

# НЕВЗАИМНОСТЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ОБМЕННО-ДИПОЛЬНЫХ СПИНОВЫХ ВОЛН В ДВУСЛОЙНЫХ МАГНИТНЫХ ПЛЕНКАХ СО СКРЕЩЕННОЙ НАМАГНИЧЕННОСТЬЮ СЛОЕВ

*В. Д. Пойманов<sup>a\*</sup>, В. В. Кругляк<sup>b\*\*</sup>*

<sup>a</sup> *Донецкий национальный университет, 83001, Донецк*

<sup>b</sup> *University of Exeter, Stocker road, Exeter, EX4 4QL, United Kingdom*

Поступила в редакцию 4 июля 2021 г.,  
после переработки 11 ноября 2021 г.  
Принята к публикации 12 ноября 2021 г.

Представлена аналитическая теория распространения обменно-дипольных спиновых волн в двуслойных дипольно связанных магнитных пленках в приближении однородности динамической намагниченности по толщине каждого слоя. Рассмотрены различные случаи неодинакового намагничивания слоев в направлениях, параллельных и перпендикулярных направлению распространения волны. Для рассмотренных конфигураций рассчитаны спектры и эллиптичности спиновых волн, распространяющихся в противоположных направлениях. Показано, что как частота, так и эллиптичность прямой и обратной волн могут различаться, т. е. распространение становится невзаимным, когда хотя бы один из слоев намагничен в плоскости пленки перпендикулярно направлению распространения, включая случай, когда равновесные намагниченности слоев взаимно перпендикулярны. Невзаимность в таких двуслойных волноводах со скрещенной намагниченностью, однако, выражена слабее, чем в геометрии Дэймона–Эшбаха с антипараллельной намагниченностью слоев. Это различие объясняется тем, что в последней геометрии как величина, так и киральность циркулярно поляризованного динамического магнитодипольного поля вносят невзаимные вклады в энергию его взаимодействия с прецессирующей намагниченностью. В то же время в геометриях со скрещенной намагниченностью присутствует лишь один из этих вкладов.

DOI: 10.31857/S0044451022050108  
EDN: DSZZMV

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время проблема создания устройств на основе спиновых волн (СВ) [1] приобретает все большую актуальность, поскольку такие функциональные элементы могут иметь ряд преимуществ перед устройствами классической электроники и фотоники [2, 3]. Такими преимуществами являются высокая энергоэффективность и малые размеры, так как скорость распространения СВ на несколько порядков меньше скорости распространения электромагнитных волн. Другим преимуществом является наличие выделенного направления (киральности) прецессии намагниченности, определяемого ее рав-

новесной ориентацией, что приводит к различию в условиях распространения и рассеяния СВ в прямом и обратном направлениях [4–10]. Это дает возможность улучшения существующих и конструирования новых спин-волновых устройств для обработки сигналов — вентилях, фазовращателях, мультиплексоров и т. п. [10–15].

Диапазон обменных СВ (длиной до 100 нм) для технической реализации устройств пока что не используется. Поэтому основной практический интерес представляет диапазон магнитостатических волн (МСВ), которые имеют длины более 1 мкм и исследуются уже достаточно давно [1, 2]. Традиционно для описания их распространения в изолированном слое из уравнения Ландау–Лифшица можно найти тензор высокочастотной проницаемости, в котором пространственной дисперсией, как правило, пренебрегают. Затем полученный тензор используется в магнитостатических уравнениях Максвелла

\* E-mail: [poymanow76@gmail.com](mailto:poymanow76@gmail.com)

\*\* E-mail: [V.V.Kruglyak@exeter.ac.uk](mailto:V.V.Kruglyak@exeter.ac.uk)

для нахождения магнитостатического потенциала и поля МСВ, в котором пренебрегают уже временной дисперсией. Такое уравнение впервые было получено Уокером [16].

В последнее время все больше исследуется класс обменно-дипольных волн (ОДВ), которые имеют длины до 1 мкм и также подчиняются уравнению Уокера. Однако, в отличие от МСВ, для них уже не следует пренебрегать пространственной дисперсией в уравнении Ландау – Лифшица. Описание таких волн существенно упрощается для тонких пленок, где можно считать намагниченность однородной по толщине [8, 17]. В этом случае можно поступить наоборот — вначале найти размагничивающее поле в пленке и после усреднения по толщине учесть его в уравнении Ландау – Лифшица при получении закона дисперсии.

Задача о распространении МСВ в однослойных пленках хорошо исследована в геометрии с равновесной намагниченностью, перпендикулярной направлению распространения, — геометрии Дэймона – Эшбаха (ГДЭ) [4–8, 18]. Известно, что поле в МСВ локализовано вблизи одной из поверхностей слоя. Выбор этой поверхности обусловлен наличием двух выделенных направлений — распространения волны и равновесной намагниченности, определяющей также направление ее прецессии (киральности). При изменении направления одного из этих векторов поле локализуется на другой поверхности и МСВ распространяется с тем же законом дисперсии в обратном направлении. Таким образом, невзаимность в данном случае отсутствует, несмотря на то, что в исходном уравнении Уокера за счет существования в МСВ объемных магнитных зарядов имеется линейное по волновому вектору слагаемое.

В связи с указанным обстоятельством возникает вопрос о существовании магнитных структур, в которых спектр МСВ был бы невзаимным. Для этого необходимо, чтобы условия распространения прямой и обратной волн были разными. Этого можно достичь в двуслойной магнитной структуре, в которой слои разделены немагнитной прослойкой, так что волны в слоях взаимодействуют посредством магнитодипольной связи [5, 8]. В частности, если равновесные намагниченности  $M_1$  и  $M_2$  в слоях антипараллельны, то поля МСВ в них локализованы либо на обращенных друг к другу поверхностях слоев, либо наоборот, на противоположных. Очевидно, условия распространения МСВ в этих двух случаях различаются принципиально, и взаимность спектра нарушается. Кроме того, к невзаимности распространения в ГДЭ может приводить различие в фи-

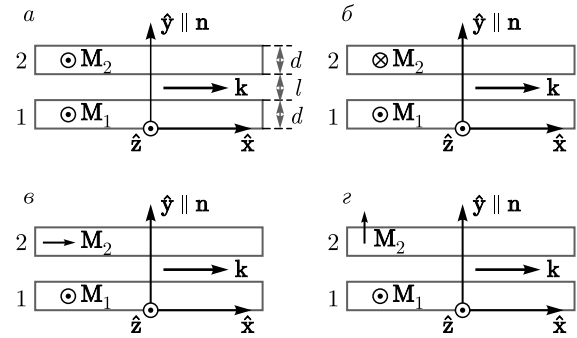


Рис. 1. (В цвете онлайн) Геометрии распространения ОДВ. Во всех случаях  $M_1 \perp (\mathbf{k}, \mathbf{n})$ : а —  $M_2 \perp (\mathbf{k}, \mathbf{n})$ ,  $M_1 \uparrow \uparrow M_2$  («параллельная» ГДЭ); б —  $M_2 \perp (\mathbf{k}, \mathbf{n})$ ,  $M_1 \uparrow \downarrow M_2$  («антипараллельная» ГДЭ); в —  $M_2 \parallel \mathbf{k}$  (скрещенная геометрия 1); з —  $M_2 \parallel \mathbf{n}$  (скрещенная геометрия 2)

зических и геометрических параметрах слоев волновода, наличие внешнего подмагничивающего поля и т. п.

Целью данной работы является изучение невзаимного распространения ОДВ как в ГДЭ (рис. 1а, б), так и в геометриях, в которых векторы равновесной намагниченности взаимно скрещены под углом  $90^\circ$  и при этом намагниченность хотя бы одного из слоев перпендикулярна направлению распространения ОДВ. Необходимость исследования скрещенных конфигураций обусловлена их использованием в киральных устройствах генерации и контроля СВ [10–12]. Две геометрии, в которых обнаруживается невзаимность распространения, представлены на рис. 1в, з ( $\mathbf{n}$  — нормаль к слоям,  $\mathbf{k}$  — волновой вектор). Во всех случаях  $M_1 \perp (\mathbf{k}, \mathbf{n})$ . В других геометриях, когда равновесные намагниченности одновременно направлены либо вдоль  $\mathbf{n}$ , либо вдоль  $\mathbf{k}$ , а также в случаях, когда одна из намагниченностей направлена вдоль  $\mathbf{n}$ , а другая — вдоль  $\mathbf{k}$ , спектр является взаимным. В настоящей работе аналитически исследуется наиболее простой случай тождественных неограниченных в плоскости магнитных слоев двуслойного волновода. Случай распространения СВ в конечных структурах, ограниченных в двух (полосовой волновод) либо трех (резонатор Фабри – Перо [19]) направлениях, требует численного моделирования.

## 2. ГЕОМЕТРИЯ ДЭЙМОНА – ЭШБАХА: $M_2 \perp (\mathbf{k}, \mathbf{n})$

Рассмотрим двуслойную магнитную структуру, геометрия которой изображена на рис. 1а и 1б, соответствующих ГДЭ с параллельным и антипарал-

лельным намагничиванием слоев. В этом случае при распространении ОДВ возникают как объемные, так и поверхностные магнитные заряды. Запишем уравнение Максвелла для размагничивающего поля такой структуры, вводя магнитостатический потенциал  $\mathbf{h} = \nabla\psi$ :

$$\Delta\psi = -4\pi(\nabla \cdot \mathbf{m}). \quad (1)$$

Распределение намагниченности в слоях зададим в виде плоской ОДВ:

$$\begin{aligned} m_x(x, y) &= (\Pi_1(y)m_{1x} + \Pi_2(y)m_{2x}) \exp(ik_x x), \\ m_y(x, y) &= (\Pi_1(y)m_{1y} + \Pi_2(y)m_{2y}) \exp(ik_x x), \end{aligned} \quad (2)$$

где амплитуды  $m_{1x(y)}$  и  $m_{2x(y)}$  в общем случае комплексны, измеряемые компоненты намагниченности являются вещественными частями соответствующих комплексных функций, а  $\Pi_1(y)$  и  $\Pi_2(y)$  — прямоугольные функции:

$$\Pi_1(y) = \theta(y) - \theta(y - d_1), \quad (3)$$

$$\Pi_2(y) = \theta(y - d_1 - l) - \theta(y - d_1 - l - d_2).$$

Уравнение Уокера в такой геометрии имеет вид

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} = -4\pi \left( \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} \right). \quad (4)$$

Решение уравнения (4) с учетом (2) и (3) приведено в Приложении А и дает усредненный по толщине пленки тензор размагничивающих факторов  $\hat{N}$ . Для случая одинаковых слоев связь между компонентами размагничивающего поля и компонентами динамической намагниченности можно записать в виде

$$\begin{pmatrix} h_{d,1x} \\ h_{d,1y} \\ h_{d,2x} \\ h_{d,2y} \end{pmatrix} = e^{ik_x x} \hat{N} \begin{pmatrix} m_{1x} \\ m_{1y} \\ m_{2x} \\ m_{2y} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где

$$\hat{N} = -4\pi \begin{pmatrix} 1 - \xi & 0 & \zeta & -i\sigma\zeta \\ 0 & \xi & -i\sigma\zeta & -\zeta \\ \zeta & i\sigma\zeta & 1 - \xi & 0 \\ i\sigma\zeta & -\zeta & 0 & \xi \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$\sigma \equiv k_x/|k_x| = \pm 1$  — маркер направления распространения ОДВ,

$$\xi = \frac{1 - e^{-kd}}{kd}, \quad \zeta = \frac{(1 - e^{-kd})^2}{2kd} e^{-kl}, \quad (7)$$

$d$  — толщины слоев, а  $l$  — величина зазора между ними (рис. 1а).

Используем найденное размагничивающее поле для исследования динамики намагниченности в слоях. Плотность энергии  $W_n$  и эффективное поле  $\mathbf{H}_{eff,n}$  для каждого из них задаются выражениями

$$\begin{aligned} W_n &= \\ &= \frac{1}{2}[\lambda^2(\nabla \cdot \mathbf{M}_n)^2 + \beta(\mathbf{M}_{n,x}^2 + \mathbf{M}_{n,y}^2) - \mathbf{M}_n \cdot \mathbf{h}_{d,n}], \end{aligned} \quad (8)$$

$$\mathbf{H}_{eff,n} = \lambda^2 \Delta \mathbf{m}_n - \beta(\mathbf{m}_{n,x} + \mathbf{m}_{n,y}) + \mathbf{h}_{d,n}, \quad (9)$$

где  $\lambda$  — обменная длина,  $n$  — номер слоя,  $\beta$  — константа одноосной анизотропии,  $\mathbf{h}_{d,n}$  — размагничивающее поле в  $n$ -м слое, определяемое формулами (5)–(7).

Линеаризованное уравнение Ландау–Лифшица для каждого слоя в общем случае при наличии однородного обмена, легкоосной анизотропии (вдоль направления равновесной намагниченности), внешнего и рассмотренного выше размагничивающего поля ОДВ представим как

$$i\omega \mathbf{m}_n + \gamma [\mathbf{M}_{0,n} \times ((\lambda^2 k^2 + \beta) \mathbf{m}_n - \mathbf{h}_{d,n})] = 0. \quad (10)$$

Нахождение спектра ОДВ из выражения (10) в общем случае представлено в Приложении В. В случае слоев с одинаковыми толщинами и намагниченностью насыщения в отсутствие внешнего поля уравнения динамики намагниченностей имеют вид

$$\begin{pmatrix} \Omega_x & i\sigma_1\Omega & \zeta & -i\sigma\zeta \\ -i\sigma_1\Omega & \Omega_y & -i\sigma\zeta & -\zeta \\ \zeta & i\sigma\zeta & \Omega_x & i\sigma_2\Omega \\ i\sigma\zeta & -\zeta & -i\sigma_2\Omega & \Omega_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{1x} \\ m_{1y} \\ m_{2x} \\ m_{2y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где  $\Omega = \omega/\omega_M$  и  $\Omega_{ex} = (\lambda^2 k^2 + \beta)/4\pi$  — частоты в единицах  $\omega_M = 4\pi\gamma M$  и

$$\begin{aligned} \Omega_x(k) &= \Omega_{ex} + 1 - \xi, & \Omega_y(k) &= \Omega_{ex} + \xi, \\ \Omega_z(k) &= \Omega_{ex}. \end{aligned} \quad (12)$$

Маркеры при  $\Omega$  определены как  $\sigma_n \equiv M_{0,n}/|M_{0,n}| = \pm 1$ , где  $M_{0,n}$  обозначает проекцию равновесной намагниченности на координатную ось, перпендикулярную плоскости прецессии. Наличие этих маркеров в (11) говорит о том, что случаи противоположного намагничивания различаются киральностью прецессии намагниченности. Характеристическое уравнение получается из (11) приравнением к нулю ее определителя:

$$\begin{aligned} \Omega^4 - 2\Omega^2 (\Omega_x \Omega_y - 2\zeta^2 \sigma_1 \sigma_2) + 4\Omega \sigma s \zeta^2 (\Omega_x + \Omega_y) + \\ + \Omega_x^2 \Omega_y^2 - \zeta^2 (\Omega_x + \Omega_y)^2 = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $s = (\sigma_1 - \sigma_2)/2 = \pm 1$  — антисимметричный маркер, отличный от нуля при антипараллельной равновесной поляризации намагниченности слоев. Отметим, что в отсутствие магнитодипольной связи между слоями ( $\zeta \rightarrow 0$ ) в каждом слое частота колебаний равна  $\Omega_{xy} = \sqrt{\Omega_x \Omega_y}$ . Эллиптичности ОДВ, как следует из (11), имеют вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &\equiv \frac{m_{1y}}{im_{1x}} = -\sigma \frac{\Omega_x - \sigma\sigma_1\Omega}{\Omega_y - \sigma\sigma_1\Omega}, \\ \varepsilon_2 &\equiv \frac{m_{2y}}{im_{2x}} = \sigma \frac{\Omega_x + \sigma\sigma_2\Omega}{\Omega_y + \sigma\sigma_2\Omega}. \end{aligned} \quad (14)$$

Введем также параметры отношения амплитуд намагниченности одноименных компонент в разных слоях:

$$\begin{aligned} \delta_x &\equiv \frac{m_{2x}}{m_{1x}} = \frac{(\Omega^2 - \Omega_x \Omega_y)(\Omega_y + \sigma\sigma_2\Omega)}{\zeta(\Omega_x + \Omega_y + 2\sigma\sigma_1\Omega)(\Omega_y - \sigma\sigma_1\Omega)}, \\ \delta_y &\equiv \frac{m_{2y}}{m_{1y}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \delta_x = \\ &= -\frac{(\Omega^2 - \Omega_x \Omega_y)(\Omega_x + \sigma\sigma_2\Omega)}{\zeta(\Omega_x + \Omega_y + 2\sigma\sigma_1\Omega)(\Omega_x - \sigma\sigma_1\Omega)}. \end{aligned} \quad (15)$$

### 2.1. $M_1 \uparrow\uparrow M_2$ («параллельная» геометрия Дэймона – Эшбаха)

В случае параллельного намагничивания слоев (рис. 1а), обозначаемом ниже индексом « $\uparrow\uparrow$ »,  $s = 0$ ,  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_0$ , уравнение (13) является биквадратным,

$$\begin{aligned} \Omega^4 - 2\Omega^2 (\Omega_x \Omega_y - 2\zeta^2) + \\ + \left( \Omega_x^2 \Omega_y^2 - \zeta^2 (\Omega_x + \Omega_y)^2 \right) = 0, \end{aligned} \quad (16)$$

и имеет корни, не зависящие от направления распространения  $\sigma$  (оптическая ветвь соответствует знаку «+», акустическая — «-»):

$$\Omega_{\uparrow\uparrow\pm} = \sqrt{\Omega_x \Omega_y - 2\zeta^2 \pm \zeta \sqrt{(\Omega_x - \Omega_y)^2 + 4\zeta^2}}. \quad (17)$$

Таким образом, спектр в данном случае является взаимным, т. е. одинаковым для  $\sigma = \pm 1$ , и содержит две симметричные ветви. Максимальное значение величины  $\zeta$  равно приблизительно 0,2, т. е. ее можно считать малым параметром в уравнении (16). Переписав его в виде

$$(\Omega^2 - \Omega_x \Omega_y)^2 = \zeta^2 \left( (\Omega_x + \Omega_y)^2 - 4\Omega^2 \right)$$

и подставив в правую часть невозмущенную частоту  $\Omega_{xy}$ , в первом приближении по  $\zeta$  получаем

$$\begin{aligned} \Omega_{\uparrow\uparrow\pm} &= \sqrt{\Omega_x \Omega_y \pm \zeta |\Omega_y - \Omega_x|} = \\ &= \Omega_{xy} \pm \zeta \frac{|\Omega_y - \Omega_x|}{2\Omega_{xy}}. \end{aligned} \quad (18)$$

Такое представление является более удобным для анализа и может быть получено разложением (17) в ряд. После подстановки (18) в (14), (15) выражения для эллиптичности и параметров  $\delta$  в нулевом приближении по  $\zeta$  принимают вид

$$\varepsilon_{1\uparrow\uparrow\pm} = \varepsilon_{2\uparrow\uparrow\pm} \approx \sigma_0 \sqrt{\frac{\Omega_x}{\Omega_y}},$$

$$\delta_{x\uparrow\uparrow\pm} = \delta_{y\uparrow\uparrow\pm} \approx \pm (\Omega_y - \Omega_x).$$

Отметим, что смена знака  $(\Omega_y - \Omega_x)$  и, следовательно, относительной фазы колебаний в смежных слоях происходит при  $kd \approx 1.6$ , что практически достижимо только для ОДВ, длина которых меньше толщины пленки. Поэтому в рассматриваемом диапазоне длин волн можно считать, что  $\delta_{x\uparrow\uparrow\pm} = \delta_{y\uparrow\uparrow\pm} \approx \pm 1$ .

### 2.2. $M_1 \uparrow\downarrow M_2$ («антипараллельная» геометрия Дэймона – Эшбаха)

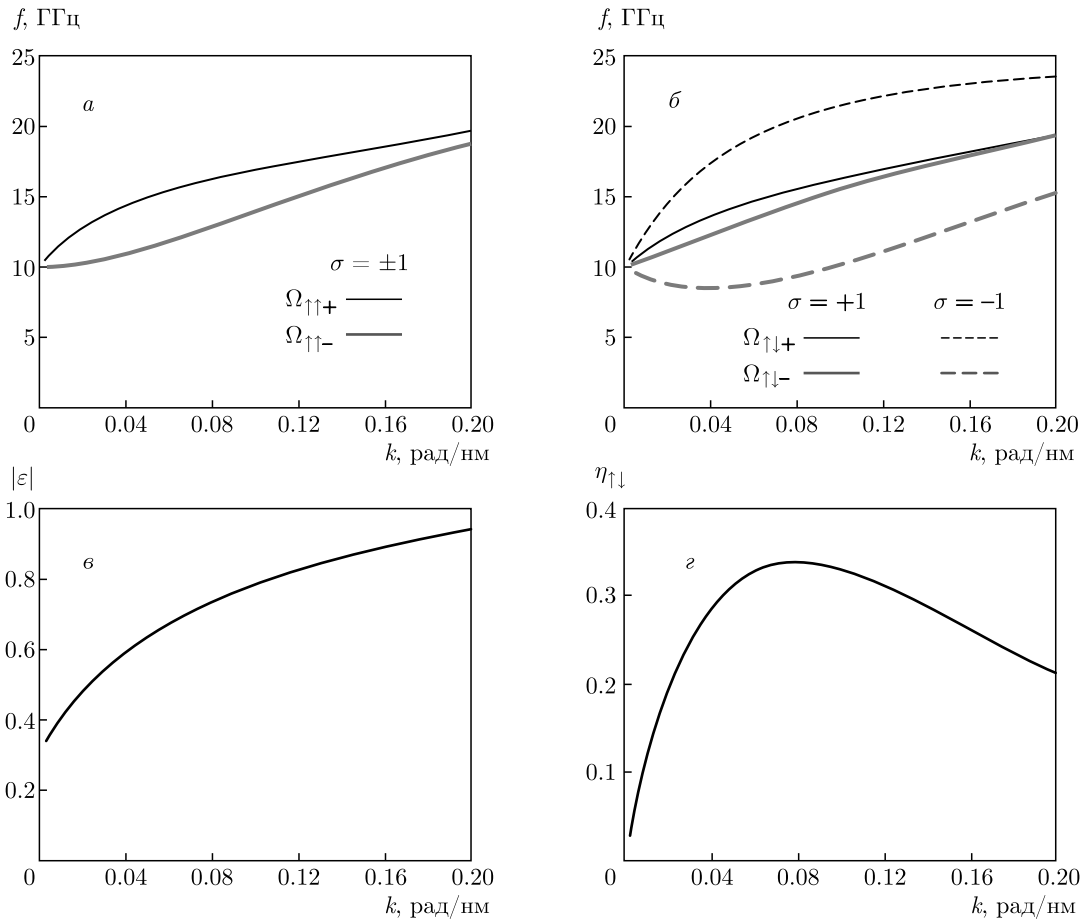
В случае антипараллельного намагничивания слоев (рис. 1б), обозначаемом ниже индексом « $\uparrow\downarrow$ », имеем

$$\begin{aligned} \Omega^4 - 2\Omega^2 (\Omega_x \Omega_y + 2\zeta^2) + 4\Omega\sigma s \zeta^2 (\Omega_x + \Omega_y) + \\ + \Omega_x^2 \Omega_y^2 - \zeta^2 (\Omega_x + \Omega_y)^2 = 0, \end{aligned} \quad (19)$$

и ветви дисперсионного уравнения (13) (оптическая  $\Omega_{\uparrow\downarrow+}$  и акустическая  $\Omega_{\uparrow\downarrow-}$ ) определяются как

$$\begin{aligned} \Omega_{\uparrow\downarrow+} &= \sqrt{(\Omega_x + \zeta)(\Omega_y + \zeta) - \sigma s \zeta}, \\ \Omega_{\uparrow\downarrow-} &= \sqrt{(\Omega_x - \zeta)(\Omega_y - \zeta) + \sigma s \zeta}, \\ \Omega_{\uparrow\downarrow+} &> \Omega_{\uparrow\downarrow-}. \end{aligned} \quad (20)$$

Очевидно, в этом случае спектр обладает невзаимностью, что выражается в зависимости от направления распространения  $\sigma = \pm 1$ . Объясняется это тем, что при одинаковых направлениях равновесной намагниченности поле ОДВ формируется вблизи поверхности по одну и ту же сторону в обоих слоях, и при изменении направления распространения ОДВ поле «переходит» на другую сторону (вместе с этим изменяется и киральность ОДВ). Если же направления намагничивания различны, то ОДВ формируются на ближайших друг к другу поверхностях



**Рис. 2.** (В цвете онлайн) Геометрия Дэймона–Эшбаха. Ветви дисперсионного уравнения: *а* — параллельное намагничивание (взаимное распространение) и *б* — антипараллельное намагничивание (невзаимное распространение) слоев. Штриховые линии на рис. *б* соответствуют ОДВ, бегущим в обратном направлении. *в*) Модуль эллиптичности  $|\varepsilon_{1\uparrow\pm}| = |\varepsilon_{2\uparrow\pm}| = |\varepsilon_{1\downarrow\pm}| = |\varepsilon_{2\downarrow\pm}|$ . *г*) Параметр невязимности

для одного направления распространения и на отдаленных — для противоположного. Поэтому условия распространения в прямом и обратном направлениях при этом будут различными.

Аналогично случаю параллельных взаимных ориентаций выпишем ветви дисперсионного уравнения в первом приближении по  $\zeta$ , а эллиптичности (14) и отношение амплитуд намагниченности слоев (15) — в нулевом. Уравнение (19), записанное в виде

$$\Omega^2 - \Omega_x \Omega_y = \pm \zeta |\Omega_x + \Omega_y - 2\sigma s \Omega|,$$

дает следующие ветви:

$$\Omega_{\uparrow\downarrow\pm} = \sqrt{\Omega_x \Omega_y \pm \zeta \left( \sqrt{\Omega_x} - \sigma s \sqrt{\Omega_y} \right)^2}, \quad (21)$$

откуда следует

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1\uparrow\pm} &= -\varepsilon_{2\uparrow\pm} \approx s \sqrt{\frac{\Omega_x}{\Omega_y}}, \\ \delta_{x\uparrow\pm} &= \delta_{y\uparrow\pm} \approx \pm 1. \end{aligned} \quad (22)$$

Таким образом, невязимость распространения ОДВ обусловлена наличием в уравнении (13) линейного по частоте слагаемого, содержащего быстро убывающий с величиной зазора между слоями множитель  $\zeta$ . Для характеристики величины невязимности введем параметр  $\eta$ , равный отношению разности частот при прямом и обратном распространении к средней частоте:

$$\eta_{\uparrow\downarrow} \equiv 2 \left| \frac{\Omega_{\uparrow\downarrow,\sigma=+1} - \Omega_{\uparrow\downarrow,\sigma=-1}}{\Omega_{\uparrow\downarrow,\sigma=+1} + \Omega_{\uparrow\downarrow,\sigma=-1}} \right| \approx \frac{2\zeta}{\Omega_{xy}}. \quad (23)$$

Приведем зависимости частоты от волнового числа в ГДЭ. При расчетах будем использовать

значения магнитных параметров, характерных для пермаллоя (заметим, что в последнее время также ведутся активные исследования СВ в сверхтонких пленках железо-иттриевого граната [20]): обменная длина  $\lambda = 5.3$  нм, характерная угловая частота  $\omega_M = 176$  рад/нс ( $4\pi M = 10^4$  Гс), за исключением константы одноосной анизотропии  $B = 1.45$ . Последняя имеет обобщенный смысл и может учитывать вклады различной природы, такие как магнитокристаллическая анизотропия или анизотропия формы, а также наличие внешнего подмагничивающего поля. Верхняя граница волнового числа  $0.2$  рад/нм соответствует минимальной длине волны  $30$  нм. Параметры двуслойной структуры: зазор между слоями  $l = 5$  нм, толщина слоев  $d = 5$  нм. На рис. 2а изображены ветви дисперсионного уравнения, построенные по формуле (17) для случая параллельных равновесных намагниченностей (см. рис. 1а), а на рис. 2б — для антипараллельной ориентации (прямая и обратная волны, формула (21)). На рис. 2в,г представлены зависимости эллиптичности (14) и параметра невзаимности (23), которые оказываются независимыми от направлений распространения ОДВ и намагничивания слоев.

### 2.3. Скрещенная геометрия 1: $\mathbf{M}_1 \perp (\mathbf{k}, \mathbf{n})$ , $\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{k}$

Рассмотрим две другие геометрии, в которых также имеет место невзаимность распространения. Для каждой из них векторы равновесной намагниченности скрещены так, что  $\mathbf{M}_1 \perp \mathbf{M}_2$ . При этом первый слой намагничен параллельно его плоскости и перпендикулярно направлению распространения ОДВ, так что  $\mathbf{M}_1 \perp (\mathbf{k}, \mathbf{n})$ . Во втором слое намагниченность параллельна направлению распространения ОДВ:  $\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{k}$ . В этом случае во втором слое отсутствуют объемные магнитные заряды. Эффективное поле в слоях равно

$$\mathbf{H}_{eff,n} = \lambda^2 \Delta \mathbf{m}_n - \beta (\mathbf{m}_{n,x} + \mathbf{m}_{n,y}) + \mathbf{h}_{d,n}. \quad (24)$$

Компоненты размагничивающего поля  $\mathbf{h}_{d,n}$  в этом случае

$$\begin{pmatrix} h_{d,1x} \\ h_{d,1y} \\ h_{d,2y} \end{pmatrix} = -4\pi \begin{pmatrix} 1 - \xi & 0 & -i\sigma\zeta \\ 0 & \xi & -\zeta \\ i\sigma\zeta & -\zeta & \xi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{1x} \\ m_{1y} \\ m_{2y} \end{pmatrix}. \quad (25)$$

Уравнение Ландау – Лифшица для каждого слоя и динамические переменные для данной геометрии запишем в матричном виде, используя обозначения (12):

$$\begin{pmatrix} \Omega_x & i\sigma_1\Omega & -i\sigma\zeta & 0 \\ -i\sigma_1\Omega & \Omega_y & -\zeta & 0 \\ i\sigma\zeta & -\zeta & \Omega_y & i\sigma_2\Omega \\ 0 & 0 & -i\sigma_2\Omega & \Omega_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{1x} \\ m_{1y} \\ m_{2y} \\ m_{2z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Дисперсионное уравнение принимает вид

$$\Omega^4 - \Omega_y (\Omega_x + \Omega_z) \Omega^2 + 2\sigma\sigma_1\zeta^2\Omega_z\Omega + \Omega_z (\Omega_y^2\Omega_x - \zeta^2 (\Omega_x + \Omega_y)) = 0. \quad (27)$$

Дисперсионное уравнение (27) имеет четыре разных по модулю корней – два положительных и два отрицательных. При смене знака величины  $\sigma\sigma_1$  оно имеет те же корни, но противоположного знака. Следовательно, ветвями для случаев  $\sigma\sigma_1 = \pm 1$  можно считать положительные корни соответствующего дисперсионного уравнения.

Для эллиптичности и отношения амплитуд в разных слоях имеем

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1,M_2\parallel\mathbf{k}} &\equiv \frac{m_{1y}}{im_{1x}} = -\sigma \frac{\Omega_x - \sigma\sigma_1\Omega}{\Omega_y - \sigma\sigma_1\Omega}, \\ \varepsilon_{2,M_2\parallel\mathbf{k}} &\equiv \frac{m_{2z}}{im_{2y}} = \sigma_2 \frac{\Omega}{\Omega_z}, \\ \delta_y &\equiv \frac{m_{2y}}{m_{1y}} = \frac{\Omega_x\Omega_y - \Omega^2}{\zeta (\Omega_x - \sigma\sigma_1\Omega)}. \end{aligned} \quad (28)$$

Аналогично ГДЭ, выпишем приближенные выражения, используя малость  $\zeta$ , для чего перепишем дисперсионное уравнение в виде

$$\begin{aligned} (\Omega^2 - \Omega_x\Omega_y) (\Omega^2 - \Omega_z\Omega_y) &= \\ &= \zeta^2\Omega_z (\Omega_x + \Omega_y - 2\sigma\sigma_1\Omega). \end{aligned} \quad (29)$$

Невозмущенная частота колебаний слоя 1 равна  $\Omega_{xy} = \sqrt{\Omega_x\Omega_y}$ . Подставляя ее в правую часть выражения (29), для первой ветви ОДВ получаем

$$\begin{aligned} \Omega_{M_2\parallel\mathbf{k}}^{(1)} &= \\ &= \sqrt{\Omega_x\Omega_y + \zeta^2 \frac{\Omega_z (\Omega_x + \Omega_y - 2\sigma\sigma_1\sqrt{\Omega_x\Omega_y})}{\Omega_y (\Omega_x - \Omega_z)}}. \end{aligned} \quad (30)$$

Аналогично, невозмущенная частота колебаний слоя 2 равна  $\Omega_{zy} = \sqrt{\Omega_z\Omega_y}$ . Подставляя ее в правую часть выражения (29), для второй ветви ОДВ получаем

$$\begin{aligned} \Omega_{M_2\parallel\mathbf{k}}^{(2)} &= \\ &= \sqrt{\Omega_z\Omega_y - \zeta^2 \frac{\Omega_z (\Omega_x + \Omega_y - 2\sigma\sigma_1\sqrt{\Omega_z\Omega_y})}{\Omega_y (\Omega_x - \Omega_z)}}. \end{aligned} \quad (31)$$

Отметим характерную особенность скрещенных геометрий, следующую из выражений (30), (31).

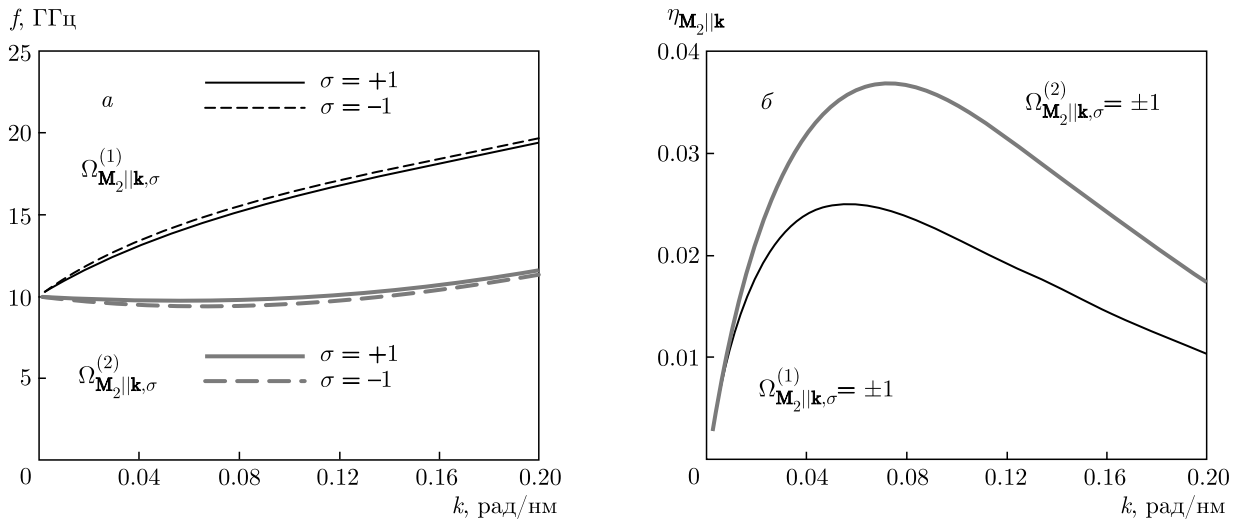


Рис. 3. (В цвете онлайн) Скрещенная геометрия 1:  $M_1 \perp (\mathbf{k}, \mathbf{n})$ ,  $M_2 \parallel \mathbf{k}$ . а) Ветви дисперсионных уравнений (30) — черные линии, (31) — синие линии; штриховые линии соответствуют ОДВ, бегущим в обратном направлении. б) Соответствующие параметры невязимости. Значения параметров слоев те же, что и на рис. 2 (ГДЭ)

В силу невырожденности корней дисперсионного уравнения, в отличие от ГДЭ, в них величина расщепления ветвей прямого и обратного распространения, а также параметр невязимости (23) имеют более высокий (второй) порядок малости по  $\zeta$ , как это следует из сравнения формул (18), (21) с (30), (31). Поэтому эффект невязимости в этом случае выражен гораздо слабее. Это можно заметить также из графиков, представленных на рис. 3, где параметры невязимости ОДВ, соответствующие каждому слою, рассчитаны по формулам

$$\eta_{M_2 \parallel \mathbf{k}}^{(1)} \equiv 2 \left| \frac{\Omega_{M_2 \parallel \mathbf{k}, \sigma=+1}^{(1)} - \Omega_{M_2 \parallel \mathbf{k}, \sigma=-1}^{(1)}}{\Omega_{M_2 \parallel \mathbf{k}, \sigma=+1}^{(1)} + \Omega_{M_2 \parallel \mathbf{k}, \sigma=-1}^{(1)}} \right| \approx \frac{2\zeta^2 \Omega_z}{(\Omega_x - \Omega_z) \Omega_{xy} \Omega_y}, \quad (32)$$

$$\eta_{M_2 \parallel \mathbf{k}}^{(2)} \equiv 2 \left| \frac{\Omega_{M_2 \parallel \mathbf{k}, \sigma=+1}^{(2)} - \Omega_{M_2 \parallel \mathbf{k}, \sigma=-1}^{(2)}}{\Omega_{M_2 \parallel \mathbf{k}, \sigma=+1}^{(2)} + \Omega_{M_2 \parallel \mathbf{k}, \sigma=-1}^{(2)}} \right| \approx \frac{2\zeta^2 \Omega_z}{(\Omega_x - \Omega_z) \Omega_{zy} \Omega_y}.$$

Эллиптичности и отношение амплитуд намагниченностей слоев для каждой из ОДВ (30), (31) имеют вид

$$\varepsilon_{1, M_2 \parallel \mathbf{k}}^{(1)} = \sigma_1 \sqrt{\frac{\Omega_x}{\Omega_y}}, \quad \varepsilon_{2, M_2 \parallel \mathbf{k}}^{(1)} = \sigma_2 \frac{\sqrt{\Omega_x \Omega_y}}{\Omega_z}, \quad (33)$$

$$\delta_{y, M_2 \parallel \mathbf{k}}^{(1)} = -\zeta \frac{\Omega_z (\sqrt{\Omega_x} - \sigma \sigma_1 \sqrt{\Omega_y})}{\sqrt{\Omega_x \Omega_y} (\Omega_x - \Omega_z)},$$

$$\varepsilon_{1, M_2 \parallel \mathbf{k}}^{(2)} = -\sigma \frac{\Omega_x - \sigma \sigma_1 \sqrt{\Omega_z \Omega_y}}{\Omega_y - \sigma \sigma_1 \sqrt{\Omega_z \Omega_y}},$$

$$\varepsilon_{2, M_2 \parallel \mathbf{k}}^{(2)} = \sigma_2 \sqrt{\frac{\Omega_y}{\Omega_z}}, \quad (34)$$

$$\delta_{y, M_2 \parallel \mathbf{k}}^{(2)} = \frac{\Omega_y (\Omega_x - \Omega_z)}{\zeta (\Omega_x - \sigma \sigma_1 \sqrt{\Omega_z \Omega_y})}.$$

Величины в выражениях (33) и (34) — эллиптичности в слоях и отношения амплитуд намагниченности слоев на частотах, равных соответственно  $\Omega_{M_2 \parallel \mathbf{k}}^{(1)}$  и  $\Omega_{M_2 \parallel \mathbf{k}}^{(2)}$ . Графики зависимостей (33) и (34) представлены на рис. 4.

#### 2.4. Скрещенная геометрия 2: $M_1 \perp (\mathbf{k}, \mathbf{n})$ , $M_2 \parallel \mathbf{n}$

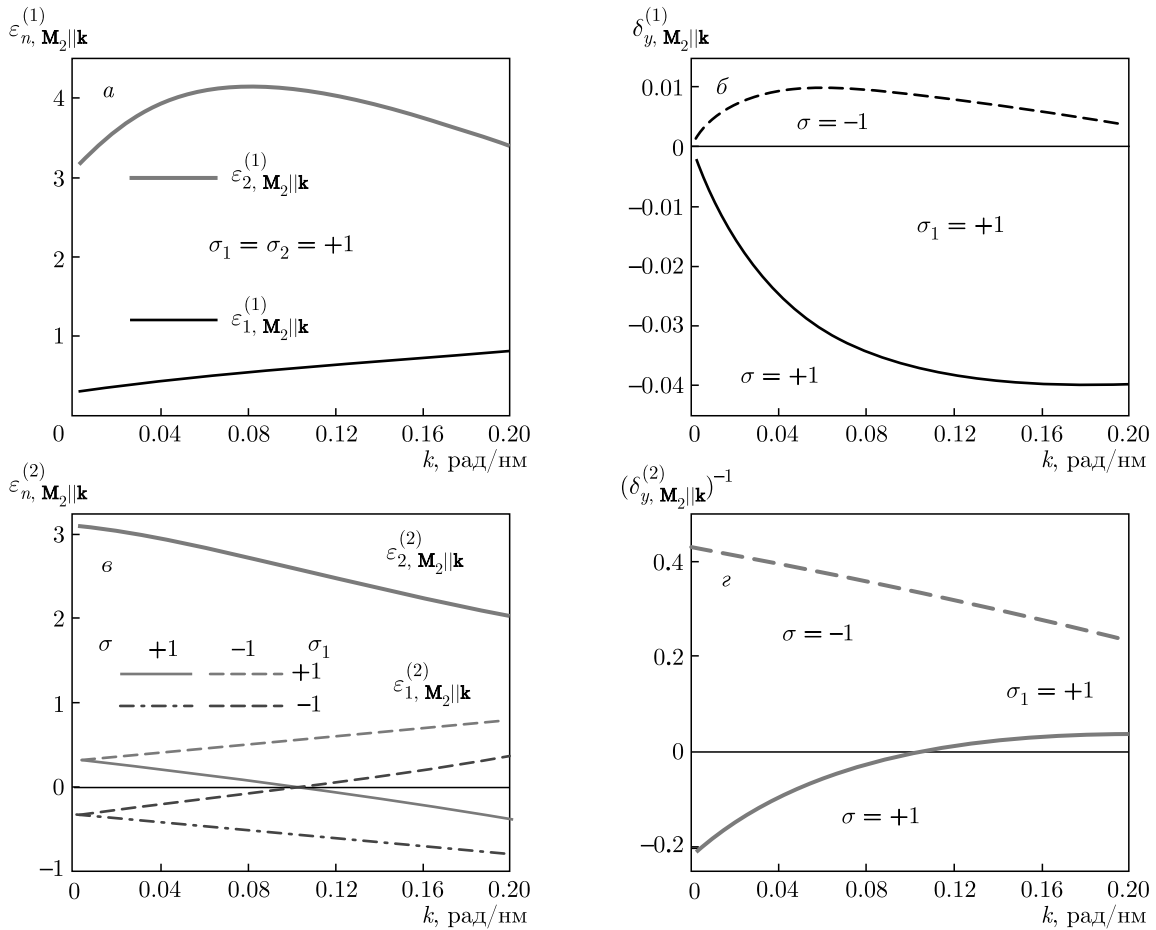
В этом случае во второй пленке отсутствуют поверхностные магнитные заряды. Эффективное поле в слоях

$$\mathbf{H}_{eff, n} = \lambda^2 \Delta \mathbf{m}_n - \beta (\mathbf{m}_{n,x} + \mathbf{m}_{n,y}) + \mathbf{h}_{d,n}. \quad (35)$$

Компоненты размагничивающего поля  $\mathbf{h}_{d,n}$ :

$$\begin{pmatrix} h_{d,1x} \\ h_{d,1y} \\ h_{d,2x} \end{pmatrix} = -4\pi \begin{pmatrix} 1 - \xi & 0 & \zeta \\ 0 & \xi & -i\sigma\zeta \\ \zeta & i\sigma\zeta & 1 - \xi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{1x} \\ m_{1y} \\ m_{2x} \end{pmatrix}. \quad (36)$$

Уравнение Ландау–Лифшица для каждого слоя и динамические переменные для данной геометрии:



**Рис. 4.** (В цвете онлайн) Скрещенная геометрия 1:  $\mathbf{M}_1 \perp (\mathbf{k}, \mathbf{n})$ ,  $\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{k}$ . Значения параметров слоев те же, что и на рис. 2, 3. а) Эллиптичности в первом (черная линия) и втором (синяя линия) слоях для ветви дисперсии  $\Omega_{\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{k}}^{(1)}$ . б) Соответствующие случаю а отношения амплитуд в слоях для прямой (сплошная линия) и обратной (штриховая линия) волн. в) Эллиптичности для ветви дисперсии  $\Omega_{\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{k}}^{(2)}$ . Разные линии соответствуют разным слоям, разным направлениям намагничивания слоя 1, а также разным направлениям распространения ОДВ. г) Соответствующие рис. в отношения амплитуд в слоях для прямой (сплошная линия) и обратной (штриховая линия) волн

$$\begin{pmatrix} \Omega_x & i\sigma_1\Omega & 0 & \zeta \\ -i\sigma_1\Omega & \Omega_y & 0 & -i\sigma\zeta \\ 0 & 0 & \Omega_z & i\sigma_2\Omega \\ \zeta & i\sigma\zeta & -i\sigma_2\Omega & \Omega_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{1x} \\ m_{1y} \\ m_{2z} \\ m_{2x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1, \mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}} &= \frac{m_{1y}}{im_{1x}} = -\sigma \frac{\Omega_x - \sigma\sigma_1\Omega}{\Omega_y - \sigma\sigma_1\Omega}, \\ \varepsilon_{2, \mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}} &= \frac{m_{2x}}{im_{2z}} = \sigma_2 \frac{\Omega_z}{\Omega}, \\ \delta_{x, \mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}} &= \frac{m_{2x}}{m_{1x}} = \frac{\Omega^2 - \Omega_x\Omega_y}{\zeta(\Omega_y - \sigma\sigma_1\Omega)}. \end{aligned} \quad (39)$$

Дисперсионное уравнение

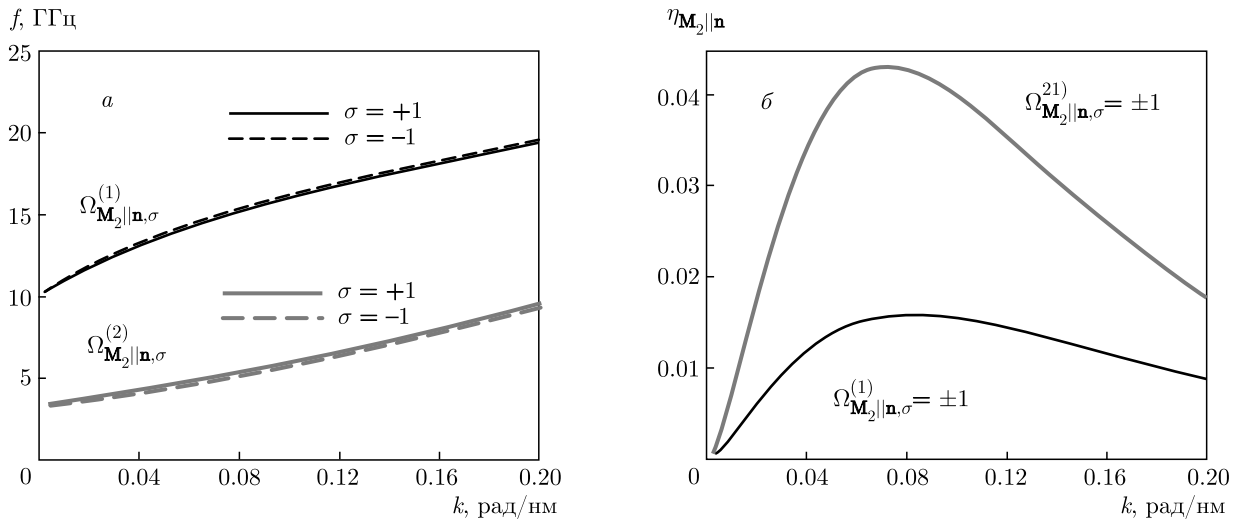
$$\begin{aligned} \Omega^4 - \Omega_x(\Omega_y + \Omega_z)\Omega^2 + 2\sigma\sigma_1\zeta^2\Omega_z\Omega + \\ + \Omega_z(\Omega_x^2\Omega_y - \zeta^2(\Omega_x + \Omega_y)) = 0. \end{aligned} \quad (38)$$

Эллиптичности и отношение амплитуд в слоях:

Аналогично ГДЭ и скрещенной геометрии 1 ( $\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{k}$ ), выпишем приближенные выражения, используя малость  $\zeta$ . Для этого перепишем дисперсионное уравнение в виде

$$\begin{aligned} (\Omega^2 - \Omega_x\Omega_y)(\Omega^2 - \Omega_z\Omega_x) = \\ = \zeta^2\Omega_z(\Omega_x + \Omega_y - 2\sigma\sigma_1\Omega). \end{aligned} \quad (40)$$





**Рис. 5.** (В цвете онлайн) Скрещенная геометрия 2:  $\mathbf{M}_1 \perp (\mathbf{k}, \mathbf{n})$ ,  $\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}$ . а) Ветви дисперсионных уравнений (41) — черные линии, (42) — синие линии; штриховые линии соответствуют ОДВ, бегущим в обратном направлении. б) Соответствующие параметры невязимости. Значения параметров слоев те же, что и на рис. 2–4 (ГДЭ)

Заметим также, что дисперсионное уравнение (38) получается из (27) переобозначением  $\Omega_x \leftrightarrow \Omega_y$ , поэтому результаты расчета качественно совпадают с результатами, полученными в геометрии с  $\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{k}$ . Приведем их (рис. 5а). Первая ветвь спектра (соответствующая невозмущенной частоте колебаний, равной частоте  $\Omega_{xy} = \sqrt{\Omega_x \Omega_y}$  слоя 1):

$$\Omega_{\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}}^{(1)} = \sqrt{\Omega_x \Omega_y + \zeta^2 \frac{\Omega_z (\sqrt{\Omega_x} - \sigma \sigma_1 \sqrt{\Omega_y})^2}{\Omega_x (\Omega_y - \Omega_z)}}. \quad (41)$$

Вторая ветвь спектра (соответствующая невозмущенной частоте колебаний, равной частоте  $\Omega_{zx} = \sqrt{\Omega_z \Omega_x}$  слоя 1):

$$\begin{aligned} \Omega_{\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}}^{(2)} &= \\ &= \sqrt{\Omega_z \Omega_x + \zeta^2 \frac{\Omega_z (\Omega_x + \Omega_y - 2\sigma \sigma_1 \sqrt{\Omega_z \Omega_x})}{\Omega_x (\Omega_z - \Omega_y)}}. \end{aligned} \quad (42)$$

Параметры невязимости ОДВ, соответствующие каждой ветви (рис. 5б):

$$\begin{aligned} \eta_{\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}}^{(1)} &\equiv 2 \left| \frac{\Omega_{\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}, \sigma=+1}^{(1)} - \Omega_{\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}, \sigma=-1}^{(1)}}{\Omega_{\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}, \sigma=+1}^{(1)} + \Omega_{\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}, \sigma=-1}^{(1)}} \right| \approx \\ &\approx \frac{2\zeta^2 \Omega_z}{(\Omega_y - \Omega_z) \Omega_x \Omega_{xy}}, \\ \eta_{\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}}^{(2)} &\equiv 2 \left| \frac{\Omega_{\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}, \sigma=+1}^{(2)} - \Omega_{\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}, \sigma=-1}^{(2)}}{\Omega_{\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}, \sigma=+1}^{(2)} + \Omega_{\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}, \sigma=-1}^{(2)}} \right| \approx \\ &\approx \frac{2\zeta^2 \Omega_z}{(\Omega_y - \Omega_z) \Omega_x \Omega_{zx}}. \end{aligned} \quad (43)$$

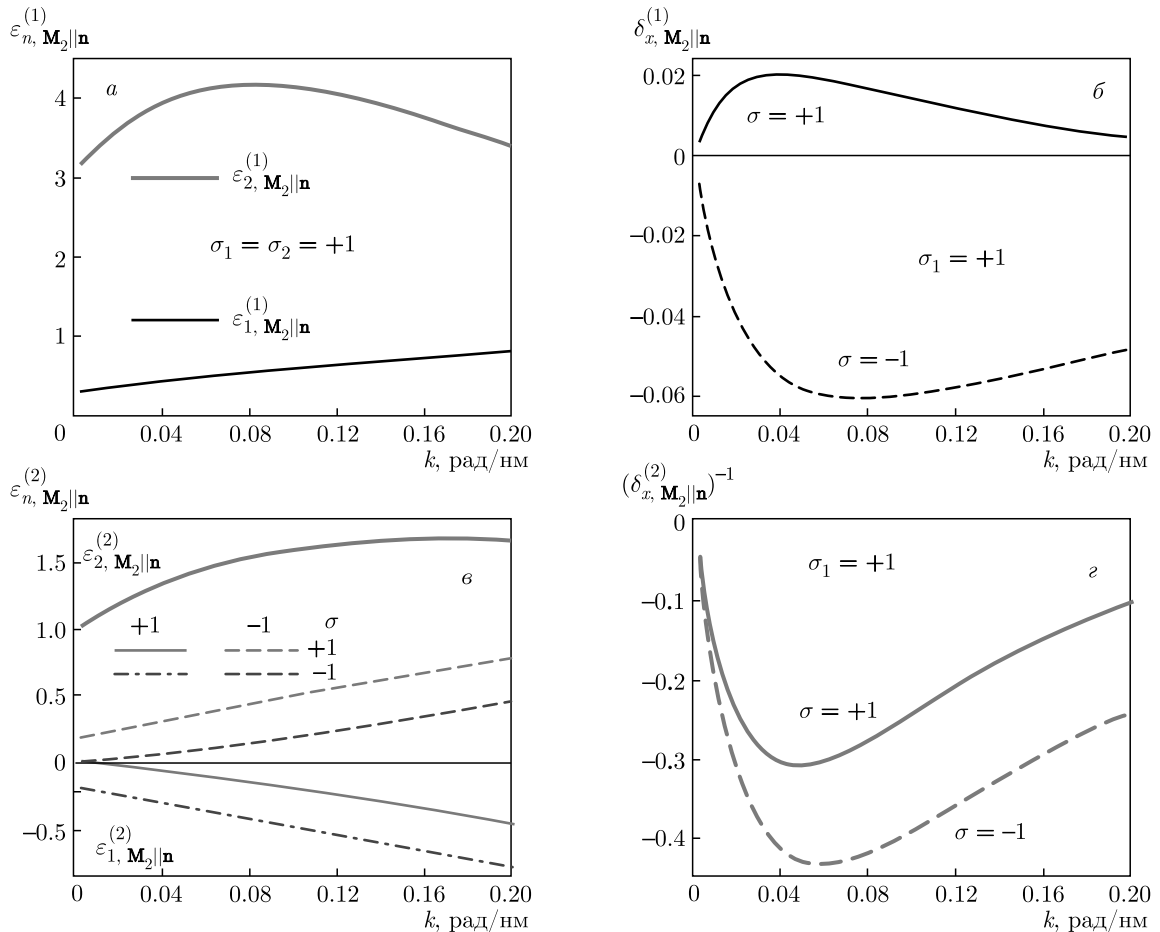
Эллиптичности и отношение амплитуд намагниченности слоев для каждой из ОДВ (41), (42) имеют вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1, \mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}}^{(1)} &= \sigma_1 \sqrt{\frac{\Omega_x}{\Omega_y}}, \quad \varepsilon_{2, \mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}}^{(1)} = \sigma_2 \frac{\sqrt{\Omega_x \Omega_y}}{\Omega_z}, \\ \delta_{x, \mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}}^{(1)} &= -\zeta \frac{\Omega_z (\sqrt{\Omega_x} - \sigma \sigma_1 \sqrt{\Omega_y})}{\sqrt{\Omega_y} \Omega_x (\Omega_y - \Omega_z)} \end{aligned} \quad (44)$$

для ветви, соответствующей невозмущенной собственной частоте первого слоя, и

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1, \mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}}^{(2)} &= -\sigma \frac{\Omega_x - \sigma \sigma_1 \sqrt{\Omega_z \Omega_x}}{\Omega_y - \sigma \sigma_1 \sqrt{\Omega_z \Omega_x}}, \\ \varepsilon_{2, \mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}}^{(2)} &= \sigma_2 \sqrt{\frac{\Omega_x}{\Omega_z}}, \\ \delta_{x, \mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}}^{(2)} &= -\frac{\Omega_x (\Omega_y - \Omega_z)}{\zeta (\Omega_y - \sigma \sigma_1 \sqrt{\Omega_z \Omega_x})} \end{aligned} \quad (45)$$

— второго слоя.



**Рис. 6.** (В цвете онлайн) Скрещенная геометрия 2:  $M_1 \perp (k, n)$ ,  $M_2 \parallel n$ . Значения параметров слоев те же, что и на рис. 2–5. *а*) Эллиптичности в первом (черная линия) и втором (синяя линия) слоях для ветви дисперсии  $\Omega_{M_2||n}^{(1)}$ . *б*) Соответствующие рис. *а* отношения амплитуд в слоях для прямой (сплошная линия) и обратной (штриховая линия) волн. *в*) Эллиптичности для ветви дисперсии  $\Omega_{M_2||k}^{(2)}$ . Разные линии соответствуют разным слоям, разным направлениям намагничивания слоя 1, а также разным направлениям распространения ОДВ. *г*) Соответствующие рис. *в* отношения амплитуд в слоях для прямой (сплошная линия) и обратной (штриховая линия) волн

Графики зависимостей (44) и (45) представлены на рис. 6 для  $\sigma_1 = \sigma_2 = +1$ .

### 3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Как следует из приведенных графиков, наибольший эффект невзаимности достигается при распространении ОДВ в ГДЭ. Математически в этом случае корни дисперсионного уравнения оказываются кратными, и поэтому дипольное возмущение от смежного слоя имеет порядок малости, меньший чем в случае скрещенных геометрий. В ГДЭ на межслойном расстоянии, равном толщине пленок, относительная разность частот ОДВ в прямом и обратном направлениях достигает 35 %, в то время как в скрещенных геометриях она составляет всего около 3–4 %. При равном нулю зазоре между слоями отно-

сительная разность частот ОДВ достигает 100 % в ГДЭ и около 10 % в скрещенных геометриях.

Физически, чтобы объяснить относительно малую по сравнению со случаем ГДЭ величину параметра невзаимности в скрещенных геометриях, нужно сначала вспомнить о причинах невзаимности в ГДЭ. Последняя имеет две взаимосвязанные причины. Первая и наиболее часто цитируемая из них состоит в том, что магнитодипольное поле СВ в каждом из слоев локализовано преимущественно вблизи одной из его поверхностей, зависящей от направления распространения СВ [4, 5, 18]. Такое асимметричное распределение поля объясняется суперпозицией полей, создаваемых объемными и поверхностными динамическими магнитными зарядами СВ. Данная суперпозиция определяется, в свою

очередь, поляризацией прецессии СВ. В частности, поле циркулярно поляризованной СВ в ГДЭ и вовсе равно нулю по одну из сторон слоя [21].

Вторым, не менее важным фактором является поляризация этого динамического магнитодипольного поля. Так как магнитостатический потенциал является решением уравнения Лапласа, эта поляризация оказывается циркулярной с киральностью, определяемой направлением распространения СВ и рассматриваемой поверхностью пленки. При этом киральность поля может совпадать с киральностью прецессии в другом слое (на который данное поле действует), может быть противоположной, а может «совпадать» лишь частично, если прецессия поляризована эллиптически. Заметим, что в рассматриваемых нами простых случаях ГДЭ с одинаковыми слоями эффекты киральности и пространственной локализации складываются в «антипараллельной» ГДЭ и взаимно компенсируются в «параллельной» ГДЭ. Идеальная компенсация на всех частотах (а значит, независимо от эллиптичности прецессии) в последнем случае наглядно иллюстрирует тонкую взаимосвязь между данными эффектами.

Существенно, что энергия взаимодействия динамического магнитодипольного поля одного слоя с намагниченностью другого слоя определяется не только величиной и киральностью поля, но также и киральностью и вообще поляризацией прецессии этой намагниченности. В частности, в скрещенных геометриях 1 и 2 плоскость поляризации динамического магнитодипольного поля, создаваемого первым слоем с  $\mathbf{M}_1 \perp (\mathbf{k}, \mathbf{n})$ , оказывается ортогональной плоскости прецессии во втором слое соответственно с  $\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{k}$  и  $\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}$ . В данном случае важной оказывается только пространственная локализация поля, создаваемого первым слоем, а его киральность не оказывает влияния на энергию взаимодействия. В результате невзаимность оказывается ослабленной по сравнению с ГДЭ.

В силу принципа взаимности для магнитостатики [22] энергия взаимодействия между слоями не должна зависеть от того, поле какого из двух слоев рассматривается. В ГДЭ с одинаковыми слоями соблюдение этого принципа очевидно. Рассмотрим природу возникновения невзаимности в скрещенных геометриях с точки зрения поля, создаваемого вторым слоем. Бегущая в слое с  $\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{k}$  ( $\mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{n}$ ) линейная СВ не создает объемных (поверхностных) динамических магнитных зарядов. Поэтому динамическое магнитодипольное поле такой волны характеризуется симметричным и взаимным распределением амплитуды. В этом случае невзаимность

является следствием циркулярной поляризации поля, киральность которого зависит от направления распространения СВ и от рассматриваемой поверхности пленки. Плоскость поляризации поля в этом случае совпадает с плоскостью прецессии в первом слое, и, таким образом, соотношение между поляризацией поля и киральностью прецессии оказывается существенным. В частности, невзаимность оказывается максимальной, когда прецессия в первом слое циркулярна. В этом случае энергия взаимодействия максимальна, когда киральность прецессии совпадает с киральностью поля, создаваемого СВ, бегущей во втором слое, и равна нулю, когда киральности противоположны.

Заметим, что случай циркулярной прецессии является идеализацией (см. рис. 2*в*, 4*а,в*, 6*а,в*), реализующейся в нашей модели за рамками ее применимости, т. е. в случае очень коротких волн. Тем не менее киральность в скрещенных геометриях оказывается существенной в системах, в которых трансляционная симметрия нарушена [11, 12]. Детальное рассмотрение механизма усиления киральности в таких системах требует решения задачи рассеяния, что выходит за рамки данной работы. Заметим только, что для решения задачи рассеяния могут оказаться существенными зависимость эллиптичности прецессии от направления распространения СВ (см. рис. 4*в*, 6*в*), а также связанная с этим необходимость учета эванесцентных волн [9, 23]. В самом деле, как следует из выражений (33), (34) и (44), (45), направления распространения ОДВ и равновесных намагниченностей определяют как знак, так и абсолютное значение эллиптичности волны в первом слое для ветви дисперсии, «получаемой» из «собственной» частоты второго слоя. Фактически оказывается, что эллиптичности волн, бегущих в противоположных направлениях, различаются. Это может являться важным обстоятельством в задачах рассеяния, где эллиптичности необходимы для сшивки разных проекций динамической намагниченности в граничных условиях. В работах [9, 23] было показано, что эллиптичности объемных и эванесцентных волн взаимно обратны, что давало возможность факторизации системы граничных условий для каждого типа волн. При учете размагничивающего поля ОДВ указанное обстоятельство делает такую факторизацию невозможной.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основным результатом данного исследования является вывод о принципиальной возможности

невзаимного распространения ОДВ в двуслойных магнитных пленках, когда хотя бы один из слоев намагничен в плоскости пленки перпендикулярно направлению распространения. Проведено сравнение невзаимности в ГДЭ с антипараллельной намагниченностью слоев и в геометриях, когда равновесные намагниченности слоев взаимно перпендикулярны («скрещены»). Невзаимность в первой геометрии выражена значительно сильнее, чем в геометриях со скрещенной намагниченностью. Это различие объяснено тем, что в ГДЭ как величина, так и киральность циркулярно поляризованного динамического магнитодипольного поля вносят невзаимные вклады в энергию его взаимодействия с прецессирующей намагниченностью, в то время как в геометриях со скрещенной намагниченностью присутствует лишь один из этих вкладов.

Для рассмотренных конфигураций рассчитаны спектры, эллиптичности прецессии и параметры невзаимности (относительно направления распространения СВ). Несмотря на то что представленная аналитическая теория построена в приближении однородности динамической намагниченности по толщине каждого слоя, ожидается что невзаимность распространения ОДВ в геометриях со скрещенной намагниченностью сохранится и в более общем случаях неоднородной по толщине динамической намагниченности, а также нетождественных слоев. С другой стороны, можно надеяться, что рассмотренное приближение сделает возможным построение теории кирального рассеяния ОДВ в системах, подобных рассмотренным в работах [10–12, 19, 24].

**Благодарности.** Авторы выражают благодарность В. Д. Запорожцу за помощь в подготовке статьи к публикации.

### 5. ПРИЛОЖЕНИЕ А

Так как зависимость динамических переменных от  $x$  периодическая с волновым числом  $k_x$ , т.е.  $\mathbf{m} \propto \exp(ik_x x)$ , решение уравнения Уокера

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -4\pi \left( \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} \right) \quad (46)$$

следует искать в виде

$$\psi(x, y) = \varphi(y) \exp(ik_x x). \quad (47)$$

Первое слагаемое в правой части выражения (46) определяет объемный магнитный заряд, второе —

поверхностный. С учетом периодической зависимости от  $x$  и соотношения  $d\theta(y)/dy = \delta(y)$  получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - k_x^2 \varphi = & -4\pi [ik_x(\theta(y) - \theta(y - d_1))m_{1x} + \\ & + (\theta(y - d_1 - l) - \theta(y - d_1 - l - d_2))m_{2x} + \\ & + (\delta(y) - \delta(y - d_1))m_{1y} + (\delta(y - d_1 - l) - \\ & - \delta(y - d_1 - l - d_2))m_{2y}]. \quad (48) \end{aligned}$$

Обозначим последовательно области

$$\begin{aligned} a : & y < 0, \\ 1 : & 0 < y < d_1, \\ b : & d_1 < y < d_1 + l, \\ 2 : & d_1 + l < y < d_1 + l + d_2, \\ c : & y < d_1 + l + d_2, \end{aligned} \quad (49)$$

и запишем уравнения в каждой из них:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi_{a,b,c}}{\partial y^2} - k_x^2 \varphi_{a,b,c} = 0, \\ \frac{\partial^2 \varphi_{1,2}}{\partial y^2} - k_x^2 \varphi_{1,2} = -4\pi ik_x m_{1,2x}. \end{aligned} \quad (50)$$

Обозначим  $\kappa_y = k > 0$ , а  $k_x = \sigma k$ , где  $\sigma = \pm 1$  — маркер направления распространения волны ( $\psi \propto \exp(k(\pm y + i\sigma x))$ ). Тогда общее решение уравнения в каждой области имеет вид

$$\begin{aligned} a : & \varphi_a = A_a e^{ky}, \\ 1 : & \varphi_1 = A_1 \operatorname{ch}(ky) + B_1 \operatorname{sh}(ky) + i\sigma \frac{4\pi}{k} m_{1x}, \\ b : & \varphi_b = A_b \operatorname{ch}[k(y - d_1)] + B_b \operatorname{sh}[k(y - d_1)], \\ 2 : & \varphi_2 = A_2 \operatorname{ch}[k(y - d_1 - l)] + \\ & + B_2 \operatorname{sh}[k(y - d_1 - l)] + i\sigma \frac{4\pi}{k} m_{2x}, \\ c : & \varphi_c = B_c e^{-k(y - d_1 - l - d_2)}. \end{aligned} \quad (51)$$

Эти решения помимо непрерывности связаны также условиями, получаемыми интегрированием выражения (48) по малой окрестности каждой границы (штрих означает производную по  $y$ ):

$$\begin{aligned} \varphi'_1(0) - \varphi'_a(0) &= -4\pi m_{1y}, \\ \varphi'_b(d_1) - \varphi'_1(d_1) &= 4\pi m_{1y}, \\ \varphi'_2(d_1 + l) - \varphi'_b(d_1 + l) &= -4\pi m_{2y}, \\ \varphi'_c(d_1 + l + d_2) - \varphi'_2(d_1 + l + d_2) &= 4\pi m_{2y}. \end{aligned} \quad (52)$$

В матричной форме система граничных условий для амплитуд после подстановки принимает вид

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\text{ch}(kd_1) & -\text{sh}(kd_1) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\text{sh}(kd_1) & -\text{ch}(kd_1) & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \text{ch}(kl) & \text{sh}(kl) & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \text{sh}(kl) & \text{ch}(kl) & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\text{ch}(kd_2) & -\text{sh}(kd_2) & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\text{sh}(kd_2) & -\text{ch}(kd_2) & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_a \\ A_1 \\ B_1 \\ A_b \\ B_b \\ A_2 \\ B_2 \\ B_c \end{pmatrix} = \frac{4\pi}{k} \begin{pmatrix} i\sigma m_{1x} \\ m_{1y} \\ i\sigma m_{1x} \\ m_{1y} \\ i\sigma m_{2x} \\ m_{2y} \\ i\sigma m_{2x} \\ m_{2y} \end{pmatrix}. \quad (53)$$

Решая полученную систему, находим потенциал в каждой области:

$$\begin{aligned} \varphi_a &= \frac{2\pi}{k} [(\exp(-kd_1) - 1)(-i\sigma m_{1x} - m_{1y}) + \\ &\quad + \exp(-k(d_1 + l))(\exp(-kd_2) - 1)(-i\sigma m_{2x} - m_{2y})] \exp(ky), \\ \varphi_1 &= \frac{2\pi}{k} [(\exp(k(y - d_1)) - 1)(-i\sigma m_{1x} - m_{1y}) + (\exp(-ky) - 1)(-i\sigma m_{1x} + m_{1y}) + \\ &\quad + \exp(k(y - d_1 - l))(\exp(-kd_2) - 1)(-i\sigma m_{2x} - m_{2y})], \\ \varphi_b &= \frac{2\pi}{k} [\exp(-ky)(1 - \exp(kd_1))(-i\sigma m_{1x} + m_{1y}) + \exp(k(y - d_1 - l))(\exp(-kd_2) - 1)(-i\sigma m_{2x} - m_{2y})], \\ \varphi_2 &= \frac{2\pi}{k} [\exp(-ky)(1 - \exp(kd_1))(-i\sigma m_{1x} + m_{1y}) + (\exp(-k(y - d_1 - l)) - 1)(-i\sigma m_{2x} + m_{2y}) + \\ &\quad + (\exp(k(y - d_1 - l - d_2)) - 1)(-i\sigma m_{2x} - m_{2y})], \\ \varphi_c &= \frac{2\pi}{k} [(1 - \exp(kd_1))(-i\sigma m_{1x} + m_{1y}) + \exp(k(d_1 + l))(1 - \exp(kd_2))(-i\sigma m_{2x} + m_{2y})] \exp(-ky). \end{aligned} \quad (54)$$

Компоненты намагниченности в ОДВ не являются независимыми, а связаны между собой условиями, следующими не из уравнения Уокера (оно лишь позволяет определить размагничивающее поле, создаваемое распределением намагниченности, которое можно выбрать произвольным), а из уравнения динамики намагниченности — уравнения Ландау–Лифшица. Эту связь можно записать в виде

$$\frac{m_{1y}}{im_{1x}} = \varepsilon_1, \quad \frac{m_{2y}}{im_{2x}} = \varepsilon_2, \quad \frac{m_{2x}}{m_{1x}} = \delta_x. \quad (55)$$

Здесь первые два параметра — эллиптичности ОДВ в каждом слое, последний — отношение  $x$ -компонент

динамической намагниченности в слоях. Эти величины являются функциями волнового числа и в дальнейшем подлежат определению. Для волны с правой циркулярной поляризацией  $\varepsilon = +1$ , с левой —  $\varepsilon = -1$ . Киральность этой поляризации (т.е. знак эллиптичности) соответствует знаку равновесной намагниченности.

Таким образом, в задаче присутствует только один независимый параметр, в качестве которого выберем  $m_{1x} = m$ . С учетом обозначений (55) перепишем выражение для размагничивающего поля:

$$\begin{aligned}
 h_{ax} &= 2\pi m[(\exp(-kd_1) - 1)(1 + \sigma\varepsilon_1) + \\
 &\quad + \delta_x \exp(-k(d_1 + l))(\exp(-kd_2) - 1)(1 + \sigma\varepsilon_2)] \exp(ky) \exp(i\sigma kx), \\
 h_{1x} &= 2\pi m[(\exp(k(y - d_1)) - 1)(1 + \sigma\varepsilon_1) + (\exp(-ky) - 1)(1 - \sigma\varepsilon_1) + \\
 &\quad + \delta_x \exp(k(y - d_1 - l))(\exp(-kd_2) - 1)(1 + \sigma\varepsilon_2)] \exp(i\sigma kx), \\
 h_{bx} &= 2\pi m[\exp(-ky)(1 - \exp(kd_1))(1 - \sigma\varepsilon_1) + \\
 &\quad + \delta_x \exp((k(y - d_1 - l))(\exp(-kd_2) - 1)(1 + \sigma\varepsilon_2)] \exp(i\sigma kx), \\
 h_{2x} &= 2\pi m[\exp(-ky)(1 - \exp(kd_1))(1 - \sigma\varepsilon_1) + \delta_x((\exp(-k(y - d_1 - l)) - 1)(1 - \sigma\varepsilon_2) + \\
 &\quad + (\exp(k(y - d_1 - l - d_2)) - 1)(1 + \sigma\varepsilon_2))] \exp(i\sigma kx), \\
 h_{cx} &= 2\pi m[(1 - \exp(kd_1))(1 - \sigma\varepsilon_1) + \\
 &\quad + \delta_x \exp(k(d_1 + l))(1 - \exp(kd_2))(1 - \sigma\varepsilon_2)] \exp(-ky) \exp(i\sigma kx), \\
 h_{ay} &= -2\pi im[(\exp(-kd_1) - 1)(\sigma + \varepsilon_1) + \\
 &\quad + \delta_x \exp(-k(d_1 + l))(\exp(-kd_2) - 1)(\sigma + \varepsilon_2)] \exp(ky) \exp(i\sigma kx), \\
 h_{1y} &= -2\pi im[\exp(k(y - d_1))(\sigma + \varepsilon_1) - \exp(-ky)(\sigma - \varepsilon_1) + \\
 &\quad + \delta_x \exp(k(y - d_1 - l))(\exp(-kd_2) - 1)(\sigma + \varepsilon_2)] \exp(i\sigma kx), \\
 h_{by} &= -2\pi im[\exp(-ky)(\exp(kd_1) - 1)(\sigma - \varepsilon_1) + \\
 &\quad + \delta_x \exp(k(y - d_1 - l))(\exp(-kd_2) - 1)(\sigma + \varepsilon_2)] \exp(i\sigma kx), \\
 h_{2y} &= -2\pi im[\exp(-ky)(\exp(kd_1) - 1)(\sigma - \varepsilon_1) + \\
 &\quad + \delta_x(\exp(k(y - d_1 - l - d_2))(\sigma + \varepsilon_2) - \exp(-k(y - d_1 - l))(\sigma - \varepsilon_2))] \exp(i\sigma kx), \\
 h_{cy} &= -2\pi im[(\exp(kd_1) - 1)(\sigma - \varepsilon_1) + \delta_x \exp(k(d_1 + l))(\exp(kd_2) - 1)(\sigma - \varepsilon_2)] \exp(-ky) \exp(i\sigma kx).
 \end{aligned} \tag{56}$$

Из полученных выражений (56) можно заметить следующее.

а) При одинаковых круговых поляризациях слоев по одну сторону от структуры поле всегда равно нулю. В частности, при  $\sigma = +1$  для левополяризованных ОДВ ( $m_y = -im_x$ ,  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = -1$ ) поле отсутствует при  $y < 0$ , для правополяризованных ( $m_y = im_x$ , что соответствует  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = +1$ ) — при  $y > d_1 + d_2 + l$ . Отметим, что данный эффект возможен и для одного слоя [21].

б) При  $\sigma = +1$  и  $\varepsilon_1 = +1$ ,  $\varepsilon_2 = -1$  поле отсутствует и в пространстве между слоями. Если же при  $\sigma = +1$  наоборот  $\varepsilon_1 = -1$ ,  $\varepsilon_2 = +1$ , то поле не равно нулю. Если изменить направление волнового вектора, то поле между слоями появится/исчезнет. Размагничивающее поле внутри каждого слоя,  $\mathbf{h}_{d,1}$  и  $\mathbf{h}_{d,2}$ , состоит из частей, содержащих намагничен-

ности соответственно «своего» и «чужого» слоев. Представим соотношение между намагниченностью и размагничивающим полем (56) в виде

$$\begin{pmatrix} h_{d,1x} \\ h_{d,1y} \\ h_{d,2x} \\ h_{d,2y} \end{pmatrix} = \exp(ikx) \hat{N} \begin{pmatrix} m_{1x} \\ m_{1y} \\ m_{2x} \\ m_{2y} \end{pmatrix}, \tag{57}$$

где

$$\hat{N} = \begin{pmatrix} N_{xx}^{(11)} & N_{xy}^{(11)} & N_{xx}^{(12)} & N_{xy}^{(12)} \\ N_{yx}^{(11)} & N_{yy}^{(11)} & N_{yx}^{(12)} & N_{yy}^{(12)} \\ N_{xx}^{(21)} & N_{xy}^{(21)} & N_{xx}^{(22)} & N_{xy}^{(22)} \\ N_{yx}^{(21)} & N_{yy}^{(21)} & N_{yx}^{(22)} & N_{yy}^{(22)} \end{pmatrix} \tag{58}$$

и

$$\begin{aligned}
 N_{xx}^{(11)} + 4\pi &= -N_{yy}^{(11)} = N_1, & N_{xy}^{(11)} &= N_{yx}^{(11)} = i\sigma N'_1, & -N_{xx}^{(12)} &= N_{yy}^{(12)} = N_{12}, & N_{xy}^{(12)} &= N_{yx}^{(12)} = i\sigma N_{12}, \\
 N_{xx}^{(22)} + 4\pi &= -N_{yy}^{(22)} = N_2, & N_{xy}^{(22)} &= N_{yx}^{(22)} = i\sigma N'_2, \\
 -N_{xx}^{(21)} &= N_{yy}^{(21)} = N_{21}, & N_{xy}^{(21)} &= N_{yx}^{(21)} = -i\sigma N_{21}, \\
 N_1 &= 2\pi \left( e^{k(y-d_1)} + e^{-ky} \right), & N_2 &= 2\pi \left( e^{-k(y-d_1-l)} + e^{k(y-d_1-l-d_2)} \right), \\
 N'_1 &= 2\pi \left( e^{-ky} - e^{k(y-d_1)} \right), & N'_2 &= 2\pi \left( e^{-k(y-d_1-l)} - e^{k(y-d_1-l-d_2)} \right), \\
 N_{12} &= 2\pi \left( 1 - e^{-kd_2} \right) e^{k(y-d_1-l)}, & N_{21} &= 2\pi \left( e^{kd_1} - 1 \right) e^{-ky},
 \end{aligned} \tag{59}$$

так что

$$\hat{N} = \begin{pmatrix} N_1 - 4\pi & i\sigma N'_1 & -N_{12} & i\sigma N_{12} \\ i\sigma N'_1 & -N_1 & i\sigma N_{12} & N_{12} \\ -N_{21} & -i\sigma N_{21} & N_2 - 4\pi & i\sigma N'_2 \\ -i\sigma N_{21} & N_{21} & i\sigma N'_2 & -N_2 \end{pmatrix}. \quad (60)$$

Таким образом, весь тензор определяется шестью независимыми компонентами:  $N_1, N'_1, N_2, N'_2, N_{12}, N_{21}$ . В длинноволновом приближении  $k \rightarrow 0$  все компоненты, кроме  $N_{yy}^{(11)} = N_{yy}^{(22)} = -4\pi$ , обращаются в нуль, что соответствует случаю однородно намагниченного слоя.

Найденное размагничивающее поле неоднородно вдоль толщины, в отличие от намагниченности. Поэтому для расчета спектра ОДВ будем использовать приближение среднего размагничивающего поля, усреднив полученные компоненты по толщине слоя. При этом слой не должен быть слишком толстым, чтобы не нарушалось условие однородности намагниченности вдоль нормали. Усредненные по толщине соответствующего слоя компоненты определим как

$$\bar{N}_k = \frac{1}{d_k} \int N_k(y) dy. \quad (61)$$

Тогда, интегрируя, получим

$$\begin{aligned} \bar{N}_1 &= 4\pi\xi_1, & N_2 &= 4\pi\xi_2, & N_{12} &= 4\pi\xi_1\eta_2, \\ N_{21} &= 4\pi\xi_2\eta_1, & N'_1 &= N'_2 &= 0, \end{aligned} \quad (62)$$

где

$$\begin{aligned} \xi_n &= \xi_n(k, d_n) = \frac{1 - \exp(-kd_n)}{kd_n}, \\ \eta_n &= \eta_n(k, d_n) = \frac{1 - \exp(-kd_n)}{2} \exp(-kl). \end{aligned} \quad (63)$$

Заметим, что  $\xi$  — монотонно убывающая от 1 до 0 функция с ростом толщины слоя (или с уменьшением длины волны), величина  $\eta$  убывает с увеличением расстояния между слоями, однако с уменьшением длины волны ведет себя немонотонно, вначале

возрастая от нуля (для однородно намагниченного вдоль поверхности слоя), а затем снова убывая до нуля.

## 6. ПРИЛОЖЕНИЕ В

Используем найденное размагничивающее поле для исследования динамики намагниченности в слоях. Запишем плотность энергии и линеаризованное эффективное поле при наличии обмена, постоянного внешнего поля, найденного усредненного размагничивающего поля и «закрепляющего» поля легкоосевой анизотропии вдоль основного состояния, в качестве которого в данной геометрии выступает направление  $\hat{\mathbf{z}}$  ( $\lambda_n^2 = 2A_n/M_n^2$  — квадрат обменной длины):

$$W_n = \frac{1}{2} \left( \lambda_n^2 (\nabla \cdot \mathbf{M}_n)^2 + \beta_n (\mathbf{M}_{n,x}^2 + \mathbf{M}_{n,y}^2) - \mathbf{M}_n \cdot \mathbf{H}_{n,d} \right) - \mathbf{M}_n \cdot \mathbf{H}, \quad (64)$$

$$\mathbf{H}_{n,eff} = \lambda_n^2 \Delta \mathbf{m}_n - \beta_n (\mathbf{m}_{n,x} + \mathbf{m}_{n,y}) + \mathbf{h}_{d,n}.$$

где  $\mathbf{H}$  — внешнее поле, а  $\mathbf{m}_{n,x}$  и  $\mathbf{m}_{n,y}$  — векторные компоненты динамической намагниченности вдоль направлений соответственно  $\hat{\mathbf{x}}$  и  $\hat{\mathbf{y}}$ . Уравнения Ландау – Лифшица для каждого слоя:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{m}_n}{\partial t} + \gamma [\mathbf{M}_{n,0} \times (\lambda_n^2 \Delta \mathbf{m}_n - \beta_n (\mathbf{m}_{n,x} + \mathbf{m}_{n,y}) + \mathbf{h}_{d,n})] + \gamma [\mathbf{m}_n \times \mathbf{H}] &= 0. \end{aligned} \quad (65)$$

С учетом однородности намагниченности вдоль толщины слоев запишем систему в проекциях в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \left( \begin{pmatrix} \omega_1 & -\sigma_1 \hat{\omega}_t & 0 & 0 \\ \sigma_1 \hat{\omega}_t & \omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_2 & -\sigma_2 \hat{\omega}_t \\ 0 & 0 & \sigma_2 \hat{\omega}_t & \omega_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_{M1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{M1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{M2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_{M2} \end{pmatrix} \times \right. \\ \left. \times \begin{pmatrix} 1 - \xi_1 & 0 & \xi_1 \eta_2 & -i\sigma \xi_1 \eta_2 \\ 0 & \xi_1 & -i\sigma \xi_1 \eta_2 & -\xi_1 \eta_2 \\ \xi_2 \eta_1 & i\sigma \xi_2 \eta_1 & 1 - \xi_2 & 0 \\ i\sigma \xi_2 \eta_1 - \xi_2 \eta_1 & & 0 & \xi_2 \end{pmatrix} \right), \quad (66)$$

где

$$\omega_{Mn} = 4\pi\gamma |M_{n0}|, \quad \omega_n = \sigma_n\omega_H + \omega_{Mn}(\alpha_n k^2 + \beta_n)/4\pi,$$

$$\omega_H = \gamma H, \quad \hat{\omega}_t = \partial/\partial t.$$

Решение этой системы имеет вид периодической по времени функции  $m \propto \exp(-i\omega t)$ . С учетом найденного размагничивающего тензора запишем систему для определения компонент намагниченности в слоях:

$$\begin{pmatrix} \omega_{1x} & i\sigma_1\omega & \omega_{12} & -i\sigma\omega_{12} \\ -i\sigma_1\omega & \omega_{1y} & -i\sigma\omega_{12} & -\omega_{12} \\ \omega_{21} & i\sigma\omega_{21} & \omega_{2x} & i\sigma_2\omega \\ i\sigma\omega_{21} & -\omega_{21} & -i\sigma_2\omega & \omega_{2y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{1x} \\ m_{1y} \\ m_{2x} \\ m_{2y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (67)$$

где

$$\omega_{nx}(k) = \omega_{n0} + (1 - \xi_n)\omega_{Mn} = \left( \frac{\alpha_n k^2 + \beta_n}{4\pi} + 1 - \frac{1 - \exp(-kd_n)}{kd_n} \right) \omega_{Mn} + \sigma_n\omega_H,$$

$$\begin{aligned} \omega_{ny}(k) &= \omega_{n0} + \xi_n\omega_{Mn} = \\ &= \left( \frac{\alpha_n k^2 + \beta_n}{4\pi} + \frac{1 - \exp(-kd_n)}{kd_n} \right) \omega_{Mn} + \sigma_n\omega_H, \end{aligned} \quad (68)$$

$$\omega_{12}(k) = \omega_{M1}\zeta_{12}(k), \quad \omega_{21}(k) = \omega_{M2}\zeta_{21}(k),$$

$$\begin{aligned} \zeta_{12}(k) &= \xi_1\eta_2 = \frac{1 - \exp(-kd_1)}{kd_1} \times \\ &\times \frac{1 - \exp(-kd_2)}{2} \exp(-kl), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \zeta_{21}(k) &= \xi_2\eta_1 = \frac{1 - \exp(-kd_2)}{kd_2} \times \\ &\times \frac{1 - \exp(-kd_1)}{2} \exp(-kl). \end{aligned}$$

Собственные частоты определим, приравнявая к нулю определитель (66):

$$\begin{aligned} \omega^4 - \omega^2(\omega_{1x}\omega_{1y} + \omega_{2x}\omega_{2y} - 4\omega_{12}\omega_{21}\sigma_1\sigma_2) + \\ + 2\omega\sigma\omega_{12}\omega_{21}(\sigma_1(\omega_{2x} + \omega_{2y}) - \sigma_2(\omega_{1x} + \omega_{1y})) + \\ + (\omega_{1x}\omega_{1y}\omega_{2x}\omega_{2y} - \omega_{12}\omega_{21}(\omega_{1x} + \omega_{1y}) \times \\ \times (\omega_{2x} + \omega_{2y})) = 0. \end{aligned} \quad (69)$$

Из системы (66) после подстановки найденных корней (68) находим эллиптичности и отношение амплитуд слоев  $\delta$ :

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= -\sigma \frac{\omega_{1x} - \sigma\sigma_1\omega}{\omega_{1y} - \sigma\sigma_1\omega}, \quad \varepsilon_2 = \sigma \frac{\omega_{2x} + \sigma\sigma_2\omega}{\omega_{2y} + \sigma\sigma_2\omega}, \\ \delta x &= \frac{m_{2x}}{m_{1x}} = \\ &= \frac{(\omega_2 - \omega_{1x}\omega_{1y})(\omega_{2y} + \sigma\sigma_2\omega)}{\omega_{12}(\omega_{1y} - \sigma\sigma_1\omega)(\omega_{2x} + \omega_{2y} + 2\sigma\sigma_2\omega)}. \end{aligned} \quad (70)$$

## ЛИТЕРАТУРА

1. А. Г. Гуревич, Г. А. Мелков, *Магнитные колебания и волны*, Физматлит, Москва (1994).
2. С. А. Никитов, Д. В. Калябин, И. В. Лисенков и др., *УФН* **185**, 1099 (2015).
3. A. Barman, G. Gubiotti, S. Ladak et al., *J. Phys.: Condens. Matter* **33**, 413001 (2021).
4. R. W. Damon and J. R. Eshbach, *J. Phys. Chem. Sol.* **19**, 308 (1961).
5. R. E. Camley, *Surf. Sci. Rep.* **7**, 103 (1987).
6. M. Mruczkiewicz, E. S. Pavlov, S. L. Vysotsky et al., *Phys. Rev. B* **90**, 174416 (2014).
7. V. K. Sakharov, Y. V. Khivintsev, S. L. Vysotsky et al., *IEEE Magn. Lett.* **8**, 3704105 (2017).
8. R. A. Gallardo, T. Schneider, A. K. Chaurasiya et al., *Phys. Rev. Appl.* **12**, 034012 (2019).
9. V. D. Poimanov and V. V. Kruglyak, *J. Appl. Phys.* **130**, 133902 (2021).
10. V. V. Kruglyak, *Appl. Phys. Lett.* **119**, 200502 (2021).
11. Y. Au, M. Dvornik, O. Dmytriiev et al, *Appl. Phys. Lett.* **100**, 172408 (2012).
12. Y. Au, E. Ahmad, O. Dmytriiev et al., *Appl. Phys. Lett.* **100**, 182404 (2012).
13. M. Balynsky, A. Kozhevnikov, Y. Khivintsev et al., *Sci. Rep.* **121**, 024504 (2017).
14. T. Goto, T. Yoshimoto, B. Iwamoto et al., *Sci. Rep.* **9**, 16472 (2019).
15. V. A. Gubanov, S. E. Sheshukova, S. A. Nikitov et al., *J. Phys. D* **54**, 245001 (2021).



16. L. R. Walker, Phys. Rev. **105**, 390 (1957).
17. J. F. Cochran, J. Rudd, W. B. Muir et al., Phys. Rev. B **42**, 508 (1990).
18. T. Wolfram, J. Appl. Phys. **41**, 4748 (1970).
19. H. Qin, R. B. Holländer, L. Flajšman et al., Nature Comm. **12**, 2293 (2021).
20. A. V. Sadovnikov, E. N. Beginin, S. E. Sheshukova et al., Phys. Rev. B **99**, 054424 (2019).
21. J. C. Mallinson, IEEE Trans. Magn. **9**, 678 (1973).
22. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).
23. V. D. Poimanov, A. N. Kuchko, and V. V. Kruglyak, Phys. Rev. B **102**, 104414 (2020).
24. K. Sobucki, W. Śmigaj, J. Rychły et al., Sci. Rep. **11**, 4428 (2021).