

АСИММЕТРИЧНЫЙ ЭФФЕКТ БОРМАНА В ПАССИВНОМ РТ-СИММЕТРИЧНОМ ФОТОННОМ КРИСТАЛЛЕ

B. A. Бушуев^{}, B. I. Манцызов^{**}*

*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 29 апреля 2022 г.,
после переработки 25 мая 2022 г.
Принята к публикации 25 мая 2022 г.

Аналитическим спектральным методом решена граничная задача динамической брэгговской дифракции оптического излучения в геометрии Лауз в одномерном пассивном РТ-симметричном фотонном кристалле (ФК). Показано, что эффект Бормана, или аномально высокая прозрачность кристалла при выполнении брэгговского условия, в пассивном РТ-симметричном ФК имеет ряд особенностей, которые объясняются наличием особой точки спонтанного распада РТ-симметричных компонент мод излучения. Так, при эффекте Бормана увеличивается амплитуда дифрагированной волны за счет роста поглощения среды. Это наблюдается в окрестности особой точки выше порогового значения параметра поглощения при положительном брэгговском угле падения излучения на кристалл. Имеет место также асимметрия эффекта Бормана в пассивном РТ-симметричном ФК: амплитуда дифрагированной волны меняется при смене знака угла Брэгга — увеличивается в случае отрицательного угла падения.

DOI: 10.31857/S0044451022090048

EDN: EKDNPV

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее десятилетие концепция РТ-симметрии (parity-time symmetry), предложенная впервые в квантовой механике для неэрмитовых систем [1–3], вызывает большой интерес в оптике неконсервативных сред, в которых оптические свойства характеризуются РТ-симметрией [4–7]. Диэлектрическая проницаемость в таких средах с усилением и поглощением описывается РТ-симметричной комплексной функцией координаты $\varepsilon(x) = \varepsilon^*(-x)$, где действительная часть $\text{Re } \varepsilon(x)$ является четной функцией, а мнимая часть, описывающая усиление и поглощение среды, — нечетной функцией. Теоретически и экспериментально было показано, что в РТ-симметричных средах с усилением и поглощением могут распространяться стационарные волны с действительными волновыми векторами и постоянными амплитудами — РТ-симметричные моды [8–11]. Важной характерной особенностью РТ-симметричных систем является

наличие особой точки (ОТ) спонтанного распада РТ-симметричного состояния, когда при определенном значении параметра усиления и поглощения происходит переход к РТ-несимметричным модам, которые при распространении в среде испытывают усиление и поглощение [5, 12, 13]. При условии спектральной сингулярности [14, 15] наблюдался лазерный эффект и идеальное когерентное поглощение [16–18]. В периодических РТ-симметричных средах, или фотонных кристаллах (ФК), исследовались РТ-симметричные эффекты, связанные с трансляционной симметрией структуры. Прежде всего — это блоховские осцилляции [19, 20] и эффект однонаправленного усиленного брэгговского отражения, или однонаправленной невидимости, в особой точке спонтанного распада РТ-симметричной моды для пучков [21–25] и импульсов [26–29].

Особый интерес представляют пассивные РТ-симметричные системы [12, 30, 31], в которых диэлектрическая проницаемость является суперпозицией РТ-симметричной функции и постоянной мнимой величины, описывающей дополнительное поглощение. В таких средах существует только поглощение, а усиление отсутствует. Однако при этом сохраняется наиболее важная и интересная особенность РТ-симметрии — наличие ОТ. Отсюда следует

* E-mail: vabushuev@yandex.ru

** E-mail: bmantsyzov@gmail.com

и возможность наблюдения РТ-симметричных оптических эффектов, причем условия для эксперимента существенно упрощаются из-за отсутствия необходимости создания усиления в среде. Так, именно в пассивных РТ-симметричных средах наблюдалась спонтанный распад РТ-симметричных мод [12], одностороннее отражение [23] и асимметричная дифракция на решетке [32].

В традиционных пассивных периодических структурах, т. е. в обычных поглощающих кристаллах, хорошо известен эффект Бормана, или эффект аномально слабого поглощения рентгеновского излучения при динамической брэгговской дифракции в геометрии Лауз (на прохождение) [33]. Суть эффекта заключается в том, что при падении излучения под углом Брэгга в совершенном кристалле распространяются две собственные моды — бормановская и антибормановская. Поле последней моды локализовано преимущественно в областях с большой электронной плотностью, и поэтому оно быстро поглощается, а поле другой моды локализовано в межатомных плоскостях с малой электронной плотностью и поглощается слабо. Оптический эффект Бормана [34] наблюдался и в обычных поглощающих ФК [35], тогда как в пассивных РТ-симметричных ФК он еще не исследовался.

В настоящей работе теоретически рассмотрены оптические эффекты, возникающие при распространении излучения в одномерном пассивном РТ-симметричном ФК в условиях динамической брэгговской дифракции в геометрии Лауз. С помощью спектрального метода показано, что для оптического пучка в пассивном РТ-симметричном ФК вблизи ОТ наблюдается асимметричный эффект Бормана. Обсуждаются основные особенности эффекта по сравнению со случаем обычного поглощающего ФК. Показано, что из-за наличия ОТ в пассивном РТ-симметричном ФК в эффекте Бормана наблюдается увеличение пропускания в направлении дифрагированной волны за счет роста поглощения среды. При этом пропускание увеличивается при положительном угле падения и уменьшается в случае отрицательного угла. Подобное асимметричное усиление эффекта Бормана имеет место и в диспергирующей среде, несмотря на нарушение строгих условий ОТ и РТ-симметрии в случае отстройки частоты излучения от резонансного брэгговского значения или при изменении угла падения. Это происходит при выполнении описанного в работах [26–29] условия широкополосной ОТ, когда спектральная область селективного брэгговского отражения суще-

ственno уже, чем ширина линии неоднородного уширения в резонансной среде.

2. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ОПТИЧЕСКОГО ПУЧКА В ПАССИВНОМ КВАЗИ-РТ-СИММЕТРИЧНОМ ФОТОННОМ КРИСТАЛЛЕ

Рассмотрим взаимодействие *s*-поляризованного оптического пучка

$$E_{in}(\mathbf{r}, t) = A_{in}(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} - i\omega t) \quad (1)$$

с медленно изменяющейся гауссовской амплитудой (на поверхности кристалла $z = 0$)

$$A_{in}(x, 0) = A \exp[-(x \cos \theta / r_0)^2] \quad (2)$$

с пассивным, т. е. поглощающим, РТ-симметричным одномерным ФК при условии брэгговской дифракции в геометрии Лауз (рис. 1). Здесь θ — угол падения излучения на поверхность $z = 0$, $\mathbf{k}_0 = (k_{0x}, k_{0z})$ — центральный волновой вектор в вакууме, $k_{0x} = k \sin \theta$, $k_{0z} = k \cos \theta$, $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$, ω — частота пучка, c и λ — соответственно скорость света и длина волны в вакууме, r_0 — поперечная ширина падающего пучка.

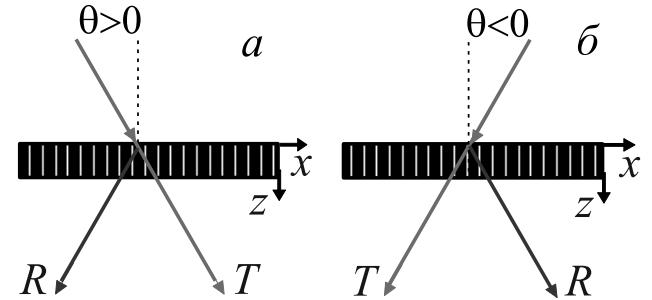


Рис. 1. Схематическое представление двух случаев падения излучения на ФК: (a) $\theta > 0$ и (б) $\theta < 0$; T и R — соответственно прямой проходящий и дифрагированный пучки

Диэлектрическая проницаемость структуры с учетом материальной частотной дисперсии задается следующим образом:

$$\varepsilon(x, \omega) = \varepsilon_0 + \varepsilon' \cos(hx) + \varepsilon_{res}(x, \omega), \quad (3)$$

где $h = 2\pi/d$ — модуль вектора обратной решетки \mathbf{h} , который направлен вдоль оси x , d — период решетки. Первые два слагаемых $\varepsilon_0 + \varepsilon' \cos(hx) > 1$ в выражении (3) описывают периодически модулированную четную функцию действительной части диэлектрической проницаемости, которая задается

прозрачной диэлектрической средой с пренебрежимо малой материальной дисперсией, $\varepsilon' > 0$. Третье комплексное слагаемое в (3) соответствует вкладу в диэлектрическую проницаемость резонансных двухуровневых осцилляторов:

$$\varepsilon_{res}(x, \omega) = \tilde{\varepsilon}(\omega)[1 + \sin(hx)], \quad (4)$$

где величина $\tilde{\varepsilon}$ для квантовых двухуровневых осцилляторов в приближении некогерентного взаимодействия определяется следующей комплексной функцией [36]:

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}(\omega) = \beta \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g(\omega_0 - \omega'_0)}{(\omega - \omega'_0) + i/T_2} d(\omega - \omega'_0) = \\ = \tilde{\varepsilon}'(\omega) + i\tilde{\varepsilon}''(\omega). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}'(\omega) \equiv \text{Re}\tilde{\varepsilon}(\omega) = \beta \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\omega'_0 - \omega)g(\omega_0 - \omega'_0)}{(\omega'_0 - \omega)^2 + (\gamma_2/2)^2} d\omega'_0, \\ \tilde{\varepsilon}''(\omega) \equiv \text{Im}\tilde{\varepsilon}(\omega) = \beta \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\gamma_2/2)g(\omega_0 - \omega'_0)}{(\omega'_0 - \omega)^2 + (\gamma_2/2)^2} d\omega'_0, \end{aligned} \quad (6)$$

$\beta = 4\pi(-w)N_0\mu^2/\hbar$, N_0 — средняя концентрация резонансных атомов, μ — величина дипольного момента перехода атома, $w = -1$ — инверсия невозбужденных резонансных атомов, $\omega - \omega'_0$ — отклонение частоты падающего излучения ω от частоты резонансных атомов ω'_0 , $g(\omega_0 - \omega'_0)$ — функция неоднородного уширения спектральной линии с характерной шириной γ_2^* , ω_0 — центральная частота резонанса, $\gamma_2 = 2/T_2$ — ширина однородно уширенной спектральной линии, T_2 — время поперечной однородной релаксации дипольного момента. Функция $1 + \sin(hx)$ в (4) задает пространственно-периодическое распределение концентрации $N_0[1 + \sin(hx)]$ невозбужденных резонансных атомов. Формулы (5) и (6) являются квантовым аналогом формулы Лоренца–Лоренца для классического резонансного диполя. С учетом (4) формулу (3) перепишем в виде

$$\varepsilon(x, \omega) = \varepsilon_0 + \varepsilon' \cos(hx) + \tilde{\varepsilon}(\omega)[1 + \sin(hx)]. \quad (7)$$

Мнимая часть функции $\tilde{\varepsilon}(\omega)$ в (4) и (7) задает величину поглощения излучения в среде. Условия $\tilde{\varepsilon}''(\omega) > 0$ и $1 + \sin(hx) > 0$ в (7) означают, что среда является пассивной, т. е. только поглощающей, усиление в среде отсутствует. С другой стороны, диэлектрическую проницаемость (7) можно записать

в виде суперпозиции пространственно-однородной функции

$$\tilde{\varepsilon}_0(\omega) = \varepsilon_0 + \tilde{\varepsilon}(\omega)$$

и двух периодических функций, которые являются квази-РТ-симметричной частью функции $\varepsilon(x, \omega)$ (3) в случае неоднородно уширенной резонансной спектральной линии [26, 27]:

$$\varepsilon(x, \omega) = \tilde{\varepsilon}_0(\omega) + \varepsilon' \cos(hx) + \tilde{\varepsilon}(\omega) \sin(hx), \quad (8)$$

или, иначе, —

$$\varepsilon(x, \omega) = \tilde{\varepsilon}_0(\omega) + \varepsilon_1(\omega)e^{-ihx} + \varepsilon_{-1}(\omega)e^{ihx},$$

где

$$\varepsilon_1(\omega) = \frac{1}{2} [\varepsilon' + i\tilde{\varepsilon}(\omega)], \quad \varepsilon_{-1}(\omega) = \frac{1}{2} [\varepsilon' - i\tilde{\varepsilon}(\omega)] \quad (9)$$

— коэффициенты Фурье.

Величина поля в пучке

$$E(\mathbf{r}, t) = E(x, z) \exp(-i\omega t)$$

в диспергирующей среде удовлетворяет уравнению Гельмгольца:

$$\Delta E(x, z) + k^2 \varepsilon(x, \omega) E(x, z) = 0, \quad (10)$$

где $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2$ — оператор Лапласа.

В периодической среде вблизи условия Брэгга $2k \sin \theta_B = sh$, где θ_B — угол Брэгга, имеет место двухволновое приближение брэгговской дифракции [34]. Тогда поле в среде может быть представлено в виде суммы двух сильно связанных волн — прямой проходящей, $E_0(x, z)$, и дифракционно отраженной, $E_h(x, z)$, волн:

$$E(x, z) = E_0(x, z) + E_h(x, z), \quad (11)$$

где

$$E_g(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} A_g(K) \exp[i(q_{0x} - sg)x + iq_{0z}z] dK. \quad (12)$$

Здесь $g = 0, h; s = 1$, если $\theta > 0$, и $s = -1$, если $\theta < 0$ (рис. 1), $K = k_x - k_{0x}$, $A_0(K)$ и $A_h(K)$ — комплексные амплитуды спектральных компонент прямой проходящей и дифрагированной волн соответственно. Благодаря сохранению тангенциальных компонент волновых векторов на границе $z = 0$, x -проекция волновых векторов прямых проходящих волн в среде запишется в виде $q_{0x}(K) = k_x = k_{0x} + K$.

Из требования существования нетривиальных решений для полей (11), после их подстановки в уравнение (10), получим следующие дисперсионные уравнения для z -проекций волновых векторов прямой и дифрагированной волн двух собственных мод, так называемых бормановской, $q_{0z}^{(1)}$, и антибормановской, $q_{0z}^{(2)}$, мод в пассивном квази-РТ-симметричном ФК:

$$q_{0z}^{(1,2)} = k[\tilde{\varepsilon}_0 - (q_{0x}/k)^2 + \alpha_s \mp (\alpha_s^2 + \varepsilon_1 \varepsilon_{-1})^{1/2}]^{1/2}, \quad (13)$$

где параметр

$$\alpha_s = \frac{(sq_{0x} - h/2)h}{k^2} \quad (14)$$

определяет степень отклонения от точного условия Брэгга $q_{0x} = sh/2$. Из (13) и (9) следует, что в случае точного резонанса $\omega = \omega_0$ и брэгговского условия $\alpha_s = 0$ величина

$$(\varepsilon_1 \varepsilon_{-1})^{1/2} = \frac{1}{2}(\varepsilon'^2 - \tilde{\varepsilon}'^2)^{1/2}$$

определяет точку бифуркации $\tilde{\varepsilon}'' = \varepsilon'$ мнимой части (13) (см. ниже рис. 4a), или ОТ нарушения РТ-симметрии в пассивных РТ-симметричных ФК.

Из условий непрерывности x -проекций векторов электрического и магнитного полей на границе $z = 0$ несложно при условии слабого френелевского отражения получить амплитуды полей прямой и дифрагированной волн бормановской ($j = 1$) и антибормановской ($j = 2$) мод:

$$\begin{aligned} A_{0j}(K) &= \mp \frac{r_{2,1}}{r_1 - r_2} A_{in}(K), \\ A_{hj}(K) &= r_j A_{0j}(K). \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь

$$A_{in}(K) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_{in}(x, 0) \exp(-iKx) dx$$

— преобразование Фурье амплитуды падающего пучка $A_{in}(x, 0)$ (2),

$$r_j = \frac{\alpha_s \mp (\alpha_s^2 + \varepsilon_1 \varepsilon_{-1})^{1/2}}{\varepsilon_{-s}}$$

— парциальные амплитудные коэффициенты дифракционного отражения волн.

Из (15) несложно получить выражения для амплитуд полей A_{gj} в зависимости от знака s угла падения θ на границу $z = 0$. Амплитуды дифрагированных волн записутся в виде

$$A_{h2}(K) = -A_{h1}(K) = \frac{\varepsilon_s}{2(\alpha_s^2 + \varepsilon_1 \varepsilon_{-1})^{1/2}} A_{in}(K). \quad (16)$$

Полное поле пучка в каждой точке ФК в любой момент времени задается следующим выражением:

$$E(x, z, t) = [A_0(x, z) + A_h(x, z)e^{-ishx}]e^{ik_{0x}x - i\omega t}, \quad (17)$$

где

$$A_g(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} (A_{g1} e^{iq_{0z}^{(1)} z} + A_{g2} e^{iq_{0z}^{(2)} z}) e^{iKx} dK, \quad (18)$$

$g = 0, h$, а амплитуды A_{gj} определяются из формул (15).

Из выражений (17) и (18) с учетом (15) несложно получить выражения для спектров прямого прохождения и дифракционного отражения на выходной границе $z = L$ ФК для падающих монохроматических пучков, т. е. модулей коэффициентов прохождения

$$\begin{aligned} T(\omega) &= \left| \frac{A_0(L, \omega)}{A_{in}} \right| = \\ &= \left| \frac{A_{01}(\omega) e^{iq_{0z}^{(1)} L} + A_{02}(\omega) e^{iq_{0z}^{(2)} L}}{A_{in}} \right| \end{aligned} \quad (19)$$

и дифракционного отражения

$$\begin{aligned} R^{\pm}(\omega) &= \left| \frac{A_h^{\pm}(L, \omega)}{A_{in}} \right| = \\ &= \left| \frac{A_{h1}^{\pm}(\omega) e^{iq_{0z}^{(1)} L} + A_{h2}^{\pm}(\omega) e^{iq_{0z}^{(2)} L}}{A_{in}} \right|. \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь верхние индексы « \pm » соответствуют положительному и отрицательному знакам угла падения θ соответственно. Следует отметить, что величина коэффициента прохождения (19) не зависит от знака угла падения: $T(\omega) \equiv T^+(\omega) = T^-(\omega)$.

3. ЭФФЕКТ БОРМАНА В ПАССИВНОМ РТ-СИММЕТРИЧНОМ ФОТОННОМ КРИСТАЛЛЕ

Эффект Бормана есть аномально слабое поглощение излучения вблизи точного выполнения брэгговского условия при динамической брэгговской дифракции в геометрии Лауз [37]. В традиционном поглащающем ФК, где пространственно-неоднородные распределения действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости описываются одинаковыми функциями, например, $\cos(hx)$:

$$\varepsilon(x, \omega) = \varepsilon_0 + \varepsilon' \cos(hx) + \tilde{\varepsilon}(\omega) [1 + \cos(hx)], \quad (21)$$

эффект Бормана объясняется слабым поглощением бормановской моды, поле которой локализуется

преимущественно в областях с малым поглощением. В этом случае проходящее излучение уменьшается с увеличением поглощения, а также наблюдается симметрия эффекта Бормана при смене знака угла падения θ [37].

Рассмотрим эффект Бормана в пассивном РТ-симметричном ФК. Покажем, что, в отличие от традиционного поглощающего ФК, в пассивной РТ-симметричной структуре, во-первых, наблюдается асимметрия эффекта Бормана при смене знака угла падения и, во-вторых, амплитуда дифрагированного поля растет при увеличении резонансного поглощения среды в случае положительного угла падения.

В качестве характеристики величины поглощения в среде введем такой параметр, как $\sigma = \tilde{\varepsilon}''(\omega_0)/\varepsilon'$, т. е. отношение максимума мнимой части резонансной диэлектрической проницаемости $\tilde{\varepsilon}(\omega)$ в (8) к величине ε' , которая характеризует глубину периодической модуляции действительной части $\varepsilon(x, \omega)$. Тогда условие ОТ записывается как $\sigma = 1$. На рис. 2 представлены графики зависимостей коэффициентов дифракционного отражения R^\pm (20) и прохождения T (19) в центре пучка от отстройки $\Delta\theta = \theta - \theta_B$ угла падения от точного брэгговского угла при различных знаках угла θ и значениях параметра поглощения σ . Как видно из рис. 2a, при положительном угле $\theta > 0$ максимумы полей прямой и дифрагированной волн, T и R^+ , соответствуют точному выполнению условия Брэгга $\Delta\theta = 0$, а коэффициент дифракционного отражения R^+ при $\sigma = 1.1$ (кривая 1) меньше величины R^+ при $\sigma = 2.0$ (кривая 2). Таким образом, в эффекте Бормана в пассивном РТ-симметричном ФК при $\theta > 0$ наблюдается увеличение амплитуды поля дифрагированной волны при увеличении параметра поглощения среды σ . Ниже будет показано, что эта закономерность появляется в окрестности ОТ при $\sigma \geq 1$. Кроме того, графики на рис. 2 демонстрируют асимметрию эффекта Бормана по отношению к смене знака угла падения. Смена знака угла ($\theta > 0$ на $\theta < 0$) приводит к увеличению дифракционного отражения, $R^- > R^+$, что четко видно из сравнения кривых 1 и 2 для R^- на рис. 2б с одноименными кривыми для R^+ на рис. 2a. Кроме того, величина R^- уменьшается с ростом параметра поглощения σ (см. кривые 1 и 2 на рис. 2б), подобно случаю традиционного поглощающего ФК. Из рис. 2 также видно, что модуль амплитуды проходящего поля T не зависит от знака угла падения и уменьшается с увеличением параметра поглощения σ (кривые 3 и 4).

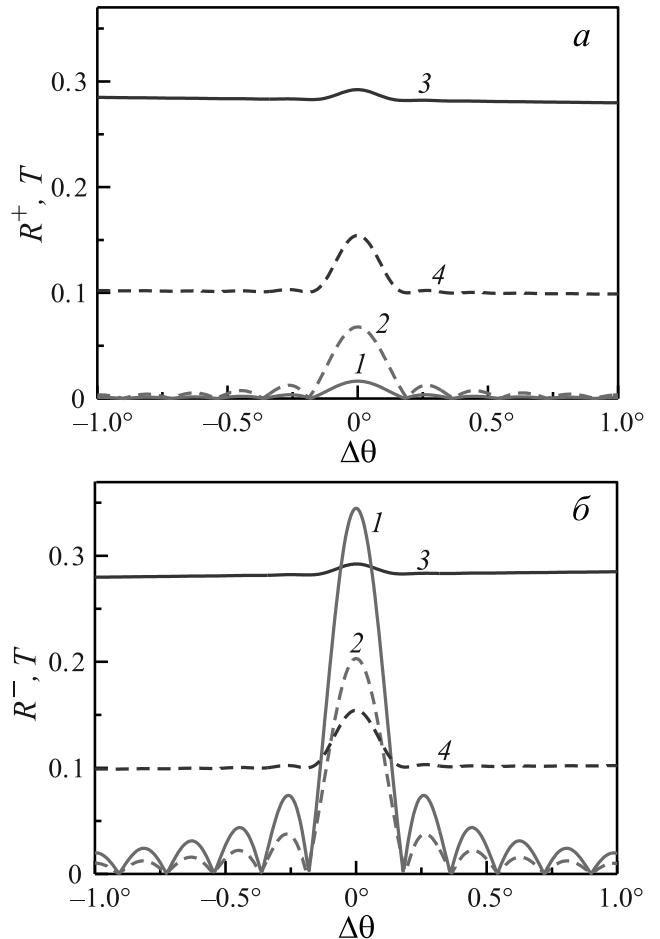


Рис. 2. а) Угловые зависимости при $\theta > 0$ коэффициентов дифракционного отражения R^+ при $\sigma = 1.1$ (кривая 1) и $\sigma = 2.0$ (кривая 2) и прохождения T при $\sigma = 1.1$ (кривая 3) и $\sigma = 2.0$ (кривая 4) от отстройки $\Delta\theta = \theta - \theta_B$ угла падения от брэгговского значения. **б)** Зависимости $R^- (\Delta\theta)$ (кривые 1 и 2) и $T (\Delta\theta)$ (кривые 3 и 4) при $\theta < 0$. Параметры поглощения: $\sigma = 1.1$ (кривые 1 и 3) и $\sigma = 2.0$ (кривые 2 и 4). Толщина ФК $L = 0.26$ мм, $\lambda = 0.8$ мкм, $\omega = \omega_0$, $d = 0.8$ мкм, $\theta_B = 30^\circ$, $\varepsilon_0 = 1.3$, $\varepsilon' = 0.001$, $r_0 = 200$ мкм

Расчеты пространственного распределения амплитуд полей в ФК (18) при используемых ниже параметрах излучения и фотонного кристалла показывают, что для анализа и выявления основных особенностей распространения и дифракции пучка можно ограничиться рассмотрением плосковолнового случая при поперечном размере падающего пучка $r_0 \geq (2 \div 3)L \sin \theta_B$.

Известно [38], что в случае значительной частотной дисперсии, условие РТ-симметрии нарушается при отстройке $\Omega = \omega - \omega_0$ частоты излучения ω от точного значения резонансной частоты ω_0 . Поэтому важно ответить на вопрос: сохра-

няются ли особенности эффекта Бормана в пассивной РТ-симметричной среде, описанные выше, в частотных спектрах отражения $R^\mp(\Omega)$ (20) и прохождения $T(\Omega)$ (19)? Из рис. 3 видно, что основные закономерности эффекта Бормана сохраняются при выполнении условия широкополосной ОТ [26, 29], когда ширина брэгговской кривой отражения $\Delta\Omega$ существенно меньше ширины линии неоднородного уширения: $\Delta\Omega/\gamma_2^* \ll 1$.

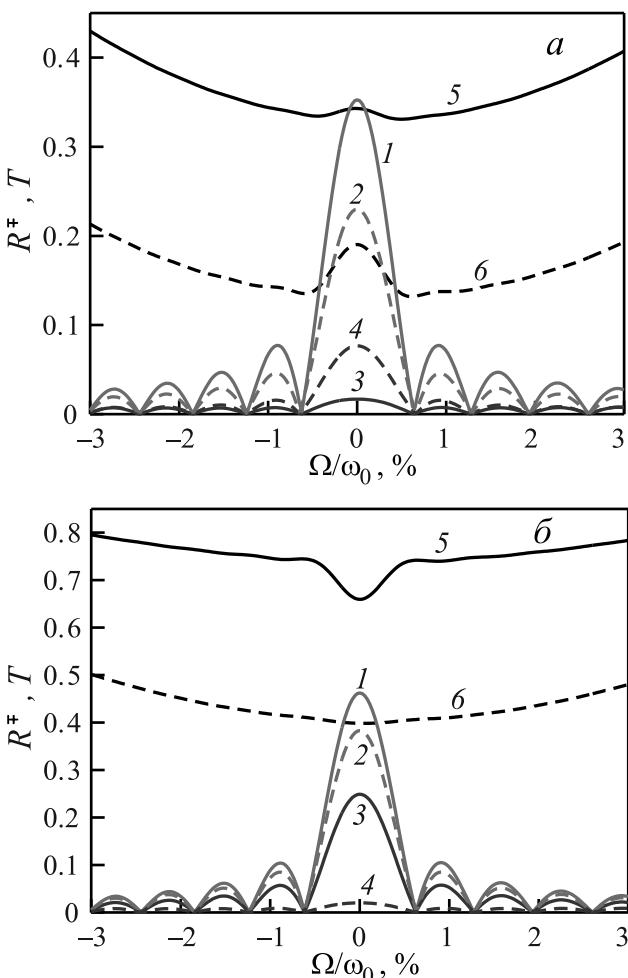


Рис. 3. а) Спектры отражения $R^\mp(\Omega)$ при $\sigma > 1$: $\sigma = 1.1$ и 2.0 (кривые 1 и 2), $R^\pm(\Omega)$ при $\sigma = 1.1$ и 2.0 (кривые 3 и 4), и прохождения $T(\Omega)$ при $\sigma = 1.1$ и $\sigma = 2.0$ (кривые 5 и 6) при различных знаках угла θ_B . б) Спектры отражения $R^\mp(\Omega)$ при $\sigma < 1$: $\sigma = 0.3$ и 0.9 (кривые 1 и 2), $R^\pm(\Omega)$ при $\sigma = 0.3$ и 0.9 (кривые 3 и 4), и прохождения $T(\Omega)$ при $\sigma = 0.3$ и 0.9 (кривые 5 и 6) при различных знаках угла θ_B . Расчеты выполнены в условиях широкополосной ОТ: $\gamma_2/\omega_0 = 0.005$, $\gamma_2^*/\omega_0 = 0.1 \gg \Delta\Omega/\omega_0$. Форма линии $g(\omega_0 - \omega)$ — гауссова. Остальные параметры такие же, как в подписи к рис. 2

Действительно, выше ОТ спонтанного распада РТ-симметричных мод, $\sigma > 1$, рис. 3а, наблюдается асимметрия спектра отражения $R^\mp(\Omega)$ при смене знака угла падения: $R^-(\Omega) > R^+(\Omega)$ — кривые 1, 2 для $R^-(\Omega)$ и 3, 4 для $R^+(\Omega)$. Также в случае $\theta > 0$ наблюдается увеличение коэффициента дифракционного отражения при усилении поглощения σ : $R^+(\sigma = 1.1) < R^+(\sigma = 2)$ (кривые 3 и 4). В области существования РТ-симметричных мод, т. е. ниже ОТ при $\sigma < 1$, рис. 3б, величины $R^\mp(\Omega)$ всегда, т. е. при любом знаке угла θ , уменьшаются с увеличением поглощения σ (кривые 1, 2 и 3, 4). Независимо от знака угла падения коэффициенты прохождения $T(\Omega)$ уменьшаются при увеличении поглощения σ в обоих случаях — как выше (рис. 3а), так и ниже (рис. 3б) ОТ (кривые 5 и 6). Особенность хода кривой 5 на рис. 3б — наличие минимума при точном выполнении условия Брэгга $\Omega = 0$ — связана с маятниковым эффектом [39], т. е. периодической перекачкой энергии прямых волн бормановской и антибормановской мод в дифрагированные волны и обратно по мере распространения излучения вдоль оси z . Маятниковый эффект существует ниже ОТ при $\sigma < 1$ из-за ортогональности бормановской и антибормановской мод, $\text{Re } q_{0z}^{(1)} \neq \text{Re } q_{0z}^{(2)}$ (13), и отсутствует выше ОТ при $\sigma > 1$.

4. УСИЛЕНИЕ БРЭГГОВСКОЙ ДИФРАКЦИИ ЗА СЧЕТ УВЕЛИЧЕНИЯ ПОГЛОЩЕНИЯ В ПАССИВНОМ РТ-СИММЕТРИЧНОМ ФОТОННОМ КРИСТАЛЛЕ

Для наглядного объяснения полученных выше закономерностей в эффекте Бормана в пассивной РТ-симметричной среде — асимметрии дифракционного отражения при смене знака угла падения и роста амплитуды дифрагированного поля при увеличении параметра поглощения среды — рассмотрим простой частный случай. Пусть в среде точно выполняются условие Брэгга $\alpha_s = 0$ и условие резонанса $\omega = \omega_0$, т. е. $\tilde{\varepsilon}'(\omega_0) = 0$ (см. (6)). Коэффициенты поглощения бормановской и антибормановской мод определяются мнимыми частями констант распространения $\text{Im } q_{0z}^{(1,2)}$ (13). Тогда из (13) при $\sigma < 1$ получим, что

$$\text{Im } q_{0z}^{(1,2)} = \frac{k}{2\gamma_0} \varepsilon' \sigma, \quad (22a)$$

а при $\sigma \geq 1$ —

$$\text{Im } q_{0z}^{(1,2)} = \frac{k}{2\gamma_0} \varepsilon' \left[\sigma \mp \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 - 1} \right], \quad (22b)$$

где $\gamma_0^2 = \varepsilon_0 - (q_{0x}/k)^2$. Из графиков, построенных на основе этих формул на рис. 4а, видно, что в слу-

чае относительно слабого поглощения, $\sigma < 1$, величина $\text{Im } q_{0z}^{(1,2)}(\sigma)$ и, следовательно, поглощение среды линейно возрастают с увеличением σ . Проявление этого роста поглощения наблюдается также и в уменьшении коэффициентов отражения $R^\mp(\Omega)$ на графиках рис. 3б (кривые 1, 2 и 3, 4). В особой точке $\sigma = 1$ происходит распад РТ-симметричной части решения и бифуркация кривой $\text{Im } q_{0z}^{(1,2)}(\sigma)$ (рис. 4а). При $\sigma > 1$ бормановская мода поглощается слабее (кривая 1), чем антибормановская (кривая 2). Более того, в некотором интервале значений σ выше ОТ на кривой 1 для бормановской моды наблюдается минимум. Качественно различное поглощение бормановской и антибормановской мод совпадает с эффектом Бормана в обычном поглощающем ФК [34, 35] (см. рис. 4б, кривая 3).

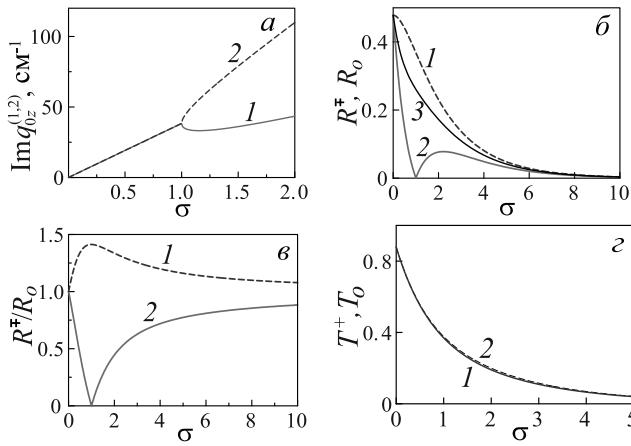


Рис. 4. а) Графики зависимостей $\text{Im } q_{0z}^{(1,2)}(\sigma)$ для бормановской (кривая 1) и антибормановской (кривая 2) мод. б) Зависимости коэффициентов дифракционного отражения при различных знаках угла падения излучения для пассивного РТ-симметричного ФК $R^\mp(\sigma)$ (кривые 1 и 2) и для традиционного ФК $R_o(\sigma)$ (кривая 3) от параметра поглощения σ . в) Зависимости отношений коэффициентов отражения R^-/R_o (кривая 1) и R^+/R_o (кривая 2) от σ . г) Зависимости коэффициентов прохождения для пассивного РТ-симметричного ФК $T^+(\sigma) = T^-(\sigma)$ (кривая 1), а также для традиционного ФК $T_o(\sigma)$ (штриховая кривая 2). Толщина ФК $L = L_{EP} = 0.26$ мм, остальные параметры такие же, как в подписи к рис. 2

Однако основной особенностью брэгговской дифракции в геометрии Лауэ в РТ-симметричном ФК является асимметрия отклика среды при смене знака угла падения излучения на структуру [26, 27, 29]. Это приводит не только к асимметрии дифракционного отражения $R^+ \neq R^-$, но и к увеличению коэффициента отражения $R^+(\sigma)$ при росте поглощения. Изменение амплитуд дифрагированных волн $A_{h1,2}$ при смене знака брэгговского угла θ_B происходит

из-за изменения величины коэффициентов Фурье ε_s в (16) при $s = +1 \leftrightarrow -1$. В случае пассивного РТ-симметричного ФК зависимости амплитуд дифрагированных волн $R^+(\sigma)$ и $R^-(\sigma)$ от параметра поглощения σ различаются. Действительно, из (16) следует, что при $\theta_B > 0$

$$A_{h1}^+ = -A_{h2}^+ = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1-\sigma}{1+\sigma}}, \quad (23)$$

а в случае $\theta_B < 0$

$$A_{h1}^- = -A_{h2}^- = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1+\sigma}{1-\sigma}}. \quad (24)$$

Здесь $A_{in} = 1$.

Как видно из (23), в особой точке спонтанного распада РТ-симметричной части решения, т. е. при $\sigma = 1$, модули амплитуд $A_{h1,2}^+$ равны нулю и далее возрастают при увеличении поглощения $\sigma > 1$, т. е. выше порога ОТ. Поэтому можно ожидать, что и коэффициент дифракционного отражения R^+ будет возрастать при увеличении поглощения σ в окрестности ОТ, что соответствует рис. 2а (кривые 1 и 2) и рис. 3а (кривые 3 и 4). Амплитуды $A_{h1,2}^-$ (24) стремятся к бесконечности в ОТ, но с различными знаками, а затем монотонно убывают. Из соотношений (17) и (18) прямое и дифрагированное поля $E_0(z, \sigma)$ и $E_h(z, \sigma)$ в (11) при $\theta_B > 0$ запишутся в виде

$$\begin{aligned} E_0(z, \sigma) &= \frac{1}{2} e^{-\mu(\sigma)z} [e^{\beta(\sigma)z} + e^{-\beta(\sigma)z}], \\ E_h(z, \sigma) &= -\frac{i}{2} \sqrt{\frac{\sigma-1}{\sigma+1}} e^{-\mu(\sigma)z} [e^{\beta(\sigma)z} - e^{-\beta(\sigma)z}], \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} \mu(\sigma) &= \frac{k\varepsilon'\sigma}{2\gamma_0}, & \beta(\sigma) &= \frac{k\varepsilon'\sqrt{\sigma^2-1}}{4\gamma_0}, \\ \gamma_0 &= \sqrt{\varepsilon_0 - \sin^2 \theta_B}. \end{aligned}$$

Коэффициент поглощения удобно представить в виде $\mu(\sigma) = L_{EP}^{-1}\sigma$, где $L_{EP} = 2\gamma_0/k\varepsilon'$ — толщина структуры, равная длине поглощения в ОТ $\sigma = 1$.

На рис. 4б представлены графики зависимостей коэффициентов дифракционного отражения $R^\mp(\sigma)$ от параметра поглощения σ для пассивного РТ-симметричного ФК (кривые 1 и 2), рассчитанные по формулам (20). Для сравнения представлен также график $R_o(\sigma)$ (кривая 3) для традиционного поглощающего ФК с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(x, \omega)$ (21). Из (21) следует, что в соотношениях (13), (16), (19) и (20) коэффициенты Фурье $\varepsilon_{1,-1}$ имеют следующий вид: $\varepsilon_1 = \varepsilon_{-1} = (\varepsilon'/2)(1+i\sigma)$.

Из графиков на рис. 4б видно, что при отрицательном угле падения величина $R^-(\sigma)$ (кривая 1) монотонно убывает с ростом поглощения аналогично случаю традиционного ФК (кривая 3), что объясняет уменьшение $R^-(\sigma)$ с ростом σ на рис. 2б и 3а. Если же $\theta_B > 0$, то коэффициент дифракционного отражения $R^+(\sigma)$ (кривая 2) возрастает при увеличении поглощения в области выше ОТ, $1 < \sigma < 2$. Аналогичные закономерности наблюдаются для кривых отражения при эффекте Бормана на рис. 2а (кривые 1 и 2) и рис. 3а (кривые 3 и 4). Видно, что ниже ОТ величина $R^-(\sigma)$ (кривая 1) убывает медленнее, чем $R_o(\sigma)$ (кривая 3).

Графики на рис. 4б показывают изменение относительных коэффициентов отражения R^\mp/R_o в зависимости от поглощения σ . При $\theta_B > 0$ это отношение монотонно увеличивается в области выше ОТ, тогда как при $\theta_B < 0$ оно уменьшается и стремится к единице с ростом параметра поглощения.

Зависимости коэффициентов прохождения на рис. 4г для пассивного РТ-симметричного ФК $T^+(\sigma) = T^-(\sigma)$ (кривая 1), рассчитанные по формуле (19), практически совпадают с зависимостью коэффициента прохождения для традиционного ФК $T_o(\sigma)$ (кривая 2).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе аналитическим спектральным методом решена задача распространения оптического излучения в пассивном РТ-симметричном ФК в условиях динамической брэгговской дифракции в геометрии Лауэ. Показано, что в пассивном РТ-симметричном ФК наблюдается эффект Бормана — уменьшение поглощения в среде при выполнении брэгговского условия. Эффект имеет ряд специфических особенностей по сравнению со случаем традиционного поглощающего ФК. Во-первых, эффект Бормана становится асимметричным по отношению к смене знака брэгговского угла падения на структуру — эффект усиливается при отрицательном угле падения. Во-вторых, в окрестности особой точки в случае положительного угла падения наблюдается увеличение амплитуды прошедшей дифрагированной волны за счет роста поглощения среды. Полученные результаты для пассивных РТ-симметричных структур имеют значительный фундаментальный интерес, поскольку открывают возможности для экспериментальных исследований новых РТ-симметричных явлений в более простых чисто поглощающих структурах. С прикладной точки

зрения использование описанного асимметричного эффекта Бормана в пассивных РТ-симметричных ФК позволит предложить новые способы управления динамикой и параметрами световых пучков в структурах с решеточной дисперсией.

ЛИТЕРАТУРА

1. C. M. Bender and S. Boettcher, Phys. Rev. Lett. **80**, 5243 (1998).
2. C. M. Bender, D. C. Brody, and H. F. Jones, Phys. Rev. Lett. **89**, 270401 (2002).
3. Z. Bian, L. Xiao, K. Wang et al., Phys. Rev. Res. **2**, 022039(R) (2020).
4. *Parity-time Symmetry and Its Applications*, ed. by D. Christodoulides, J. Yang, Springer Tracts Mod. Phys., Vol. 280, Springer, Singapore (2018).
5. M.-A. Miri and A. Alù, Science **363**, eaar7709 (2019).
6. А. А. Зябловский, А. П. Виноградов, А. А. Пухов и др., УФН **184**, 1177 (2014).
7. V. V. Konotop, J. Yang, and D. A. Zezyulin, Rev. Mod. Phys. **88**, 035002 (2016).
8. S. K. Moayedi and A. Rostami, Europ. Phys. J. B **36**, 359 (2003).
9. A. Ruschhaupt, F. Delgado, and J. G. Muga, J. Phys. A **38**, L171 (2005).
10. R. El-Ganainy, K. G. Makris, D. N. Christodoulides et al., Opt. Lett. **32**, 2632 (2007).
11. C. E. Ruter, K. G. Makris, R. El-Ganainy et al., Nature Phys. **6**, 192 (2010).
12. A. Guo, G. J. Salamo, D. Duchesne et al., Phys. Rev. Lett. **103**, 093902 (2009).
13. K. H. Kim, M. S. Hwang, H. R. Kim et al., Nature Commun. **7**, 13893 (2016).
14. A. Mostafazadeh, Phys. Rev. Lett. **102**, 220402 (2009).
15. A. Mostafazadeh, Phys. Rev. Lett. **110**, 260402 (2013).
16. Y. D. Chong, L. Ge, H. Cao, and A. D. Stone, Phys. Rev. Lett. **105**, 053901 (2010).
17. S. Longhi and L. Feng, Opt. Lett. **39**, 5026 (2014).
18. Z. J. Wong, Y. Xu, J. Kim et al., Nature Photon. **10**, 796 (2016).
19. S. Longhi, Phys. Rev. Lett. **103**, 123601 (2009).

20. Y. L. Xu, W. S. Fegadolli, L. Gan et al., *Nature Commun.* **7**, 11319 (2016).
21. M. Kulishov, J. M. Laniel, N. Bélanger et al., *Opt. Express* **13**, 3068 (2005).
22. Z. Lin, H. Ramezani, T. Eichelkraut et al., *Phys. Rev. Lett.* **106**, 213901 (2011).
23. L. Feng, Y. Xu, W. S. Fegadolli et al., *Nature Mater.* **12**, 108 (2012).
24. S. Longhi, *Opt. Lett.* **40**, 5694 (2015).
25. F. Loran and A. Mostafazadeh, *Phys. Rev. A* **100**, 053846 (2019).
26. D. M. Tsvetkov, V. A. Bushuev, V. V. Konotop, and B. I. Mantsyzov, *Phys. Rev. A* **98**, 053844 (2018).
27. D. M. Tsvetkov, V. A. Bushuev, and B. I. Mantsyzov, *Phys. Rev. A* **99**, 023846 (2019).
28. V. A. Bushuev, D. M. Tsvetkov, V. V. Konotop, and B. I. Mantsyzov, *Opt. Lett.* **44**, 5667 (2019).
29. D. M. Tsvetkov, V. A. Bushuev, and B. I. Mantsyzov, *Opt. Express* **29**, 10, 14548 (2021).
30. M. Ornigotti and A. Szameit, *J. Opt.* **16**, 065501 (2014).
31. Ş. K. Özdemir, S. Rotter, F. Nori et al., *Nature Mater.* **18**, 783 (2019).
32. X. Zhu, Y. Xu, Y. Zou et al., *Appl. Phys. Lett.* **109**, 111101 (2016).
33. G. Borrmann, *Phys. Z.* **42**, 157 (1941).
34. А. А. Скорынин, В. А. Бушуев, Б. И. Манцызов, *ЖЭТФ* **142**, 64 (2012).
35. V. B. Novikov and T. V. Murzina, *Opt. Lett.* **42**, 1389 (2017).
36. Л. Аллен, Дж. Эберли, *Оптический резонанс и двухуровневые атомы*, Мир, Москва (1978).
37. A. Authier, *Dynamical Theory of X-ray Diffraction*, Oxford Univ. Press, Oxford (2004).
38. A. A. Zyablovsky, A. P. Vinogradov, A. V. Dorofeenko et al., *Phys. Rev. A* **89**, 033808 (2014).
39. V. A. Bushuev, L. V. Dergacheva, and B. I. Mantsyzov, *Phys. Rev. A* **95**, 033843 (2017).