

УСКОРЕНИЕ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ ДО ЭНЕРГИЙ ВЫШЕ 10^{15} эВ ТРАНСРЕЛЯТИВИСТСКИМИ УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ

А. М. Быков^{}, С. М. Осипов^{**}, В. И. Романский*

*Физическо-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук
194021, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 8 сентября 2021 г.,
после переработки 9 ноября 2021 г.
Принята к публикации 30 ноября 2021 г.

МГД-течения с четырех-скоростями $\Gamma\beta \sim 1$ (трансрелятивистские), реализующиеся в сверхновых звездах типа Ib/c и после слияния нейтронных звезд, представляют интерес как потенциальные источники космических лучей. Представлены результаты моделирования ускорения космических лучей высоких энергий в астрофизических объектах с трансрелятивистскими МГД-течениями и ударными волнами. Построена нелинейная модель переноса и ускорения ультрарелятивистских частиц с учетом обратного влияния ускоренных частиц на локальную структуру течения в окрестности ударной волны и механизмов сверх-адиабатического усиления флуктуирующих магнитных полей. Рассчитаны спектры ускоренных частиц. Показано, что максимальные энергии протонов, ускоренных трансрелятивистскими МГД-течениями, могут заметно превышать 10^{15} эВ и вносить вклад в наблюдаемые потоки космических лучей в окрестности излома спектра.

Статья для специального выпуска ЖЭТФ, посвященного 100-летию А. Е. Чудакова

DOI: 10.31857/S0044451022040113
EDN: DQJPRP

1. ВВЕДЕНИЕ

Совокупность наблюдений указывает на то, что источники космических лучей (КЛ) в Галактике с энергиями до излома спектра около петаэлектрон-вольта ($1 \text{ ПэВ} = 10^{15} \text{ эВ}$), вероятно, связаны с остатками сверхновых звезд [1, 2], а источниками КЛ сверхвысоких энергий выше 1000 ПэВ могут быть релятивистские истечения активных ядер галактик [3–5]. Поиск гамма-излучения источников КЛ черенковскими телескопами был предложен более 50 лет назад [6] и в последние годы позволил детектировать гамма-фотоны с энергиями до 100 ТэВ от популяции молодых галактических остатков сверхновых [7–9]. Модели ускорения космических лучей ударными волнами в наблюдаемых остатках сверхновых различных типов [10–12] демонстрируют возможность ускорения КЛ до энергий, соответствующих излому наблюдаемого спектра КЛ.

О природе источников КЛ с энергиями в диапазоне 1–1000 ПэВ, вносящих вклад в наблюдаемые потоки КЛ [13], нет общего мнения, хотя имеется ряд моделей [14, 15]. В качестве одного из возможных источников рассматривают подкласс сверхновых типа Ib/c, характеризующихся умеренно релятивистскими скоростями u_f истечения, с ударной волной, распространяющейся в ветер массивной звезды прародителя сверхновой [16–18]. Для квазистационарных МГД-течений анализ (см., в частности, [3]), основанный на условии, что время ускорения частицы должно быть меньше динамического времени течения, дает приближенную, но удобную оценку максимальной энергии E_{max} частицы заряда Z , ускоренной МГД-течением с плотностью потока \mathcal{L}_M магнитной энергии на единицу телесного угла:

$$E_{max} [\text{эВ}] \approx Z \cdot 10^{18} \frac{\phi(\beta_f)}{\Gamma_f} \sqrt{\frac{\mathcal{L}_M}{3 \cdot 10^{41} \text{ эрг/с}}}. \quad (1)$$

Данная оценка не учитывает потерь энергии частицы на излучение, что в большинстве случаев применимо для ядер. Она предполагает выполненным условие вмороженности магнитного поля в течение плазмы (в общем случае релятивистское) с безраз-

^{*} E-mail: byk@astro.ioffe.ru

^{**} E-mail: osm2004@mail.ru

мерной скоростью $\beta_f = u_f/c$, c — скорость света. В выражении (1) $\Gamma_f = 1/\sqrt{1-\beta_f^2}$. Функция $\phi(\beta_f)$ для ультрарелятивистского течения с $\Gamma_f \gg 1$ стремится к единице, а в случае $\beta_f \ll 1$ имеем $\phi(\beta_f) \propto \sqrt{\beta_f}$ [3]. Для ультрарелятивистских ударных волн оценки максимальных энергий ускоренных КЛ обсуждались в работах [19–21].

Соотношение (1) показывает, что для заданного значения «магнитной светимости» \mathcal{L}_M максимальные значения энергии ускоренных частиц достигаются в трансрелятивистских МГД-течениях с $\beta_f \lesssim 1$, и такие течения могут реализовываться в некоторых классах сверхновых [22]. Радионаблюдения сверхновой SN 2009bb [18] позволили оценить скорость расширения остатка за первый год со скоростью, соответствующей лоренц-фактору течения $\Gamma_f \approx 1.5$, а наблюдаемый эффект синхротронного самопоглощения дает оценку магнитного поля порядка 0.03 Гс на расстоянии 0.1 пк. Высокая напряженность магнитного поля на расстоянии, превышающем 10^5 радиусов звезды, может указывать на распространение ударной волны в звездном ветре с медленным убыванием азимутальной компоненты поля. Оценка, по критерию Хилласа, максимальной энергии КЛ, ускоренных в таком объекте, согласно авторам работы [18], достигает 4000 ПэВ. Поэтому представляется важным построение количественных моделей ускорения КЛ трансрелятивистскими ударными волнами.

Кинетические методы прямого моделирования плазмы с помощью кода PiC (particle-in-cell) [23] позволяют исследовать как структуру ударных волн в бесстолкновительной плазме, так и процессы инжекции и ускорения энергичных частиц. Для трансрелятивистских ударных волн такие исследования выполнены, в частности, в работах [24–27]. Мощность современных компьютеров не позволяет пока рассчитать методом PiC спектры частиц в диапазоне, превышающем три декады по импульсу, что недостаточно для моделирования спектров ПэВ-протонов. Для моделирования ускорения протонов высоких энергий используют упрощенные уравнения переноса [28] или методы Монте-Карло [29]. Эффективное ускорение КЛ с существенной конверсией энергии в спектры ускоренных частиц может приводить к тому, что давление КЛ [29] модифицирует МГД-течение, натекающее на ударную волну, а амплитуды магнитных флуктуаций растут за счет анизотропии убегающих ускоренных надтепловых частиц [30, 31]. Расчеты спектров КЛ, ускоренных сильными ударными МГД-волнами (как

нерелятивистскими, так и с $\Gamma_f \gg 1$) требуют учета нелинейных эффектов обратного влияния на структуру течения.

В данной работе мы приводим результаты моделирования спектров КЛ, ускоренных трансрелятивистскими ударными волнами, в рамках нелинейных моделей для характерных параметров одномерных МГД-течений плазмы.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ СПЕКТРОВ НЕТЕПЛОВЫХ ЧАСТИЦ В ТРАНСРЕЛЯТИВИСТСКОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЕ МЕТОДОМ PiC

В данном разделе представлены результаты расчета эффективности инжекции частиц в нетепловое распределение в зависимости от угла наклона бесстолкновительной трансрелятивистской ударной волны в электрон-протонной плазме. Моделирование структуры ударной волны выполнено с помощью PiC-кода Smilei [32]. Инициализация ударной волны выполнена в двумерной области, заполненной плазмой, где заданы следующие граничные условия: по оси x через правую границу втекает однородный поток плазмы с постоянными электрическим и магнитным полями; на левой границе установлена отражающая стенка. При столкновении потока со стенкой образуется ударная волна. В поперечном направлении поставлены периодические граничные условия.

Рассматривались следующие параметры втекающего потока плазмы: лоренц-фактор $\Gamma = 1.5$, замagnetиченность $\sigma = B^2/4\pi\Gamma\rho_b c^2 = 4 \cdot 10^{-3}$ (B — индукция магнитного поля, ρ_b — плотность плазмы в системе покоя течения за фронтом ударной волны), температура в безразмерных единицах $k_B T/m_p c^2 = 10^{-4}$ (k_B — постоянная Больцмана, m_p — масса протона). Угол наклона магнитного поля к направлению распространения ударной волны, θ , варьировался в пределах от 0 до 90°. Зависимость всех рассматриваемых величин от концентрации масштабируется через безразмерные параметры. В качестве параметра, в зависимости от которого будут масштабироваться результаты, удобнее выбрать плазменную электронную частоту

$$\omega_e = \sqrt{\frac{4\pi n_e e^2}{\Gamma m_e}},$$

где n_e — концентрация электронов в системе покоя течения за фронтом ударной волны, m_e — масса электрона, e — элементарный заряд. Чис-

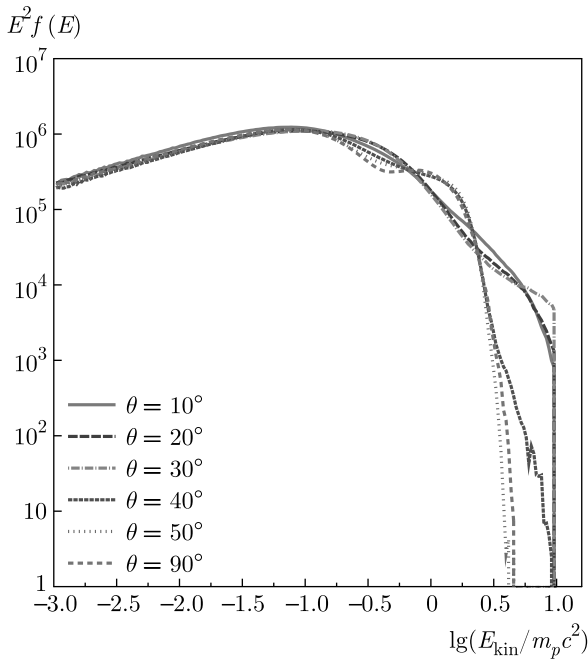


Рис. 1. (В цвете онлайн) Функции распределения протонов $f(E)$ в системе покоя течения за фронтом ударной волны при разных значениях угла наклона внешнего магнитного поля к нормали ударной волны, θ . Расчет выполнен методом PiC для ударной волны с лоренц-фактором натекающего потока $\Gamma = 1.5$ и параметром замагниченности $\sigma = 4 \cdot 10^{-3}$

ленные параметры моделирования; шаг по времени $\Delta t = 0.09\omega_e^{-1}$; шаг пространственной сетки $\Delta x = 0.2c/\omega_e$; полное время моделирования $45000\omega_e^{-1}$; количество ячеек в области симуляции $N_x = 256000$, $N_y = 2000$. Для экономии вычислительных ресурсов масса электрона увеличена по сравнению с реальной и равна $m_e = m_p/100$.

Эффективность ускорения частиц зависит от угла наклона магнитного поля. Для ускорения необходимо, чтобы частицы могли уходить от фронта ударной волны вверх по течению, двигаясь вдоль силовых линий магнитного поля. Для этого угол наклона магнитного поля в системе отсчета натекающего потока должен удовлетворять условию $\cos\theta > v_{sh}/c$, где v_{sh} — скорость ударной волны. При углах, больших критического, ускорение практически исчезает. При меньших углах оно нарастает при увеличении угла от нуля до критического значения. Графики спектров ускоренных частиц за фронтом ударной волны на расстояниях $2000c/\omega_e$ от фронта при различных углах наклона поля приведены на рис. 1.

Расчеты показывают, что для высокой замагниченности плазмы распределение протонов за фронтом трансрелятивистской ударной волны имеют выраженную нетепловую компоненту для углов наклона магнитного поля $\theta < 40^\circ$. Детальное микроскопическое моделирование распределения частиц кинетическими методами PiC возможно лишь в ограниченном интервале энергий. Для изучения возможности ускорения частиц высоких энергий можно дополнить модель макроскопическим расчетом с использованием метода Монте-Карло, который предполагает использование параметризации процессов переноса заряженных частиц.

3. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ МОДЕЛЬ МОНТЕ-КАРЛО

Моделирование процесса ускорения частиц бесстолкновительными ударными волнами методом Монте-Карло предполагает задание закона рассеяния частиц плазмы МГД-флуктуациями (рассеивающими центрами). В отсутствие кулоновских столкновений длина свободного пробега частиц параметризуется как функция гирорадиуса частицы в магнитном поле [33]. Метод позволяет учитывать эффекты обратного влияния давления ускоренных частиц на структуру сверхзвукового течения и ударной волны. В модели рассчитывается полная функция распределения частиц плазмы с произвольной степенью анизотропии, что позволяет исследовать развитие плазменных неустойчивостей и согласованно рассчитывать длины свободного пробега частиц и структуру течения с учетом сильного роста магнитных флуктуаций, вызываемого токами и градиентом давления ускоренных частиц [31].

Ниже мы приведем результаты моделирования методом Монте-Карло локальной структуры трансрелятивистской квазипродольной бесстолкновительной ударной волны (с углами наклона меньше критических углов, обсуждавшихся в разд. 2) и спектров ускоренных космических лучей для параметров, соответствующих остатку релятивистской сверхновой.

Стационарная и плоскопараллельная модель Монте-Карло описывает ускорение частиц квазипродольными бесстолкновительными ударными волнами и усиление магнитных полей за счет плазменных неустойчивостей в предфронте ударной волны. Ускорение частиц бесстолкновительными ударными волнами происходит по механизму Ферми

первого порядка при их рассеянии на флуктуациях магнитных полей и многократном пересечении фронта ударной волны. В процессе ускорения значительная доля потока энергии, натекающего на ударную волну, трансформируется в энергию распределения ускоренных частиц. Поскольку давление ускоренных частиц в предфронте ударной волны сравнимо с потоком энергии, натекающим на ударную волну, его градиент приводит к модификации течения в предфронте ударной волны.

В модели Монте-Карло мы разделяем частицы на фоновые и ускоренные. Ускоренными считаются частицы, которые хотя бы раз пересекли фронт ударной волны в направлении, обратном течению плазмы. Ускоренные частицы описываются во всей расчетной области в виде частиц и распространяются на основе метода Монте-Карло малоуглового рассеяния [34–38]. Фоновая компонента плазмы в большей части предфронта описывается на основе гидродинамических уравнений. Вблизи и за фронтом ударной волны она описывается, как и ускоренная компонента, в виде частиц, что позволяет не вводить дополнительного параметра, определяющего инжекцию частиц в процесс ускорения. Частица распространяется до тех пор, пока не уйдет из расчетной области далеко за фронт ударной волны либо не пересечет границу свободного ухода в далеком предфронте ударной волны при $x = x_{FEB}$. Граница свободного ухода соответствует размерам области ускорения частиц в реальном астрофизическом объекте и определяет максимальный импульс ускоренных частиц.

Функция распределения ускоренных частиц имеет значительную анизотропию в предфронте ударной волны. Анизотропия функции распределения приводит к развитию плазменных неустойчивостей, которые усиливают магнитные поля в предфронте. Таким образом, задача об ускорении частиц бесстолкновительной ударной волной является существенно нелинейной, так как ускорение частиц определяется флуктуациями магнитного поля, а усиление магнитных полей — анизотропией функции распределения ускоренных частиц.

В данной работе мы рассматриваем неустойчивости, вызванные током ускоренных частиц относительно фоновой плазмы. В расчеты включены белловская нерезонансная [39] и резонансная неустойчивости. При развитии резонансной неустойчивости усиливаются волны, распространяющиеся только в направлении тока ускоренных частиц в системе покоя фоновых частиц. Данный ток в предфронте на-

правлен от фронта ударной волны в далекий предфронт. Таким образом, усиленные волны движутся в определенном направлении, и мы вводим скорость движения рассеивающих центров $v_{scat}(x)$ относительно фоновой плазмы. Предполагается, что ускоренные частицы рассеиваются упруго и изотропно в системе покоя, движущейся относительно фронта ударной волны со скоростью $u(x) + v_{scat}(x)$, а фоновые частицы — в системе покоя, движущейся относительно фронта ударной волны со скоростью $u(x)$, где $u(x)$ — скорость фоновой плазмы.

В численной модели Монте-Карло на основе итерационного процесса достигается выполнение законов сохранения потока импульса и энергии вблизи ударной волны. Закон сохранения потока числа частиц выполняется в данной модели автоматически. В процессе итераций подбираются профиль скорости фоновой плазмы $u(x)$ в предфронте ударной волны и полное сжатие ударной волной R_{tot} .

3.1. Длина свободного пробега частиц

В численной модели Монте-Карло частицы при распространении рассеиваются упруго и изотропно в системах покоя рассеивающих центров. Между рассеяниями частицы движутся прямолинейно и равномерно. Расстояние, которое проходит частица между рассеяниями, пропорционально длине свободного пробега частицы в системе покоя рассеивающих центров. Длина свободного пробега является функцией импульса частицы и значения спектральной плотности энергии турбулентности $W(x, k)$ в точке нахождения частицы (k — модуль волнового числа волн, из которых состоят магнитные флуктуации).

В данной работе мы используем следующее выражение для длины свободного пробега частиц:

$$\lambda(x, p) = \left(\frac{1}{\lambda_{B,st}(x, p)} + \frac{1}{\lambda_{ss}(x, p)} \right)^{-1}, \quad (2)$$

где p — импульс частицы, боровская длина пробега в стохастическом крупномасштабном поле

$$\lambda_{B,st}(x, p) = \frac{pc}{eB_{ls,st}(x, k_{res})}, \quad (3)$$

крупномасштабное турбулентное поле

$$B_{ls,st}(x, k) = \sqrt{4\pi \int_{k_{min}}^k W(x, k) dk}, \quad (4)$$

k_{min} в (4) и k_{max} в (5) — соответственно минимальное и максимальное волновые числа численной сет-

ки, длина пробега относительно мелкомасштабных мод

$$\lambda_{ss}(x, p) = \left(\frac{pc}{\pi e}\right)^2 \left(\int_{k_{res}}^{k_{max}} \frac{W(x, k)}{k} dk\right)^{-1} \quad (5)$$

(частицы в расчетах предполагаются протонами).

Резонансное волновое число k_{res} определяется следующим соотношением:

$$\frac{k_{res}pc}{eB_{ls}(x, k_{res})} = 1, \quad (6)$$

где крупномасштабное магнитное поле

$$B_{ls}(x, k) = \sqrt{4\pi \int_{k_{min}}^k W(x, k) dk + B_0^2}, \quad (7)$$

B_0 — постоянное продольное магнитное поле.

3.2. Нахождение профилей течения и плотности энергии турбулентного магнитного поля

Запишем релятивистские законы сохранения вблизи ударной волны в стационарном случае. Все уравнения записаны в системе покоя ударной волны. Закон сохранения потока частиц

$$\gamma(x) \beta(x) n(x) = F_{n0}, \quad (8)$$

где $\gamma(x)$ — лоренц-фактор течения, $\beta(x) = u(x)/c$ — отношение скорости течения фоновой плазмы к скорости света, $n(x)$ — концентрация фоновой плазмы, F_{n0} — поток частиц в далеком предфронте.

Законы сохранения потока импульса представим в виде

$$\gamma^2(x) \beta^2(x) [m_p c^2 n(x) + \Phi_{th}(x) + \Phi_w(x)] + P_{th}(x) + P_w(x) + F_{px}^{cr}(x) = F_{px0} + Q_{px}^{ESC}, \quad (9)$$

$P_{th}(x)$ — давление фоновой плазмы (в области предфронта, где фоновые частицы описываются гидродинамическими уравнениями и предполагается, что функция распределения фоновых частиц изотропна в системе покоя течения), $P_w(x)$ — давление турбулентности,

$$P_w(x) = \frac{1}{2} \int_{(k)} W(x, k) dk, \quad \Phi_{th}(x) = \frac{\Gamma_{th}(x) P_{th}(x)}{\Gamma_{th}(x) - 1},$$

Γ_{th} — показатель адиабаты фоновой плазмы, $\Phi_w(x) = 3P_w(x)$, F_{px0} — поток импульса в далеком невозмущенном предфронте, Q_{px}^{ESC} — поток

импульса, уносимый ускоренными частицами через границу свободного ухода ($Q_{px}^{ESC} = F_{px}^{cr}(x_{FEB})$), $F_{px}^{cr}(x)$ — поток импульса ускоренных частиц.

Закон сохранения потока энергии имеет вид

$$\gamma^2(x) \beta(x) [m_p c^2 n(x) + \Phi_{th}(x) + \Phi_w(x)] + F_{en}^{cr}(x) = F_{en0} + Q_{en}^{ESC}, \quad (10)$$

где F_{en0} — поток энергии в далеком невозмущенном предфронте, Q_{en}^{ESC} — поток энергии, уносимый ускоренными частицами через границу свободного ухода ($Q_{en}^{ESC} = F_{en}^{cr}(x_{FEB})$), $F_{en}^{cr}(x)$ — поток энергии ускоренных частиц.

Отметим что, в нашей геометрии $Q_{en}^{ESC} < 0$, $Q_{px}^{ESC} > 0$.

В используемой численной схеме задаются начальные приближенные профили $u(x)$, $v_{scat}(x)$ в предфронте ударной волны, величина $W(x, k)$, определяющая длину пробега частиц, и полное сжатие R_{tot} . Далее проводится распространение частиц с целью получения их функции распределения в области расчета. За фронтом ударной волны все частицы изотропны в системе покоя течения, соответственно, можно определить показатель адиабаты всего газа за фронтом ударной волны, Γ_{p2} , на основе полученной после распространения функции распределения всех частиц. Уходящие потоки определяются, как

$$Q_{en}^{ESC} = F_{en}^{cr}(x_{FEB}), \quad Q_{px}^{ESC} = F_{px}^{cr}(x_{FEB}).$$

В наших расчетах отрицательные значения координаты x соответствуют предфронту, положительные значения — области за фронтом ударной волны, который находится в точке $x = 0$, $R_{tot} = \beta_0/\beta_2$ (индекс «0» означает величины в далеком невозмущенном предфронте, индекс «2» — за фронтом ударной волны).

Для нахождения полного сжатия ударной волны запишем уравнения сохранения потоков (8), (9) и (10) для значения координаты далеко за фронтом ударной волны и в далеком предфронте:

$$\gamma_2 \beta_2 n_2 = \gamma_0 \beta_0 n_0, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \gamma_2^2 \beta_2^2 [m_p c^2 n_2 + \Phi_{p2} + \Phi_{w2}] + P_{p2} + P_{w2} = \\ = \gamma_0^2 \beta_0^2 [m_p c^2 n_0 + \Phi_{th0} + \Phi_{w0}] + \\ + P_{th0} + P_{w0} + Q_{px}^{ESC}, \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_2^2 \beta_2 [m_p c^2 n_2 + \Phi_{p2} + \Phi_{w2}] = \\ = \gamma_0^2 \beta_0 [m_p c^2 n_0 + \Phi_{th0} + \Phi_{w0}] + Q_{en}^{ESC}, \quad (13) \end{aligned}$$

где P_{p2} — давление всех частиц за фронтом ударной волны, $\Phi_{p2} = \Gamma_{p2} P_{p2} / (\Gamma_{p2} - 1)$. Мы определяем текущее значение на данной итерации величин Q_{en}^{ESC} , Q_{px}^{ESC} и Γ_{p2} из функции распределения, полученной после распространения частиц (P_{w2} также вычисляется на основе приведенного ниже уравнения), поэтому в уравнениях (11)–(13), остаются только три неизвестных: R_{tot} , P_{p2} и n_2 . Решая эти уравнения, находим новое значение R_{tot} , а для следующей итерации R_{tot} находится усреднением нового значения и старого.

Затем находим новый профиль скорости течения в предфронте по формуле, построенной на основе (9),

$$\gamma_{new}(x) \beta_{new}(x) = \gamma_{old}(x) \beta_{old}(x) + \frac{F_{px0} + Q_{px}^{ESC} - F_{px}^{cr}(x) - F_{px}^{th}(x) - F_{px}^w(x)}{\gamma_0 \beta_0 m_p c^2 n_0}, \quad (14)$$

где в правой части выражения стоят величины, полученные после распространения частиц, величина $\gamma_{old}(x) \beta_{old}(x)$ определяется профилем течения на предыдущей итерации,

$$F_{px}^{th}(x) = \gamma^2(x) \beta^2(x) \Phi_{th}(x) + P_{th}(x)$$

и

$$F_{px}^w(x) = \gamma^2(x) \beta^2(x) \Phi_w(x) + P_w(x)$$

— соответственно потоки импульса фоновой плазмы и турбулентности.

Подбор профиля течения на основе выражения (14) в области, где фоновые частицы описываются в виде частиц, дает хорошие результаты в случае нерелятивистского движения при вычислении в этой области потока $F_{px}^{th}(x)$ на основе функции распределения фоновых частиц. В релятивистском случае, как показано в работе [29], поток импульса в итерационном процессе сходится к большему значению, чем в далеком предфронте, при использовании выражения (14) вблизи фронта ударной волны. Следуя работе [29], мы размываем профиль течения $u(x)$ вблизи фронта ударной волны. Новый профиль скорости затем усредняется со старым. Ниже в данном разделе мы описываем уравнения, на основе которых вычисляются величины, входящие в выражения для $F_{px}^{th}(x)$ и $F_{px}^w(x)$.

Спектр энергии турбулентности, определяющий поток турбулентности $F_{px}^w(x)$, находим на основе решения уравнения

$$\gamma(x) u(x) \frac{\partial W(x, k)}{\partial x} + \frac{3}{2} \frac{\partial(\gamma(x) u(x))}{\partial x} W(x, k) + \frac{\partial \Pi(x, k)}{\partial k} = G(x, k) W(x, k) - \mathcal{L}(x, k), \quad (15)$$

где $G(x, k)$ — показатель роста турбулентной энергии в системе покоя фоновой плазмы за счет плазменных неустойчивостей, $\mathcal{L}(x, k)$ — диссипация турбулентной энергии, $\Pi(x, k)$ — поток турбулентной энергии по спектру (турбулентный каскад),

$$\Pi(x, k) = - \frac{C^* k^{11/2}}{\sqrt{\rho(x)}} \sqrt{W(x, k)} \frac{\partial}{\partial k} \left(\frac{W(x, k)}{k^2} \right), \quad (16)$$

где $\rho(x)$ — плотность фоновой плазмы,

$$C^* = \frac{3}{11} C_{Colm}^{-3/2}, \quad (17)$$

C_{Colm} — колмогоровская константа, в расчетах $C_{Colm} = 1.6$. Выражение (16) получено на основе работы [40]. В нашу работу включены показатели роста токовых неустойчивостей — нерезонансной белловской и резонансной, аналогично работе [31]. Ток ускоренных частиц, определяющий показатели роста, вычисляется в системе покоя рассеивающих центров после распространения частиц.

Дифференцируя уравнения (9) и (10) по x , используя закон сохранения (8) и исключая из уравнений слагаемое, пропорциональное $n(x)$, получим следующее соотношение:

$$\begin{aligned} \beta(x) \left(\frac{d\Phi_{th}(x)}{dx} + \frac{d\Phi_w(x)}{dx} \right) + \frac{dF_{en}^{cr}(x)}{dx} + \\ + \frac{1}{\gamma(x)} \frac{d(\gamma(x) \beta(x))}{dx} (\Phi_{th}(x) + \Phi_w(x)) = \\ = \beta(x) \left(\frac{dP_{th}(x)}{dx} + \frac{dP_w(x)}{dx} + \frac{dF_{px}^{cr}(x)}{dx} \right). \quad (18) \end{aligned}$$

Если считать, что каждая из компонент чувствует только изменение $\gamma(x) \beta(x)$, т. е. изменение потоков энергии импульса происходит адиабатически из-за изменения скорости потока, то мы можем разделить уравнение (18) на отдельные адиабатические уравнения для компонент:

$$\begin{aligned} \beta(x) \frac{d\Phi_{th}(x)}{dx} + \frac{1}{\gamma(x)} \frac{d(\gamma(x) \beta(x))}{dx} \Phi_{th}(x) = \\ = \beta(x) \frac{dP_{th}(x)}{dx}, \quad (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta(x) \frac{d\Phi_w(x)}{dx} + \frac{1}{\gamma(x)} \frac{d(\gamma(x) \beta(x))}{dx} \Phi_w(x) = \\ = \beta(x) \frac{dP_w(x)}{dx}, \quad (20) \end{aligned}$$

$$\frac{dF_{en}^{cr}(x)}{dx} = \beta(x) \frac{dF_{px}^{cr}(x)}{dx}. \quad (21)$$

Уравнение (20) при этом равно уравнению (15), проинтегрированному по k в отсутствие усиления и диссипации. При наличии усиления и диссипации после интегрирования по k уравнение (15) примет вид, аналогичный уравнению (20):

$$\begin{aligned} \beta(x) \frac{d\Phi_w(x)}{dx} + \frac{1}{\gamma(x)} \frac{d(\gamma(x)\beta(x))}{dx} \Phi_w(x) = \\ = \beta(x) \frac{dP_w(x)}{dx} + \frac{1}{c\gamma(x)} \int_{(k)} G(x, k) W(x, k) dk - \\ - \frac{1}{c\gamma(x)} L(x), \quad (22) \end{aligned}$$

где диссипационное слагаемое

$$L(x) = \int_{(k)} \mathcal{L}(x, k) dk.$$

В настоящей работе мы используем следующие выражения для диссипации турбулентной энергии:

$$\mathcal{L}(x, k) = v_\Gamma(x) \frac{k^2}{k_{th}} W(x, k), \quad (23)$$

$$v_\Gamma(x) = \frac{B_{ls}(x, k_{th})}{\sqrt{4\pi\rho(x)}}, \quad (24)$$

$$\frac{k_{th} c \sqrt{k_B T_{th}(x)}}{e B_{ls}(x, k_{th})} = 1, \quad (25)$$

где $T_{th}(x)$ — температура фоновой плазмы ($P_{th}(x) = n(x) k_B T_{th}(x)$). В данной модели предполагается, что за фронтом ударной волны $\Pi(x, k) = 0$ и $\mathcal{L}(x, k) = 0$.

Далее мы предполагаем, что диссипация турбулентной энергии приводит к нагреву фоновой плазмы. Увеличение потока энергии при усилении турбулентных движений и магнитных полей происходит за счет уменьшения потока энергии ускоренных частиц. Таким образом, для выполнения суммарного уравнения (18) мы должны добавить к уравнениям для компонент (19) и (21) дополнительные слагаемые, сокращающие неадиабатические слагаемые из (22).

Уравнение (21) должно быть дополнено так, чтобы выполнялся закон сохранения энергии при выполнении закона сохранения импульса, т. е. уравнения (18). Этого можно достичь введением скорости рассеивающих центров, если в уравнении (21) заменить $u(x)$ на $u(x) + v_{scat}(x)$ и выполнять рассеяние ускоренных частиц в системе покоя, движущейся со

скоростью $u(x) + v_{scat}(x)$ относительно ударной волны (а фоновых частиц — в системе, движущейся со скоростью $u(x)$) в предположении, что при малоугловом рассеянии (при диффузии в нерелятивистском случае) уравнение (21) выполняется при произвольном $\beta(x)$. Тогда уравнение (21) примет вид

$$c \frac{dF_{en}^{cr}(x)}{dx} = [u(x) + v_{scat}(x)] \frac{dF_{px}^{cr}(x)}{dx}. \quad (26)$$

Усиление волн, связанное с анизотропией ускоренных частиц, уменьшается при приближении плазмы к фронту ударной волны. Вдали от фронта ударной волны, в области быстрого роста волн, скорость рассеивающих центров $v_{scat} = v_{ampl}$ определяет инкремент роста $G(x, k)$. В области слабого усиления волн скорость рассеивающих центров определяется альфвеновской скоростью в эффективном поле длинноволновых флуктуаций, $v_{scat} = v_{A,eff}$. Соответственно, в предфронте ударной волны до точки, где фоновая плазма начинает описываться в виде частиц, величину $v_{scat}(x)$ определяем как наименьшее значение (скорости отрицательные) из $v_{ampl}(x)$ и $v_{A,eff}(x)$, определенных как

$$v_{ampl}(x) = - \frac{\int_{(k)} G(x, k) W(x, k) dk}{\gamma(x) dF_{px}^{cr}(x)/dx}, \quad (27)$$

$$v_{A,eff}(x) = - \frac{B_{eff}}{\sqrt{4\pi\rho}}, \quad (28)$$

$$B_{eff}(x) = \sqrt{4\pi \int_{(k)} W(x, k) dk + B_0^2}. \quad (29)$$

В области значительного роста магнитных флуктуаций имеем $|v_{scat}(x)| \geq |v_{ampl}(x)|$, благодаря чему увеличение потока энергии турбулентности за счет плазменных неустойчивостей в уравнении (22) компенсируется уменьшением потока энергии ускоренных частиц в уравнении (26). После точки инъекции фоновых частиц в предфронте имеем $v_{scat}(x) = v_{ampl}(x)$. За фронтом ударной волны $v_{scat}(x) = 0$. В данной модели мы предполагаем, что часть потока энергии ускоренных частиц в области, где $|v_{ampl}(x)| < |v_{A,eff}(x)|$, идет на нагрев фоновой плазмы. Таким образом, уравнение, определяющее изменение потока энергии фоновой плазмы, имеет вид

$$\begin{aligned} \beta(x) \frac{d\Phi_{th}(x)}{dx} + \frac{1}{\gamma(x)} \frac{d(\gamma(x)\beta(x))}{dx} \Phi_{th}(x) = \\ = \beta(x) \frac{dP_{th}(x)}{dx} + \frac{v_{diss}(x)}{c} \frac{dF_{px}^{cr}(x)}{dx} + \\ + \frac{1}{c\gamma(x)} L(x), \quad (30) \end{aligned}$$

где $v_{diss}(x) = |v_{A,eff}(x)| - |v_{ampl}(x)|$, если $|v_{ampl}(x)| < |v_{A,eff}(x)|$, а в противоположном пределе $v_{diss}(x) = 0$.

Подставляя в уравнение (30) выражение для Φ_{th} , получаем следующее уравнение для давления фоновой плазмы:

$$\begin{aligned} \gamma(x)\beta(x) \frac{d}{dx} \frac{P_{th}(x)}{\Gamma_{th}(x) - 1} + \\ + \frac{d(\gamma(x)\beta(x))}{dx} \frac{\Gamma_{th}(x)P_{th}(x)}{\Gamma_{th}(x) - 1} = \\ = \gamma(x) \frac{v_{diss}(x)}{c} \frac{dF_{px}^{cr}(x)}{dx} + \frac{1}{c} L(x). \quad (31) \end{aligned}$$

Решение уравнения (31) определяет величину $F_{px}^{th}(x)$ в выражении (14).

3.3. Значения физических параметров модели

Во всех расчетах данной работы лоренц-факторы ударных волн $\gamma_0 = 1.5$, концентрация фоновой плазмы в далеком предфронте $n_0 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-3}$, граница свободного ухода находится в точке $x_{FEB} = -5 \cdot 10^{17} \text{ см}$. В основных расчетах постоянное продольное магнитное поле $B_0 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ Гс}$ (обозначим: А — модель без турбулентного каскада и диссипации турбулентной энергии и АС — модель с включением турбулентного каскада и диссипации турбулентной энергии). Также выполнены расчеты с $B_0 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ Гс}$ (обозначим: В — модель без турбулентного каскада и диссипации турбулентной энергии и ВС — модель с включением турбулентного каскада и диссипации турбулентной энергии), $B_0 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ Гс}$ (обозначим: С — модель без турбулентного каскада и диссипации турбулентной энергии и СС — модель с включением турбулентного каскада и диссипации турбулентной энергии). В системе также есть случайная компонента магнитного поля, а спектр энергии турбулентности нормирован следующим образом:

$$\int_{k_{min}}^{k_{max}} W(x_{FEB}, k) dk = \frac{B_0^2}{4\pi}. \quad (32)$$

На границе свободного ухода спектр энергии турбулентности задан следующей формулой:

$$\begin{aligned} W(x_{FEB}, k) = \\ = A_{norm} \frac{\left(\left(\frac{k}{k_{min}} \right)^{\zeta_0} - 1 \right) \left(1 - \left(\frac{k}{k_{max}} \right)^{\zeta_1} \right)}{\left(\left(\frac{k}{k_{en}} \right)^{\alpha} + 1 \right) \left(\left(\frac{k}{k_{ds}} \right)^{\zeta_2} + 1 \right)}, \quad (33) \end{aligned}$$

где A_{norm} — нормировочная константа, $\zeta_0 = 2$, $\alpha = 11/3$, $\zeta_1 = 1$, $\zeta_2 = 6$, $k_{ds} = 10^4/r_{g0}$, $r_{g0} = m_p c u_0 / e B_0$ (в области $k_{en} \ll k \ll k_{ds}$ показатель спектра близок к $-5/3$). В расчетах

$$k_{min} = \frac{k_{en}}{10^6}, \quad k_{en} = \frac{2\pi}{L_{en}}, \quad L_{en} = 3 \cdot 10^{19} \text{ см},$$

L_{en} — энергонесущий масштаб турбулентности. Выражение (33) устроено таким образом, чтобы как $W(x_{FEB}, k)$, так и, соответственно, поток турбулентной энергии (16) при $x = x_{FEB}$ точно обращались в нуль на границах численной сетки k_{min} и k_{max} . Уравнение (15) является уравнением диффузионного типа, и его решение находится на основе неявной численной схемы с нулевыми граничными условиями по k для $W(x, k)$.

Расстояния в численном коде измеряются в единицах $r_{g0} = m_p c u_0 / e B_0$. Отметим, в частности, что $x_{FEB} = -6.42 \cdot 10^5 r_{g0}$ для моделей А и АС.

3.4. Результаты расчетов

С помощью рис. 2 мы иллюстрируем сходимость нашей численной итерационной модели Монте-Карло. На рис. 2 представлены расчеты для немодифицированного случая и для модели А. В немодифицированном расчете скорость течения постоянна в предфронте и за фронтом ударной волны и испытывает скачок при переходе через фронт с полным сжатием $R_{tot} = 4$. Также в данном расчете отсутствуют диссипация и усиление магнитных полей, а $v_{scat}(x) = 0$. Как видно на рис. 2б,в, потоки импульса и энергии вблизи ударной волны в случае немодифицированного расчета значительно отличаются от их значений в далеком предфронте. Это означает, что в таком случае законы сохранения не выполняются. В расчете модели А достигнуто равенство потоков импульса и энергии с их значениями в далеком предфронте с помощью самосогласованного подбора профилей течения и спектров магнитного поля на основе итерационной схемы. Таким образом, достигнуто выполнение

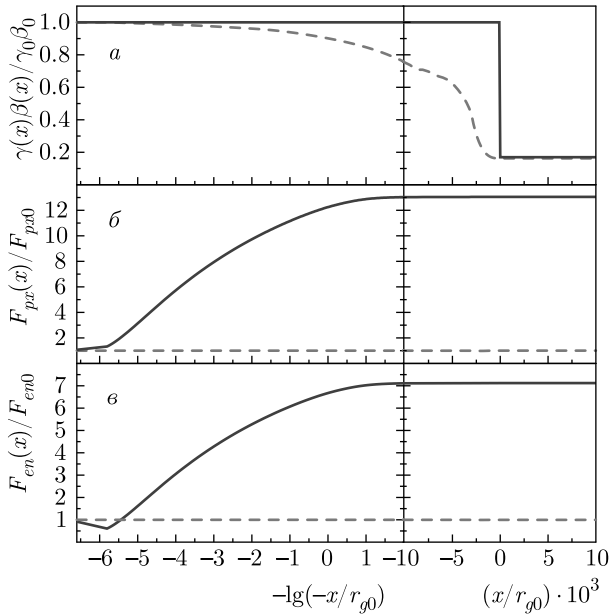


Рис. 2. (В цвете онлайн) Зависимости от расстояния до фронта ударной волны *а*) величины $\gamma(x)\beta(x)$, определяющей скорость течения, *б*) полного потока импульса $F_{px}(x)$ и *в*) полного потока энергии $F_{en}(x)$. Сплошные синие линии соответствуют немодифицированному расчету, штриховые зеленые — модели А

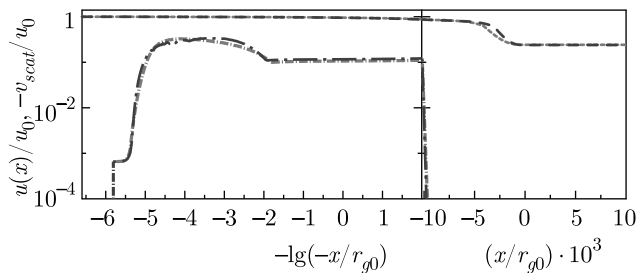


Рис. 3. (В цвете онлайн) Зависимости скорости течения $u(x)$ — штриховые кривые, и скорости рассеивающих центров относительно системы покоя фоновой плазмы, $v_{scat}(x)$ — штрихпунктирные линии, от расстояния до фронта ударной волны. Синие линии соответствуют модели А, зеленые — модели АС

законов сохранения в трансрелятивистском течении вблизи ударной волны.

На рис. 3 приведены скорость течения фоновой плазмы $u(x)$ и скорость рассеивающих центров относительно фоновой плазмы, $v_{scat}(x)$, для моделей А и АС. Как видно на рис. 3, на большом расстоянии от фронта ударной волны в сторону предфронта величина $v_{scat}(x)$ имеет максимум. На данных расстояниях происходит значительное усиление магнитных полей за счет плазменных неустойчивостей

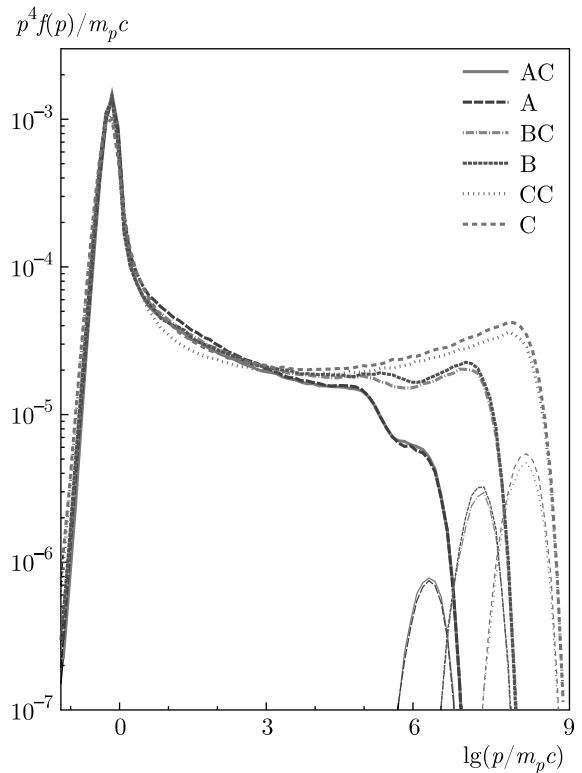


Рис. 4. (В цвете онлайн) Функции распределения частиц по импульсам в системе покоя ударной волны. Жирные линии соответствуют функциям распределения частиц за фронтом ударной волны, тонкие линии — функциям распределения частиц на границе свободного ухода. Соответствие кривых моделям определено в легенде

и $v_{scat}(x)$ определяется значением $v_{ampl}(x)$. Ближе к фронту ударной волны и до точки инъекции фоновых частиц усиление за счет плазменных неустойчивостей становится слабее и $v_{scat}(x)$ определяется значением $v_{A,eff}(x)$. В данной области пространства происходит дополнительный нагрев фоновой плазмы из-за наличия $v_{diss}(x)$ в уравнении (31).

На рис. 4 приведены функции распределения частиц для всех моделей в системе покоя ударной волны, за фронтом ударной волны и на границе свободного ухода. Видно, что с ростом амплитуды спектра турбулентного магнитного поля в далеком предфронте происходит увеличение максимального импульса, который приобретают ускоряющиеся частицы. Спектры частиц для одинаковых значений амплитуды турбулентного магнитного поля в далеком предфронте слабо различаются. Во всех расчетах частицы могут быть ускорены до энергий выше 1 ПэВ.

На рис. 5 приведены спектры турбулентной энергии в различных точках вблизи ударной волны для

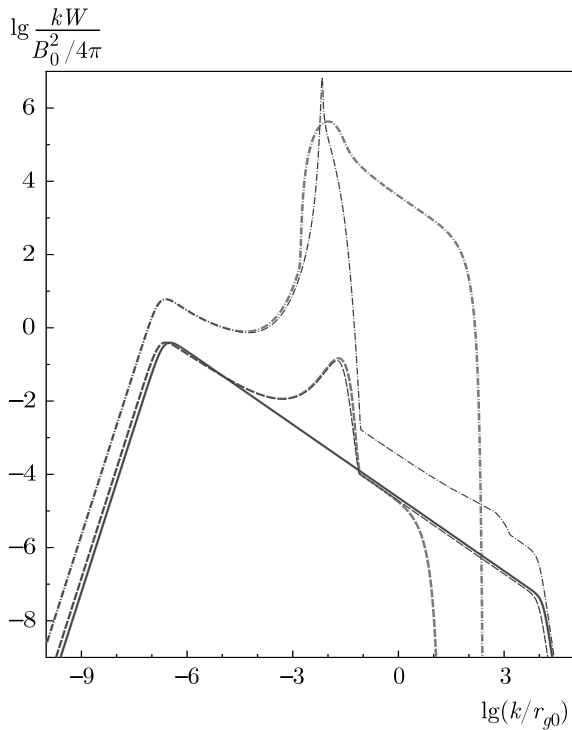


Рис. 5. (В цвете онлайн) Зависимости спектра турбулентной энергии $W(x, k)$ от волнового числа k при различных положениях относительно фронта ударной волны: сплошные линии — $x = x_{FEB}$, штриховые линии — $x = 0.5x_{FEB}$, штрихпунктирные линии — за фронтом ударной волны. Тонкие синие линии соответствуют модели А, жирные зеленые линии — модели АС

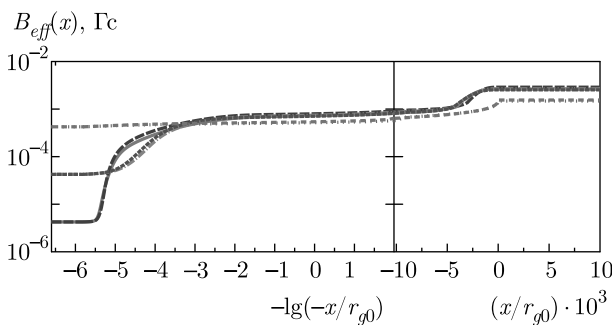


Рис. 6. (В цвете онлайн) Профили полного магнитного поля. На данном рисунке r_{g0} отвечает значению постоянного магнитного поля $B_0 = 3 \cdot 10^{-6}$ Гс. Обозначение кривых для различных моделей соответствуют рис. 4

моделей А и АС. Пики на спектрах рис. 5 связаны с развитием плазменных неустойчивостей. Общий подъем кривых на рис. 5 обусловлен адиабатическим усилением магнитного поля.

На рис. 6 приведены профили полного магнитного поля для всех моделей. Как видно на рис. 6, с

ростом магнитного поля в далеком предфронте усиление магнитных полей за счет плазменных неустойчивостей слабеет. Значения полного магнитного поля за фронтом ударной волны близки друг к другу для всех моделей. В расчетах С и СС магнитное поле за фронтом ударной волны даже ниже, чем в остальных моделях. Смягчение спектра ускоренных частиц при высоких энергиях (см. рис. 4) в моделях А и АС связано с максимумом значения v_{scat} (см. рис. 3), обусловленного развитием плазменных неустойчивостей. Наличие области пространства, где $v_{scat}(x)$ по модулю сравнивается с $u(x)$, приводит к смягчению спектра ускоренных частиц, достигающих данной области пространства. Поскольку, как отмечено выше, усиление менее существенно в остальных моделях, значение по модулю $v_{scat}(x)$ меньше, и влияние на спектры ускоренных частиц менее выражено.

Выражение для потока частиц в системе покоя рассеивающих центров имеет вид

$$J_{cr}(x, p) = 2\pi \int_{-1}^1 v\mu f_{sc}^{cr}(x, p, \mu) d\mu, \quad (34)$$

где $f_{sc}^{cr}(x, p, \mu)$ — функция распределения ускоренных частиц в системе покоя рассеивающих центров, μ — косинус угла между направлением импульса частицы и нормалью к фронту ударной волны. Поток частиц, пересекающих границу свободного ухода в системе покоя рассеивающих центров, приведен на рис. 7. Вблизи границы свободного ухода система рассеивающих центров практически совпадает с системой покоя фоновой плазмы. Таким образом, уходящий поток частиц на рис. 7 соответствует потоку, уходящему в межзвездную среду в ее системе покоя. Распределение частиц по импульсам на рис. 7 сдвинуто к большим импульсам по сравнению с функцией распределения частиц на границе свободного ухода в системе покоя ударной волны (см. рис. 4) из-за релятивистского относительного движения систем покоя.

Максимальный импульс ускоренных частиц в данной модели определяется соотношением между длиной свободного пробега частиц и размером предфронта $|x_{FEB}|$. Длина свободного пробега ускоренных частиц с наибольшей энергий здесь близка к так называемому бомовскому пределу (с линейной зависимостью пробега от импульса частицы) в значительной части далекого предфронта, где эффект усиления магнитного поля мал. Частицы ускоряются до тех пор, пока не достигают границы свободного ухода в далеком предфронте, из-за роста длины свободного пробега с импульсом. Ударная вол-

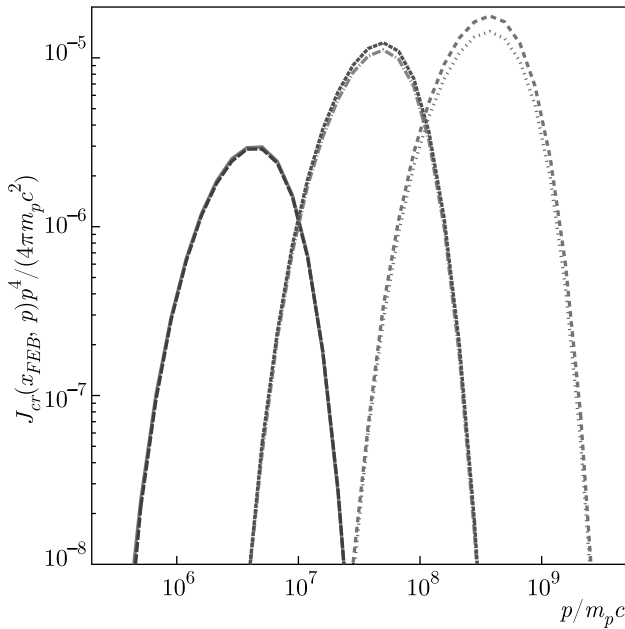


Рис. 7. Поток уходящих частиц в системе покоя рассеивающих центров. Соответствие кривых моделям такое же, как на рис. 4

на с четырех-скоростью $\Gamma\beta \sim 1$ не должна затормозиться вплоть до радиуса $R \approx 3 \cdot 10^{18}$ см, что имеет место, если среда, в которую распространяется ударная волна, достаточно разреженная. Это, в частности, имеет место для релятивистских сверхновых типа Ib/c, происходящих от массивных звезд типа Вольфа – Райе с быстрым звездным ветром, характеризующимся скоростью потери массы порядка $10^{-6} M_{\odot}/\text{год}$ [41]. В расчетах мы предполагаем, что значение $|x_{FEB}|$ может составлять 1/5 от текущего радиуса ударной волны и, таким образом, выбрали величину $|x_{FEB}| = 5 \cdot 10^{17}$ см, что демонстрирует возможность ускорения протонов до энергий выше петаэлектронвольта в такой системе.

По результатам обзора Ликской обсерватории сверхновые типа Ib/c составляют примерно 4% от совокупности сверхновых всех типов [42]. Релятивистские сверхновые встречаются с частотой около 0.7% от сверхновых типа Ib/c [18, 41], что дает (весьма грубую) оценку их частоты в Галактике порядка одного события в 50 000 лет. Столь редкие события не могут вносить существенный вклад в ускорение основной массы галактических КЛ с энергиями от гигаэлектронвольт до 100 ТэВ, однако они могут быть важными источниками КЛ с энергиями в диапазоне петаэлектронвольт. Средняя мощность, вкладываемая в Галактику от релятивистских исте-

чений сверхновых типа Ib/c, выше 10^{36} эрг/с. С учетом весьма высокой эффективности передачи энергии ударной волны частицам с энергией порядка петаэлектронвольта (см. рис. 4 и 7) указанной выше мощности источников достаточно для формирования высокоэнергичной компоненты галактических КЛ непосредственно за изломом в спектре. Для обеспечения наблюдаемой слабой анизотропии КЛ в модели с редкими ускорителями необходимо удержание КЛ в протяженном гало Галактики с размерами в несколько килопарсек на промежутках времени много больших, чем период между вспышками сверхновых типа Ib/c.

Длина пробега ускоренных частиц для ионов в рассмотренной модели зависит от их магнитной жесткости — отношения энергии частицы к ее заряду. Соответственно, максимальные энергии ускоренных частиц будут пропорциональны их зарядовому числу. Химический состав вблизи максимальных энергий частиц, ускоренных релятивистскими сверхновыми, будет смещаться в сторону тяжелых ядер.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследованы возможности ускорения протонов и ядер КЛ до энергий выше 10^{15} эВ в условиях трансрелятивистских истечений сверхновых типа Ib/c. Методами прямого кинетического моделирования PiC (particle-in-cell) показано, что инжекция частиц в процессе ускорения частиц трансрелятивистской ударной волной с $\Gamma_f \approx 1.5$ и формирование нетеплового распределения частиц имеет место для углов наклона поля к нормали к фронту ударной волны, не превышающих 40° .

Для определения максимальных энергий протонов, ускоренных трансрелятивистской ударной волной, выполнено нелинейное моделирование ускорения КЛ методом Монте-Карло. Модель учитывает процессы усиления магнитных флуктуаций неустойчивостями анизотропного распределения ускоренных частиц и модификацию трансрелятивистского течения плазмы давлением ускоренных частиц, распространяющихся вверх по течению. Показана возможность ускорения протонов и ядер до энергий, заметно превышающих петаэлектронвольт в трансрелятивистских течениях сверхновых звезд. Максимальные энергии ускоренных протонов зависят от амплитуды флуктуирующего магнитного поля в околосредной среде (см. рис. 4).

Сверхновые звезды с трансрелятивистскими течениями, составляющие, вероятно, относительно редкую популяцию в Галактике, тем не менее могут вносить существенный вклад в наблюдаемый спектр КЛ с энергиями выше области излома.

Благодарности. Авторы признательны рецензенту статьи за конструктивные замечания.

Финансирование. Работа поддержана Российским научным фондом (грант № 21-72-20020). Результаты работы получены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерных центров МСЦ РАН и Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (scc.spbstu.ru).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург, С. И. Сыроватский, *Происхождение космических лучей*, Изд-во АН СССР, Москва (1963).
2. A. M. Hillas, *J. Phys. G* **31**, 95 (2005).
3. M. Lemoine and E. Waxman, *JCAP* **11**, 009 (2009).
4. К. В. Птицына, С. В. Троицкий, *УФН* **180**, 723 (2010) [K. V. Ptitsyna and S. V. Troitsky, *Phys.-Usp.* **53**, 691 (2010)].
5. J. H. Matthews, A. R. Bell, K. M. Blundell, and A. T. Araudo, *MNRAS* **482**, 4303 (2019).
6. Г. Т. Зацепин, А. Е. Чудаков, *ЖЭТФ* **41**, 655 (1961) [G. T. Zatsepin and A. E. Chudakov, *Sov. Phys. JETP* **14**, 469 (1962)].
7. F. Aharonian, A. G. Akhperjanian, A. R. Bazer-Bachi et al., *Astron. Astrophys.* **449**, 223 (2006).
8. F. Acero, M. Lemoine-Goumard, M. Renaud et al., *Astron. Astrophys.* **580**, 74 (2015).
9. S. Funk, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **65**, 245 (2015).
10. Е. Г. Бережко, В. К. Елшин, Л. Т. Ксенофонтов, *ЖЭТФ* **109**, 3 (1996) [E. G. Berezhko, V. K. Elshin, and L. T. Ksenofontov, *JETP* **82**, 1 (1996)].
11. D. C. Ellison, P. Slane, D. J. Patnaude et al., *Astrophys. J.* **744**, 39 (2012).
12. V. Ptuskin, V. Zirakashvili, and Eun-Suk Seo, *Astrophys. J.* **763**, 47 (2013).
13. N. M. Budnev, A. Chiavassa, O. A. Gress et al., *Astropart. Phys.* **117**, 102406 (2020).
14. А. М. Быков, *УФН* **188**, 894 (2018) [A. M. Bykov, *Phys.-Usp.* **61**, 805 (2018)].
15. A. M. Bykov, D. C. Ellison, A. Marcowith, and S. M. Osipov, *Space Sci. Rev.* **214**, 41 (2018).
16. X.-Y. Wang, S. Razzaque, P. Mészáros, and Z.-G. Dai, *Phys. Rev. D* **76**, 083009 (2007).
17. R. Budnik, B. Katz, A. MacFadyen et al., *Astrophys. J.* **673**, 928 (2008).
18. S. Chakraborti, A. Ray, A. M. Soderberg et al., *Nature Comm.* **2**, 175 (2011).
19. M. Lemoine and G. Pelletier, *MNRAS* **402**, 321 (2010).
20. B. Reville and A. Bell, *MNRAS* **439**, 2050 (2014).
21. A. R. Bell, A. T. Araudo, K. M., J. H. Matthews, and K. M. Blundell, *MNRAS* **471**, 2364 (2018).
22. R. A. Chevalier, *Astrophys. J.* **499**, 810 (1998).
23. M. Pohl, M. Hoshino, and J. Niemiec, *Progr. Part. Nucl. Phys.* **111**, 103751 (2020).
24. V. I. Romansky, A. M. Bykov, and S. M. Osipov, *J. Phys.: Conf. Ser.* **1038**, 012022 (2018).
25. V. I. Romansky, A. M. Bykov, and S. M. Osipov, *J. Phys.: Conf. Ser.* **1040**, 022005 (2019).
26. P. Crumley, D. Caprioli, S. Markoff, and A. Spitkovsky, *MNRAS* **485**, 5105 (2019).
27. A. Ligorini, J. Niemiec, O. Kobzar et al., *MNRAS* **502**, 5065 (2021).
28. Y. Nagar and U. Keshet, *MNRAS* **501**, 329 (2021).
29. D. C. Ellison, D. C. Warren, and A. M. Bykov, *Astrophys. J.* **776**, 46 (2013).
30. A. M. Bykov, A. Brandenburg, M. A. Malkov, and S. M. Osipov, *Space Sci. Rev.* **178**, 201 (2013).
31. A. M. Bykov, D. C. Ellison, S. M. Osipov, and A. E. Vladimirov, *Astrophys. J.* **789**, 137 (2014).
32. J. Derouillat, A. Beck, F. Perez et al., *Comput. Phys. Comm.* **222**, 351 (2018).
33. D. C. Ellison and D. C. Eichler, *Astrophys. J.* **286**, 691 (1984).
34. F. C. Jones and D. C. Ellison, *Space Sci. Rev.* **58**, 259 (1991).
35. D. C. Ellison, M. G. Baring, and F. C. Jones, *Astrophys. J.* **473**, 1029 (1996).

36. A. E. Vladimirov, A. M. Bykov, and D. C. Ellison, *Astrophys. J.* **688**, 1084 (2008).
37. A. E. Vladimirov, A. M. Bykov, and D. C. Ellison, *Astrophys. J. Lett.* **703**, L29 (2009).
38. A. E. Vladimirov, PhD Thesis, USA, <https://arxiv.org/abs/0904.3760> (2009).
39. A. R. Bell, *MNRAS* **353**, 550 (2004).
40. W. H. Matthaeus, S. Oughton, and Y. Zhou, *Phys. Rev. E* **79**, 035401(R) (2009).
41. A. M. Soderberg, S. Chakraborti, G. Pignata et al., *Nature* **463**, 513 (2010).
42. W. Li, J. Leaman, R. Chornock et al., *MNRAS* **412**, 1441 (2011).