v$ .

С ростом скорости атомов расщепление между пиками КПН-резонанса, соответствующими  $\rho_{exc}^{s,+}(v)$  и  $\rho_{exc}^{s,-}(v)$ , увеличивается. При скоростях  $v = \pm v_T/33$  наблюдается дублет резонанса КПН (рис. 2б). Дальнейшее увеличение скорости приводит к тому, что расщепление между КПН-резонансами растет. При  $v = \pm v_T/10$  суммарный сигнал КПН-резонанса представляет собой два отдельных провала (рис. 2в).

Величина сдвига КПН-резонанса, определяемого  $\rho_{exc}^s(v)$ , задается формулой (31). В случае, когда  $\Omega_R \ll \gamma \ll \omega_{34}$ , мы можем пренебречь скоростью релаксации низкочастотных когерентностей в вы-

ражении (31). Тогда можно получить следующую оценку для величины сдвига КПН-резонанса:

$$\delta_{LS}(|v|) = \frac{2k_s \Delta k v^2 (\Delta k^2 v^2 (\gamma^2 + k_s^2 v^2) - 4\Omega_R^4)}{(3\Delta k^2 v^2 (\gamma^2 + k_s^2 v^2) - 4\Omega_R^4) \omega_{34}}, \quad (34)$$

откуда видно, что зависимость  $\delta_{LS}$  от  $\omega_{34}$  носит гиперболический характер. По мере роста величины  $\omega_{34}$  вклад от уровня  $|4\rangle$  уменьшается. Это связано с тем, что чем больше  $\omega_{34}$ , тем выше должна быть скорость атомов, которые могли бы взаимодействовать с уровнем  $|4\rangle$ . Однако доля таких атомов значительно меньше, и это приводит к уменьшению влияния уровня  $|4\rangle$ .

### 3.2. Форма резонанса КПН для суммарного вклада от всех скоростных групп

В этом разделе мы проанализируем суммарный сигнал КПН-резонанса от всех скоростных групп. Полагая, что атомы имеют равновесное распределение по скоростям, запишем выражение для суммарного сигнала КПН-резонанса:

$$\rho_{exc} = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{exc}^s(v) M(v) dv, \quad (35)$$

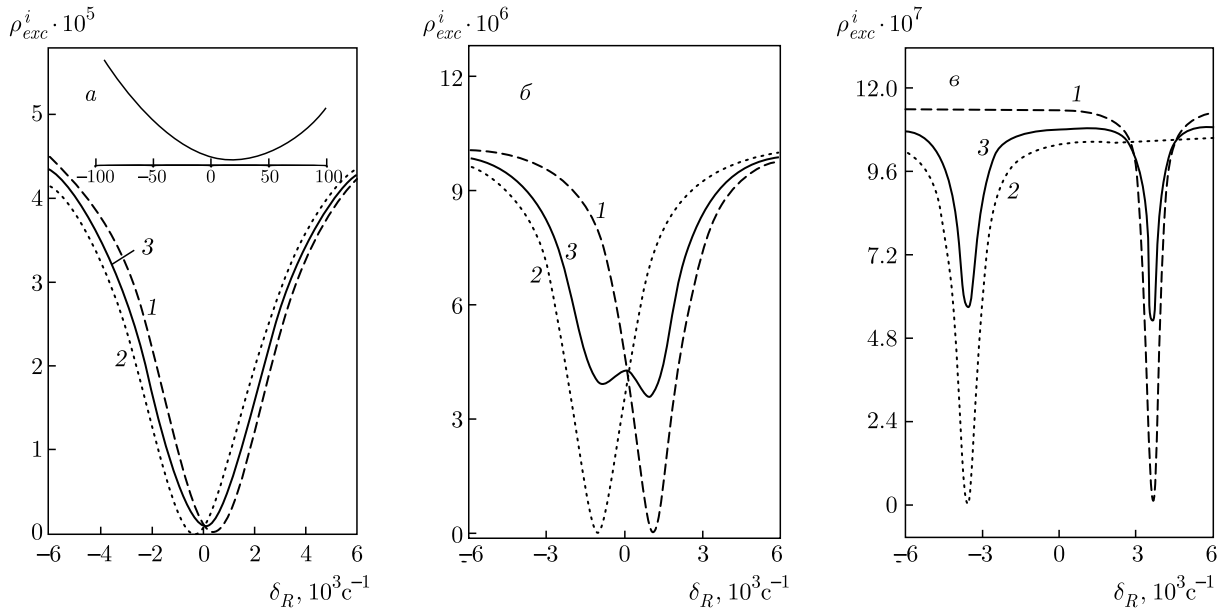
$$M(v) = \frac{1}{\sqrt{\pi} v_T} \exp\left(-\frac{v^2}{v_T^2}\right).$$

Контрастом КПН-сигнала будем называть величину

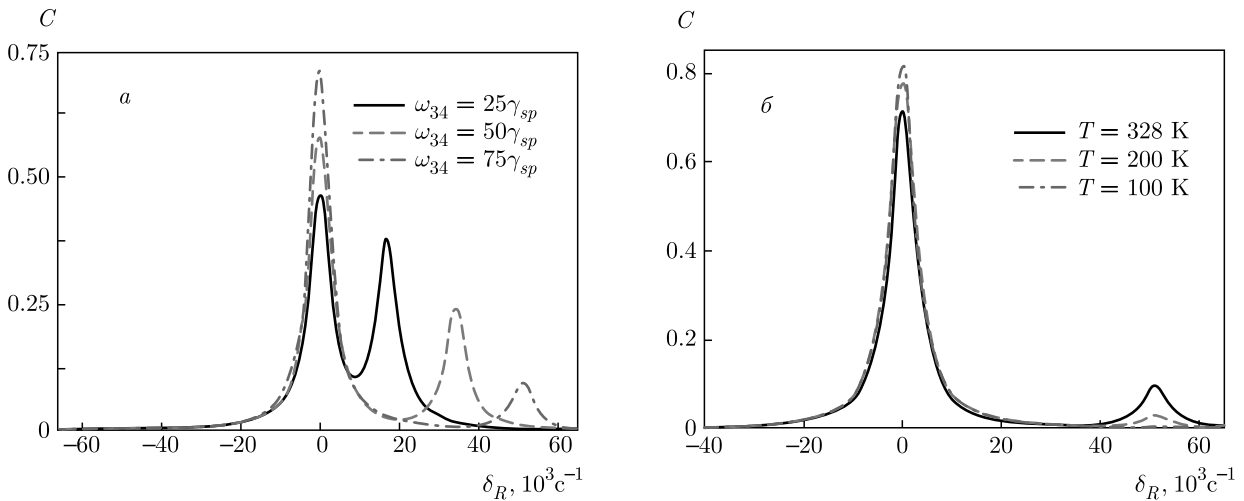
$$C(\delta_R) = 1 - \frac{\rho_{exc}(\delta_R)}{\rho_{exc}^N}, \quad (36)$$

где  $\rho_{exc}^N$  — населенность возбужденного состояния в отсутствие двухфотонного резонанса.

На рис. 3 представлен контраст КПН-резонанса в зависимости от двухфотонной отстройки. Проанализируем вначале его зависимость для различных значений  $\omega_{34}$  (рис. 3а). На этом рисунке можно видеть, что имеет место КПН-резонанс, который центрирован вблизи нулевой двухфотонной отстройки. Этот пик обусловлен уровнем, находящимся в условиях однофотонного резонанса (в нашем случае это уровень  $|3\rangle$ ). Также можно наблюдать, что имеет место второй пик, положение которого зависит от величины  $\omega_{34}$ , причем чем сильнее расщепление  $\omega_{34}$ , тем больше величина сдвига этого пика относительно нулевого ( $\delta_R = 0$ ) резонанса. Наличие этого пика обусловлено нерезонансным влиянием уровня  $|4\rangle$ . Стоит отметить, что при увеличении частоты Раби и при  $\omega_{34} < 25\gamma$  для выбранных параметров расчета этот пик начинает сливаться с нулевым резонансом.



**Рис. 2.** Населенности  $\rho_{exc}^i$ ,  $i = s, +$  (кривые 1),  $i = s, -$  (2),  $i = s$  (3) возбужденного состояния в зависимости от двухфотонной отстройки для разных скоростных групп при  $v = v_T/100$  (а),  $v_T/33$  (б),  $v_T/10$  (в). Параметры расчета следующие:  $\Omega_R = 2 \cdot 10^5 \text{ c}^{-1}$ ,  $\Gamma_L = 0.5\gamma$ ,  $\omega_{34} = 20\gamma$ ,  $T = 55^\circ\text{C}$ . На вставке приведена кривая 3 в увеличенном масштабе



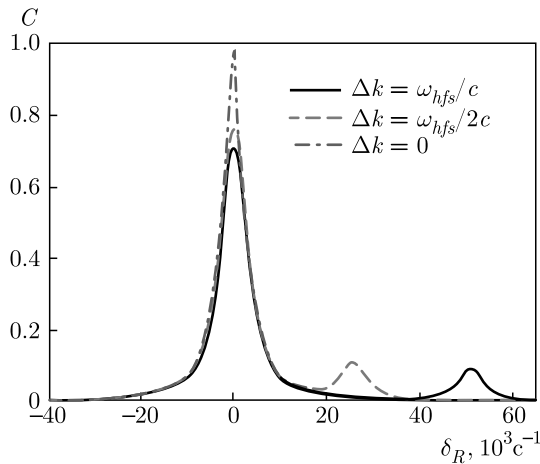
**Рис. 3.** (В цвете онлайн) Контраст КРН-резонанса в зависимости от двухфотонной отстройки для различных значений величины сверхтонкого расщепления возбужденного уровня при  $T = 55^\circ\text{C}$  (а) и различных значений температуры при  $\omega_{34} = 75\gamma$  (б). Параметры расчета следующие:  $\Omega_R = 2 \cdot 10^5 \text{ c}^{-1}$ ,  $\Gamma_L = 0.5\gamma$

Теперь обратимся к зависимости контраста КРН-резонанса для разных температур (рис. 3б). Видно, что амплитуда второго пика существенно зависит от температуры, а именно, при понижении температуры его амплитуда уменьшается. Одновременно с этим происходит увеличение амплитуды основного пика.

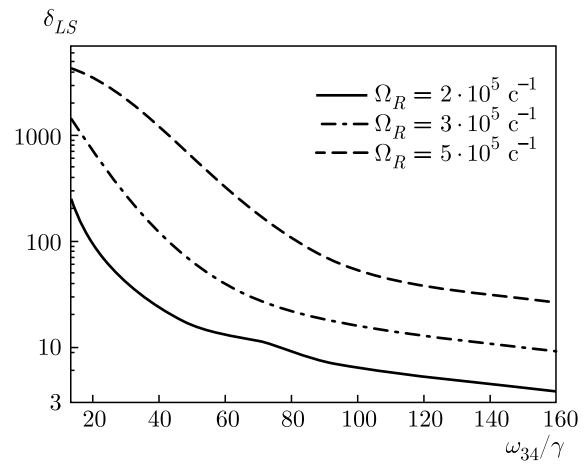
Подчеркнем, что ширина второго пика практически такая же, как и основного. Его положение может быть описано оценочной формулой

$$\delta_{p2} = \frac{\delta k}{k} \omega_{34}.$$

Эта формула имеет следующий физический смысл:  $\omega_{34}/k$  — скорость атомов, доплеровский сдвиг кото-



**Рис. 4.** (В цвете онлайн) Контраст КПН-резонанса в зависимости от двухфотонной отстройки для различных значений  $\Delta k$ . Параметры расчета следующие:  $\Omega_R = 2 \cdot 10^5 \text{ c}^{-1}$ ,  $\Gamma_L = 0.5\gamma$ ,  $\omega_{34} = 75\gamma$ ,  $T = 55^\circ\text{C}$



**Рис. 5.** Зависимости светового сдвига от величины сверхтонкого расщепления возбужденного уровня для различных частот Раби. Параметры расчета следующие:  $\Gamma_L = 0.5\gamma$ ,  $T = 55^\circ\text{C}$

рых равен  $\omega_{34}$ . Для атомов,двигающихся с такой скоростью, внешние поля квазирезонансны переходам  $|1\rangle \rightarrow |4\rangle$  и  $|2\rangle \rightarrow |4\rangle$ . Эти атомы и формируют двухфотонный резонанс, отстроенный на  $\delta_R$ . В то же время число таких атомов уменьшается с ростом как температуры, так и расщепления  $\omega_{34}$  (уменьшается число атомов в хвосте максвелловского распределения). Поэтому на рисунках и наблюдается соответствующее уменьшение амплитуды второго пика. Отметим, что если в расчете ограничить диапазон скоростей так, чтобы исключить из него атомы со скоростью  $\omega_{34}/k$ , то этот вторичный пик исчезнет.

Зависимость положения второго пика от двухфотонной отстройки для разных  $\Delta k$  представлена на рис. 4. Для вырожденного случая ( $\Delta k = 0$ ) второй пик сливается с первым, и мы наблюдаем один нулевой резонанс. При этом амплитуда основного пика возрастает, и он становится более узким. Если состояние не вырождено (это имеет место при возбуждении КПН на сверхтонких переходах щелочных атомов), то контур более широкий. В этом случае можно наблюдать появление второго пика. В то же время наиболее существенное различие проявляется для относительно небольших частот Раби, поскольку в этом случае световое уширение мало и, следовательно, влияние доплеровских эффектов становится значительнее.

Рассмотрим зависимость сдвига  $\delta_{LS}$  КПН-резонанса от величины сверхтонкого расщепления возбужденного уровня. Эти зависимости представлены на рис. 5 для различных значений частот Раби. В

области  $\omega_{34} < 20\gamma$  сдвиг КПН-резонанса значительно увеличивается. Это связано с гиперболической зависимостью сдвига от  $\omega_{34}$ . В пределе, если мы устремим  $\omega_{34} \rightarrow 0$ , то сдвиг пропадет. В этом случае отсутствует сверхтонкое расщепление, а уровень  $|3\rangle$  будет действовать с удвоенной силой. С другой стороны, по мере роста  $\omega_{34}$  величина сдвига будет уменьшаться, поскольку как уже было сказано выше, уровень  $|4\rangle$  отдаляется и доля атомов, которые могут взаимодействовать с уровнем  $|4\rangle$ , уменьшается. Это приводит к тому, что сдвиг КПН-резонанса стремится к нулю. Таким образом, имеет место экстремум для данной зависимости, т. е. существует область, где этот сдвиг максимален. Для наших значений частот Раби этот экстремум лежит в диапазоне  $3\gamma < \omega_{34} < 15\gamma$ . С ростом частоты Раби величина сдвига растет, так как увеличивается скорость оптической накачки.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрено совместное влияние движения атомов и сверхтонкого расщепления возбужденного состояния на формирование КПН-резонанса в разреженном газе. Получено алгебраическое уравнение, описывающее суммарный сдвиг КПН-резонанса для конкретной скоростной группы. Показано, что наличие сверхтонкого расщепления приводит к световому сдвигу КПН-резонанса как для отдельных скоростных групп, так



и для суммарного сигнала по всем скоростным группам атомов. Установлено, что в определенном диапазоне значений сверхтонкого расщепления возбужденного уровня возникает дополнительный пик, соответствующий КПН-резонансу на втором «нерезонансном» сверхтонком уровне. Проанализированы зависимости амплитуды и положения этого пика от величины сверхтонкого расщепления, температуры и от разности волновых векторов двух оптических переходов.

**Благодарности.** Авторы признательны И. М. Соколову за полезные обсуждения.

**Финансирование.** Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования в рамках Государственного задания (базовая часть), проект № FSEG-2020-0024.

## ЛИТЕРАТУРА

- G. Alzetta, L. Moi, and G. Orriols, *Nuovo Cim. B* **36**, 5 (1976).
- E. Arimondo and G. Orriols, *Lett. Nuovo Cim.* **17**, 333 (1976).
- H. R. Gray, R. M. Whitley, and C. R. Stroud, *Opt. Lett.* **3**, 218 (1978).
- Б. Д. Агапьев, М. Б. Горный, Б. Г. Матисов и др., *УФН* **163**, 1 (1993).
- М. Б. Горный, Б. Г. Матисов, Ю. В. Рождественский, *ЖЭТФ* **68**, 728 (1989).
- E. Arimondo, *Prog. Opt.* **35**, 257 (1996).
- J. Vanier, *Appl. Phys. B* **81**, 421 (2005).
- С. А. Зибров, В. Л. Величанский, А. С. Зибров и др., *Письма в ЖЭТФ* **82**, 534 (2005).
- G. Kazakov, B. Matisov, A. Litvinov, and I. Mazets, *J. Phys. B* **40**, 3851 (2007).
- S. A. Zibrov, I. Novikova, D. F. Phillips et al., *Phys. Rev. A* **81**, 013833 (2010).
- D. Peter, D. Schwindt, S. Knappe et al., *Appl. Phys. Lett.* **85**, 6409 (2004).
- V. V. Yashuk, J. Granwehr, D. F. Kimbal et al., *Phys. Rev. Lett.* **93**, 160801 (2004).
- О. А. Кочаровская, Я. И. Ханин, *Письма в ЖЭТФ* **48**, 581 (1988).
- S. Harris, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1022 (1989).
- A. Imamoglu and S. Harris, *Opt. Lett.* **14**, 1344 (1989).
- M. Stahler, R. Wynands, S. Knappe et al., *Opt. Lett.* **27**, 1472 (2002).
- A. Akulshin, A. Celikov, and V. Velichansky, *Opt. Comm.* **84**, 139 (1991).
- M. D. Lukin, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 457 (2003).
- M. Fleischhauer, A. Imamoglu, and J. P. Marangos, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 633 (2005).
- R. Zhang and X.-B. Wang, *Phys. Rev. A* **94**, 063856 (2016).
- V. M. Datsyuk, I. M. Sokolov, D. V. Kupriyanov, and M. D. Havey, *Phys. Rev. A* **77**, 033823 (2008).
- А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, *Письма в ЖЭТФ* **72**, 173 (2000).
- C. Y. Ye and A. S. Zibrov, *Phys. Rev. A* **65**, 023806 (2002).
- M. S. Feld and A. Javan, *Phys. Rev. A* **2**, 177 (1969).
- H. Lee, Yu. Rostovtsev, C. J. Bednar, and A. Javan, *Appl. Phys. B* **76**, 33 (2003).
- A. S. Sheremet, L. V. Gerasimov, I. M. Sokolov et al., *Phys. Rev. A* **82**, 033838 (2010).
- K. A. Barantsev, S. V. Bozhokin, A. S. Kuraptsev et al., *JOSA B* **38**, 1613 (2021).
- M. Bhattarai, V. Bharti, V. Natarajan et al., *Phys. Lett. A* **383**, 191 (2019).
- G. V. Voloshin, K. A. Barantsev, and A. N. Litvinov, *Quant. Electr.* **50**, 1023 (2020).
- Г. В. Волошин, К. А. Баранцев, Е. Н. Попов, А. Н. Литвинов, *ЖЭТФ* **156**, 5 (2019).
- M. Stahler, R. Wynands, S. Knappe et al., *Opt. Lett.* **27**, 1472 (2002).
- A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, V. L. Velichansky et al., *Phys. Rev. A* **73**, 013812 (2006).
- A. S. Kuraptsev and I. M. Sokolov, *Phys. Rev. A* **90**, 012511 (2014).

34. S. E. Skipetrov and I. M. Sokolov, *Phys. Rev. B* **98**, 064207 (2018).
35. D. V. Kupriyanov, I. M. Sokolov, and M. D. Havey, *Opt. Comm.* **243**, 165 (2004).
36. A. S. Kuraptsev, I. M. Sokolov, and M. D. Havey, *Phys. Rev. B* **96**, 023830 (2017).
37. Ф. Риле, *Стандарты частоты*, Физматлит, Москва (2009).
38. А. К. Вершовский, В. С. Жолнеров, Ю. В. Рождественский, О. П. Харчев, Патент RU 2490836 С1 от 20.08.2013.
39. И. М. Соколов, *КЭ* **45**, 10 (2015).
40. S. N. Bagayev, V. P. Chebotayev, A. K. Dmitriyev et al., *Appl. Phys. B* **52**, 163 (1991).
41. Ch. Chardonnet, F. Guernet, G. Charton, and Ch. J. Bord, *Appl. Phys. B* **59**, 333 (1994).