# ВЛИЯНИЕ КОРОНАЛЬНОГО ВЫБРОСА МАССЫ НА УСКОРЕНИЕ СОЛНЕЧНЫХ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ В НИЖНЕЙ КОРОНЕ СОЛНЦА

С. Н. Танеев<sup>\*</sup>, Л. Т. Ксенофонтов, Е. Г. Бережко

Институт космофизических исследований и аэрономии им. Ю. Г. Шафера Сибирского отделения Российской академии наук (ИКФИА СО РАН) 677027, Якутск, Россия

> Поступила в редакцию 23 апреля 2021 г., после переработки 12 июля 2021 г. Принята к публикации 16 июля 2021 г.

На основе теории диффузионного ускорения заряженных частиц проведены теоретические исследования численными методами спектров протонов, произведенных ударной волной, образованной корональным выбросом массы со скоростью 1000 км/с, в нижней короне Солнца с известными параметрами солнечной плазмы. Показано, что протоны с энергиями  $\gtrsim 10^3$  МэВ могут быть получены на расстояниях до  $3-5R_{\odot}$  ( $R_{\odot}$  — радиус Солнца) в течение 700–1300 с.

DOI: 10.31857/S0044451022010023

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Развитие теории диффузионного ускорения (см., например, пионерские работы Крымского [1], в которой автор назвал эту теорию регулярным механизмом ускорения, и Аксфорда и др. [2]; монографию Бережко и др. [3] и обзор Бережко и Крымского [4], а также ссылки в них) применительно к явлениям во внутренней гелиосфере (области, ограниченной орбитой Земли) необходимо для детального понимания процессов формирования спектров энергичных ионов на фронтах ударных волн.

Обоснование предмета исследований генерации солнечных космических лучей (СКЛ) ударной волной в нижней короне Солнца приведено во введении работы Бережко и Танеева [5]; см. также обзор Мирошниченко [6], работу Ли [7] и ссылки там.

В статье Петухова и др. [8] впервые рассмотрено ускорение СКЛ с учетом влияния коронального выброса массы (КВМ) на Солнце. В англоязычной литературе для обозначения КВМ используют аббревиатуру СМЕ (coronal mass ejection), которую мы будем использовать далее. В работе [8] рассматривался вариант линейной (несамосогласованной) теории, в которой ускоряемые частицы не генерируют альфвеновские волны и тем самым имеют заданные коэффициенты диффузии.

Целью настоящей работы является теоретическое исследование численными методами квазилинейного (самосогласованного) варианта теории ускорения СКЛ ударной волной, в которой коэффициент диффузии частиц определяется степенью генерации ими альфвеновских волн, в нижней солнечной короне с известными параметрами плазмы и с учетом влияния на процесс ускорения частиц СМЕ.

#### 2. МОДЕЛЬ

Вначале отметим, что линейная (несамосогласованная) теория ускорения СКЛ ударной волной до релятивистских энергий в нижней короне Солнца была разработана ранее в работе [9] и является первым примером применения теории диффузионного ускорения заряженных частиц с учетом конечности размеров ударной волны (в сферическом приближении), адиабатического замедления ускоренных частиц в расширяющемся потоке солнечного ветра, а также известных параметров плазмы солнечной короны, для понимания и детального объяснения явления генерации СКЛ ударными волнами, бегущими от основания нижней короны Солнца в межпла-

<sup>\*</sup> E-mail: taneev@ikfia.ysn.ru

нетное пространство. В дальнейшем учет самосогласованной генерации альфвеновских волн ускоряемыми частицами привел к созданию квазилинейной (самосогласованной) теории диффузионного ускорения СКЛ на фронте корональной ударной волны [5].

Используемая в данной работе модель [5] была применена для изучения ускорения СКЛ в событиях 29 сентября 1989 г. (GLE42) [5], 28 октября 2003 г. (GLE65) [10] и 22 ноября 1977 г. (GLE30) [11], а также в работе [12]. События с релятивистскими СКЛ принято называть GLE (ground level enhancement) с присвоением порядкового номера.

С незначительными модификациями модель [5] использовалась в исследованиях ускорения частиц межпланетными ударными волнами [13,14] и околоземной ударной волной [15].

Так как постановка задачи подробно изложена в работе [5], здесь мы остановимся только на основных ее элементах с добавлением учета влияния СМЕ на процесс ускорения частиц.

Как и в предшествующих работах [5, 9–15], мы рассматриваем только квазипараллельные ударные волны, на которых наиболее эффективно процесс ускорения частиц протекает на лобовом участке сферического ударного фронта, имеющего наибольшую скорость  $V_S$ , а силовые линии магнитного поля **В** составляют небольшой угол  $\psi$  с нормалью к ударному фронту **n** ( $\psi \leq 45^{\circ}$ ).

Поскольку полуширина характерного поперечного размера  $L_{\perp}$  лобового участка (т. е. области ускорения) достаточно велика  $(L_{\perp} \sim R_S)$ , а быстрые частицы в сильной степени замагничены  $(\kappa_{\parallel} \gg \kappa_{\perp}$  [16], здесь  $\kappa_{\parallel}$   $(\kappa_{\perp})$  — коэффициент продольной (поперечной) по отношению к магнитному полю **В** диффузии  $\kappa$  частиц), приближение сферической симметрии в нашем случае означает, что все физические величины являются функциями только одной пространственной переменной — гелиоцентрического расстояния r. В этом случае уравнение переноса для функции распределения частиц f(r, p, t), впервые выведенное Крымским [17], в области  $r > R_S$  имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \kappa_{\parallel} r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) - w' \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{p}{3r^2} \frac{\partial (w'r^2)}{\partial r} \frac{\partial f}{\partial p} - \frac{f}{\tau_{\perp}} , \quad (1)$$

где p — импульс частиц, t — время,  $w' = w + c_c$  — скорость рассеивающих центров, w — скорость среды (плазмы),  $c_c$  — скорость рассеивающих центров относительно среды.

Предпоследний член в правой части уравнения (1) описывает адиабатическое замедление частиц в расширяющемся потоке, которое является одним из факторов, ограничивающих спектр ускоренных частиц со стороны больших энергий.

Последний член в уравнении (1) описывает выход частиц из области ускорения за счет поперечной диффузии с характерным временем  $\tau_{\perp} = L_{\perp}^2/\kappa_{\perp}$ . Реальные значения коэффициента диффузии  $\kappa_{\perp}$  таковы, что член  $f/\tau_{\perp}$  мало сказывается на процессе ускорения частиц. Как и раньше [5, 9–14], нами принято  $L_{\perp} = 0.6R_S$ , что соответствует величине  $\Omega_S = 1.26$  ср.

Заметим, что угол  $\Omega_S$  влияет только на полное количество произведенных ударной волной СКЛ (которое прямо пропорционально  $\Omega_S$ ) и совершенно не влияет на их распределение внутри конуса с раствором  $\Omega_S$ .

Как и в предшествующих своих работах [5,9–15], мы не учитываем модификацию ударной волны обратным воздействием ускоренных частиц в силу того, что их давление значительно меньше динамического давления среды на ударный фронт  $P_m = \rho_1 V_S^2$ .

Ударный фронт трактуется нами как разрыв, на котором скорость среды относительно ударного фронта  $u = V_S - w$  испытывает скачок от значения  $u_1$  в точке  $r = R_S + 0$  до

$$u_2 = u_1 / \sigma \tag{2}$$

в точке  $r = R_S - 0$ . Здесь

$$\sigma = \frac{4}{1 + 3/M_1^2}$$
(3)

— степень сжатия вещества на ударном фронте,  $M = u/c_s$  — число Маха,  $c_s = \sqrt{\gamma_g k_B T/m}$  — скорость звука, T — температура,  $k_B$  — постоянная Больцмана, m — масса протона; для показателя политропы плазмы принято значение  $\gamma_g = 5/3$ ; индексом 1 (2) помечаются величины, соответствующие точке непосредственно перед (за) ударным фронтом.

Функция распределения на ударном фронте, расположенном в точке  $r = R_S$ , удовлетворяет условию

$$\frac{u_1' - u_2}{3} p \frac{\partial f}{\partial p} = \left(\kappa \frac{\partial f}{\partial r}\right)_1 - \left(\kappa \frac{\partial f}{\partial r}\right)_2 + Q_0, \quad (4)$$

где  $u' = u - c_c$  — скорость рассеивающих центров относительно ударного фронта,

$$Q_0 = u_1 \frac{N_{inj}}{4\pi p_{inj}^2} \delta(p - p_{inj}) \tag{5}$$

— сосредоточенный на ударном фронте источник, обеспечивающий инжекцию в режим ускорения некоторой доли  $\eta=N_{inj}/N_{g1}$ от концентрации частиц среды  $N_{g1}=N_g(r=R_S+0),$ натекающей на ударный фронт. Плотность среды  $\rho$ и концентрация протонов  $N_g$ связаны соотношением  $\rho=mN_g,$ гдеm— масса протона.

Ввиду отсутствия разработанной теории механизма инжекции (или, более точно, теории ударного перехода в сильной ударной волне) безразмерный параметр  $\eta$ , который принято называть темпом инжекции, является свободным в используемой нами модели. В расчетах нами принята величина  $\eta = 3 \cdot 10^{-3}$ .

Отметим, что ускорение частиц в каждый момент времени по площади ударной волны может быть неоднородным: на ней могут присутствовать наряду с квазипараллельными квазиперпендикулярные участки. Величина  $\eta$  считается нами средней по площади ударной волны.

Выбор величины импульса инжектируемых частиц  $p_{inj}$ , который по своему смыслу разделяет в едином спектре медленные (тепловые) и быстрые (ускоренные) частицы, является до некоторой степени условным. По сути дела, он лимитируется лишь условием применимости для всей рассматриваемой области  $p \ge p_{inj}$  диффузионного приближения, основанного на уравнении (1). Поэтому мы принимаем, как обычно,  $p_{inj} = \lambda mc_{s2}$ , где  $\lambda > 1$  (см., например, [18]), а

$$c_{s2} = \frac{u_1 \sqrt{\gamma_g(\sigma - 1) + \sigma/M_1^2}}{\sigma}$$

— скорость звука за фронтом ударной волны. Как и в предшествующих исследованиях [5,9–15], мы использовали значение  $\lambda = 4$ .

В своих расчетах мы учитываем изменение импульса инжекции частиц  $p_{inj}$  в процесс ускорения с изменением расстояния r от Солнца вследствие изменения параметров солнечной короны и считаем, что темп инжекции частиц  $\eta$  при каждом новом значении  $p_{inj}$  не изменяется:  $\eta(r, p_{inj}) = \text{const.}$ 

Поскольку ударный фронт является единственным источником, где осуществляется инжекция частиц в режим ускорения, задачу необходимо решать при начальном и граничном условиях:

$$f(r, p, t_0) = 0, \quad f(r = \infty, p, t) = 0,$$
 (6)

которые означают отсутствие фоновых частиц рассматриваемого диапазона энергий в солнечном ветре. Коэффициент диффузи<br/>и $\kappa_{\parallel}$ частиц, входящий в уравнение (1), определяется выражением [19]

$$\kappa_{\parallel} = \frac{v^2 B^2}{32\pi^2 \omega_B E_w \left(k = \rho_B^{-1}\right)},\tag{7}$$

в котором v — скорость частиц,  $\rho_B = p/(Am\omega_B)$  гирорадиус,  $\omega_B = ZeB/Amc$  — гирочастота, e элементарный заряд, Z — зарядовое число, A массовое число, c — скорость света,  $E_w(k) =$  $= d(\delta B^2/8\pi)/d\ln k$  — дифференциальная плотность магнитной энергии альфвеновских волн. Частицы рассеиваются за счет взаимодействия только с теми волнами, волновое число k которых равно обратному гирорадиусу  $\rho_B$  частиц. Коэффициенты диффузии частиц  $\kappa_{\parallel}$  и  $\kappa_{\perp}$  связаны между собой соотношением:  $\kappa_{\parallel}\kappa_{\perp} = \rho_B^2 v^2/3$  [20].

Фоновый спектр волн  $E_{w0}(k,r)$  модифицируется за счет генерации альфвеновских волн ускоренными частицами. С учетом этого уравнение переноса альфвеновской турбулентности в области перед ударным фронтом  $(r > R_S)$  имеет вид

$$\frac{\partial E_w^{\pm}}{\partial t} + u_1^{\pm} \frac{\partial E_w^{\pm}}{\partial x} = \pm \Gamma E_w^{\pm} \,, \tag{8}$$

где

$$\Gamma(k) = \frac{32\pi^3 c_A}{kc^2 v^2} \sum_s \frac{(Ze)^2}{Am} \kappa_{\parallel} \left(\rho_B = k^{-1}\right) \times \\ \times \int_{p_{min}}^{\infty} dp p^2 v \left(1 - \frac{m^2 \omega_B^2}{k^2 p^2}\right) \frac{\partial f}{\partial x} \quad (9)$$

— инкремент раскачки (декремент затухания) волн ускоренными частицами [21],  $x = R_S - r$ ,  $p_{min} =$  $= \max(p_{inj}, m\omega_B/k)$ , «s» — сорт иона (для упрощения записи индекс сорта иона у соответствующих величин опущен), плотности энергии  $E_w^+$  и  $E_w^-$  отвечают волнам, бегущим в среде в направлении от Солнца (+) и к Солнцу (-) соответственно,

$$E_w = E_w^+ + E_w^-, \quad u_1^{\pm} = V_S - w \mp c_A.$$

Поскольку рассеяние СКЛ осуществляется посредством их взаимодействия с альфвеновскими волнами, распространяющимися в противоположных направлениях вдоль силовых линий регулярного магнитного поля **B**, скорость рассеивающих центров в области перед ударным фронтом  $(r > R_S)$ определяется выражением

$$c_c = c_A \frac{E_w^+ - E_w^-}{E_w},$$
 (10)

где

$$c_A = B/\sqrt{4\pi\rho} \tag{11}$$

— альфвеновская скорость. В области за фронтом  $(r < R_S)$  распространение альфвеновских волн в значительной степени изотропизуется, поэтому  $c_c = 0$ . Важно отметить, что скорость рассеивателей  $c_c(k)$  является функцией волнового числа k, а следовательно, она является функцией импульса p частиц с учетом того, что частицы взаимодействуют (рассеиваются) с волнами, волновое число которых  $k = \rho_B^{-1} \propto p$ .

Эффективность ускорения ионов высоких энергий на фронте эволюционирующей ударной волны испытывает закономерные изменения во времени. Качественно эти закономерности могут быть установлены на основе выражения для функции распределения f(r, p, t) ускоренных частиц на ударном фронте, которое в случае немодифицированной ударной волны в области импульсов  $p_{inj} \leq p < p_{max}$ можно представить в виде (см., например, [3,4])

$$f(R_S, p, t) = \frac{q\eta N_g}{4\pi p_{inj}^3} \left(\frac{p}{p_{inj}}\right)^{-q}, \qquad (12)$$

где показатель спектра определяется выражением

$$q = \frac{3\sigma_{ef}}{\sigma_{ef} - 1},\tag{13}$$

$$\sigma_{ef} = \frac{u_1'}{u_2} = \sigma \left( 1 - \frac{c_{c1}}{u_1} \right) \tag{14}$$

— эффективная степень сжатия на ударном фронте. Чем больше  $\sigma_{ef}$ , тем меньше q (жестче спектр f). По достижении предельного (максимального) импульса  $p_{max}$  в области  $p > p_{max}$  спектр сильно укручается и оканчивается квазиэкспоненциальным хвостом.

В случае, когда в области перед ударным фронтом ( $r = R_S + 0$ ) преобладают волны, бегущие в направлении от Солнца ( $c_c = c_A$ ), получаем

 $\sigma_{ef} = \sigma \left( 1 - \frac{1}{M_A} \right) \,, \tag{15}$ 

где

$$M_A = \frac{u_1}{c_c} = \frac{u_1}{c_A} \tag{16}$$

— альфвеновское число Маха. Условие  $E_w(\nu) \approx E_w^+(\nu)$  выполняется для большей части спектра альфвеновских волн, резонансно взаимодействующих с ускоренными частицами за счет преобладающего вклада волн, раскачиваемых ими.

В предшествующих исследованиях [5,9–15] было использовано предположение о том, что среда в области за ударным фронтом ( $r < R_S$ ) возмущена значительно сильнее, чем перед фронтом ( $r > R_S$ ), что



Рис. 1. Скорость  $V_S$  ударной волны в зависимости от ее положения  $R_S/R_{\odot}$  относительно Солнца

обеспечивает соотношение  $\kappa_2 \ll \kappa_1$ . Это позволяет пренебречь вторым членом в правой части уравнения (4), в силу чего решение задачи перестает зависеть от каких-либо особенностей области  $r < R_S$ . В настоящей работе нами учитываются все члены в уравнении (4).

Мы взяли начальный радиус СМЕ  $R_{CME}(t_0)$ равным радиусу Солнца  $R_{\odot}$ , величину его скорости  $V_{CME}$  положили равной 1000 км/с и приняли ее постоянной при удалении от Солнца:  $V_{CME}(r) = \text{const.}$ 

Следуя работе [18], начальный радиус ударной волны мы взяли равным

$$R_S(t_0) = 1.1 R_{CME}(t_0), \qquad (17)$$

что, с нашей точки зрения, вполне приемлемо для нижней солнечной короны, если анализировать результаты работы [22].

Из движения СМЕ как поршня в среде с заданной плотностью и скоростью плазмы, которые описаны в следующем разделе, численным решением газодинамических уравнений были вычислены радиус  $R_S(t)$  и скорость  $V_S(t)$  ударной волны, как это было сделано в работе [8].

На рис. 1 приведена скорость  $V_S$  ударной волны в зависимости от ее положения  $R_S/R_{\odot}$  относительно Солнца, а на рис. 2 — изменение расстояния  $(R_S - R_{CME})/R_{\odot}$  между ударной волной и СМЕ с ростом  $R_S$ .

Скорость солнечного ветра w за фронтом ударной волны ( $R_{CME} \leq r \leq R_S$ ) в настоящей работе аппроксимирована выражением

$$w(r) = V_{CME} + \frac{r - R_{CME}}{R_S - R_{CME}} \left( w_2 - V_{CME} \right), \quad (18)$$



Рис. 2. Изменение расстояния между ударной волной и CME с ростом  $R_S$ 

где

$$w_2 = V_S - u_2 \,. \tag{19}$$

Применимость такой линейной аппроксимации подтверждается результатами полного численного расчета газодинамических уравнений за фронтом ударной волны.

Дивергенцию скорости солнечного ветра w за фронтом ударной волны ( $R_{CME} \leq r \leq R_S$ ) мы приняли в виде

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial (w r^2)}{\partial r} = \frac{2w}{r} + \frac{w_2 - V_{CME}}{R_S - R_{CME}}.$$
 (20)

В нашем случае  $w_2 \geq V_{CME}$  и, соответственно, div  $\mathbf{w} > 0$ , т. е. область за ударным фронтом замедляет ускорение частиц.

Коэффициент диффузии частиц  $\kappa_2(p,r)$  за фронтом ударной волны ( $R_{CME} \leq r \leq R_S$ ) нами взят независимым от r ( $\kappa_2(r) = \text{const}$ ), а также (учитывая усиление напряженности магнитного поля  $B_2 = B_1 \sigma$  за ударным фронтом) нами приняты три варианта его связи с точкой  $r = R_S + 0$  из области  $r \geq R_S$ :

1) 
$$\kappa_{2(a)} = \kappa_{B1} / \sigma$$
, где

$$\kappa_B = \rho_B v/3 \tag{21}$$

бомовский коэффициент диффузии;

2)  $\kappa_{2(b)} = \kappa_{\parallel 1} / \sigma;$ 

3)  $\kappa_{2(c)} = 0$ , что соответствует нашим предыдущим исследованиям [5, 9–15], так как выпадает из расчетов второй член в правой части уравнения (4).

Расчеты с  $\kappa_{2(a)}$  и  $\kappa_{2(b)}$  ниже сравниваются между собой на предмет различия полученных результатов, а расчеты с  $\kappa_{2(a)}$  и  $\kappa_{2(c)}$  — на предмет сходства полученных результатов. Уравнение переноса (1) для функции распределения частиц f(r, p, t) в области за ударным фронтом ( $R_{CME} < r < R_S$ ) после исключения из него последнего члена решается при граничных условиях на поршне [18]

$$\left.\frac{\partial f}{\partial r}\right|_{r=R_{CME}-0}^{r=R_{CME}+0} = 0 \tag{22}$$

и ударном фронте

$$f_2(r = R_S - 0) = f_1(r = R_S + 0).$$
 (23)

Сформулированная задача (1) – (23) решается численно. Алгоритм численного решения и применяемые численные методы в области перед ударным фронтом ( $r \ge R_S$ ) кратко изложены в работе [15]. Для расчета области за ударным фронтом ( $r \le R_S$ ) нами была адаптирована численная схема из работы [23].

# 3. ПАРАМЕТРЫ СОЛНЕЧНОЙ КОРОНЫ

Спектр фоновых альфвеновских волн  $E_{w0}(k,r)$ может быть определен исходя из современного представления о том, что поток энергии альфвеновских волн в основании короны  $F_w = W(3w + 2c_c)$  является основным источником энергии солнечного ветра. Здесь  $W = \int E_{w0}(\nu)d\nu$  — суммарная по спектру волн плотность магнитной энергии,

$$E_{w0}(\nu) = \nu^{-1} E_{w0}(k) \tag{24}$$

— спектральная плотность магнитной энергии альфвеновских волн, где частота  $\nu$  и волновое число kсвязаны соотношением  $\nu = k(w \pm c_A)/(2\pi)$ , знаки «±» в этом выражении отвечают волнам  $E_w^{\pm}(\nu)$ , распространяющимся от Солнца (+) и к Солнцу (-).

Следуя [24], мы предполагаем, что спектр волн в основании короны имеет вид

$$E_{w0}(\nu) \propto \nu^{-1}$$
 при  $10^{-3} < \nu < 5 \cdot 10^{-2}$  Гц. (25)

В области высоких частот,  $\nu > 5 \cdot 10^{-2}$  Гц, спектр ожидается более мягким [25]. Мы предполагаем, что в этом инерциальном частотном диапазоне он имеет вид такой же, как в солнечном ветре [26,27]:

$$E_{w0}(\nu) \propto \nu^{-5/3}$$
. (26)

Принимая типичное значение потока энергии  $F_w \approx 10^6$  эрг/(см<sup>2</sup>·с) [24], скорости плазмы w = 0и скорости  $c_c = 200$  км/с в основании короны, имеем  $W = 2.5 \cdot 10^{-2}$  эрг/см<sup>3</sup> и

$$E_{w0}(r_0, \nu_0) = 1.3 \cdot 10^9 \,\Gamma c^2 / \Gamma \mathfrak{u} \,, \tag{27}$$

где  $r_0 = 1.1 R_{\odot}, \nu_0 = 5 \cdot 10^{-2}$  Гц.

Эта энергия делится между противоположно распространяющимися волнами в соответствии с соотношениями

$$E_{w0}^+ = 0.7 E_{w0}, \quad E_{w0}^- = 0.3 E_{w0}.$$
 (28)

Согласно спутниковым измерениям у орбиты Земли [26,27]

$$E_{w0}(r = 1 \text{ a.e.}, \nu_0) = 10^{-2} \, \Gamma c^2 / \Gamma u,$$
 (29)

где а.е. — астрономическая единица.

Принимая степенную зависимость плотности энергии волн от гелиоцентрического расстояния,  $E_{w0}(\nu,r) \propto r^{-\delta}$ , имеем  $\delta = 5$ . В итоге спектральное и пространственное распределение альфвеновских волн в области частот  $\nu > 5 \cdot 10^{-2}$  Гц может быть представлено в виде

$$E_{w0}(k,r) = E_0 \left(\frac{k}{k_0}\right)^{-\beta} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-\delta}, \qquad (30)$$

где  $\beta = 2/3, E_0 = 6.5 \cdot 10^{-3}$  эрг/см<sup>3</sup>,  $k_0 = 2.4 \cdot 10^5$  см<sup>-1</sup>.

Роль рассеивателей для протонов с энергиями  $\lesssim 10^4$  МэВ выполняют волны с частотами  $\nu \gtrsim 5 \cdot 10^{-2}$  Гц. Протоны с энергиями >  $10^4$  МэВ взаимодействуют с волнами, у которых частота  $\nu < 5 \cdot 10^{-2}$  Гц. Далее мы принимаем зависимость спектра фоновой альфвеновской турбулентности  $E_{w0}(\nu)$  от частоты  $\nu$  согласно (26) в области частот  $\nu \lesssim \nu_{inj}$ , где  $\nu_{inj}$  — частота, резонансная с протонами, имеющими импульс  $p_{inj}$ . В наших расчетах  $\nu_{inj} = 4.1 \cdot 10^2$  Гц.

На рис. 3 представлен фоновый спектр альфвеновских волн  $E_{w0}(\nu)$  в зависимости от частоты  $\nu$  на расстоянии  $R_S = 1.1 R_{\odot}$  от Солнца. Вертикальной штриховой линией выделена частота  $\nu_0 = 5 \cdot 10^{-2}$  Гц. Горизонтальной штриховой линией приведена амплитуда волн  $E_{w0} = 1.3 \cdot 10^9 \, \Gamma c^2 / \Gamma ц$ . После частоты  $\nu \approx 2 \cdot 10^3 \, \Gamma ц$  спектр волн имеет вид  $E_{w0}(\nu) \propto \nu^{-3}$ , что связано с учетом нами всегда затухания волн на тепловых протонах [5, 13, 14], которое никак не сказывается на процессе ускорения частиц и необходимо, если приходится сравнивать вычисленный спектр волн  $E_w$  (8) с измеренным экспериментально [13, 14].

Для радиального распределения концентрации протонов в низкоширотной короне нами используются результаты полуэмпирической модели [28]:

$$N_g(r) = N_{g0} \left[ a_1 e^{a_2 z} z^2 \times (1 + a_3 z + a_4 z^2 + a_5 z^3) \right], \quad (31)$$



Рис. 3. Фоновый спектр альфвеновских волн  $E_{w0}(\nu)$  в зависимости от частоты  $\nu$  на расстоянии  $R_S = 1.1 R_{\odot}$  от Солнца. Вертикальной штриховой линией выделена частота  $\nu_0 = 5 \cdot 10^{-2}$  Гц. Горизонтальной штриховой линией приведена амплитуда волн  $E_{w0} = 1.3 \cdot 10^9$  Гс<sup>2</sup>/Гц. Крестиком на спектре  $E_{w0}(\nu)$  отмечена частота  $\nu_{inj} = 4.1 \cdot 10^2$  Гц. Подробнее см. текст

где  $N_{g0} = N_g(r_0) = 10^8 \text{ см}^{-3}$ ,  $a_1 = 3.2565 \cdot 10^{-3}$ ,  $a_2 = 3.6728$ ,  $a_3 = 4.8947$ ,  $a_4 = 7.6123$ ,  $a_5 = 5.9868$ ,  $z = r_0/r$ . При этом для простоты всеми сортами ионов, кроме протонов, мы пренебрегаем.

Скорость среды (плазмы) *w* определяется из условия непрерывности потока вещества:

$$w(r) = w_0 \frac{N_g(r)}{N_{g0}} \left(\frac{r}{r_0}\right)^2, \qquad (32)$$

где  $N_g(r) = \rho(r)/m$  — концентрация протонов,  $w_0 = w(r_0) = 1$  км/с.

Напряженность магнитного поля принимается в виде

$$B(r) = B_0 (r_0/r)^2, \qquad (33)$$

где  $B_0 = 2.3$  Гс [29].

Температура солнечной короны принята равной  $T = 2 \cdot 10^6$  K [30].

Помимо протонов мы принимаем во внимание также ускорение  $\alpha$ -частиц, предполагая, что содержание ядер гелия в корональной плазме составляет 10% от содержания водорода.

## 4. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ СОГЛАСНО ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ

Фактором, определяющим эффективность ускорения, является количество вовлекаемых в ускорение частиц на данной стадии эволюции ударной волны  $R_S(t)$ . Этот фактор непосредственно определяет величину (амплитуду) суммарного спектра ускоренных частиц:

где

$$\varepsilon = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} - mc^2.$$

 $N(\varepsilon, t) = \frac{4\pi p^2}{v} \int f(r, p, t) \, dV \,,$ 

Здесь интегрирование ведется по всему объему, занятому частицами.

Суммарный спектр  $N(\varepsilon)$  (34) можно приближенно представить в виде

$$N(\varepsilon) \propto N'(\varepsilon) \exp\left[-\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{max}}\right)^{\alpha}\right],$$
 (35)

где

$$N'(\varepsilon) \propto \varepsilon^{-\gamma} \tag{36}$$

(34)

— степенной участок спектра  $N(\varepsilon)$  (34) с показателем  $\gamma$ . Значение параметра  $\alpha$  затруднительно предсказать аналитически по причине значительного изменения показателя q (13) в области ускорения.

Максимальная энергия  $\varepsilon_{max}$  в (35) определяется из соотношения

$$\frac{N(\varepsilon_{inj})}{N(\varepsilon_{max})} \left(\frac{\varepsilon_{max}}{\varepsilon_{inj}}\right)^{-\gamma} = e, \qquad (37)$$

где e — основание натурального логарифма. Далее предельно большими (предельными) энергиями частиц мы считаем энергии  $\varepsilon \gtrsim \varepsilon_{max}$ .

В соответствии с приведенными выше моделью и параметрами было сделано три расчета согласно линейной (несамосогласованной) теории для трех вариантов коэффициента диффузии частиц  $\kappa_2$  за фронтом ударной волны:  $\kappa_{2(a)}$ ,  $\kappa_{2(b)}$  и  $\kappa_{2(c)}$ .

Все расчеты нами были сделаны до  $10R_{\odot}$ . На расстояниях от  $5R_{\odot}$  до  $10R_{\odot}$  процесс ускорения частиц протекал в квазистационарном режиме: в спектрах  $N(\varepsilon)$  не происходило видимых изменений. Мы выбрали  $5R_{\odot}$  как окончательную точку в расчетах для последующего анализа.

На рис. 4 представлен суммарный спектр  $N(\varepsilon)$ протонов, ускоренных в солнечной короне, как функция кинетической энергии  $\varepsilon$  согласно линейной (несамосогласованной) теории. Спектры  $N(\varepsilon)$ приведены для трех значений радиуса ударной волны:  $R_S = 1.102, 1.178, 5.022 R_{\odot}$  (отмечены цифрами



Рис. 4. Суммарный спектр  $N(\varepsilon)$  протонов, ускоренных в солнечной короне, как функция кинетической энергии  $\varepsilon$  согласно линейной (несамосогласованной) теории. Спектры приведены для  $R_S = 1.102, 1.178, 5.022R_{\odot}$  (отмечены 1, 2, 4). Сплошные кривые — расчет с  $\kappa_{2(a)}$ , штриховые кривые — расчет с  $\kappa_{2(c)}$ . Штрихпунктирная кривая для  $2.989R_{\odot}$  (отмечена 3) взята из расчета с  $\kappa_{2(c)}$ 

1, 2 и 4). Сплошными кривыми на рис. 4 приведен расчет с  $\kappa_{2(a)}$  (первый расчет). Штриховые кривые на рис. 4 соответствуют расчету с  $\kappa_{2(b)}$  (второй расчет). Пунктирные кривые на рис. 4 представляют расчет с  $\kappa_{2(c)}$  (третий расчет). Штрихпунктирная кривая на рис. 4 для  $2.989R_{\odot}$  (отмечена цифрой 3) взята из третьего расчета.

Сравнение первого расчета со вторым показывает, что с увеличением коэффициента диффузии частиц  $\kappa_2$  ( $\kappa_{2(b)} \gg \kappa_{2(a)}$ ) за фронтом ударной волны значительно возрастает вес второго члена в правой части уравнения (4). Это существенным образом сказывается на темпе ускорения частиц с удалением от Солнца: во втором расчете он уменьшается с ростом  $R_S$  заметно быстрее (см. рис. 4). На  $5R_{\odot}$  максимальная энергия  $\varepsilon_{max} = 1.6 \cdot 10^3$  МэВ в первом расчете в 3 раза больше, чем во втором, в котором  $\varepsilon_{max} = 5.1 \cdot 10^2$  МэВ.

При сравнении первого расчета ( $\kappa_2 = \kappa_{2(a)}$ ) с третьим ( $\kappa_2 = \kappa_{2(c)} = 0$ ) мы видим, что сплошные и пунктирные кривые на рис. 4 несущественно различаются между собой и то только в области предельных энергий на  $5R_{\odot}$ . Небольшое расхождение говорит о том, что бомовский коэффициент диффузии  $\kappa_B$  (21) лишь незначительно увеличивает вес второго члена в правой части уравнения (4) по сравнению со случаем его нулевого значения. Максимальная энергия  $\varepsilon_{max}$  на  $5R_{\odot}$  в третьем расчете равна  $1.7 \cdot 10^3$  МэВ.



Рис. 5. Интенсивность  $J(\varepsilon)$  протонов, ускоренных в солнечной короне, на фронте ударной волны как функция кинетической энергии  $\varepsilon$  согласно линейной (несамосогласованной) теории. Обозначения см. в подписи к рис. 4

Показатели степенных участков спектров на  $5R_{\odot}$  в расчетах 1–3 одинаковы:  $\gamma = 1.6$ .

Кроме суммарного спектра  $N(\varepsilon)$  СКЛ важно также посмотреть на их текущий спектр  $J(\varepsilon) = p^2 f(r = R_S, p, t)$  на ударном фронте.

На рис. 5 приведена интенсивность  $J(\varepsilon)$  протонов, ускоренных в солнечной короне, на фронте ударной волны как функция кинетической энергии  $\varepsilon$  согласно линейной (несамосогласованной) теории. Обозначения кривых на рис. 5 соответствуют обозначениям на рис. 4.

Из рис. 5 видно, что во втором расчете (штриховые кривые) с удалением ударной волны от Солнца темп ускорения частиц уменьшается заметно быстрее, чем в первом (сплошные кривые) и третьем (пунктирные и штрихпунктирная кривые). Предельные энергии протонов в области квазиэкспоненциального хвоста в этом расчете с увеличением  $R_S$  существенно отстают в своем росте от предельных энергий в двух других расчетах, начиная с  $1.178R_{\odot}$  (см. рис. 5).

Еще это выражается в том, что на  $5R_{\odot}$  во втором расчете степенной участок  $J(\varepsilon)$  с ростом энергии  $\varepsilon$  переходит в более заметный «бамп» по сравнению с «бампами» в первом и третьем расчетах, который соответствует частицам, произведенным на более ранних стадиях эволюции ударной волны и ускорение которых прекратилось раньше, чем в двух других расчетах [5].



Рис. 6. Суммарный спектр  $N(\varepsilon)$  протонов, ускоренных в солнечной короне, как функция кинетической энергии  $\varepsilon$  согласно квазилинейной (самосогласованной) теории. Обозначения см. в подписи к рис. 4

# 5. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ СОГЛАСНО КВАЗИЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ

В соответствии с приведенными выше моделью и параметрами было сделано три расчета согласно квазилинейной (самосогласованной) теории для трех вариантов коэффициента диффузии частиц  $\kappa_2$ за фронтом ударной волны:  $\kappa_{2(a)}$ ,  $\kappa_{2(b)}$  и  $\kappa_{2(c)}$ .

На рис. 6 представлен суммарный спектр  $N(\varepsilon)$ протонов, ускоренных в солнечной короне, как функция кинетической энергии  $\varepsilon$  согласно квазилинейной (самосогласованной) теории. Спектры  $N(\varepsilon)$  приведены для трех значений радиуса ударной волны:  $R_S = 1.102, 1.178, 5.022R_{\odot}$  (отмечены цифрами 1, 2 и 4). Сплошными кривыми на рис. 6 приведен расчет с  $\kappa_{2(a)}$  (четвертый расчет). Штриховые кривые на рис. 6 соответствуют расчету с  $\kappa_{2(b)}$  (пятый расчет). Пунктирные кривые на рис. 6 представляют расчет с  $\kappa_{2(c)}$  (шестой расчет). Штрихпунктирная кривая на рис. 6 для  $2.989R_{\odot}$ (отмечена цифрой 3) взята из шестого расчета.

Как видно из рис. 6, если нет необходимости пытаться описывать спектры частиц в области предельно больших энергий, то можно ограничиться расчетами до  $3R_{\odot}$ . В работе [31] авторы, анализируя протоны с энергией до ~ 1.12 ГэВ в событии 17 мая 2012 г. (GLE71), пришли к выводу, что они предположительно могли быть ускорены ударной волной от СМЕ на расстоянии до ~  $3.07R_{\odot}$ , что согласуется с нашим выводом.

Сравнение четвертого расчета с пятым показывает, что с увеличением коэффициента диффузии частиц  $\kappa_2$  ( $\kappa_{2(b)} \gg \kappa_{2(a)}$ ) за фронтом ударной волны значительно возрастает вес второго члена в пра-



Рис. 7. Интенсивность  $J(\varepsilon)$  протонов, ускоренных в солнечной короне, на фронте ударной волны как функция кинетической энергии  $\varepsilon$  согласно квазилинейной (самосогласованной) теории. Обозначения см. в подписи к рис. 4

вой части уравнения (4). Это существенным образом сказывается на темпе ускорения частиц с удалением от Солнца: в пятом расчете он уменьшается с ростом  $R_S$  заметно быстрее (см. рис. 6). На  $5R_{\odot}$  максимальная энергия  $\varepsilon_{max} = 6.5 \cdot 10^3$  МэВ в четвертом расчете в 4 раза больше, чем в пятом, в котором  $\varepsilon_{max} = 1.6 \cdot 10^3$  МэВ.

При сравнении четвертого расчета ( $\kappa_2 = \kappa_{2(a)}$ ) с шестым ( $\kappa_2 = \kappa_{2(c)} = 0$ ) мы видим, что сплошные и пунктирные кривые на рис. 6 несущественно различаются между собой и то только в области предельных энергий на  $5R_{\odot}$ . Небольшое расхождение говорит о том, что бомовский коэффициент диффузии  $\kappa_B$  (21) лишь незначительно увеличивает вес второго члена в правой части уравнения (4) по сравнению со случаем его нулевого значения. Максимальная энергия  $\varepsilon_{max} = 7.7 \cdot 10^3$  МэВ в шестом расчете на  $5R_{\odot}$  несущественно больше, чем в четвертом.

Показатели степенных участков спектров на  $5R_{\odot}$ в расчетах 4–6 одинаковы:  $\gamma = 1.9$ . В квазилинейных расчетах степенной участок ожидаемо мягче, чем в линейных [5].

На рис. 7 приведена интенсивность  $J(\varepsilon)$  протонов, ускоренных в солнечной короне, на фронте ударной волны как функция кинетической энергии  $\varepsilon$  согласно квазилинейной (самосогласованной) теории. Обозначения кривых на рис. 7 соответствуют обозначениям на рис. 4.



Рис. 8. Коэффициенты диффузии  $\kappa(\varepsilon)$  протонов на фронте ударной волны как функция кинетической энергии  $\varepsilon$ . Подробнее см. текст

Форма штрихпунктирной кривой интенсивности  $J(\varepsilon)$  для шестого расчета на рис. 7 сигнализирует об истощении процесса ускорения частиц уже на  $3R_{\odot}$  радиусах Солнца: между степенным участком спектра и «бампом» (между  $\approx 5 \cdot 10^2$  и  $\approx 2 \cdot 10^3$  МэВ) образовался локальный минимум при энергии  $\varepsilon_{loc} \approx 10^3$  МэВ. Протоны с энергиями  $\varepsilon < \varepsilon_{loc}$  подвержены влиянию ударной волны, а протоны с энергиями  $\varepsilon \gtrsim \varepsilon_{loc}$  интенсивно покидают область ускорения [5].

На рис. 8 приведены коэффициенты диффузии  $\kappa(\varepsilon)$  протонов, ускоренных в солнечной короне, на фронте ударной волны ( $r=R_S+0$ ) как функция кинетической энергии  $\varepsilon$ для двух значений радиуса ударной волны:  $R_S=1.178, 5.022R_{\odot}.$ 

При энергиях  $\varepsilon \geq \varepsilon_{inj} = 3 \cdot 10^{-2}$  МэВ на рис. 8 сплошными, штриховыми и пунктирными кривыми представлены коэффициенты диффузии  $\kappa_{\parallel}(\varepsilon)$  (7) протонов соответственно для четвертого, пятого и шестого расчетов.

Там же штрихпунктирными кривыми приведена зависимость коэффициента диффузии  $\kappa_{\parallel 0}(\varepsilon)$  протонов по фоновой альфвеновской турбулентности  $E_{w0}$  (30), а штрихпунктирными линиями с двумя точками обозначен бомовский коэффициент диффузии  $\kappa_B$  (21).

При энергиях  $\varepsilon \leq \varepsilon_{inj}$  на рис. 8 форма линий коэффициентов диффузии обусловлена влиянием затухания альфвеновских волн на тепловых протонах [5, 13, 14]. В области энергий  $\varepsilon \gtrsim 500$  МэВ на коэффициенты диффузии  $\kappa_{\parallel}(\varepsilon)$  (7) оказывает влияние релятивизм [5]. Анализ результатов пятого и шестого расчетов показывает диапазон манипулирования коэффициентом диффузии частиц  $\kappa_2$  за фронтом ударной волны при сравнении теоретических расчетов с данными экспериментов.

### 6. ВЫВОДЫ

На основе теории диффузионного ускорения заряженных частиц проведены теоретические исследования численными методами спектров протонов, произведенных ударной волной, образованной корональным выбросом массы со скоростью 1000 км/с, в нижней короне Солнца с известными параметрами солнечной плазмы.

Проведено теоретическое исследование численными методами квазилинейного (самосогласованного) варианта теории ускорения СКЛ ударной волной, в которой коэффициент диффузии частиц определяется степенью генерации ими альфвеновских волн, в нижней солнечной короне с известными параметрами плазмы и с учетом влияния на процесс ускорения частиц СМЕ.

Из приведенных расчетов видно, что чем больпе коэффициент диффузии частиц  $\kappa_2$  за фронтом ударной волны, тем быстрее уменьшается их темп ускорения с удалением от Солнца. В результате максимальные энергии  $\varepsilon_{max}$  в спектрах СКЛ  $N(\varepsilon)$  получаются меньше.

Вариант с использованием бомовского коэффициента диффузии  $\kappa_B$  за фронтом ударной волны незначительно отличается от варианта с  $\kappa_2 = 0$ .

Полученные результаты позволяют нам утверждать о важности развиваемой квазилинейной теории ускорения СКЛ ударной волной в нижней короне Солнца.

### 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлено теоретическое исследование численными методами квазилинейного (самосогласованного) варианта теории ускорения СКЛ ударной волной, в которой коэффициент диффузии частиц определяется степенью генерации ими альфвеновских волн, в нижней солнечной короне с известными параметрами плазмы и с учетом влияния на процесс ускорения частиц СМЕ.

Результаты настоящей работы могут быть полезны для анализа энергетического обмена в неоднородных системах, которые представляют интерес в физике плазмы и астрофизике. Финансирование. Работа выполнена в рамках государственного задания (номер АААА-А21-121011890014-0 и частично АААА-А21-121011990011-8).

С глубоким прискорбием извещаем, что ушел из жизни один из авторов статьи чл.-корр. РАН Е. Г. Бережко.

# ЛИТЕРАТУРА

- Г. Ф. Крымский, ДАН СССР 234, 1306 (1977)
   [G. F. Krymskii, Sov. Phys. Dokl. 22, 327 (1977)].
- W. I. Axford, E. Leer, and G. Skadron, in *Proc. 15th ICRC*, 1977, Plovdiv, Bulgaria 11, 132 (1978).
- Е. Г. Бережко, В. К. Ёлшин, Г. Ф. Крымский, С. И. Петухов, Генерация космических лучей ударными волнами, Наука, Новосибирск (1988).
- Е. Г. Бережко, Г. Ф. Крымский, УФН 154, 49 (1988) [Е. G. Berezhko, and G. F. Krymskii, Sov. Phys. Usp. 31, 27 (1988)].
- Е. Г. Бережко, С. Н. Танеев, Письма в Астрон. ж. **39**, 443 (2013), doi:10.7868/ S0320010813060016 [E. G. Berezhko and S. N. Taneev, Astron. Lett. **39**, 393 (2013), doi:10.1134/S1063773713060017].
- Л. И. Мирошниченко, УФН 188, 345 (2018), doi: https://doi.org/10.3367/UFNr.2017.03.038091.
- M. A. Lee, Astrophys. J. Suppl. Ser. 158, 38 (2005), doi:10.1086/428753.
- A. S. Petukhova, I. S. Petukhov, S. I. Petukhov, and L. T. Ksenofontov, Astrophys. J. 836, 36 (2017), https://doi.org/10.3847/1538-4357/836/1/36.
- Е. Г. Бережко, С. Н. Танеев, Письма в Астрон. ж. 29, 601 (2003) [Е. G. Berezhko and S. N. Taneev, Astron. Lett. 29, 530 (2003)].
- Г. Ф. Крымский, В. Г. Григорьев, С. А. Стародубцев, С. Н. Танеев, Письма в ЖЭТФ
   102, 372 (2015), doi:10.7868/S0370274X15180046
   [G. F. Krymsky, V. G. Grigoryev, S. A. Starodubtsev, and S. N. Taneev, JETP Lett. 102, 335 (2015), doi: 10.1134/S0021364015180071].
- С. Н. Танеев, С. А. Стародубцев, В. Г. Григорьев, Е. Г. Бережко, ЖЭТФ 156, 449 (2019), doi:10.1134/S0044451019090074 [S. N. Taneev, S. A. Starodubtsev, V. G. Grigor'ev, and E. G. Berezhko, JETP 129, 375 (2019), doi:10.1134/ S1063776119080089].

- С. Н. Танеев, Е. Г. Бережко, ЖЭТФ 158, 474 (2020), doi: 10.31857/S0044451020090060 [S. N. Taneev and E. G. Berezhko, JETP 131, 422 (2020), doi: 10.1134/S1063776120080075].
- 13. Е. Г. Бережко, С. Н. Танеев, Письма в Астрон. ж. 42, 148 (2016), doi:10.7868/ S0320010816010010
  [E. G. Berezhko and S. N. Taneev, Astron. Lett. 42, 126 (2016), doi:10.1134/S1063773716010011].
- 14. С. Н. Танеев, С. А. Стародубцев, Е. Г. Бережко, ЖЭТФ 153, 765 (2018), doi:10.7868/ S0044451018050085 [S. N. Taneev, S. A. Starodubtsev, and E. G. Berezhko, JETP 126, 636 (2018), doi:10.1134/S106377611804009X].
- E. G. Berezhko, S. N. Taneev, and K. J. Trattner, J. Geophys. Res. 116, A07102 (2011), doi:10.1029/ 2010JA016404.
- G. P. Zank, Gang Li, and V. Florinski, J. Geophys. Res. 109, A04107 (2004), doi:10.1029/2003JA010301.
- Г. Ф. Крымский, Геомагн. и аэроном. 4, 977 (1964)
   [G. F. Krymskiy, Geomagn. Aeron. 4, 763 (1964)].
- Е. Г. Бережко, В. К. Ёлшин, Л. Т. Ксенофонтов, ЖЭТФ 109, 3 (1996) [Е. G. Berezhko, V. K. Elshin, and L. T. Ksenofontov, JETP 82, 1 (1996)].
- M. A. Lee, J. Geophys. Res. 88, 6109 (1983), doi: 10.1029/JA088iA08p06109.
- 20. M. A. Lee, J. Geophys. Res. 87, 5063 (1982), doi: 10.1029/JA087iA07p05063.

- 21. B. E. Gordon, M. A. Lee, E. Möbius, and K. J. Trattner, J. Geophys. Res. 104, 28263 (1999), doi:10.1029/1999JA900356.
- 22. T. Podladchikova, A. M. Veronig, K. Dissauer et al., Astrophys. J. 877, 68 (2019), doi:10.3847/1538-4357/ ab1b3a, arXiv:1904.09427v1.
- 23. E. G. Berezhko, V. K. Elshin, and L. T. Ksenofontov, Astropart. Phys. 2, 215 (1994).
- 24. T. K. Suzuki and S. Inutsuka, J. Geophys. Res. 111, A06101 (2006), doi:10.1029/2005JA011502.
- 25. W. H. Matthaeus, D. J. Mullan, P. Dmitruk et al., Nonlin. Processes Geophys. 10, 93 (2003), doi: 10.5194/npg-10-93-2003.
- 26. C. T. Russell, Solar Wind, ed. by C. P. Sonett et al., Washington, NASA SP-308 (1972), p. 365.
- 27. C.-Y. Tu and E. Marsh, Space Sci. Rev. 73, 1 (1995), doi:10.1007/BF00748891.
- E. C. Sittler, Jr., and M. Guhathakurta, Astrophys. J. 523, 812 (1999), doi:10.1086/307742.
- 29. A. J. Hundhausen, Coronal Expansion and Solar Wind, Vol. 5, Springer, New York (1972).
- 30. D. V. Reames, Space Sci. Rev. 90, 413 (1999), doi: 10.1023/A:1005105831781.
- 31. C. Li, K. A. Firoz, L. P. Sun, and L. I. Miroshnichenko, Astrophys. J. 770, 34 (2013), doi:10.1088/ 0004-637X/770/1/34.