ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИСПЕРСИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПТИЧЕСКИХ МИКРОРЕЗОНАТОРОВ И ГЕНЕРАЦИЯ В НИХ КОГЕРЕНТНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ЧАСТОТНЫХ ГРЕБЕНОК

Н. Ю. Дмитриев^{а,b*}, А. С. Волошин^с, Н. М. Кондратьев^а, В. Е. Лобанов^а,

К. Н. Миньков^а, А. Е. Шитиков^а, А. Н. Данилин^{а,d}, Е. А. Лоншаков^а, И. А. Биленко^{а,d}

^а Российский квантовый центр 121205, Москва, Россия

^b Московский физико-технический институт 141701, Долгопрудный, Московская обл., Россия

^c Swiss Federal Institute of Technology Lausanne (EPFL) 1015, Lausanne, Switzerland

^d Физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова 119991, Москва, Россия

> Поступила в редакцию 3 февраля 2022 г., после переработки 17 февраля 2022 г. Принята к публикации 17 февраля 2022 г.

Оптические частотные гребенки являются уникальным инструментом для фундаментальной метрологии, спектроскопии, широкого спектра прикладных задач. Перспективной платформой для генерации когерентных частотных гребенок служат высокодобротные микрорезонаторы. Ключевыми характеристиками, определяющими свойства оптической частотной гребенки, являются дисперсионные параметры микрорезонатора. В данной работе разработана и верифицирована оригинальная методика, позволяющая с высокой точностью определить величину дисперсионных коэффициентов как в кристаллических, так и в интегральных микрорезонаторах с межмодовым интервалом от гигагерц до терагерц. Продемонстрирована генерация солитонной оптической частотной гребенки в интегральном микрорезонаторе, накачиваемым лазерным диодом в режиме затягивания на длине волны 1.55 мкм, и показано, что ее спектральные характеристики полностью соответствуют измеренным дисперсионным параметрам микрорезонатора.

DOI: 10.31857/S0044451022070021 **EDN**: DRLYOD

1. ВВЕДЕНИЕ

Высокодобротные оптические микрорезонаторы с модами шепчущей галереи, впервые продемонстрированные более 30 лет назад [1], открыли уникальные возможности для наблюдения и исследования широкого круга оптических явлений и до сих пор вызывают живой интерес научного сообщества [2–11]. Одним из наиболее активно развивающихся направлений является генерация в них такого интересного вида оптических сигналов, как оптическая частотная гребенка, представляющая собой набор эквидистантно расположенных спектральных линий. Оптические частотные гребенки в высокодобротных оптических микрорезонаторах впервые были продемонстрированы в 2007 году [12]. Генерация таких частотных гребенок, называемых керровскими частотными гребенками или микрогребенками, происходит за счет процесса нелинейного четырехволнового взаимодействия [13–16]. Процесс генерации был детально описан и успешно продемонстрирован в различных типах микрорезонаторов, объемных кристаллических и интегральных [17–19]. Хотя оптические частотные гребенки известны и успешно применяются в науке и технике уже более

^{*} E-mail: nkdmitriev@gmail.com



Рис. 1. Схематичное представление процесса генерации частотной гребенки: в фотонный чип со сверхдобротным микрорезонатором заводится излучение от узкополосного непрерывного лазера, частота излучения которого близка к одной из собственных частот микрорезонатора. Начиная с некоторого уровня мощности входного сигнала, при соблюдении оптимального двойного баланса между дисперсией и нелинейными свойствами микрорезонатора и между накачкой и потерями можно наблюдать процесс гиперпараметрических осцилляций. В результате четырехволнового смешения происходит каскадный процесс генерации боковых линий, отстоящих друг от друга строго на величину области свободной дисперсии микрорезонатора. При выполнении определенных условий внутри резонатора начинают распространяться короткие импульсы (солитоны). На выходе сигнал, спектр которого состоит из узких эквидистантных линий (частотная гребенка), во временном представлении имеет вид последовательности сверхкоротких импульсов (солитонов)

20 лет [20, 21], активное развитие интегральной фотоники открыло возможности существенной миниатюризации устройств для их возбуждения и позволило существенно расширить область их применения. На сегодняшний день микрогребенки успешно применяются для таких задач, как системы связи [22, 23], оптические сверхбыстрые дальномеры [24, 25], спектроскопия в режиме реального времени [26], калибровочные эталоны [27, 28], атомные часы [29], интегральные источники микроволнового излучения [30, 31] и т. п.

Особый интерес представляют когерентные частотные гребенки, соответствующие сверхкоротким солитонным импульсам во временном представлении. Такие сигналы характеризуются наименьшим уровнем фазовых шумов и наиболее гладкой спектральной огибающей. Генерацию таких частотных гребенок, или же диссипативных солитонов, возможно наблюдать при накачке высокодобротного микрорезонатора лазером с непрерывным излучением при выполнении определенных условий [32, 33] (рис. 1). Данное явление становится возможно при соблюдении баланса между нелинейностью третьего порядка, которая выражается зависимостью показателя преломления от интенсивности распространяющегося в среде сигнала, и дисперсией групповых скоростей (ДГС), с одной стороны, и между потерями и накачкой, с другой. Нелинейность третьего порядка, обычно называемая керровской, в основном зависит от природы используемого материала и его свойств. ДГС же зависит одновременно и от свойств материала, и от геометрических параметров микрорезонатора.

В зависимости от знака коэффициента дисперсии второго порядка выделяют два типа ДГС, нормальную и аномальную. Динамика нелинейных процессов в микрорезонаторе зависит от типа ДГС на длине волны накачки [34]. Для генерации солитонных частотных гребенок, как правило, требуется аномальная ДГС. Обладая информацией о ее величине, можно однозначно определить параметры огибающей частотной гребенки для известных значений мощности накачки и отстройки частоты накачки от собственной частоты микрорезонатора [32]. Более того, такой параметр, как ДГС, является одним из важнейших параметров в физике сверхкоротких импульсов и играет ключевую роль в большинстве нелинейных процессов. В связи с этим



Рис. 2. Спектр собственных частот микрорезонатора с учетом влияния дисперсии. Наглядно представлена разница между ОСД микрорезонатора ($D_1/2\pi$, штриховые линии) и межмодовым интервалом при учете вклада дисперсии второго порядка (см. пунктирные линии) в случае аномальной дисперсии $D_2/2\pi > 0$

крайне важно уметь проводить теоретическую оценку и экспериментальные измерения дисперсионных характеристик систем, а также иметь возможность управлять ими путем изменения геометрии микрорезонатора [35, 36]. В ряде случаев прямое измерение дисперсионных характеристик может оказаться затруднительным, особенно для интегральных микрорезонаторов с большой величиной области свободной дисперсии, превышающей сотню гигагерц.

В данной работе представлено детальное описание реализации нового универсального метода измерения дисперсионных характеристик оптических микрорезонаторов и проведена его верификация. Преимущества рассматриваемого метода заключаются в его гибкости и доступности. Рассмотренный метод позволяет проводить измерение ДГС практически для любого диапазона длин волн. Помимо этого, он подходит для измерения дисперсионных характеристик как интегральных микрорезонаторов с большим значением области свободной дисперсии (ОСД), так и кристаллических с рекордными уровнями добротности и крайне узкими резонансами. Вдобавок рассмотренная методика калибровки может быть использована для измерения других характеристик микрорезонаторов, например, для оценки добротности. Также в работе продемонстрирована генерация солитонной частотной гребенки в одном из исследуемых интегральных микрорезонаторов и показано, что ее спектральные характеристики полностью соответствуют рассчитанным на основе измеренных с помощью разработанной методики дисперсионных параметров микрорезонатора. Для генерации частотной гребенки в качестве источника накачки использовался компактный лазерный диод, стабилизированный тем же самым микрорезонатором [2, 11].

2. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ СТЕНД

2.1. Экспериментальная оценка дисперсионных характеристик

Общая идея экспериментальной оценки дисперсионных характеристик микрорезонатора заключается в определении положения всех его собственных частот (мод) в выбранной области спектра, относящихся к одному пространственному семейству, и в последующем вычислении дисперсионных коэффициентов D_i . Вычисление дисперсионных коэффиентов осуществляется путем аппроксимации полученных экспериментальных данных аналитической формулой зависимости частоты моды от ее порядкового номера μ [32, 35]:

$$\omega_{\mu} = \omega_{0} + D_{1}\mu + \frac{D_{2}}{2}\mu^{2} + \frac{D_{3}}{6}\mu^{3} + \frac{D_{4}}{24}\mu^{4} + \ldots \equiv \omega_{0} + D_{1}\mu + D_{int}, \quad (1)$$

где ω_0 — собственная частота моды накачки, $D_1/2\pi$ — ОСД резонатора, $D_2/2\pi$ — показатель дисперсии второго порядка, определяющий ДГС, $D_3/2\pi$, $D_4/2\pi$,... — коэффициенты, относящиеся к более высоким порядкам дисперсии. Будем предполагать, что $D_1 \gg D_2 \gg D_3 \gg ...$, и ограничимся рассмотрением дисперсии второго порядка. Довольно часто под ОСД подразумевают интервал между соседними модами резонатора, азимутальные числа которых отличаются на 1, однако, как видно из соотношения (1), интервал между соседними модами меняется и зависит от порядкового номера моды. В данной работе межмодовым будем называть интервал, который складывается из ОСД $D_1/2\pi$ и добавки $D_2/2\pi$, обусловленной наличием дисперсии второго порядка (см. рис. 2). В случае резонатора с нулевой дисперсией $(D_i = 0, i \ge 2)$ межмодовый интервал и ОСД совпадают: все моды будут располагаться эквидистантно на расстоянии, численно равном ОСД. Аномальной ДГС соответствует случай $D_2 > 0$, а нормальной — случай $D_2 < 0$. Для генерации солитонных частотных гребенок, как правило, требуется аномальная ДГС. В ряде случаев важны и значения дисперсионных коэффициентов более высокого порядка. В частности, их соотношения могут определять возможность формирования и положение дисперсионной волны, что может быть использовано для расширения спектральной ширины гребенки [37], а также положение дополнительных спектральных компонент, появляющихся в результате вырожденного четырехволнового взаимодействия [38, 39].

Пропуская через микрорезонатор излучение от плавно перестраиваемого источника и регистрируя мощность на выходе из микрорезонатора, можно получить спектр его пропускания, из которого, в свою очередь, можно определить положения собственных частот (мод) микрорезонатора. Однако на практике подобные измерения трудно осуществить, в особенности для интегральных микрорезонаторов. Основная проблема заключается в том, что характерная величина ОСД ($D_1/2\pi$) порядка $10^{10}-10^{12}$ Гц, а вклад дисперсии групповых скоростей ($D_2/2\pi$) в межмодовое расстояние обычно лежит в диапазоне 10^5-10^8 Гц.

Таким образом, для измерения дисперсионных характеристик необходим источник с широким диапазоном плавной перестройки (порядка нескольких терагерц) и одновременно достаточно узкой мгновенной шириной линии (на уровне единиц–десятков килогерц). Стабильность и воспроизводимость частоты за время проведения измерений также не должны превышать этой величины.

К сожалению, источников, обладающих одновременно всеми перечисленными свойствами, на сегодняшний день попросту не существует. Узкополосные источники с высокой долговременной стабильностью, как правило, или имеют очень малый диапазон перестройки, или перестраиваются дискретно, что делает их совершенно непригодными для применения в рассматриваемом эксперименте. Источники с возможностью плавной перестройки в широком диапазоне, в свою очередь, обычно имеют низкую долговременную стабильность. Следо-

вательно, при использовании подобных источников остро стоит вопрос высокоточной калибровки в процессе проведения измерений. Данная задача может быть решена путем использования прецизионного измерительного оборудования, например измерителя длины волны, или же путем использования эталонов, таких как источники гребенок [40]. Однако такой подход обладает рядом существенных недостатков. Во-первых, подобное оборудование, обладающее необходимым уровнем точности, стоит крайне дорого, и многие лаборатории попросту не могут себе его позволить. Второй, и самый главный, недостаток подобного подхода заключается в том, что экспериментальная установка в этом случае оказывается сильно ограниченной по диапазону длин волн, в котором могут проводиться измерения.

Рассматриваемый в данной работе метод калибровки лишен перечисленных недостатков. Он универсален и может быть применен практически для любого диапазона длин волн, а что самое главное он достаточно прост в реализации и требует существенно меньших затрат. При этом точность определения положения собственных частот при использовании данного метода может варьироваться в зависимости от требований эксперимента и потенциально может достигать $10^4 - 10^5$ Гц.

В качестве калибровочного инструмента в рассматриваемом методе предлагается использовать классический интерферометр Маха – Цендера (ИМЦ): одновременная регистрация уровней сигнала, прошедшего через откалиброванный ранее интерферометр и исследуемый микрорезонатор, позволяет с высокой точностью определить межмодовый интервал микрорезонатора. В данной работе измерения проводились в диапазоне 1500–1650 нм и использовался волоконный ИМЦ, собранный из двух волоконных делителей 50/50 и одномодового волокна smf-28. ИМЦ должен быть предварительно тщательно откалиброван, в нашем случае с учетом дисперсионных свойств использованного волокна.

Схема экспериментальной установки для проведения предварительной калибровки ИМЦ представлена на рис. За. В качестве источника излучения использовался перестраиваемый лазер Toptica CTL-1550, на вход которого подавался сигнал треугольной формы с импульсного генератора (Ген. имп.) для перестройки частоты. Частота треугольного сигнала перестройки была 10 кГц. Оптическая схема имела два равнозначных плеча, на выходе каждого плеча имелся фотодетектор (ФД), который передавал сигнал, пропорциональный мощности прошедшего оптического сигнала, на осцилло-



Рис. 3. (В цвете онлайн) Калибровка ИМЦ. а) Принципиальная схема установки для калибровки ИМЦ: Лазер — перестраиваемый источник лазерного излучения (Toptica CTL 1550); Ген. имп. — генератор импульсов произвольной формы для перестройки частоты лазерного источника (Keysight 33500В); ЭОМ — электрооптический модулятор (Thorlabs LN65S-FC); ВЧ ген. — высокочастотный генератор для подачи сигнала на ЭОМ; ВР — волоконный резонатор на базе делителя 90/10; ИМЦ — исследуемый волоконный ИМЦ; ФД — фотодетектор; ОСЦ — осциллограф. *б*) Данные, записанные с экрана осциллографа (наличие ЭОМ в одном из плеч приводит к генерации боковых резонансов ВР на частоте, равной частоте сигнал ВЧ генератора), что позволяет перевести временную шкалу осциллографа в частоту и рассчитать период калибруемого ИМЦ. *в*) Аналитическая зависимость эффективного показателя преломления n_{eff} используемого волокна smf-28 от длины волны. *г*) Зависимость периода калибруемого ИМЦ, полученная путем аппроксимации экспериментальных данных теоретической зависимостью (2)

граф (ОСЦ). В первом плече располагался калибруемый ИМЦ, выходной сигнал которого представлял собой синусоиду. Во втором плече размещался волоконный резонатор (ВР) и фазовый электрооптический модулятор (ЭОМ), на вход которого с генератора (ВЧ ген.) подавался сигнал с частотой, близкой к частоте синусоидального сигнала от исследуемого ИМЦ. Волоконный резонатор был собран на базе делителя 90/10, и его межмодовый интервал значительно превышал ОСД калибруемого ИМЦ.

Наличие модуляции во втором плече приводило к тому, что помимо основного резонанса волоконного резонатора на экране осциллографа можно было наблюдать два боковых резонанса, которые отстоят от основного точно на частоту сигнала модуляции (рис. 3δ). Зная это расстояние, можно осуществить однозначный переход от временной шкалы осциллографа к шкале частот и получить частотную зависимость функции пропускания ИМЦ, из которой вычисляется ее период T_{MZI} . В процессе постобработки данных резонансы волоконного резонатора были аппроксимированы функцией Лоренца, а сигнал ИМЦ — синусоидой. Повторив подобный эксперимент для 13 разных длин волн из интересующего нас диапазона, мы получили зависимость периода ИМЦ от длины волны (синие точки на рис. 3г). Среднеквадратичное отклонение результатов измерений периода составило $2 \cdot 10^{-6}$ нм. Используя предоставленные производителем параметры волокна, с помощью моделирования методом конечных элементов мы получили аналитическую зависимость эффективного показателя (n_{eff}) преломления волокна от длины волны (рис. 3*6*).

Экспериментально измеренные значения периода ИМЦ для разных длин волн были аппроксимированы выражением (2) для периода ИМЦ с использованием аналитической зависимости $n_{eff}(\lambda)$ [41,42]:

$$T_{MZI} = \frac{\lambda^2}{n_g(\lambda_0)L},\tag{2}$$

где L — разность плеч ИМЩ, $n_g(\lambda_0) = n_{eff}(\lambda_0) - \lambda_0 dn_{eff}/d\lambda$. В результате аппроксимации была получена непрерывная функция зависимости периода ИМЦ от длины волны $T_{MZI}(\lambda)$ (красная линия на рис. 3г). Таким образом, была проведена калибровка ИМЦ. С помощью полученной зависимости можно определить частоту излучения источника в каждый момент времени. Для этого требуется знать значение частоты источника лишь в одной точке.

Следующим этапом эксперимента было непосредственное измерение спектра собственных частот интегрального резонатора. Принципиальная схема экспериментальной установки представлена на рис. 4а. В качестве лазера накачки использовался тот же лазер Toptica CTL 1550, что и в процессе предварительной калибровки ИМЦ. Однако теперь частота его излучения плавно и непрерывно перестраивалась во всем возможном диапазоне, а именно, от 1510 до 1620 нм. Оптическая схема имела два равнозначных плеча, в конце каждого из которых располагался фотодетектор (ФД). Сигнал с ФД в режиме реального времени записывался с помощью аналогово-цифрового преобразователя (АЦП), конкретно в рассматриваемом эксперименте использовался АЦП, встроенный в контроллер Toptica. В одном из плеч располагался ранее откалиброванный ИМЦ, а в другом плече — фотонный чип с интегральным микрорезонатором и волноводом из нитрида кремния (Si₃N₄). Ввод и вывод излучения в интегральный волновод осуществлялись с помощью подведения к торцам чипа конических (линзированных) волокон (рис. 46, в), суммарные потери при этом составляли около 3 дБ. Исходный массив данных, полученный в ходе эксперимента, в общем случае представляет собой зависимость прошедшей мощности двух каналов от времени. Сигнал одного из каналов, в котором располагается ИМЦ, представляет собой синусоиду с известным нам периодом. Сигнал второго канала имеет вид плавно меняющейся кривой с характерными узкими провалами, соответствующими модам микрорезонатора.

Используя полученную на предыдущем этапе зависимость периода ИМЦ от длины волны, можно осуществить переход от временной зависимости в исходном массиве экспериментальных данных к частотной (рис. 4*г*). Для этого необходимо знать точную длину волны в какой-либо момент времени. В рассматриваемом эксперименте была известна длина волны начальной точки диапазона сканирования, так как используемый лазер с отключенной опцией перестройки позволяет выставить начальную длину волны с точностью 10^{-5} нм. Поэтому было достаточно выставить длину волны лазера с выключенной опцией перестройки и начать сбор данных до включения перестройки. В общем же случае, при отсутствии описанной возможности лазера, можно модернизировать установку, добавив третье плечо в оптическую схему. В этом плече можно осуществить гетеродинирование проходящего сигнала с какимлибо эталонным источником излучения или же пропустить излучение через прибор с заведомо известными спектральными характеристиками, например, волоконную брэгговскую решетку.

Логика перехода от временной зависимости исходных данных к частной заключается в следующем: информация о длине волны λ_0 в какой-либо одной точке исходного массива данных дает нам возможность вычислить период ИМЦ в окрестности этой точки, $T_{MZI}(\lambda_0)$, используя ранее полученную зависимость $T_{MZI}(\lambda)$. Зная величину $T_{MZI}(\lambda_0)$, мы можем вычислить длину волны нескольких соседних точек в пределах одного периода ИМЦ. Далее необходимо вычислить период ИМЦ уже для новой длины волны, $\lambda_1 = \lambda_0 + T_{MZI}(\lambda_0)$, используя который мы можем найти значения длин волн для точек, соседних с λ_1 . Таким образом, мы имеем рекуррентное соотношение

$$\lambda_i = \lambda_{i-1} + T_{MZI}(\lambda_{i-1}),$$

с помощью которого можно вычислить длину волны для всех точек исходного массива данных и перейти от временной зависимости к зависимости от длины волны (частотной). Для реализации описанного перехода были написаны соответствующие оригинальные скрипты в пакете MATLAB. На рис. 4г приведены спектры пропускания микрорезонатора и ИМЦ после обработки изложенным выше методом.

Точность определения положения собственных частот микрорезонатора зависит от величины периода используемого ИМЦ и количества точек, укладывающегося в этот период. Количество точек зависит от соотношения между частотой дискретизации АЦП и скоростью перестройки длины волны лазерного источника. Оптимальная скорость сканирования должна быть выбрана из следующих соображений: с одной стороны, скорость сканирования должна быть достаточно низкой, чтобы частоты дискретизации АЦП хватало для четкой «прорисовки» синусоиды ИМЦ и пиков резонатора; с другой стороны, слишком низкая скорость скани-



Рис. 4. (В цвете онлайн) Измерение дисперсии интегрального микрорезонатора. *а*) Принципиальная схема экспериментальной установки: ИМЦ — ранее откалиброванный волоконный ИМЦ; — фотодетектор; АЦП — аналого-цифровой преобразователь для сбора и записи данных. *б*) Фото общего вида экспериментальной установки. *в*) Вид в микроскоп чипа и подводимых в его торец линзованных волокон (процесс юстировки): показаны интегральные резонаторы с межмодовым расстоянием 1 ТГц (вверху) и 150 ГГц (внизу). *г*) Экспериментальные данные для резонатора с межмодовым расстоянием 150 ГГц после обработки: синяя линия — пропускание интегрального чипа с резонатором (спектр мод резонатора); красная — пропускание ИМЦ (на вставке более крупный масштаб). *д*-з) Экспериментальные результаты для резонаторов с межмодовым расстоянием 150 ГГц (*д*, *жс*) и 1 ТГц (*е*, *з*): *д* и *е* — зависимости отступа по частоте *µ*-й моды резонатора от центральной и аппроксимация экспериментальных данных линейной функцией, *ж* и *з* — вклады дисперсии высших порядков в положения мод и аппроксимация квадратичной функцией

рования будет приводить к тому, что частотная нестабильность перестраиваемого источника, связанная с дрейфом частоты или же тепловыми эффектами, приведет к сильным амплитудным шумам снимаемых данных. В данной работе экспериментально определенная оптимальная скорость сканирования была около 2 нм/с, период использованного ИМЦ для 1550 нм составлял 103.412 МГц. Такой выбор обусловлен ограничением максимальной частоты дискретизации используемого АЦП, который для данных параметров системы мог обеспечить около 10–12 точек на период синусоиды ИМЦ $(T_{MZI}(\lambda))$.

2.2. Результаты

На описанной экспериментальной установке с использованием изложенной методики нами успешно измерены спектры пропускания и определены значения собственных частот интегральных микрорезонаторов из нитрида кремния (Si₃N₄) с межмодовыми интервалами около 150 ГГц и 1 ТГц (рис. 4*6*). Для дальнейшего расчета коэффициентов D_1 и D_2 из соотношения (1) необходимо выбрать точку разложения — моду, на которой будет накачиваться будущая гребенка. Для резонатора с межмодовым интервалом 150 ГГц в качестве моды отсчета $\mu = 0$ была выбрана мода вблизи 1567 нм ($f_0 = 191.32$ ГГц), а с интервалом 1 ТГц — вблизи 1560 нм ($f_0 = 192.17$ ТГц). После вычитания частоты выбранной центральной моды f_0 из положения всех остальных была получена зависимость отступа μ -й моды от центральной моды вида (рис. 4*д*, *e*)

$$\Delta f(\mu) = f_{\mu} - f_0,$$

а в соответствии с соотношением (1)

$$f_{\mu} - f_0 = \frac{D_1}{2\pi} \mu + \frac{D_2}{4\pi} \mu^2.$$

Следовательно, для вычисления коэффициентов D_1 и D_2 достаточно аппроксимировать полученную экспериментальную зависимость квадратичной функцией. В связи с тем, что $D_1 \gg D_2$, удобнее сначала найти D_1 путем аппроксимации экспериментальной зависимости $f_{\mu} - f_0$ линейной функцией, а затем вычислить D_2 , найдя квадратичное приближение для зависимости $f_{\mu} - f_0 - (D_1/2\pi) \mu$ (рис. 4*d*).

На графике для резонатора с межмодовым расстоянием в 150 ГГц отчетливо видны отклонения экспериментальных точек от теоретической кривой, определяемой квадратичной функцией, в районе длин волн 1555, 1595 и 1615 нм. Данные отклонения связаны с влиянием на измеряемое семейство мод микрорезонатора другого семейства мод с отличающимся пространственным распределением поля [40,43]. Наличие подобного влияния обусловлено наличием некоторых неоднородностей в микрорезонаторе, связанных с особенностями процесса производства. Такие неоднородности уникальны для каждого резонатора и, естественно, не учитываются в аналитическом выражении (1).

В результате проведенного эксперимента было выяснено, что исследованные микрорезонаторы обладают аномальной дисперсией. Для интегрального микрорезонатора с предполагаемым межмодовым расстоянием 150 ГГц на длине волны 1567 нм

$$D_1/2\pi = 143.516 \pm 0.005$$
 ГГц,
 $D_2/2\pi = 1.72 \pm 0.02$ МГц,

а для межмодового расстояния 1 ТГц на длине волны 1560 нм

$$D_1/2\pi = 996.80 \pm 0.07$$
 ГГц,
 $D_2/2\pi = 14.9 \pm 0.8$ МГц.

Погрешность расчета показателей D_1 и D_2 была оценена с помощью метода складного ножа [44], который заключается в поочередном отбрасывании одной экспериментальной точки из расчета. Величина погрешности в случае измерения резонатора с межмодовым расстоянием 1 ТГц выше, так как количество мод, укладывающихся в диапазон измерения, существенно меньше, чем в случае резонатора с межмодовым расстоянием 150 ГГц (10 мод в первом случае и порядка 70 мод во втором). Предлагаемая методика может быть доработана для расчета дисперсионных коэффициентов более высокого порядка.

2.3. Верификация результатов измерения дисперсионных характеристик

Верификация описанного метода была проведена на примере микрорезонатора с межмодовым расстоянием 150 ГГц путем сравнения полученных экспериментальных результатов с результатами численных расчетов.

Был рассчитан спектр собственных мод микрорезонатора методом конечных элементов (МКЭ) в частотной области. В модель была заложена топология микрорезонатора с межмодовым расстоянием 150 ГГц с учетом всех погрешностей геометрических размеров, связанных с неточностями производственного процесса, и использовалась зависимость показателя преломления материалов с соответствующими допусками, предоставленная производителем. Измерение дисперсионных характеристик было проведено для фундаментальной моды с горизонтальным направлением вектора напряженности электрического поля (рис. 5a). Именно для этого семейства были рассчитаны положения всех собственных частот микрорезонатора в диапазоне 1500-1650 нм. Расчеты проводились в пакете COMSOL MultiPhysics, обладающим проверенной высокой предсказательной способностью [45-47]. В результате численного расчета с учетом погрешностей всех параметров для каждой моды была определена некоторая область частот, в которой, согласно теории, она должна располагаться.

Таким образом, теоретически был получен доверительный интервал для коэффициента $D_2/2\pi =$ = 1.11–2.14 МГц (красная область на рис. 56). Экспериментально измеренное значение коэффициента $D_2/2\pi = 1.72 \pm 0.02$ МГц находится в хорошем соответствии с результатами численных расчетов.

В качестве дополнительной верификации было проведено прямое сравнение полученных экспериментальных результатов с уже зарекомендовавшим себя методом измерения дисперсионных характеристик с использованием источника внешней эталонной частотной гребенки, обладающим высокой точностью. Были измерены дисперсионные характеристики интегральных микрорезонаторов, топология которых полностью повторяла топологию микрорезонаторов использованных в работе [48], где калибровка в процессе измерения проводилась с помощью источника внешней оптической частотной гребенки, используемого в качестве эталонного источника. Коэффициенты $D_2/2\pi$ для данной топологии микрорезонатора, найденные с помощью предлагаемого метода и приведенные в работе [48], составили соответственно 1.26 МГц и 1.56 МГц. Отклонение результатов укладывается в погрешность, обусловленную точностью процесса производства.



Рис. 5. (В цвете онлайн) Сравнение полученных экспериментальных результатов с результатами численного расчета с помощью метода конечных элементов в частотной области. а) Распределение напряженности электрического поля в поперечном сечении волновода для центральной моды f_0 исследуемого пространственного семейства. б) Вклад дисперсии высших порядков в положения мод. Синие точки — эксперимент, оценка $D_2/2\pi = 1.72$ МГц. Красная область — доверительный интервал численного расчета с учетом погрешностей технологического процесса производства и погрешности предоставленных нам зависимостей показателей преломления использованных материалов, оценка $D_2/2\pi = 1.11-2.14$ МГц

3. ГЕНЕРАЦИЯ СОЛИТОННОЙ ЧАСТОТНОЙ ГРЕБЕНКИ В ИССЛЕДУЕМЫХ МИКРОРЕЗОНАТОРАХ

Солитонная частотная гребенка возбуждалась с использованием одного из ранее охарактеризованных микрорезонаторов с $D_1/2 = 143.516 \ \Gamma \Gamma \mu$, $D_2/2\pi = 1.72$ МГц, добротностью $Q \approx 2 \cdot 10^6$, собственной шириной линии $\kappa_0/2\pi = 106$ МГц и шириной линии, обусловленной связью, $\kappa_c/2\pi = 75~{
m M}\Gamma$ ц (рис. 6 в). В качестве источника накачки использовался одномодовый многочастотный лазерный диод с резонатором Фабри-Перо, работающий в режиме затягивания [2,11]. Работа в этом режиме, обеспечивающем за счет обратного рэлеевского рассеяния на поверхностных и объемных неоднородностях микрорезонатора [49, 50] быструю обратную связь между лазером и микрорезонатором, позволяет существенно стабилизировать частоту генерации и значительно уменьшить ширину линии [2,30], причем не только для одночастотных, но и для многочастотных диодов [51]. Это дает возможность использовать для генерации частотных гребенок и солитонов не традиционно используемые узкополосные перестраиваемые лазеры, достаточно дорогие и громоздкие, а значительно более доступные и компактные лазерные диоды [11, 48, 52–54]. Более того, в случае генерации гребенки при помощи затянутого лазерного диода происходит компенсация нежелательных тепловых эффектов [55,56], которые неизбежны при генерации с использованием внешнего лазера с оптическим изолятором, что приводит к необходимости применения специальных методик для их компенсации [57–60].

Излучение лазерного диода в чип заводилось через торец (рис. 6б). С этой целью была изготовлена оригинальная оснастка, позволяющая разместить термостабилизированный лазерный диод на прецизионной шестикоординатной подаче. Как известно, эффект затягивания является крайне чувствительным к фазе отраженной волны [11], поэтому помимо точного позиционирования лазерного диода в плоскости фотонного чипа и по вертикали к нему требовалось с высокой точностью контролировать расстояние между торцами фотонного чипа и лазерного диода. Для этого были использованы пьезоэлементы, позволяющие позиционировать диод с точностью до 20 нм. Чип при этом был термостаблилизован и располагался неподвижно на специально изготовленном держателе. К противоположному торцу фотонного чипа было подведено коническое волокно. Выходной сигнал подавался на оптический анализатор спектра и детектор, подключенный к электрическому анализатору спектра и осциллографу (рис. 6 а). Таким образом, собранный экспериментальный стенд позволял одновременно получать информацию об оптическом спектре и электрическом спектре выходного сигнала и тем самым оценивать степень его когерентности. Как известно, длина волны излучения лазерного диода растет с увеличением тока. Таким образом, возбуждение интересующей нас моды микрорезонатора и затягивание на нее лазерного диода происходило путем плавного увеличения тока последнего. При попадании в

область затягивания сначала наблюдается снижение выходной мощности и характерное изменение оптического спектра выходного сигнала.

В случае многочастотного лазерного диода с резонатором Фабри-Перо наблюдается переход к одночастотному режиму работы на частоте моды микрорезонатора с дополнительным сужением линии генерации [48, 51, 61]. Затем при условии оптимальной фазы обратной волны путем дальнейшей подстройки тока можно увеличить отстройку и пронаблюдать гиперпараметрическую генерацию. Как правило, при увеличении отстройки сначала наблюдается «шумный» режим, затем бризерные состояния, и уже после можно достичь когерентного солитонного состояния, которое характеризуется отсутствием низкочастотных составляющих (ниже частоты повторения солитонов) [32, 61]. Подобный способ генерации путем плавной перестройки тока лазера может быть реализован благодаря наличию эффекта затягивания, обеспечивающим дополнительную стабилизацию системы лазер-микрорезонатор. В случае использования для накачки оптически изолированного внешнего лазера генерация солитона плавной перестройкой частоты излучения не представляется возможной и необходимо использовать различного рода методики, например импульсную модуляцию мощности [57] накачки для компенсации влияния нежелательных тепловых эффектов.

На собранной экспериментальной установке с помощью описанной выше методики мы успешно пронаблюдали генерацию солитонной частотной оптической гребенки в ранее охарактеризованном микрорезонаторе. Ток использованного лазерного диода с резонатором Фабри – Перо мог варьироваться в диапазоне 0–500 мА. Солитонная гребенка наблюдалась на токах около 300 мА, что соответствует примерно 30 мВт в интегральном волноводе, при этом измеренный порог гиперпараметрической генерации (*P*_{th}) для данного микрорезонатора равен 14 мВт.

Как было упомянуто ранее, значение коэффициента D_2 напрямую влияет на спектральную ширину генерируемой гребенки [32]. Ее огибающая в случае односолитонного режима описывается следующим выражением:

$$P_{\mu} \sim 2\eta^2 P_{th} \frac{D_2}{\kappa} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{\pi\mu}{2} \sqrt{\frac{D_2}{2(\omega_0 - \omega)}} \right), \quad (3)$$

где $\eta = \kappa_c/(\kappa_0 + \kappa_c)$ — нормированный коэффициент связи [0;1), $\kappa = \kappa_c + \kappa_0$ — ширина линии нагруженного микрорезонатора. Поправка к мощности центральной линии здесь не приводится ввиду громоздкости, но также может быть рассчитана аналитически [32]. Отметим, что мощность линий гребенки (за исключением центральной) не зависит от мощности накачки при фиксированной отстройке.

Таким образом, дисперсия может быть измерена как по ширине гребенки (числу линий по уровню 3 дБ),

$$N_{comb} = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{2(\omega_0 - \omega)}{D_2}} 2 \operatorname{arcosh}\left(\sqrt{2}\right),$$

так и по суммарной мощности боковых линий (без учета центральной линии),

$$P_{lines} = \frac{4\eta^2 P_{th}}{\kappa} \left(\frac{2}{\pi}\sqrt{2(\omega_0 - \omega)D_2} - D_2\right).$$

Сравнение теоретически предсказанной на основе измеренных дисперсионных коэффициентов огибающей частотной гребенки и экспериментально полученной частотной гребенки приведены на рис. 6г. Ширина теоретически предсказанной гребенки практически полностью совпала с шириной экспериментально наблюдаемой, что свидетельствует о точности измеренных дисперсионных характеристик микрорезонатора и, следовательно, о корректности разработанной методики их определения. Однако при этом спектр наблюдаемой гребенки выглядит достаточно изрезанным в сравнении с гладкой расчетной огибающей, что приводит к тому, что часть линий лежит под теоретической кривой, а часть, наоборот, возвышается над ней. Мы полагаем, что подобные отклонения могут быть вызваны рядом причин.

Во-первых, вероятно, что мы наблюдали многосолитонное состояние, когда в микрорезонаторе существует не один, а несколько солитонов одновременно. Подобное состояние вполне может быть устойчивым и когерентным, т. е. с точки зрения низкочастотных шумов многосолитонное и односолитонное состояния не различимы. Многосолитонное состояние как раз характеризуется изрезанной огибающей оптического спектра, причем степень изрезанности спектра зависит от взаимного расположения солитонов внутри микрорезонатора [32].

Во-вторых, в связи с тем, что накачка производилась многочастотным лазерным диодом с резонатором Фабри – Перо вполне возможно наличие Вернье эффекта, когда некоторые подавленные продольные моды лазерного диода совпадают с соответствующими модами резонатора (аналог многочастотной накачки). В этом случае может происходить усиление отдельных линий гребенки, которые совпали по час-



Рис. 6. (В цвете онлайн) Генерация оптической частотной гребенки в режиме затягивания. а) Принципиальная схема экспериментальной установки для генерации гребенки при накачке лазерным диодом в режиме затягивания: ЛД — лазерный диод; КД — контроллер лазерного диода (ток инжекции и термостабилизация); БФД — быстрый фотодетектор; ЭСА электрический анализатор спектра; ОСА — оптический анализатор спектра. б) Фото лазерного диода (ЛД), подведенного в торец фотонного чипа (SiN); вид в микроскоп. в) Экспериментально измеренная накачиваемая мода микрорезонатора в линейном режиме (синяя линия) и аппроксимация функцией Лоренца с учетом связи (красная штриховая линия) и ее параметры. г) Экспериментально полученная солитонная частотная гребенка (синие линии) и огибающая (3), рассчитанная на основе измеренных параметров микрорезонатора (красная линия). Вставка: СВЧ-спектр выходного сигнала. Отсутствие низкочастотных составляющих свидетельствует о высокой когерентности выходного сигнала

тоте с продольными модами лазерного диода в полосе его усиления. Аналогичный эффект был недавно продемонстрирвон для генерации частотных гребенок и платиконов в режиме затягивания в области нормальной ДГС [62].

В-третьих, изрезанность огибающей оптической гребенки может быть вызвана наличием неоднородностей в микрорезонаторе, приводящих к взаимодействию мод разных семейств, наличие которых подтверждается неоднородностью экспериментально измеренной дисперсионной кривой (см. рис. 56).

4. ВЫВОДЫ

Таким образом, авторами разработан и испытан оригинальный метод экспериментального определения дисперсионных характеристик оптических микрорезонаторов и подробно описан способ его реализации. Рассмотренный метод, основанный на применении интерферометра Маха–Цендера в качестве калибровочного инструмента, отличается своей универсальностью с точки зрения диапазона измерений, доступностью и высоким уровнем точности. Помимо этого, данный метод подходит для измерения дисперсионных характеристик интегральных микрорезонаторов с большим межмодовым расстоянием, что успешно было продемонстрировано на примере измерения ДГС высокодобротных микрорезонаторов из нитрида кремния с межмодовыми расстояниями 1 ТГц и 150 ГГц. Точность метода была подтверждена как численно, путем сравнения измеренных параметров с результатами, полученными численно с помощью метода конечных элементов, так и экспериментально, посредством анализа спектра возбужденной лазерным диодом солитонной гребенки при эффекте затягивания. Параметры огибающей спектра частотной гребенки полностью совпали с аналитической оценкой на основе измеренных дисперсионных параметров микрорезонатора.

Благодарности. Работа выполнена с использованием оборудования ЦКП ВНИИОФИ (ckp.vniiofi.ru) и ЦКП «Визуализации высокого разрешения» Сколтеха (https://www.skoltech.ru).

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 21-72-00132).

ЛИТЕРАТУРА

- V. B. Braginsky, M. L. Gorodetsky, and V. S. Ilchenko, Phys. Lett. A 137, 393 (1989).
- V. V. Vassiliev, V. L. Velichansky, V. S. Ilchenko et al., Opt. Comm. 158, 305 (1998).
- 3. K. J. Vahala, Nature 424, 839 (2003).
- A. B. Matsko and V. S. Ilchenko, IEEE J. Sel. Top. Quant. Electron. 12, 3 (2006).
- A. B. Matsko and V. S. Ilchenko, IEEE J. Sel. Top. Quant. Electron. 12, 15 (2006).
- I. S. Grudinin, A. B. Matsko, A. A. Savchenkov et al., Opt. Comm. 265, 33 (2006).
- J. Ward and O. Benson, Laser Photon. Rev. 5, 553 (2011).
- D. V. Strekalov, C. Marquardt, A. B. Matsko et al., J. Opt. 18, 123002 (2016).
- G. Lin, A. Coillet, and Y. K. Chembo, Adv. Opt. Photonics 9, 828 (2017).
- M. Kues, C. Reimer, J. M. Lukens et al., Nature Photonics 1, 170 (2019).
- N. M. Kondratiev, V. E. Lobanov, A. V. Cherenkov et al., Opt. Express 25, 28167 (2017).
- P. Del'Haye, A. Schliesser, O. Arcizet et al., Nature 450, 1214 (2007).
- T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, and K. J. Vahala, Phys. Rev. Lett. 93, 083904 (2004).
- 14. T. J. Kippenberg, R. Holzwarth, and S. A. Diddams, Science 332, 555 (2011).
- A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, D. Strekalov et al., Phys. Rev. Lett. 93, 243905 (2004).
- 16. T. Herr, J. Riemensberger, C. Wang et al., Nature Photonics 6, 480 (2012).
- A. Pasquazi, M. Peccianti, L. Razzari et al., Phys. Rep. 729, 1 (2018).
- A. L. Gaeta, M. Lipson, and T. J. Kippenberg, Nature Photonics 13, 158 (2019).
- 19. Y. K. Chembo, Nanophotonics 5, 214 (2016).
- 20. T. Udem, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch, Nature 416, 233 (2002).
- 21. T. Fortier and E. Baumann, Comm. Phys. 2, 153 (2019).

- 22. P. Marin-Palomo, J. N. Kemal, M. Karpov et al., Nature 546, 274 (2017).
- A. Fülöp, M. Mazur, A. Lorences-Riesgo et al., Nature Comm. 9, 1598 (2018).
- 24. M. G. Suh and K. J. Vahala, Science 359, 884 (2018).
- 25. P. Trocha, D. Ganin, M. Karpov et al., Science 359, 887 (2018).
- 26. Q. F. Yang, B. Shen, H. Wang et al., Science 363, 965 (2019).
- E. Obrzud, M. Rainer, A. Harutyunyan et al., Nature Photonics 13, 31 (2019).
- M.-G. Suh, X. Yi, Y.-H. Lai et al., Nature Photonics 13, 25 (2019).
- 29. Z. L. Newman, V. Maurice, T. Drake et al., Optica6, 680 (2019).
- 30. W. Liang, V. Ilchenko, A. A. Eliyahu et al., Nature Comm. 6, 7371 (2015).
- D. T. Spencer, T. Drake, T. C. Briles et al., Nature 557, 81 (2018).
- 32. T. Herr, V. Brasch, J. D. Jost et al., Nature Photonics 8, 145 (2014).
- 33. T. J. Kippenberg, A. L. Gaeta, M. Lipson, and M. L. Gorodesky, Science 361, eaan8083 (2018).
- 34. C. Godey, I. V. Balakireva, A. Coillet, and Y. K. Chembo, Phys. Rev. A 89, 063814 (2014).
- 35. S. Fujii and T. Tanabe, Nanophotonics 9, 1087 (2020).
- 36. C. Xu, J. Ma, Ch. Ke et al., Appl. Phys. Lett. 114, 091104 (2019).
- 37. V. Brasch, M. Geiselmann, T. Herr et al., Science 351, 357 (2016).
- 38. N. L. B. Sayson, K. E. Webb, S. Coen et al., Opt. Lett. 42, 5190 (2017).
- N. L. B. Sayson, T. Bi, V. Ng et al., Nature Photonics 13, 701 (2019).
- 40. P. Del'Haye, O. Arcizet, M. L. Gorodetsky et al., Nature Photonics 3(9), 529 (2009).
- 41. L. C. Schneider, Bloomington (2017).
- 42. Z. Tian, S. S.-H. Yam, J. Barnes et al., IEEE Photon. Techn. Lett. 20, 626 (2008).
- 43. T. Herr, V. Brasch, J. D. Jost et al., Phys. Rev. Lett. 113, 123901 (2014).
- 44. B. Efron and C. Stein, Ann. Stat. 9, 586 (1981).

- 45. Y. A. Demchenko and M. L. Gorodetsky, J. Opt. Soc. Amer. B 30, 3056 (2013).
- 46. A. V. Andrianov, M. P. Marisova, V. V. Dorofeev, and E. A. Anashkina, Results Phys. 17, 103128 (2020).
- **47**. N. M. Kondratiev and M. L. Gorodetsky, Phys. Lett. A **382**, 2265 (2018).
- 48. A. S. Raja, A. S. Voloshin, H. Guo et al., Nature Comm. 10, 680 (2019).
- 49. M. L. Gorodetsky, A. D. Pryamikov, and V. S. Ilchenko, J. Opt. Soc. Amer. B 17, 1051 (2000).
- 50. T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, and K. J. Vahala, Opt. Lett. 27, 1669 (2002).
- 51. R. R. Galiev, N. G. Pavlov, N. M. Kondratiev et al., Opt. Express 26, 30509 (2018).
- 52. N. G. Pavlov, S. Koptyaev, G. V. Lihachev et al., Nature Photonics 12, 694 (2018).
- 53. N. M. Kondratiev, V. E. Lobanov, E. A. Lonshakov et al., Opt. Express 28, 38892 (2020).

- 54. B. Shen, L. Chang, J. Liu et al., Nature 582, 365 (2020).
- V. S. Il'chenko and M. L. Gorodetskii, Laser Phys. 2, 1004 (1992).
- 56. T. Calmon, L. Yang, and K. J. Vahala, Opt. Express 12, 4742 (2004).
- 57. V. Brasch, M. Geiselmann, M. H. P. Pfeiffer, and T. J. Kippenberg, Opt. Express 24, 29312 (2016).
- 58. T. Wildi, V. Brasch, J. Liu et al., Opt. Lett. 44, 4447 (2019).
- 59. X. Yi, Q.-F. Yang, K. Y. Yang, and K. Vahala, Opt. Lett. 41, 2037 (2016).
- 60. S. Zhang, J. M. Silver, L. Del Bino et al., Optica 6, 206 (2019).
- A. S. Voloshin, N. M. Kondratiev, G. V. Lihachev et al., Nature Comm. 12, 235 (2021).
- 62. А. Е. Шитиков, А. С. Волошин, И. К. Горелов и др., ЖЭТФ 161, 1 (2022).