

КОСМИЧЕСКИЙ ГРАВИТАЦИОННЫЙ ГРАДИЕНТОМЕТР: ПУТИ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ МОДЕЛЕЙ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

В. К. Милуков^{a*}, *А. И. Филеткин*^{a,b}, *А. С. Жамков*^a

^a *Государственный астрономический институт им. П. К. Штернберга,
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119234, Москва, Россия*

^b *Физический факультет,
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119234, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 16 ноября 2021 г.,
после переработки 7 декабря 2021 г.
Принята к публикации 16 декабря 2021 г.

Приведены результаты анализа путей повышения пространственного разрешения статических моделей гравитационного поля Земли, а также ежемесячных моделей путем оптимизации орбитальных параметров (большой полуоси и наклона) космического аппарата на низкой околоземной орбите с градиентометром на борту. Приведены требования к выбору орбит для космического аппарата перспективной градиентометрической миссии. По результатам численного моделирования найдены элементы орбит космического аппарата, которые удовлетворяют требованию 100-процентного заполнения поверхности Земли измерениями (подспутниковыми трассами) с пространственным разрешением $0.3^\circ \times 0.3^\circ$, что более чем в 2 раза лучше разрешения статических моделей гравитационного поля Земли, полученных в миссии GOCE. Найденные орбитальные конфигурации также позволяют строить ежемесячные модели гравитационного поля Земли с пространственным разрешением $0.9^\circ \times 0.9^\circ$, что в 4 раза лучше разрешения моделей, полученных в миссии GRACE. Проведена оценка инструментальных требований к основному измерительному оборудованию перспективной космической градиентометрической миссии.

Статья для специального выпуска ЖЭТФ, посвященного 100-летию А. Е. Чудакова

DOI: 10.31857/S0044451022040149
EDN: DQZABX

1. ВВЕДЕНИЕ

Европейский космический аппарат (КА) GOCE (the Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer) был выведен на низкую околоземную солнечно-синхронную орбиту с наклоном 96.7° 17 марта 2009 г. российской ракетой-носителем «Рокот» с космодрома Плесецк [1]. Целью проекта являлось исследование статической части гравитационного поля Земли (ГПЗ).

Первоначально высота орбиты КА, на которой аппарат проработал до июля 2012 г., составляла 254 км. Затем высота орбиты КА была сниже-

на до 224 км, и на ней он проработал до конца срока активного существования (ноябрь 2013 г.). Основным инструментом для решения целевой задачи КА — электростатический гравитационный градиентометр GRADIO, состоящий из шести трехосных акселерометров SUPERSTAR, образующих попарно три ортогональных плеча длиной 0.5 м: вдоль направления движения, перпендикулярно плоскости орбиты и в направлении на Землю (надир). Чувствительность акселерометров достигала рекордного для того времени уровня $2 \cdot 10^{-12} \text{ м} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{Гц}^{-1/2}$. Соответственно, точность измерения гравитационных градиентов составляла $10\text{--}20 \text{ мЭ} \cdot \text{Гц}^{-1/2}$ (1 этвеш = $1 \text{ Э} = 10^{-9} \text{ с}^{-1}$). Помимо градиентометра на борту КА был установлен приемник GPS, с помощью которого вычислялось положение спутника на орбите с точностью 1–2 см.

* E-mail: vmilyukov@yandex.ru

Эти измерения использовались для геолокации измеренных градиентов силы тяжести, а также в качестве наблюдаемых данных для определения длинноволновых компонент ГПЗ.

Ввиду низкой высоты рабочей орбиты КА GOCE испытывал сильное влияние сопротивления атмосферы, поэтому одним из ключевых элементов бортовой аппаратуры КА являлась система компенсации сноса и контроля высоты, которая удерживала пробные массы акселерометров в состоянии «свободного падения», а также поддерживала орбиту на первоначальной высоте. Работа системы основана на ионных микродвигателях с тягой в диапазоне от 1 до 20 мН, работающих в системе обратной связи с акселерометрами. Запас рабочего тела двигателей ограничил нахождение КА на орбите. Спустя 4 года, когда оно закончилось, миссия прекратила свое существование.

Было опубликовано достаточно много различных моделей ГПЗ, в которых были использованы данные GOCE, в том числе модели, основанные только на наблюдениях GOCE [1–6]. Последняя из этой серии модель, которая использует весь набор данных, полученных в миссии GOCE, — это модель EGM_TIM_RL05 [7].

Основные достижения миссии GOCE: средняя точность определения высот геоида около 2.4 см с пространственным разрешением 100 км за пределами полярных областей, что соответствует точности определения аномалий гравитационного поля около 0.7 мГал (1 Гал = 1 см/с²) [7].

Целью настоящей работы является исследование орбитальных и инструментальных параметров перспективной градиентометрической миссии, которая смогла бы существенно улучшить пространственное разрешение статической модели ГПЗ, имеющейся в настоящее время по результатам измерений проекта GOCE.

2. МОДЕЛЬ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ EGM_TIM_RL05

Гравитационный потенциал Земли $V(r, \varphi, \lambda)$ в сферических координатах (r — радиус, φ — широта, λ — долгота) обычно представляется в виде разложения по сферическим гармоникам [8]

$$V(r, \varphi, \lambda) = \frac{GM_E}{r} \sum_{n=0}^{N_{max}} \left(\frac{a_E}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) \times [\bar{C}_{nm} \cos(m\lambda) + \bar{S}_{nm} \sin(m\lambda)], \quad (1)$$

где GM_E — геоцентрическая гравитационная постоянная; a_E — средний экваториальный радиус Земли;

$\bar{P}_{nm}(\sin \varphi)$ — нормированные присоединенные функции Лежандра степени n и порядка m ; $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$ — нормированные коэффициенты Стокса. Максимальная степень разложения N_{max} определяет пространственное разрешение модели ГПЗ.

Градиентометрические наблюдения — это точечные измерения вторых производных гравитационного потенциала $V_{i,j} = \partial^2 V / \partial x_i \partial x_j$ ($i, j = 1, 2, 3$). Измерения проводятся относительно системы координат, связанной с градиентометром. Неизвестными, которые задают модель ГПЗ и которые, в свою очередь, необходимо определить из измерений, являются коэффициенты сферических гармоник \bar{C}_{nm} и \bar{S}_{nm} .

Принцип создания модели EGM_TIM_RL05 заключался в получении модели ГПЗ, основанной только на данных GOCE, т.е. в исключении какой-либо априорной информации, основанной на других имеющихся моделях ГПЗ и вводимой в решение. Таким образом, коэффициенты Стокса разложения ГПЗ оценивались «с нуля». Получение такой независимой модели является очень важным, поскольку она позволяет проводить корректное сравнение как с другими имеющимися моделями ГПЗ, так и с разрабатываемыми в перспективе.

При построении решения использовался так называемый временной подход [2, 5, 6]. В этом подходе как градиентометрические, так и GPS-наблюдения представляются в виде набора измерений с частотой опроса 1 Гц на временной шкале орбитального движения КА. GPS-данные движения КА по орбите были разделены на короткие дуги (35 угл. мин), для каждой из которых составлялась система нормальных уравнений. Затем, с учетом краевых условий каждой дуги, была получена единая система нормальных уравнений, соответствующая всем GPS-наблюдениям. Оба типа наблюдений были объединены в совместную систему нормальных уравнений, которая решалась методом наименьших квадратов. Из-за выбранного наклона орбиты в 96.7° полярные области (угол полярной области $\theta_0 \approx 0.117$ рад $\approx 6.7^\circ$) оставались непокрытыми измерениями, что приводит к искажению коэффициентов гармоник, порядок которых определяется неравенством $m < m_{max} = |\theta_0|n$, где m и n — порядок и степень гармонических коэффициентов [9]. Это приводит к тому, что обратная задача является некорректной. Чтобы стабилизировать решение и ограничить разложение (1), были введены псевдонаблюдения

$$z_i = 0, \quad \sigma_{z_i} = \frac{10^{-5}}{n^2}, \quad z_i \in \{\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}\}, \quad (2)$$

где σ_{z_i} означает стандартное отклонение, полученное по эмпирическому правилу Каулы [10].

В результате в систему нормальных уравнений были добавлены еще две регуляризационные матрицы. Первая матрица служит для стабилизации коэффициентов с $m < m_{max}$. Вторая матрица регуляризации стабилизирует коэффициенты высоких степеней ($n > 200$) и улучшает отношение сигнал/шум. Для этой матрицы $m > m_{max}$ и $n > 200$.

За все время существования миссии результативный интервал наблюдений (без учета времени на технические перерывы и маневры КА) составил 1270 дней. По сравнению с предыдущими моделями GOCE в EGM_TIM_RL05, за счет лучшего отношения сигнал/шум при более низкой орбите на втором этапе миссии (224 км), удалось увеличить разрешение по коэффициентам Стокса до степени/порядка 280 (71.5 км).

3. ВЫБОР ИСХОДНЫХ ДАННЫХ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Проведенный анализ успешно реализованных миссий GRACE [11] и GRACE FO [12] показал [13], что выбор оптимальных параметров КА имеет основополагающее значение при исследовании возможностей будущих гравиметрических миссий. Причем на плотность заполнения поверхности Земли подспутниковыми трассами влияют только два орбитальных параметра — наклонение и высота, остальные параметры практически не оказывают влияния. Поэтому численное моделирование проводилось для варьируемых значений высоты и наклонения орбиты спутника. В идеальном случае орбита КА должна быть круговой для обеспечения равномерного покрытия поверхности Земли измерениями вдоль подспутниковой трассы (проекция движения КА на земную поверхность). Однако на практике обеспечить и поддерживать идеально круговую орбиту технически трудно, поэтому в настоящей работе для расчетов использовался достаточно малый эксцентриситет, равный $e = 0.001$.

3.1. Выбор высоты орбиты КА

Выбор оптимальной высоты орбиты КА определяется следующими требованиями. С одной стороны, чем меньше высота орбиты КА, тем выше чувствительность его измерительной аппаратуры к высокочастотным гармоникам гравитационного сигнала. С другой стороны, на сверхнизких околоземных

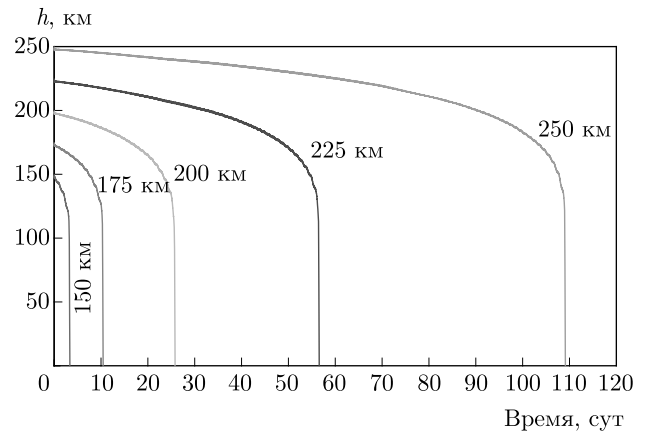


Рис. 1. Изменение высоты орбиты КА под воздействием сопротивления атмосферы

орбитах (ниже 450 км) влияние сопротивления атмосферы увеличивается, что ограничивает срок активного существования КА и вызывает необходимость использования систем компенсации сноса спутника и контроля высоты.

Для оценки степени деградации орбиты было выполнено численное моделирование движения КА на различных сверхнизких высотах с учетом влияния атмосферы, эволюция которых изображена на рис. 1. В качестве модели атмосферы в численных расчетах была использована модель NRLMSISE-00 [14].

Из рис. 1 следует, что срок активного существования КА на сверхнизких околоземных орбитах очень мал и составляет несколько месяцев в лучшем случае. Таким образом, для функционирования КА на подобных орбитах необходимо использование систем компенсации сноса и контроля высоты. Основываясь на успешном опыте миссии GOCE по поддержанию орбиты, следует заключить, что наиболее предпочтительным для проведения градиентометрических измерений является диапазон высот от 200 до 225 км, который может обеспечить номинальный срок активного существования проекта 5 лет. Этот фактор был учтен в численном моделировании.

3.2. Выбор наклонения орбиты КА

Еще одним параметром, ограничивающим выбор рабочих орбит низкоорбитального КА, является ее наклонение. В миссии GOCE использовалась солнечно-синхронная орбита с наклонением 96.7° , диктуемая требованиями по энергетическому обеспечению (постоянное освещение солнечных панелей)

КА, которая не покрывала измерениями всех областей поверхности Земли, т. е. не являлась оптимальной с этой точки зрения.

Полярные орбиты (с наклоном $i = 90^\circ$) обеспечивают прохождение КА над всеми широтами поверхности Земли, в отличие от неполярных орбит. Для орбит с $i \neq 90^\circ$ ширина непокрытой области вблизи полюса составляет угол $|90^\circ - i|$. Исходя из этого, требование по 100-процентному покрытию (заполняемости измерениями) поверхности Земли для заданного пространственного разрешения ψ модели ГПЗ диктует следующие условия для наклона, чтобы избежать пропусков вблизи полярных областей при восстановлении ГПЗ:

$$90^\circ - \psi < i < 90^\circ + \psi.$$

В данной работе рассматривается возможность увеличения пространственного разрешения статических моделей GOCE не менее чем в 2 раза, что соответствует условию для пространственного разрешения $\psi \leq 0.3^\circ$. Таким образом, для рабочих орбит космической гравиметрической миссии были исследованы наклоны в диапазоне $89.7^\circ \leq i \leq 90.3^\circ$.

3.3. Выбор шага между последовательными измерениями

Дополнительным параметром, влияющим на заполняемость поверхности Земли наблюдениями, является время между последовательными измерениями (частота опроса измерительной аппаратуры). В миссии GOCE данный параметр соответствовал 1 Гц.

Гармоника порядка n разложения ГПЗ задает угловое разрешение модели $\psi = 360^\circ/2n$, что соответствует длине полуволны геоида

$$\frac{1}{2}\lambda_g = \frac{\pi R_E}{n}, \quad (3)$$

где R_E — средний экваториальный радиус Земли. Длина полуволны геоида определяет максимальный линейный размер сегмента разбиения поверхности Земли вблизи экваториальной плоскости.

Для угловых разрешений $\psi \leq 0.3^\circ$, соответствующих максимальными порядкам гармоник $n_{max} \geq 600$, длины полуволн геоида должны быть $\lambda_g/2 \leq 33$ км.

Для оценки требуемой периодичности измерений можно воспользоваться круговой орбитальной скоростью V_k космического аппарата и спроецировать эту линейную скорость на поверхность Земли с помощью пропорции $(R_E + h)/R_E$, где h — средняя

Таблица 1. Расстояние, которое покрывает КА за время между последовательными измерениями

Время между измерениями, с	1	2	3	4	5
Длина дуги, км	7.5	15	23	30	38

высота орбиты. Тогда время, требуемое для проведения единичного измерения, можно оценить по формуле

$$\Delta t \leq \frac{1}{2} \frac{\lambda_g}{V_k} \frac{R_E + h}{R_E}. \quad (4)$$

Оценки характерных длин дуг, покрываемых КА на поверхности Земли за определенное время, представлены в табл. 1, из которой следует, что для построения карты ГПЗ с угловым разрешением $\psi \leq 0.3^\circ$ (длина дуги ≤ 33 км) время между последовательными измерениями должно быть не более 4 с. Ввиду экономии вычислительных ресурсов и двукратного запаса для выполнения сформулированных требований в дальнейших вычислениях время Δt было выбрано равным 2 с.

4. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОРБИТАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ КА И ВЫБОР ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ

Численное моделирование проводилось с помощью программного комплекса, разработанного в ГАИШ МГУ. Программный комплекс позволяет моделировать движение КА на низкой околоземной орбите в соответствии с рекомендациями IERS2010 (International Earth Rotation Service) [15]. Модель ГПЗ в соответствии с выражением (1) рассчитывалась на основе алгоритма Беликова и Тайбаторова [16], воздействие негравитационных эффектов (давление солнечного излучения) с учетом геометрии КА учитывалось в соответствии с работой [17]. В качестве прототипа КА был выбран КА GOCE с массой 1077 кг и размерами 3 м (вдоль орбиты) \times 1.5 м \times 1.5 м.

Моделирование проводилось в предположении, что на КА установлена система компенсации сноса и контроля высоты, поэтому влияние сопротивления атмосферы не учитывалось. В табл. 2 представлены параметры моделирования. Важно отметить, что в процессе моделирования проводился учет возмущений гармонических коэффициентов ГПЗ до 10 степени и порядка включительно, так как анализ по-

Таблица 2. Начальные орбитальные параметры моделирования

Параметр	Значение
Прямое восхождение	90°
Эксцентриситет	0.001
Аргумент перигея КА	88.5°
Средняя аномалия КА	180°
Высота	Варьируемая величина
Наклонение	Варьируемая величина

крытия Земли подспутниковыми трассами не требует высокой точности модели движения КА.

В исследовании были выбраны следующие диапазоны варьируемых параметров: высота орбиты от 150 до 250 км с шагом 25 км, наклонение от 89.7° до 90.3° с шагом 0.1°.

После моделирования орбит был рассчитан процент глобального покрытия поверхности Земли измерениями для всех конфигураций. Методика расчета глобального процента покрытия (заполняемости) заключалась в следующем: вся поверхность Земли (360° по долготе и 180° по широте) разбивается на целое количество сегментов размером $x^\circ \times x^\circ$, которые, в свою очередь, задают угловое (пространственное) разрешение моделей ГПЗ. Для заданного разрешения ($x^\circ \times x^\circ$) оценивается процент глобального покрытия как отношение количества сегментов k , в которые попала хотя бы одна точка трассы (измерение), к общему числу сегментов K по всей поверхности Земли, т. е. k/K [13]. В табл. 3 представлены результаты расчетов.

Из результатов моделирования следует, что для углового разрешения $0.3^\circ \times 0.3^\circ$ появляются наборы орбитальных параметров, для которых полное 100-процентное покрытие достигается уже на интервалах интегрирования 140–150 суток. Поэтому при моделировании с целью уточнения статической модели ГПЗ временной интервал был ограничен 160 сутками.

Для высоты $h = 225$ км имеются несколько конфигураций с различными наклонениями орбиты, которые позволяют достичь цели исследования. Как будет показано далее, две из них ($i = 89.8^\circ$, $i = 89.9^\circ$) имеют существенные преимущества по сравнению с остальными, так как позволяют стро-

ить не только статические, но также ежемесячные и полумесячные модели ГПЗ. Поэтому рассмотрим их подробнее.

Первая конфигурация соответствует параметрам $h = 225$ км, $i = 89.8^\circ$. Покрытие поверхности Земли подспутниковыми трассами за одни сутки изображено на рис. 2.

За одни сутки КА на высоте 225 км совершает 16 целых оборотов (16 нисходящих и 16 восходящих пересечений экватора), при этом смещение трассы вдоль экватора по долготе за один оборот составляет 22.4°. Глобальное распределение измерений по поверхности Земли для этой конфигурации показано на рис. 3, а для конфигурации $h = 225$ км, $i = 89.9^\circ$ — на рис. 4.

Детальная информация для найденных конфигураций со 100-процентным покрытием подспутниковыми трассами сегментов $0.3^\circ \times 0.3^\circ$ содержится в табл. 4.

Полученные наборы орбитальных параметров теоретически позволяют повысить пространственное разрешение статических моделей ГПЗ более чем в 2 раза по сравнению с результатами миссии GOCE.

5. ПЕРСПЕКТИВЫ СОЗДАНИЯ ЕЖЕМЕСЯЧНЫХ МОДЕЛЕЙ ГПЗ ПО ГРАДИЕНТОМЕТРИЧЕСКИМ ДАННЫМ

Для низкоорбитального спутника произведение пространственного S_{space} и временного S_{time} разрешения ГПЗ практически равно константе, $S_{space} \times S_{time} \approx \text{const}$, т. е. пространственное разрешение обратно пропорционально временному разрешению [18]. Следовательно, для одиночного КА повышение временного разрешения возможно только за счет уменьшения пространственного.

Для поиска конфигураций, которые позволяют строить ежемесячные модели ГПЗ, были проанализированы различные пространственные (угловые) разрешения от $0.9^\circ \times 0.9^\circ$ до $1.8^\circ \times 1.8^\circ$. В миссии GRACE ежемесячные модели ограничивались пространственным разрешением $3.6^\circ \times 3.6^\circ$, что, как было показано в работе [13], связано, в том числе, с неоптимальным выбором орбитальных параметров КА.

В табл. 5 приведены результаты анализа глобального покрытия подспутниковыми трассами поверхности Земли при угловом разрешении $0.9^\circ \times 0.9^\circ$ для рассматриваемых орбитальных конфигураций на более коротких интервалах времени. Всего найдено 4 конфигурации, обеспечивающие 100-процентное покрытие на временном интервале

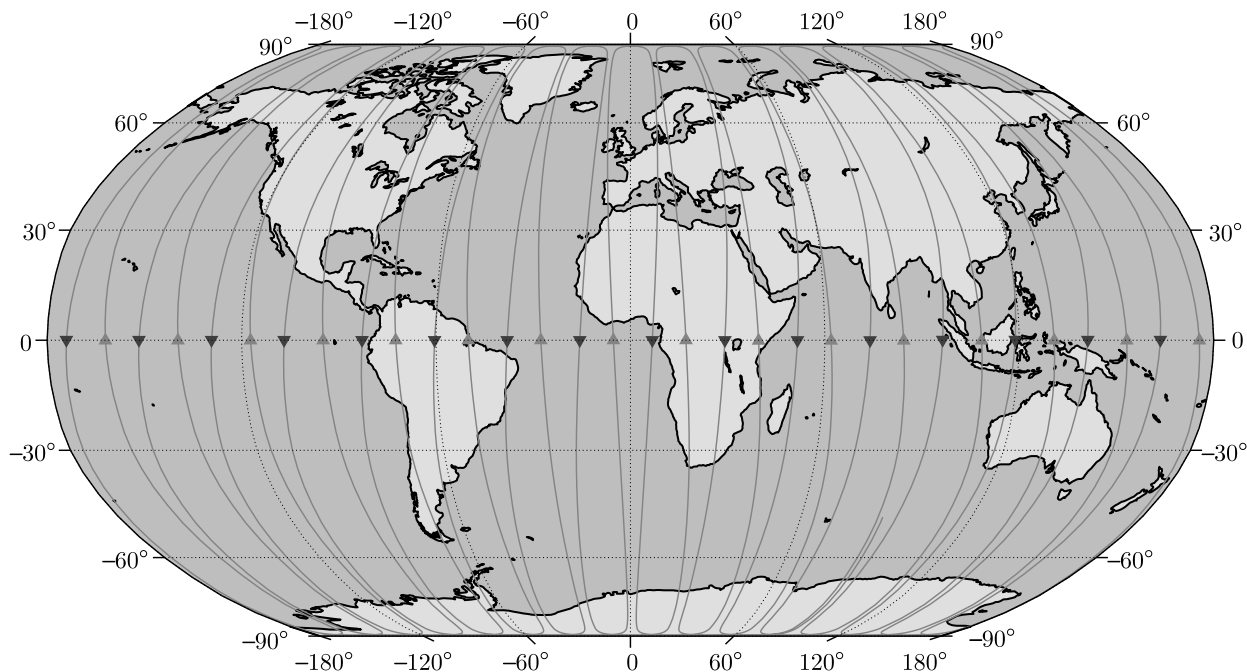


Рис. 2. (В цвете онлайн) Покрывание подспутниковыми трассами (красные линии) поверхности Земли спутником с параметрами $h = 225$ км, $i = 89.8^\circ$ на временном интервале 1 сут (красные и синие треугольные маркеры обозначают восходящие и нисходящие витки КА)

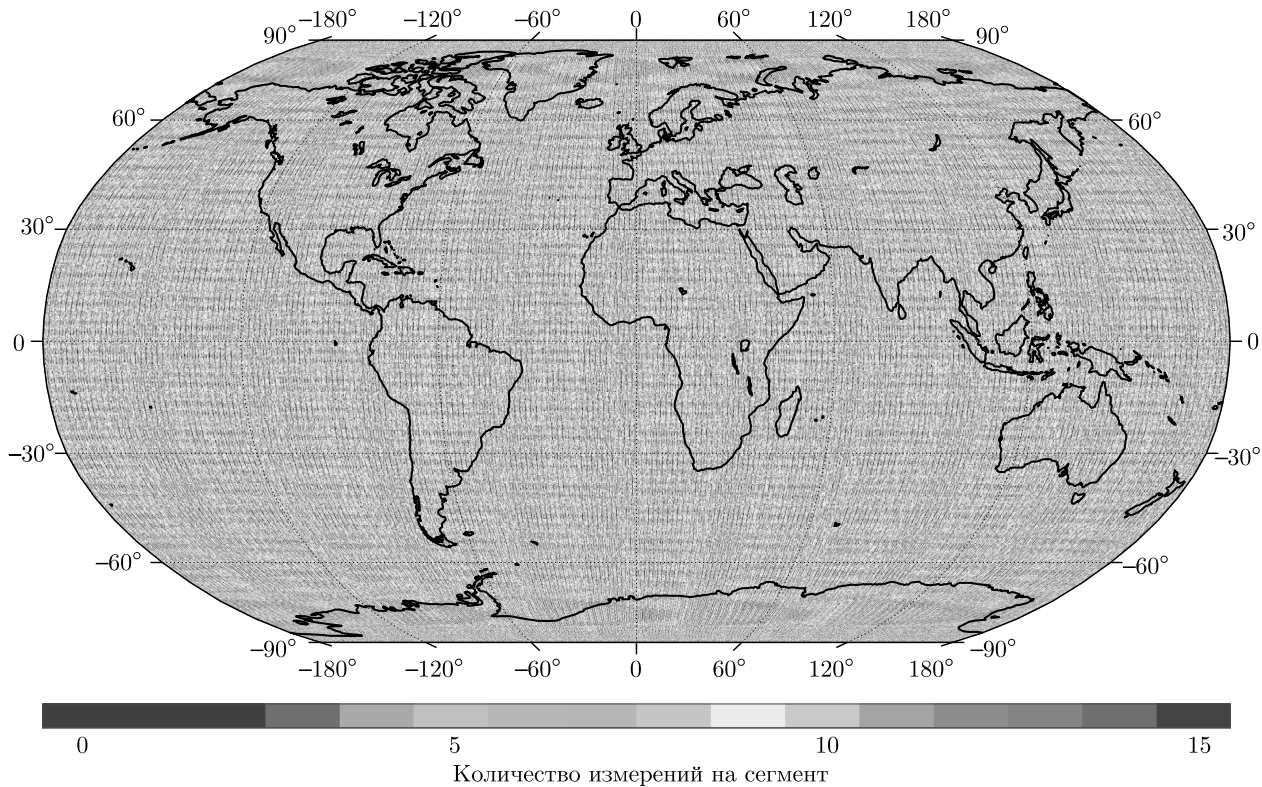


Рис. 3. (В цвете онлайн) Гистограмма покрытия поверхности Земли измерениями спутником с параметрами $h = 225$ км, $i = 89.8^\circ$ в сегментах $0.3^\circ \times 0.3^\circ$ на временном интервале 160 сут (величина глобального покрытия 100%). Цветовая шкала показывает количество измерений от 0 до 15, приходящихся на соответствующий сегмент земной поверхности

Таблица 3. Процент глобального покрытия подспутниковыми трассами КА при угловом разрешении ГПЗ $0.3^\circ \times 0.3^\circ$ в зависимости от наклонения и высоты. Орбитальные параметры, обеспечивающие 100-процентное покрытие, выделены жирным шрифтом. В скобках указано количество дней, за которое достигается максимальное покрытие

Наклонение	Высота, км				
	150	175	200	225	250
90.3°	99.6 % (143)	99.4 % (160)	99.6 % (152)	91.8 % (160)	99.6 % (142)
90.2°	65.1 % (160)	99.3 % (160)	100 % (145)	99.8 % (160)	100 % (154)
90.1°	100 % (132)	75.4 % (160)	75.2 % (160)	100 % (142)	100 % (135)
90°	100 % (137)	100 % (147)	52.9 % (160)	100 % (141)	100 % (152)
89.9°	99.8 % (160)	100 % (142)	99.8 % (160)	100 % (147)	99.8 % (160)
89.8°	87.4 % (160)	85.4 % (160)	100 % (145)	100 % (160)	99.9 % (151)
89.7°	99.9 % (160)	94.0 % (160)	99.9 % (160)	94.4 % (160)	99.3 % (160)

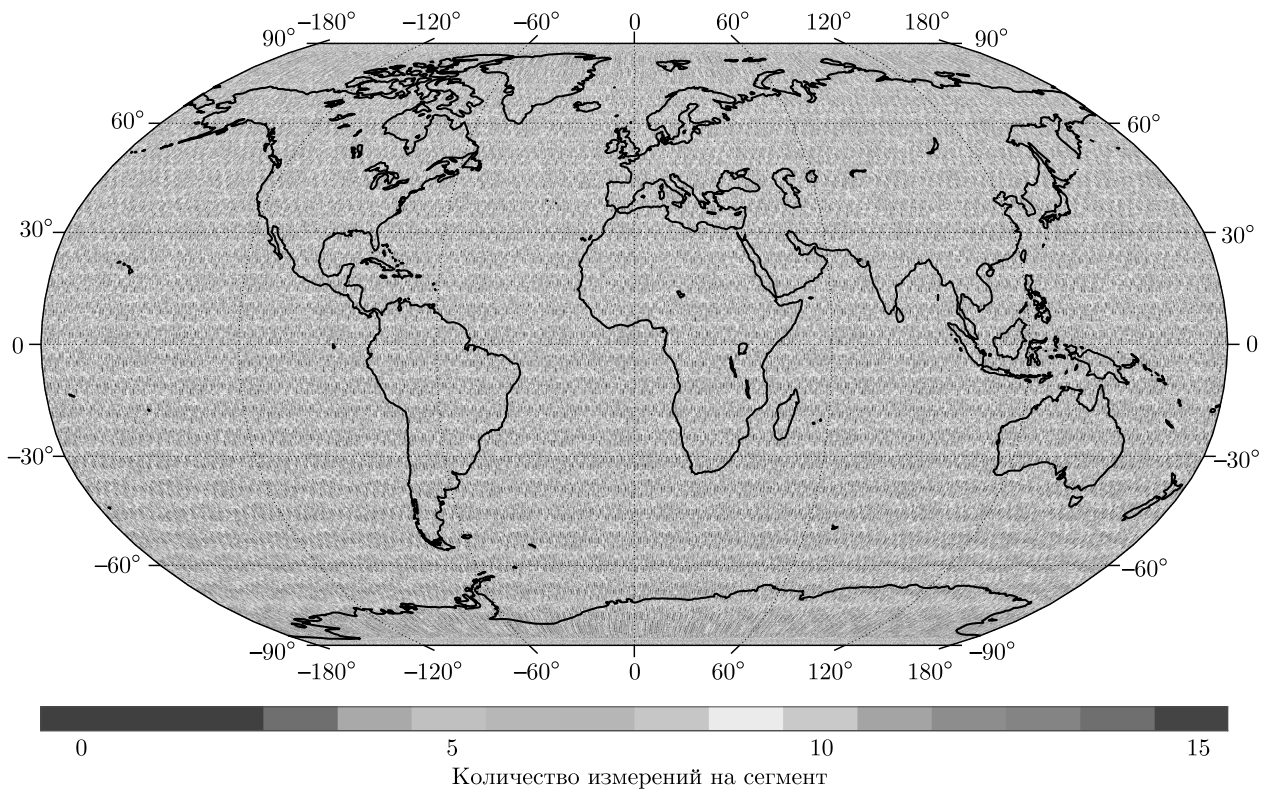


Рис. 4. (В цвете онлайн) Гистограмма покрытия поверхности Земли подспутниковыми трассами КА на орбите с параметрами $h = 225$ км, $i = 89.9^\circ$ в сегментах $0.3^\circ \times 0.3^\circ$ на временном интервале 147 сут (величина глобального покрытия 100 %)

порядка месяца, в число которых входят 2 конфигурации на высоте $h = 225$ км с наклонениями $i = 89.8^\circ$ и $i = 89.9^\circ$, найденные в предыдущем разделе. Глобальное распределение измерений по поверхности Земли для этих конфигураций на

месячном интервале показаны на рис. 5.

Детальная информация для найденных конфигураций со 100-процентным покрытием подспутниковыми трассами сегментов $0.9^\circ \times 0.9^\circ$ на месячном интервале наблюдения содержится в табл. 6.

Таблица 4. Параметры орбитальных конфигураций для сегментов $0.3^\circ \times 0.3^\circ$

Параметры	Конфигурация 1	Конфигурация 2
Высота орбиты	225 км	225 км
Наклонение орбиты	89.8°	89.9°
Временной интервал покрытия 100 %	160 сут	147 сут
Количество оборотов на интервале измерений	2579.0	2369.5
Количество измерений	6912000	6350400
Количество измерений на сегмент		
минимальное	1 (в 12 сегм.)	1 (в 5 сегм.)
максимальное	23 (в 1 сегм.)	22 (в 2 сегм.)
среднее	10 (в 119515 сегм.)	9 (в 112853 сегм.)

Таблица 5. Процент глобального покрытия подспутниковыми трассами КА при угловом разрешении ГПЗ $0.9^\circ \times 0.9^\circ$ в зависимости от наклонения и высоты. В скобках указано количество дней, за которое достигается максимальное покрытие. Жирным шрифтом выделены конфигурации, которые обеспечивают 100-процентное покрытие на временных интервалах не более одного месяца и совпадают с конфигурациями, найденными в предыдущем разделе (см. табл. 3)

Наклонение	Высота, км				
	150	175	200	225	250
90.3°	100 % (48)	100 % (26)	100 % (77)	100 % (142)	100 % (73)
90.2°	99 % (160)	100 % (27)	100 % (118)	100 % (92)	100 % (69)
90.1°	100 % (37)	100 % (27)	89 % (160)	100 % (51)	100 % (66)
90°	100 % (37)	100 % (31)	73 % (160)	100 % (40)	100 % (63)
89.9°	100 % (37)	100 % (31)	100 % (137)	100 % (27)	100 % (55)
89.8°	100 % (109)	100 % (34)	100 % (83)	100 % (28)	100 % (51)
89.7°	100 % (42)	100 % (38)	100 % (60)	100 % (39)	100 % (47)

Представленные результаты показывают, что данные конфигурации удовлетворяют условиям построения ежемесячных моделей ГПЗ.

Дальнейшее улучшение временного разрешения, как упоминалось ранее [18], возможно только за счет понижения пространственного. Для поиска конфигураций, которые позволяют строить модели ГПЗ с временным разрешением порядка 15 дней, было проанализировано покрытие поверхности Земли измерениями на сегментах $1.8^\circ \times 1.8^\circ$. Результаты анализа представлены в табл. 7.

Детальная информация для найденных конфигураций со 100-процентным покрытием подспутни-

ковыми трассами сегментов $1.8^\circ \times 1.8^\circ$ содержится в табл. 8.

Таким образом, показано, что существуют только две конфигурации ($h = 225$ км, $i = 89.8^\circ$; $h = 225$ км, $i = 89.9^\circ$), одновременно удовлетворяющие требованиям 100-процентного покрытия на сегментах $0.3^\circ \times 0.3^\circ$ на временном интервале 160 сут («статическая модель» ГПЗ), на сегментах $0.9^\circ \times 0.9^\circ$ на месячном интервале («ежемесячная модель» ГПЗ) и на сегментах $1.8^\circ \times 1.8^\circ$ на временном интервале 15 сут («двухнедельная модель» ГПЗ), а также технологическим требованиям в части возможности нахождения КА на орбите с заданной вы-

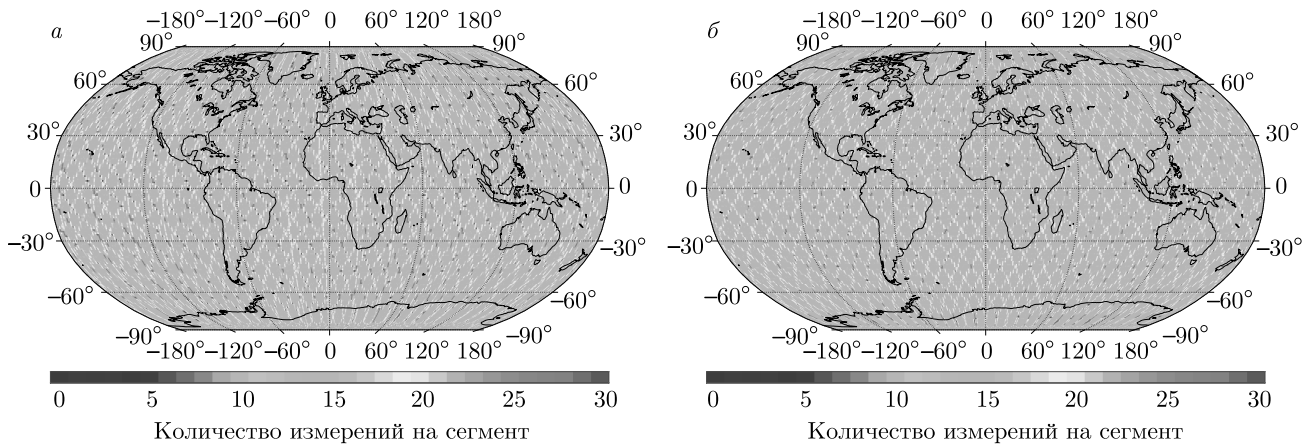


Рис. 5. (В цвете онлайн) Гистограмма покрытия поверхности Земли измерениями спутником с орбитальными параметрами $h = 225$ км, $i = 89.8^\circ$ (а), 89.9° (б) в сегментах $0.9^\circ \times 0.9^\circ$ на временном интервале 1 мес (величина глобального покрытия 100%)

Таблица 6. Параметры орбитальных конфигураций для сегментов $0.9^\circ \times 0.9^\circ$

Параметры	Конфигурация 1	Конфигурация 2
Высота орбиты	225 км	225 км
Наклонение орбиты	89.8°	89.9°
Временной интервал покрытия 100 %	28 сут	27 сут
Количество оборотов на интервале измерений	439.2	435.2
Количество измерений	1209600	1166400
Количество измерений на сегмент		
минимальное	1 (в 2 сегм.)	1 (в 1 сегм.)
максимальное	28 (в 160 сегм.)	28 (в 1322 сегм.)
среднее	10 (в 2187 сегм.)	15 (в 2013 сегм.)

сотой (опыт КА GOCE). Технологические требования в части чувствительности измерительного оборудования к гармоникам ГПЗ на борту градиентометрического КА рассмотрены в следующем разделе.

6. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ТРЕБОВАНИЯ К ИЗМЕРИТЕЛЬНОМУ ОБОРУДОВАНИЮ ПЕРСПЕКТИВНОЙ ГРАДИЕНТОМЕТРИЧЕСКОЙ МИССИИ

Успешная реализация градиентометрической миссии, с точки зрения используемых технологий, обеспечивается в первую очередь возможностью

регистрации бортовым градиентометром (акселерометром) ускорений, обусловленных воздействием предельно разрешаемой гармоники гравитационного поля Земли, и компенсацией воздействия атмосферы на орбитальное движение КА.

Оценим технологические требования, которые вытекают из выбранной орбитальной конфигурации с высотой орбиты КА $h = 225$ км и необходимости восстановления гравитационного поля с разрешением $0.3^\circ \times 0.3^\circ$, соответствующего гармонике ГПЗ степени/порядка $n = 600$. Вклад гармоники степени/порядка n в суммарное гравитационное поле на орбите рассчитывался по разности гравитационных ускорений, содержащих n и $n - 1$ гармоник, т. е.

Таблица 7. Процент глобального покрытия поверхности Земли подспутниковыми трассами КА при угловом разрешении ГПЗ $1.8^\circ \times 1.8^\circ$ в зависимости от наклона и высоты. В скобках указано количество дней, за которое достигается максимальное покрытие. Жирным шрифтом выделены конфигурации, которые обеспечивают 100-процентное покрытие на временных интервалах не более 15 дней и совпадают с конфигурациями, выделенными ранее (см. табл. 3 и 5)

Наклонение	Высота, км				
	150	175	200	225	250
90.3°	100 % (17)	100 % (22)	100 % (52)	100 % (13)	100 % (69)
90.2°	100 % (17)	100 % (23)	100 % (80)	100 % (13)	100 % (66)
90.1°	100 % (17)	100 % (23)	99 % (160)	100 % (13)	100 % (63)
90°	100 % (17)	100 % (26)	93 % (160)	100 % (14)	100 % (60)
89.9°	100 % (19)	100 % (27)	100 % (87)	100 % (13)	100 % (53)
89.8°	100 % (20)	100 % (27)	100 % (53)	100 % (12)	100 % (48)
89.7°	100 % (20)	100 % (30)	100 % (42)	100 % (12)	100 % (44)

Таблица 8. Параметры орбитальных конфигураций для сегментов $1.8^\circ \times 1.8^\circ$

Параметры	Конфигурация 1	Конфигурация 2
Высота орбиты	225 км	225 км
Наклонение орбиты	89.8°	89.9°
Временной интервал покрытия 100 %	12 сут	13 сут
Количество оборотов на интервале измерений	193.4	209.5
Количество измерений	518400	561600
Количество измерений на сегмент		
минимальное	13 (в 1989 сегм.)	13 (в 436 сегм.)
максимальное	55 (в 1 сегм.)	56 (в 1 сегм.)
среднее	26 (в 4137 сегм.)	28 (в 2578 сегм.)

$\Delta g_n = g_n - g_{n-1}$. Оценка величины вклада гармоник различных степеней/порядков была проведена для различных высот орбит КА в узловых точках над поверхностью Земли, разнесенных на 5° по долготе и широте.

На рис. 6 представлены величины абсолютных ускорений, обусловленных гармониками ГПЗ на различных высотах над поверхностью Земли и усредненных по всем рассчитанным узловым точкам. Как следует из рис. 6, на высоте 225 км (высота орбиты КА миссии GOCE) для измерения 300-й гармоники требуется чувствительность прибора в среднем не хуже 10^{-10} м/с² (что согласуется с реальными

данными), а для измерения 600-й гармоники — не хуже 10^{-15} – 10^{-14} м/с².

Для орбиты с высотой 225 км и степеней гармоник 300 и 600 рассчитаны гистограммы распределения величины ускорения над различными областями поверхности Земли (рис. 7а). Значения гравитационных ускорений, создаваемых 300-й гармоникой, варьируются в диапазоне 10^{-11} – $5 \cdot 10^{-10}$ м/с² (рис. 7а), что соответствует современному технологическому уровню бортовых акселерометров, прошедших летную квалификацию в реальных космических миссиях. Акселерометры SUPERSTAR французской фирмы ONERA, которые входили в

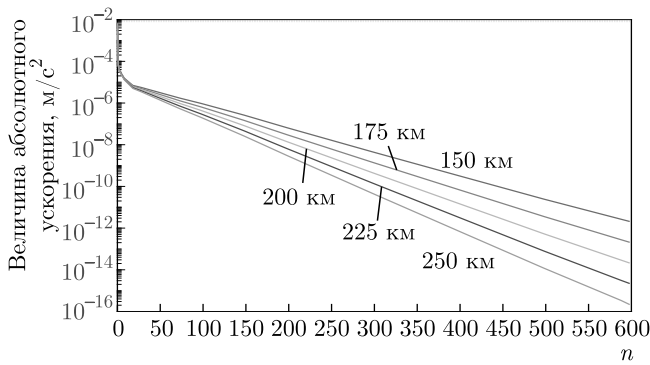


Рис. 6. Величины абсолютных ускорений, создаваемых гармониками ГПЗ на различных высотах над поверхностью Земли (указаны около прямых)

состав измерительной гравитационной аппаратуры миссии GOCE, обладали чувствительностью примерно $2 \cdot 10^{-12}$ м/с² [11, 19]. Аналогичной аппаратурой оснащены два спутника-близнеца космической миссии Grace Follow On, успешно работающей в настоящее время на орбите [12]. В рамках подготовки космического гравитационно-волнового проекта TianQin в Китае был испытан бортовой акселерометр, чувствительность которого на орбите достигла уровня $5 \cdot 10^{-11}$ м/с² [20].

Значения гравитационных ускорений, создаваемых 600-й гармоникой на высоте $h = 225$ км, варьируются в диапазоне 10^{-15} – 10^{-14} м/с² (рис. 7б), что задает высокие требования к чувствительности измерительной аппаратуры будущих космических гравиметрических миссий. Отметим, что акселерометры аналогичной чувствительности должны входить в состав измерительной аппаратуры будущих гравитационно-волновых миссий LISA [21] и TianQin [22]. Орбитальный эксперимент LISA Pathfinder, осуществленный в 2016 г., продемонстрировал выдающийся результат: была достигнута чувствительность к измерению спектральной плотности остаточных ускорений пробных масс на уровне 10^{-16} м · с⁻² · Гц^{-1/2} на частоте 0.1 мГц [23]. Однако при этом следует заметить, что эксперимент LISA Pathfinder проводился в достаточно «чистых» гравитационных условиях в точке Лагранжа L1 системы Солнце–Земля, в то время как на орбите Земли такой чистоты достичь достаточно сложно из-за наличия большого количества возмущающих факторов, в том числе негравитационной природы.

Необходимо также отметить, что на предложенных в данной работе орбитах, в отличие от терминальной солнечно-синхронной, на КА будут иметь место скачкообразные воздействия негравитационного

характера в виде солнечного излучения, поскольку КА будет периодически входить и выходить из тени Земли. Как показывают расчеты, за один оборот КА вокруг Земли будут два таких воздействия с максимальной по амплитуде величиной $2 \cdot 10^{-8}$ м/с². Таким образом, помимо высокой чувствительности используемая система компенсации негравитационных ускорений должна обладать достаточно широким динамическим диапазоном не хуже 10^{-8} м/с², что должно выполняться автоматически, поскольку эта же система должна компенсировать воздействие атмосферы, которое, как минимум, на два порядка больше. Отсюда следует, что факт периодического вхождения КА в тень Земли при должной работе системы компенсации негравитационных ускорений не повлияет на результаты измерений параметров ГПЗ.

7. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Поскольку настоящее исследование базируется на результатах проекта GOCE и имеет своей целью улучшить в перспективе модель ГПЗ, построенную по результатам миссии GOCE, путем оптимизации орбитальных параметров КА, целесообразно сравнить полученные результаты с орбитальной конфигурацией миссии GOCE.

Дополнительно к проведенным вычислениям были выполнены расчеты орбиты КА GOCE с параметрами $h = 224$ км и $i = 96.7^\circ$.

Гистограмма распределения измерений на рис. 8 наглядно демонстрирует не покрытые измерениями области вблизи полюсов. Максимальный глобальный процент покрытия для данной конфигурации, соответствующий примерно 93%, достигается за 111 дней при пространственном разрешении $0.64^\circ \times 0.64^\circ$ и при дальнейшем увеличении времени наблюдения сохраняет это значение. Параметры конфигурации GOCE представлены в табл. 9.

Как было отмечено в разд. 2, неполное покрытие измерениями поверхности Земли приводит к тому, что восстановление гравитационного поля по проведенным измерениям является некорректной задачей, поэтому для ее решения вводятся по определенному правилу псевдонаблюдения. Однако данный факт вносит систематическую ошибку, что сказывается на точности определения коэффициентов высоких порядков. Таким образом, 100-процентное покрытие измерениями поверхности Земли является принципиальным условием для адекватного восста-

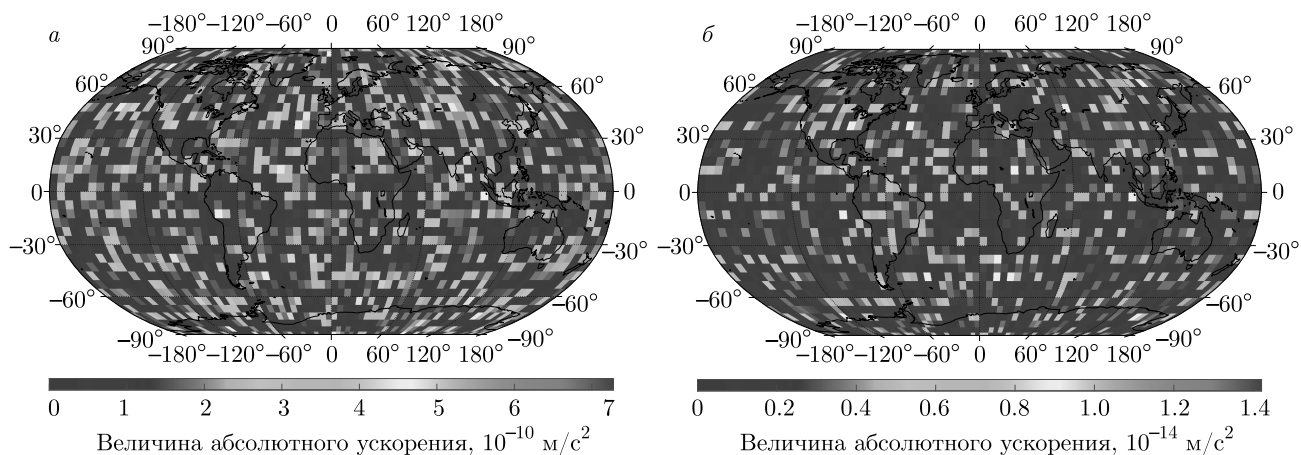


Рис. 7. (В цвете онлайн) Пространственное распределение величины ускорения, создаваемого гармоникой ГПЗ степени $n = 300$ (а), 600 (б) на высоте 225 км

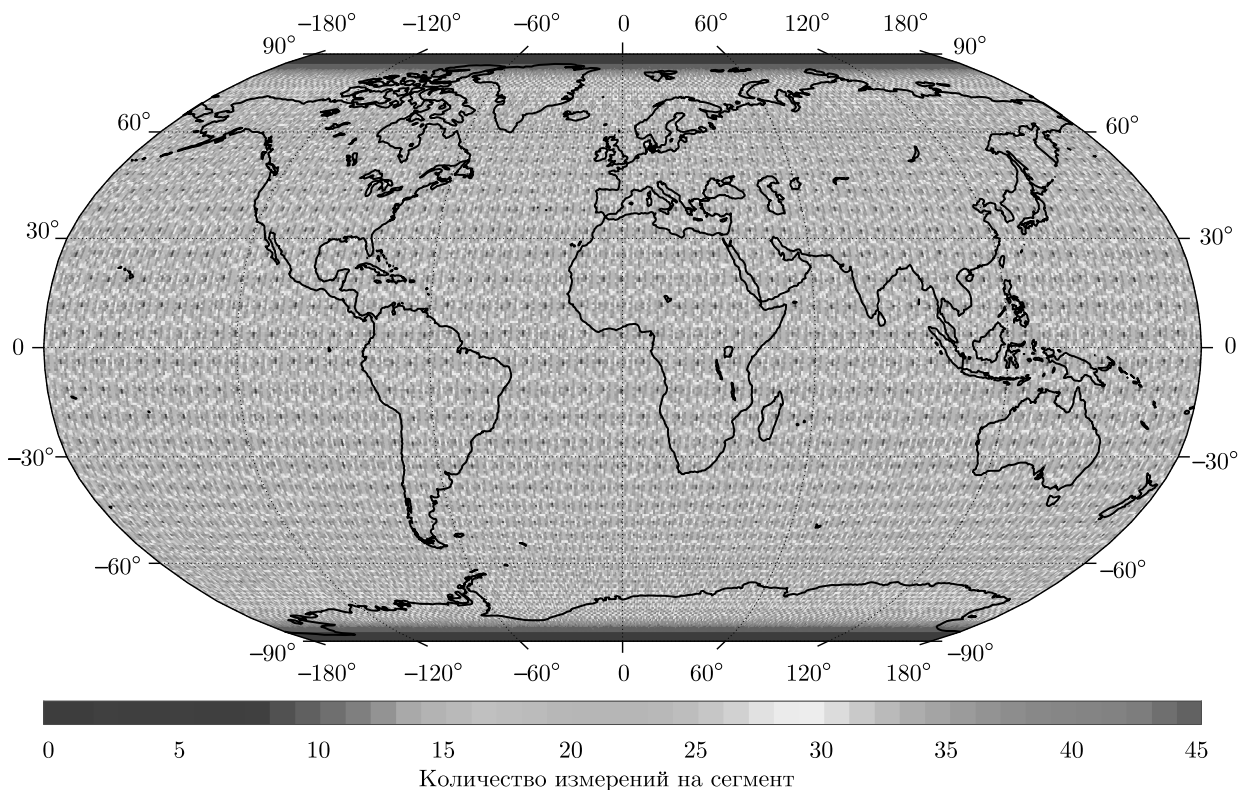


Рис. 8. (В цвете онлайн) Гистограмма покрытия поверхности Земли измерениями спутником с параметрами $h = 224$ км, $i = 96.7^\circ$ в сегментах $0.64^\circ \times 0.64^\circ$ на временном интервале 111 сут. Величина глобального покрытия 93.1%

новления ГПЗ во всем объеме разрешаемых гармонических коэффициентов.

В табл. 10 приведены результаты выполненного анализа — рассчитанные значения параметров орбит и статистика по глобальному покрытию поверхности Земли измерениями для разных простран-

ственных и временных разрешений для наиболее оптимальных конфигураций в сравнении с миссией GOCE (нижняя строка таблицы).

Проведенные исследования показали, что существуют конфигурации сверхнизких орбит для градиентометрических миссий типа GOCE с парамет-

Таблица 9. Параметры конфигурации GOCE в сегментах $0.64^\circ \times 0.64^\circ$

Параметры	Конфигурация GOCE
Высота орбиты	224 км
Наклонение орбиты	96.7°
Временной интервал покрытия 100 %	111 сут
Количество оборотов на интервале измерений	1789.8
Количество измерений	4795200
Количество измерений на сегмент	
минимальное	0 (в 11520 сегм.)
максимальное	97 (в 4 сегм.)
среднее	29 (в 5333 сегм.)

Таблица 10. Сводная таблица результатов моделирования

Высота орбиты, км	Наклонение орбиты	Период измерений, сут	Угловое разрешение	Покрытие, %
225	89.8°	160	$0.3^\circ \times 0.3^\circ$	100
225	89.8°	28	$0.9^\circ \times 0.9^\circ$	100
225	89.8°	12	$1.8^\circ \times 1.8^\circ$	100
225	89.9°	147	$0.3^\circ \times 0.3^\circ$	100
225	89.9°	27	$0.9^\circ \times 0.9^\circ$	100
225	89.9°	13	$1.8^\circ \times 1.8^\circ$	100
224	96.7°	111	$0.64^\circ \times 0.64^\circ$	93.1

рами $h = 225$ км, $i = 89.8^\circ$ и $h = 225$ км, $i = 89.9^\circ$, которые обеспечивают 100-процентную заполняемость поверхности Земли измерениями на всех рассмотренных временных интервалах и пространственных (угловых) разрешениях. Это позволяет улучшить имеющиеся на текущий момент модели ГПЗ и получить следующие модели:

1) с угловым разрешением $0.3^\circ \times 0.3^\circ$ (пространственное разрешение 33 км) на интервале 160 дней и более;

2) с угловым разрешением $0.9^\circ \times 0.9^\circ$ (пространственное разрешение 100 км) на интервале 28 дней;

3) с угловым разрешением $1.8^\circ \times 1.8^\circ$ (пространственное разрешение 200 км) на интервале 14 дней.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Важным фактором, который необходимо учитывать при планировании будущих гравиметрических миссий, является плотность покрытия измерениями поверхности Земли. Неполное покрытие приводит к тому, что построение модели ГПЗ по полученным данным становится некорректной задачей. В рамках настоящей работы выполнено исследование орбитальных и инструментальных параметров перспективной градиентометрической миссии и получены орбитальные параметры КА, которые позволят существенно улучшить пространственное разрешение статической модели ГПЗ, имеющейся в настоящее время по результатам измерений проекта GOCE, за счет глобального покрытия поверхности Земли измерениями.

Использование орбит с найденными параметрами в перспективных градиентометрических миссиях позволит более чем в 2 раза повысить степень сферических гармоник статической модели ГПЗ ($n = 600$ против $n = 280$ для модели EGM_TIM_RL05, построенной по данным GOCE). Оптимизация орбитальных параметров позволит впервые по данным градиентометрической миссии строить ежемесячные модели ГПЗ, пространственное разрешение которых в 4 раза превосходит существующие ежемесячные модели, построенные по данным миссии GRACE (100 км против 400 км).

В рамках настоящего исследования также показано, что требование высокого разрешения моделей ГПЗ задает высокие требования к чувствительности измерительной аппаратуры будущих космических гравиметрических миссий. Так, построение модели ГПЗ в разложении до гармоник 600-го порядка требует измерение гравитационных ускорений с точностью до 10^{-15} – 10^{-14} м/с², акселерометрическая аппаратура такого уровня точности уже разрабатывается в ряде мировых научных центров.

Полученные в рамках настоящего исследования результаты могут быть применены при разработке концепции перспективного градиентометрического проекта на низкой околоземной орбите.

Финансирование. Работа выполнена в рамках научно-образовательной школы МГУ «Фундаментальные и прикладные исследования космоса» и при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 19-29-11008).

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Pail, S. Bruinsma, F. Migliaccio et al., *J. Geod.* **85**, 819 (2011).
2. J. Schall, A. Eicker, and J. Kusche, *J. Geod.* **88**, 403 (2014).
3. W. Yi, *Space Res.* **50**, 371 (2012).
4. W. Yi, R. Rummel, and T. Gruber, *Stud. Geophys. Geod.* **57**, 174 (2013).
5. R. Pail and G. Plank, *J. Geod.* **76**, 462 (2002).
6. R. Pail, B. Metzler, B. Lackner et al., in *Proceedings of the 3rd International GOCE User Workshop*, Frascati, ESRIN, Italy (2006), p. 249.
7. J. M. Brockmann, N. Zehentner, E. Höck et al., *Geophys. Res. Lett.* **41**, 8089 (2014).
8. B. Hofmann-Wellenhorst and H. Moritz, *Physical Geodesy*, Springer, Newfoundland (2005).
9. M. van Gelderen and R. Koop, *J. Geod.* **71**, 337 (1997).
10. W. M. Kaula, *Theory of Satellite Geodesy: Applications of Satellites to Geodesy*, Dover Publ., Michigan (2000), p. 160.
11. B. D. Tapley, S. Bettadpur, M. M. Watkins et al., *Geophys. Res. Lett.* **31**(9), 4 (2004).
12. K. Abich, A. Abramovici, B. Amparan et al., *Phys. Rev. Lett.* **123**, 031101 (2019).
13. В. К. Милуков, А. И. Филеткин, А. С. Жамков, *Астрон. ж.* **98**, 342 (2021).
14. J. M. Picone, A. E. Hedin, D. P. Drob et al., *J. Geophys. Res.: Space Phys.* **107**, A12 (2002).
15. G. Petit and B. Luzum, in *IERS Technical Note No. 36*, Frankfurt am Main, Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie (2010), p. 179.
16. М. В. Беликов, К. А. Тайбаторов, *Кинематика и физика небесных тел* **6**, 24 (1990).
17. O. Montenbruck and E. Gill, *Satellite Orbits. Models, Methods and Applications*, Springer-Verlag, New York (2000).
18. V. K. Milyukov and Hsien-Chi Yeh, *Astron. Rep.* **62**, 1003 (2018).
19. P. Touboul, E. Willeminot, B. Foulon et al., *Boll. Geof. Teor. Appl.* **40**, 321 (1999).
20. Jun Luo, Yan-Zheng Bai, Lin Cai et al., *Class. Quantum Grav.* **37**, 185013 (2020).
21. P. Bender, A. Brillet, I. Ciufolini et al., *LISA (Laser Interferometer Space Antenna): an International Project in the Field of Fundamental Physics*, Space Pre-Phase A Report, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching, Germany (1998).
22. J. Luo, L.-Sh. Chen, H.-Z. Duan et al., *Class. Quantum Grav.* **33**, 035010 (2016).
23. M. Armano, H. Audley, G. Auger et al., *Phys. Rev. Lett.* **116**, 231101 (2016).