

РАВНОВЕСНЫЕ КИРАЛЬНЫЕ КРАЕВЫЕ ТОКИ СПИНОВЫХ ПОДУРОВНЕЙ ЛАНДАУ

*С. И. Дорожкин**

*Институт физики твердого тела Российской академии наук
142432, Черноголовка, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 5 декабря 2021 г.,
после переработки 5 декабря 2021 г.
Принята к публикации 12 января 2022 г.

Для двумерных электронных систем, помещенных в перпендикулярное квантующее магнитное поле, выполнен расчет равновесных краевых токов, возникающих вследствие изменения заполнения электронами отдельных спиновых подуровней Ландау около края образца. Расчет прямо применим к модели краевых полосок сжимаемой и несжимаемой электронных фаз, учитывающей самосогласованную экранировку электрического потенциала, формирующего границу образца. В такой модели рассматриваемые токи переносятся состояниями, находящимися на уровне Ферми, и текут в пространственно-разделенных полосках сжимаемой электронной фазы, в которых электрическое поле полностью заэкранировано. Величины токов в каждой из полосок сжимаемой фазы универсальны и определяются циклотронной частотой электронов, величиной g -фактора, номером уровня Ландау и проекцией спина на направление магнитного поля. Показано, что за исключением специальных случаев рассмотренные краевые токи создают диамагнитный момент образца.

DOI: 10.31857/S0044451022050145
EDN: DTFHUN

1. ВВЕДЕНИЕ

Значительная роль краевых бездиссипативных транспортных токов в режиме квантового эффекта Холла является хорошо установленным фактом (см., например, обзор [1]). Связанные с ними эффекты обычно проявляются в случаях, когда в образце присутствуют области с различными факторами заполнения уровней Ландау, что, очевидно, имеет место около краев ограниченных образцов, где происходит обеднение двумерного электронного газа (ДЭГ). Так, в квантующем магнитном поле описание результатов в терминах удельного сопротивления может стать неприменимым [2, 3], а измеряемое диссипативное сопротивление — связанным с холловским [3]. Бездиссипативные краевые транспортные токи возникают в результате модификации равновесных киральных краевых токов, происходящей при приложении к образцу разности потенциалов от внешнего источника. Направление равновесных токов различно на разных краях образца, в

результате чего они создают магнитный момент образца при нулевом суммарном токе через образец. В широко изучавшихся бесспиновых двумерных электронных системах известны три механизма возникновения равновесных краевых киральных токов.

Механизм 1 состоит в образовании токонесящих краевых состояний вследствие обрезания циклотронных орбит около резкого края образца [4, 5] (см. также недавнюю работу [6]). В этом случае краевой ток сосредоточен на масштабе циклотронного радиуса электрона около края образца. Этот механизм лежит в основе формализма Бюттикера [7], широко используемого для интерпретации результатов в режиме квантового эффекта Холла.

В случае плавного электростатического потенциала, формирующего край образца, около него могут образовываться полоски сжимаемой и несжимаемой электронных фаз [8] (рис. 1). В полоске сжимаемой (сверхсжимаемой) фазы уровень Ландау заполнен частично, и его заполнение меняется с координатой, а электрическое поле полностью заэкранировано. Ток в такой полоске возникает за счет изменения плотности электронов с координатой (механизм 2).

В полосках несжимаемой фазы плотность электронов постоянна и соответствует заполнению цело-

* E-mail: dorozh@issp.ac.ru

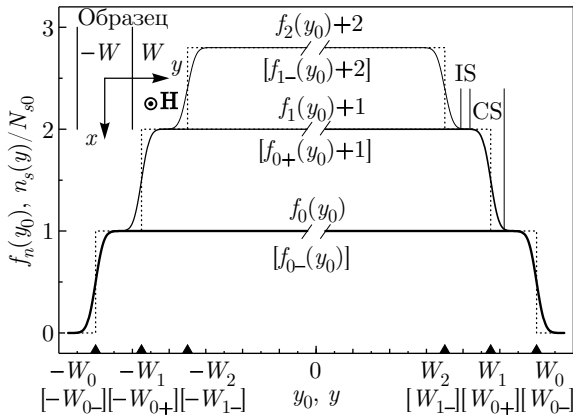


Рис. 1. Схематическая зависимость заполнения состояний на трех нижних уровнях Ландау бесспиновой электронной системы около краев образца согласно расчету [8], описываемая функциями распределения электронов $f_n(y_0)$ на уровне Ландау с номером n (сплошные линии). Функции f_1 и f_2 сдвинуты вверх соответственно на 1 и 2, так что в результате внешняя огибающая всех кривых представляет собой зависимость плотности электронов n_s от координаты y , нормированную на вырожденность одного уровня $N_{s0} = |e|H/hc$. В массиве образца два нижних уровня заполнены полностью ($f_{0,1}(y_0 = 0) = 1$), а третий — частично ($f_2(y_0 = 0) = 0.8$). Горизонтальные участки огибающей соответствуют полоскам несжимаемой электронной фазы (IS) [8], образованным областями ДЭГ, в которых заполнено целое число уровней Ландау и уровень электрохимического потенциала находится в щели между уровнями. Изменение функций $f_n(y_0)$ происходит в полосках сжимаемой фазы (CS), где электрическое поле заэкранировано. Пунктирные линии представляют соответствующие зависимости для случая резких краев уровней. Аналогичная картина для распределения плотности электронов ожидается в случае ДЭГ со спином с тем отличием, что представленные зависимости отражают заполнение отдельных зеемановских подуровней, обозначения для которых даны в квадратных скобках. Показанное взаимное расположение подуровней соответствует положительному g -фактору и случаю, когда спиновое расщепление меньше циклотронного. На вставке приведены рассматриваемая геометрия прямоугольного образца шириной $2W$, лежащего в плоскости рисунка и вытянутого вдоль оси x , а также ориентации осей и магнитного поля, которое перпендикулярно плоскости рисунка и направлено на читателя

го числа уровней Ландау. В такой полоске ток возникает за счет дрейфа в скрещенных магнитном и электрическом полях электронов всех заполненных уровней Ландау, находящихся под уровнем Ферми (механизм 3). В результате токи в соседних (сжимаемой и несжимаемой) полосках текут в противоположные стороны.

Здесь представляется уместным отметить, что, хотя в механизмах 1 и 2 краевые токи переносятся электронами на уровне Ферми, они создают качественно различный (соответственно, парамагнитный и диамагнитный) отклик бесспиновой электронной системы на внешнее магнитное поле и не могут переходить друг в друга при изменении масштаба изменения потенциала около границы. В механизме 3 краевой ток является парамагнитным. Реализация конкретного механизма возникновения бездиссипативного транспортного тока в реальных образцах до сих пор остается предметом дискуссий [9].

Необходимо отметить, что возникновение полосок сжимаемой и несжимаемой электронных фаз является следствием градиента плотности электронов в образце и необязательно связано с его краями. Равновесные токи противоположных киральностей, текущие в соседних сжимаемой и несжимаемой полосках, недавно были обнаружены в образцах графена [10] с искусственно созданной неоднородностью электронной плотности, что стимулировало новую волну интереса к таким токам.

Расчет равновесных токов в сжимаемых и несжимаемых полосках был выполнен в работе [11] для бесспиновой системы на основании модельной функции Грина. В этой работе были получены универсальные значения парамагнитного тока

$$I_{par} = \nu |e| \omega_c / 2\pi$$

в полоске несжимаемой фазы с целочисленным значением фактора заполнения уровней Ландау $\nu = 1, 2, \dots$ и диамагнитного тока

$$I_{dia} = (n + 1/2) |e| \omega_c / 2\pi$$

в сжимаемой полоске, соответствующей опустошению на краю уровня Ландау с номером n ($n = 0, 1, \dots$), полностью заполненного в массиве образца. Здесь ω_c — циклотронная частота электронов. На рис. 1 отмечены две из таких полосок (IS и CS), соответствующие $\nu = 2$ и $n = 1$.

2. РАСЧЕТ

В данной работе нами выполнены расчеты токов, обусловленных изменением плотности электронов на разрешенных по спину уровнях Ландау (зеемановских подуровнях), происходящим около края длинного образца с ДЭГ. Расчеты выполнены с использованием волновых функций и применимы к системам как с плавным, так и с резким профилем спинового подуровня. Расчеты основаны на вы-

ражении для плотности тока [12], модифицированном введением эффективной массы m^* и g -фактора электронов. Рассматриваемые токи являются суммой двух разных вкладов, $I_n^{(L)}$ и $I_{n,\pm}^{(S)}$, обусловленных соответственно орбитальным движением электронов и их спиновой поляризацией. Задача рассматривается для образца с ДЭГ, находящегося в плоскости xy и имеющего форму полоски шириной $2W$, вытянутой вдоль оси x . Вектор-потенциал \mathbf{A} магнитного поля \mathbf{H} , направленного вдоль оси z , выбирается в калибровке Ландау: $A_x = -Hy$, $A_y = A_z = 0$, наилучшим образом соответствующей рассматриваемой геометрии задачи. Ориентация осей показана на вставке к рис. 1.

Энергетический спектр однородного ДЭГ в перпендикулярном квантующем магнитном поле хорошо известен и для нижней подзоны размерного квантования имеет вид

$$\varepsilon_{n,\pm} = E_0 + \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right) \pm \frac{g\mu_B H}{2}. \quad (1)$$

Здесь E_0 — энергия нижнего уровня размерного квантования, $\omega_c = |e|H/m^*c$ — циклотронная частота электрона с эффективной массой m^* , $\mu_B = |e|\hbar/2mc$ — магнетон Бора, g — g -фактор электрона, равный 2 для свободных электронов, $n = 0, 1, 2, \dots$ — номер уровня Ландау, индекс «плюс» («минус») соответствует проекции спина на направление магнитного поля, равной $+1/2$ ($-1/2$). Соответствующие волновые функции являются спинорами и имеют следующий вид, обеспечивающий их нормировку:

$$\Psi_{n,\pm} = \begin{pmatrix} 1/2 \pm 1/2 \\ 1/2 \mp 1/2 \end{pmatrix} \psi_n, \quad (2)$$

$$\psi_n = e^{ikx} \phi(z) \chi_n(y - y_0) / \sqrt{L_x}. \quad (3)$$

Здесь L_x — размер образца в направлении оси x , $\phi(z)$ — нормированная волновая функция размерного квантования,

$$\chi_n(y - y_0) = \frac{\lambda_n}{\sqrt{l_H}} \exp\left(-\frac{(y - y_0)^2}{2l_H^2}\right) \times H_n\left(\frac{y - y_0}{l_H}\right), \quad (4)$$

где H_n — полином Эрмита порядка n , $l_H = (\hbar c / |e|H)^{1/2}$ — магнитная длина, $\lambda_n = 1/\pi^{1/4} \sqrt{2^n n!}$, параметр y_0 играет роль центра электронных орбит и связан с волновым вектором k соотношением $y_0 = kl_H^2$.

В полосках сжимаемой фазы электрическое поле ограничивающего потенциала полностью экранируется электронами частично заполненного уровня Ландау [8]. В результате энергетический спектр (1) в этих полосках сдвигается на величину потенциальной энергии электронов, а вид волновых функций не изменяется.

Плотность тока, создаваемого одним электронным состоянием, $\mathbf{j}_{n,\pm} = \mathbf{j}_n^{(L)} + \mathbf{j}_{n,\pm}^{(S)}$, где [12]

$$\mathbf{j}_n^{(L)} = \frac{ie\hbar}{2m^*} [(\nabla\psi_n^*)\psi_n - \psi_n^*\nabla\psi_n] - \frac{e^2}{m^*c} \mathbf{A}\psi_n^*\psi_n \quad (5)$$

— плотность тока, связанная с орбитальным движением электрона на уровне Ландау с номером n , одинаковая для обоих зеемановских подуровней,

$$\mathbf{j}_{n,\pm}^{(S)} = -g\mu_B c \text{rot} (\Psi_{n,\pm}^* \hat{\mathbf{s}} \Psi_{n,\pm}) \quad (6)$$

— плотность тока, связанная с соответствующим спиновым состоянием. Здесь $\hat{\mathbf{s}} = (1/2)\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ — оператор спина и

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

— матрицы Паули.

Нетрудно проверить, что в выбранной калибровке обе компоненты тока направлены вдоль оси x и имеют следующий вид:

$$j_{n,\pm}^{(S)}(y - y_0, z) = \mp \frac{g\mu_B c}{2} \frac{|\phi(z)|^2}{L_x} \frac{\partial \chi_n^2(y - y_0)}{\partial y} = \mp \frac{g\mu_B c}{2} \frac{\partial |\psi_n|^2}{\partial y}, \quad (7)$$

$$j_n^{(L)}(y - y_0, z) = |e|\omega_c |\phi(z)|^2 (y - y_0) \chi_n^2(y - y_0) / L_x = |e|\omega_c (y - y_0) |\psi_n|^2. \quad (8)$$

Согласно соотношению (7), в каждом электронном состоянии плотность тока $j_{n,\pm}^{(S)}$ пропорциональна производной от плотности электронов, $\partial |\psi_n|^2 / \partial y$, однако знак коэффициентов пропорциональности различен для состояний с противоположными проекциями спина на направление магнитного поля.

Таким образом, плотность тока, связанного со спиновой поляризацией электронов и создаваемого любым пространственным распределением электронов данного зеемановского подуровня, пропорциональна градиенту плотности электронов

на этом подуровне. Подобная пропорциональность имеет место и для плотности тока $j_{n=0}^{(L)}$ на нижнем уровне Ландау:

$$j_0^{(L)}(y - y_0, z) = |e|\omega_c \frac{\lambda_0^2}{L_x} |\phi(z)|^2 \left(\frac{y - y_0}{l_H} \right) \times \exp\left(-\frac{(y - y_0)^2}{l_H^2}\right) = -\frac{|e|\hbar}{2m^*} \frac{\partial |\psi_0|^2}{\partial y}. \quad (9)$$

Из формул (7) и (9) следует также взаимная компенсация плотностей тока $j_{0,-}^{(S)}$ и $j_0^{(L)}$ в каждом из электронных состояний при выполнении соотношения $gm^*/2m = 1$, справедливого для свободных электронов.

В дальнейшем нас будет интересовать полные поверхностные плотности $\tilde{j}_{n,\pm}^{(L)}$ и $\tilde{j}_{n,\pm}^{(S)}$ каждой из компонент тока (5) и (6), создаваемые электронными состояниями, принадлежащими одному зеемановскому подуровню. Эти величины получаются интегрированием соответствующих плотностей тока отдельных состояний вдоль оси z и суммированием по заполненным электронным состояниям подуровня, т. е. по соответствующим центрам орбит y_0 . Остановимся подробнее на вычислении плотности тока $\tilde{j}_{n,\pm}^{(S)}$, даваемой формулой

$$\tilde{j}_{n,\pm}^{(S)}(y) = \mp \frac{g\mu_{BC}}{2} \frac{\lambda_n^2}{l_H L_x} \int_{-\infty}^{\infty} |\phi(z)|^2 dz \times \sum_{y_0} \frac{\partial}{\partial y} \left[\exp\left(-\frac{(y - y_0)^2}{l_H^2}\right) H_n^2\left(\frac{y - y_0}{l_H}\right) \right]. \quad (10)$$

Для орбитального тока соответствующее выражение имеет вид

$$\tilde{j}_{n,\pm}^{(L)}(y) = |e|\omega_c \frac{\lambda_n^2}{L_x} \int_{-\infty}^{\infty} |\phi(z)|^2 dz \times \sum_{y_0} \frac{y - y_0}{l_H} \exp\left(-\frac{(y - y_0)^2}{l_H^2}\right) H_n^2\left(\frac{y - y_0}{l_H}\right). \quad (11)$$

Интегрирование нормированной функции $|\phi(z)|^2$ дает единицу. Суммирование по занятым состояниям в случае плавного изменения на масштабе магнитной длины функции $f_{n,\pm}(y_0)$, описывающей заполнение состояний на соответствующем подуровне, может быть заменено интегрированием по центрам орбит с учетом расстояния между ними $\Delta y_0 = \Delta k l_H^2 = 2\pi l_H^2 / L_x$. В результате выражение для плотности тока (10) может быть преобразовано к следующему интегралу:

$$\tilde{j}_{n,\pm}^{(S)}(y) = \mp \frac{g\mu_{BC}}{2} \frac{\lambda_n^2}{2\pi l_H^3} \int_{-\infty}^{\infty} f_{n,\pm}(y - l_H t) \exp(-t^2) \times [-2t H_n^2(t) + 4n H_n(t) H_{n-1}(t)] dt. \quad (12)$$

Основной вклад в этот интеграл дает область около $t = 0$, что позволяет провести разложение функции $f_{n,\pm}(y - l_H t)$ в ряд Тейлора по t и с учетом нечетности входящей в интеграл функции, стоящей в квадратных скобках в выражении (12), и получить следующее выражение для плотности тока:

$$\tilde{j}_{n,\pm}^{(S)}(y) = \mp \frac{g\mu_{BC}}{2} \frac{\lambda_n^2}{2\pi l_H^2} \frac{df_{n,\pm}(y)}{dy} \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-t^2) [2t^2 H_n^2(t) - 4nt H_n(t) H_{n-1}(t)] dt = \mp \frac{1}{2} \frac{|e|\omega_c}{2\pi} \frac{gm^*}{2m} \frac{df_{n,\pm}(y)}{dy}. \quad (13)$$

Отметим, что этот вклад в плотность тока зависит от номера уровня Ландау только через распределение электронов на зеемановском подуровне, а знак определяется проекцией спина на ось z и знаком g -фактора. Аналогичным образом получается выражение для плотности тока, связанной с орбитальным движением электронов на уровне Ландау с номером n :

$$\tilde{j}_{n,\pm}^{(L)}(y) = -\frac{|e|\omega_c}{2\pi} \lambda_n^2 \frac{df_{n,\pm}(y)}{dy} \times \int_{-\infty}^{\infty} t^2 \exp(-t^2) H_n^2(t) dt = -\frac{|e|\omega_c}{2\pi} \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{df_{n,\pm}(y)}{dy}. \quad (14)$$

Из полученного результата видно, что обе компоненты тока сосредоточены в областях изменения заполнения подуровней и плотность тока пропорциональна градиенту плотности электронов на подуровне. Таким образом, в картине чередующихся сжимаемых и несжимаемых полосок, показанной на рис. 1, токи, создаваемые состояниями на различных подуровнях, разделены в пространстве. В плавном потенциале пропорциональность плотности тока градиенту плотности электронов возникает и для орбитальной компоненты тока $\tilde{j}_{n,\pm}^{(L)}$. Существенно, что эта компонента тока всегда приводит к диамагнитному отклику системы и обычно доминирует над компонентой $\tilde{j}_{n,\pm}^{(S)}$. Исключение составляют материалы с большим g -фактором и нижний зеемановский

подуровень нижнего ($n = 0$) уровня Ландау при выполнении соотношения $gm^*/2m = 1$, справедливого для свободных электронов. В последнем случае орбитальная и спиновая компоненты токов компенсируют друг друга, как это уже отмечалось выше.

Легко видеть, что токи в направлении оси x в разных половинах образца ($y \leq 0$ и $y \geq 0$),

$$I_{n,\pm}^{(S,L,<)} = \int_{-\infty}^0 \tilde{j}_{n,\pm}^{(S,L)}(y) dy$$

и

$$I_{n,\pm}^{(S,L,>)} = \int_0^{\infty} \tilde{j}_{n,\pm}^{(S,L)}(y) dy,$$

равны друг другу и имеют разные знаки. Для заполненного в массиве образца зеемановского подуровня величина $f_{n,\pm}(y_0 = 0) = 1$ и ток, переносимый им около каждого из краев образца, принимает универсальное значение, в правой половине ($y \geq 0$) образца равное

$$I_{n,\pm}^{(>)} = I_{n,\pm}^{(L,>)} + I_{n,\pm}^{(S,>)} = \frac{|e|\omega_c}{2\pi} \left(n + \frac{1}{2} \right) \pm \frac{1}{2} \frac{|e|\omega_c}{2\pi} \frac{gm^*}{2m}. \quad (15)$$

Это соотношение составляет основной результат данной работы. Отметим, что значение орбитальной компоненты краевого тока

$$I_{n,\pm}^{(L)} = \frac{|e|\omega_c}{2\pi} \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

совпадает с полученным в работе [11] для бесспиновой системы. Нетрудно видеть, что ток $I_{n,\pm}^{(L)}$ всегда диамагнитный (т. е. создает магнитный момент с отрицательной проекцией на направление магнитного поля), а ток $I_{n,\pm}^{(S)}$ диамагнитный в случае $s_z = 1/2$ и парамагнитный при $s_z = -1/2$ (при $g > 0$).

Проведенное выше рассмотрение игнорирует все эффекты электрон-электронного взаимодействия кроме экранировки, приводящей к формированию самосогласованного потенциала около края образца. Отметим, однако, что полученные выражения для краевых токов не изменятся, если учесть обменное взаимодействие в низшем порядке теории возмущений [13]. В этом случае происходит только сдвиг по энергии зеемановских подуровней на величину вклада обменного взаимодействия в собственную энергию (self-energy), что, в частности, приводит к известному эффекту «усиления g -фактора электронов» [13, 14]. Волновые функции электронов в этом

приближении остаются неизменными. Сдвиг по энергии приведет к изменению пространственного положения краев подуровней (величин $\pm W_{n,\pm}$), однако не изменит выражение для краевого тока (15), в которое по-прежнему будет входить неусиленный g -фактор.

Последовательное использование приближения Хартри–Фока может привести к заметным изменениям полученных результатов (см., например, работы [15, 16]). Так, в работе [15] предсказывается полная спонтанная спиновая поляризация в самой нижней по энергии краевой сжимаемой полоске даже в отсутствие зеемановской энергии (при нулевом g -факторе) (см. рис. 3с и 3d в работе [15]). Для этого конкретного случая при $g \neq 0$ мы ожидаем сохранение вычисленной величины вклада $I_{0,-}^{(S)}$ в ток, текущий в этой полоске.

В настоящее время возможность образования полосок сжимаемой фазы отдельными зеемановскими подуровнями не вызывает сомнений и подтверждается экспериментальными данными (см., например, работу [17]). Количественная проверка полученных результатов для величин краевых токов может выполняться на материалах с большой абсолютной величиной g -фактора (например, на двумерных электронных системах, создаваемых в квантовых ямах узкозонных полупроводников) при большой плотности электронов в них, обеспечивающей малое значение параметра взаимодействия.

Наиболее прямым методом проверки полученных нами результатов является измерение изменения магнитного поля около краев образца, допускающее восстановление распределения и величины краевых токов (см., например, работу [10], а также обзор [18]). Другим возможным методом является измерение магнитного момента образца и его квантовых осцилляций (осцилляций де Гааза–ван Альфена). Этот метод базируется на связи магнитного момента с суммарным краевым током. В этом случае изменение магнитного момента при изменении плотности электронов, сопровождающемся заполнением или опустошением одного зеемановского подуровня, определяется током, переносимым этим подуровнем.

Приведенные выше результаты справедливы для плавного изменения плотности электронов на масштабе магнитной длины. Используемый подход, однако, может быть применен и к рассмотрению резкого края уровня Ландау, моделируемого ступенчатыми пунктирными линиями $f_{n,\pm}(y_0)$ на рис. 1. Про-

пространственное распределение плотности тока в этом случае получается интегрированием по всем занятым состояниям и описывается формулами

$$\begin{aligned} \tilde{j}_{n,\pm}^{(S)}(y) &= \pm \frac{g\mu_{BC}}{4\pi l_H^2} \int_{-W_{n,\pm}}^{W_{n,\pm}} \frac{\partial \chi_n^2(y-y_0)}{\partial y} dy_0 = \\ &= \mp \frac{1}{2} \frac{|e|\omega_c}{2\pi l_H} \lambda_n^2 \frac{gm^*}{2m} \left[\exp(-t^2) H_n^2(t) \right] \Bigg|_{\frac{y-W_{n,\pm}}{l_H}}^{\frac{y+W_{n,\pm}}{l_H}}, \quad (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{j}_{n,\pm}^{(L)}(y) &= \frac{|e|\omega_c}{2\pi l_H} \int_{-W_{n,\pm}}^{W_{n,\pm}} \left(\frac{y-y_0}{l_H} \right) \chi_n^2(y-y_0) dy_0 = \\ &= \frac{|e|\omega_c}{2\pi l_H} \lambda_n^2 \exp(-t^2) \left[t H_{n+1}(t) H_n(t) - \frac{1}{2} H_{n+1}^2(t) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{2n+1}{2} H_n^2(t) \right] \Bigg|_{\frac{y-W_{n,\pm}}{l_H}}^{\frac{y+W_{n,\pm}}{l_H}}. \quad (17) \end{aligned}$$

Формула (17) здесь получена с использованием следующего выражения для интеграла:

$$\begin{aligned} \int t \exp(-t^2) H_n^2(t) dt &= \exp(-t^2) \times \\ &\times \left[t H_{n+1}(t) H_n(t) - \frac{H_{n+1}^2(t)}{2} - \right. \\ &\quad \left. - (2n+1) \frac{H_n^2(t)}{2} \right]. \quad (18) \end{aligned}$$

Отметим, что $\tilde{j}_{0,-}^{(L)}(y) = -\tilde{j}_{0,-}^{(S)}$ при $gm^*/2m = 1$, т.е. полная взаимная компенсация орбитальной и спиновой компонент поверхностной плотности тока происходит и в случае резкого края подуровня $(0, -)$.

Пространственные распределения токов, описываемые формулами (16) и (17), показаны на рис. 2 для случая $n = 1$ и нижнего спинового подуровня. Необходимо отметить, что в случае резкого края заполнения уровня, показанного на рис. 1 пунктирными линиями, изменение плотности электронов не является ступенчатым в силу конечной ширины волновой функции, а также происходит сложным образом на пространственном масштабе порядка магнитной длины.

Нетрудно проверить, что краевые токи в случае резкого края заполнения уровня совпадают с токами, которые были получены для случая плавного изменения плотности электронов (см. формулу (15)).

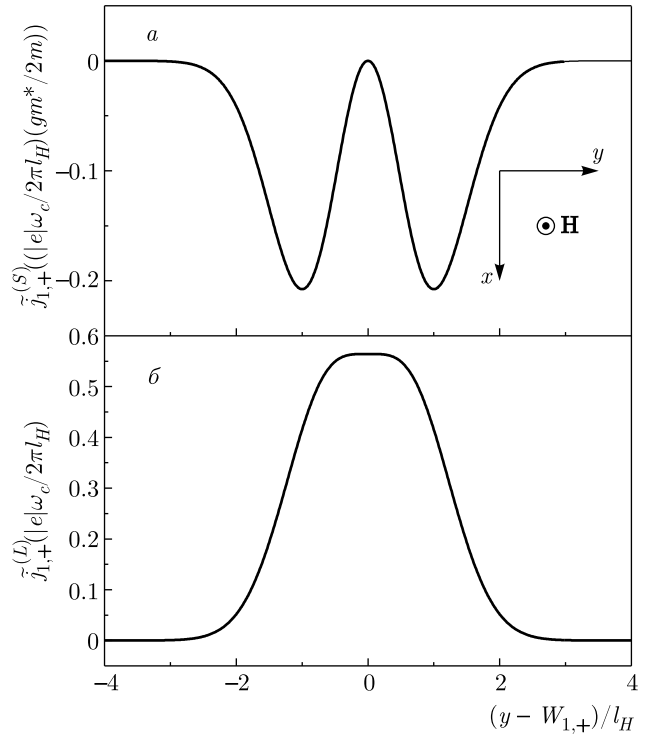


Рис. 2. Пространственное распределение поверхностных плотностей тока $\tilde{j}_{1,+}^{(S)}$ (а) и $\tilde{j}_{1,+}^{(L)}$ (б), создаваемых электронами подуровня $n = 1, +$ около правой границы заполненных состояний $y = W_{1,+}$ и текущих в направлении оси x . Распределение около левой границы отличается знаком проекции тока на ось x . На вставке показаны взаимные ориентации осей координат и магнитного поля

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в данной работе получены выражения для краевых токов, создаваемых отдельными зеемановскими подуровнями уровней Ландау и протекающих в пространственно-разделенных полосках сжимаемой электронной фазы.

Финансирование. Работа выполнена в рамках госзадания Института физики твердого тела РАН.

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. В. Девятов, УФН **177**, 207 (2007).
2. В. Е. Kane, D. C. Tsui, and G. Weimann, Phys. Rev. Lett. **59**, 1353 (1987).
3. С. И. Дорожкин, Ш. Кох, К. фон Клитцинг, Г. Дорда, Письма в ЖЭТФ **52**, 1233 (1990).
4. В. I. Halperin, Phys. Rev. B **25**, 2185 (1982).

5. A. H. MacDonald and P. Streda, Phys. Rev. B **29**, 1616 (1984).
6. T. Patlatiuk, C. P. Scheller, D. Hill et al., Nature Comm. **9**, 3692 (2018).
7. M. Büttiker, Phys. Rev. B **38**, 9375 (1988).
8. D. B. Chklovskii, B. I. Shklovskii, and L. I. Glazman, Phys. Rev. B **46**, 4026 (1992).
9. P. Haremski, M. Mausser, A. Gauß et al., Phys. Rev. B **102**, 205306 (2020).
10. A. Uri, Y. Kim, K. Bagani et al., Nature Phys. **16**, 164 (2020).
11. M. R. Geller and G. Vignale, Phys. Rev. B **50**, 11714 (1994).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика: Нерелятивистская теория*, Физматлит, Москва (2001).
13. T. Ando and Y. Uemura, J. Phys. Soc. Jpn **37**, 1044 (1974).
14. T. Ando, A. B. Fowler, and F. Stern, Rev. Mod. Phys. **54**, 437 (1982) [перевод: Т. Андо, А. Б. Фаулер, Ф. Стерн, *Электронные свойства двумерных систем*, Мир, Москва (1985)].
15. J. Dempsey, B. Y. Gelfand, and B. I. Halperin, Phys. Rev. Lett. **70**, 3639 (1993).
16. U. Khanna, G. Murthy, S. Rao, and Y. Gefen, Phys. Rev. Lett. **119**, 186804 (2017).
17. N. B. Zhitenev, R. J. Haug, K. von Klitzing, and K. Eberl, Phys. Rev. Lett. **71**, 2292 (1993).
18. В. М. Пудалов, УФН **191**, 3 (2021).