ЖЭТФ, 2022, том 162, вып. 3 (9), стр. 364–372

НАРУШЕНИЕ Т-СИММЕТРИИ В ОСЦИЛЛЯЦИЯХ НЕЙТРИНО

А. Е. Лобанов [*], ***А. В. Чухнова*** [**]

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, физический факультет
119991, Москва, Россия

Поступила в редакцию 11 апреля 2022 г.,
после переработки 26 мая 2022 г.
Принята к публикации 27 мая 2022 г.

Исследуется нарушение Т-инвариантности для вероятностей флейворных переходов и переворота спина нейтрино в плотном веществе и электромагнитном поле. Поскольку электромагнитное поле и потенциалы взаимодействия со средой входят в волновое уравнение нейтрино, рассматриваемая модель является теорией с нарушением лоренц-инвариантности. Для таких моделей не выполняются условия CPT-теоремы и нарушение Т-инвариантности не обязательно является следствием нарушения CP-инвариантности. Получено достаточное условие нарушения Т-инвариантности, из которого следует, что причиной Т-нарушения может быть не только наличие отличной от нуля CP-нарушающей фазы в матрице смешивания, но и одновременное влияние среды и электромагнитного поля. Получены вероятности спин-флейворных переходов нейтрино в модели трех флейворов с учетом наличия у нейтрино диагональных магнитных моментов и взаимодействия со средой только через нейтральные токи. На основе явного вида вероятностей сделан вывод, что вероятности переходов для правых антинейтрино в среде из античастиц отличаются от вероятностей переходов для левых нейтрино в среде из частиц только знаком Т-нарушающего слагаемого.

DOI: 10.31857/S0044451022090085
EDN: EKOCOG

1. ВВЕДЕНИЕ

Как хорошо известно, теории, лежащие в основе всех известных на данный момент физических явлений, являются лоренц-инвариантными [1]. В соответствии с CPT-теоремой, после проведения зарядового сопряжения, пространственного отражения и обращения времени любая локальная лоренц-инвариантная теория с эрмитовым гамильтонианом принимает исходный вид [2, 3]. Инвариантность по отношению к этим же преобразованиям, проведенным по отдельности, зависит от типа рассматриваемого взаимодействия. Например, известно, что электромагнитное взаимодействие характеризуется наличием P-симметрии. В слабом взаимодействии, как было предсказано теоретически [4] и вскоре подтверждено экспериментально [5], P-инвариантность нарушается и сохраняется только CP-инвариантность. Впоследствии оказалось, что не только P-симметрия, но и CP-симметрия нарушаются в экспериментах с участием каонов [6] и B-мезонов [7, 8].

Исследование свойств дискретных симметрий может быть важно для понимания эволюции Вселенной, так как без нарушения CP-инвариантности невозможно объяснить асимметрию вещества и антивещества [9]. Как известно, нарушение CP-инвариантности имеет место в кварковом секторе и обусловлено наличием комплексных элементов в матрице смешивания Кабиббо–Кобаяши–Маскавы [10]. Матрицу смешивания дираковских фермионов удобно параметризовать тремя углами и одной CP-нарушающей фазой. При этом CP-нарушение определяется инвариантом Ярлског [11]. Тем не менее нарушения CP-инвариантности за счет мнимой части матрицы смешивания для кварков оказывается недостаточно для обеспечения существующей асимметрии вещества и антивещества во Вселенной (см., например, [12–14]).

В качестве дополнительного источника CP-нарушения можно рассматривать процессы с участием нейтрино. На данный момент не доказано наличие отличной от нуля CP-нарушающей фазы в матрице Понтекорво–Маки–Накагавы–

[*] E-mail: lobanov@phys.msu.ru
[**] E-mail: av.chukhnova@physics.msu.ru

Сакаты [15, 16], определяющей смешивание лептонов. Наличие такой фазы должно приводить к нарушению T-инвариантности вероятностей осцилляций нейтрино в вакууме (см., например, [17]).

Однако такой механизм нарушения T-инвариантности даже для нейтрино, описываемого в рамках Стандартной модели, оказывается не единственно возможным. В работе [18] мы показали, что в модели двух флейворов может возникать T-нарушение за счет влияния внешних условий, если рассматривать взаимодействие нейтрино одновременно с движущейся или поляризованной средой и электромагнитным полем. При этом слагаемые, характеризующие T-нарушение, возникают уже при рассмотрении достаточно простой модели, а именно, взаимодействия нейтрино со средой через нейтральные токи и с электромагнитным полем с учетом только диагональных магнитных моментов. Стоит отметить, что в модели двух флейворов, рассмотренной в работе [18], матрица смешивания является действительной, вследствие чего нарушение T-инвариантности в формулах для вероятностей может быть обусловлено исключительно влиянием внешних условий.

Исходя из характера смешивания в веществе, авторы работ, в которых ранее исследовалась возможность T-нарушения в модели двух флейворов (см., например, [19–21]), сделали заключение, что такое нарушение невозможно. Однако этот вывод справедлив, только если нейтрино распространяется в неподвижной среде. Принципиальное отличие исследуемого нами случая состоит в том, что учет движения или поляризации среды приводит к появлению корреляций между осцилляциями и поворотом спина нейтрино, вследствие чего нельзя рассматривать эти процессы независимо. Таким образом, недостаточно рассматривать флейворные осцилляции, не учитывая возможность поворота спина нейтрино. Рассматриваемый нами случай является более общим, чем исследованный в указанных выше работах. Поэтому противоречия между нашими результатами и выводами, сделанными для нейтрино в неподвижной среде, не возникает. В частности, известное утверждение о том, что наличие взаимодействия со средой только через нейтральные токи не меняет картину осцилляций, не выполняется для движущейся или поляризованной среды (см., например, [22]).

Результаты, полученные нами в работе [18] в модели двух флейворов, интересно обобщить для реалистичной модели трех флейворов. Как уже говорилось, элементы матрицы смешивания нейтрино в модели трех флейворов могут содержать мнимую часть. Таким образом, T-нарушение может возникнуть даже в случае осцилляций нейтрино в вакууме. Однако при наличии внешних полей и потенциалов взаимодействия с веществом в общем случае также возможны корреляции между двумя типами T-нарушающих вкладов. В работе [18] был сделан вывод, что вероятности переходов нейтрино в среде из частиц отличаются от вероятностей переходов антинейтрино в среде из античастиц при том же электромагнитном поле только знаком T-нарушающего слагаемого. Этот вывод следует из явного вида вероятностей переходов в модели двух флейворов. При этом исследуемая модель является теорией с нарушением лоренц-инвариантности и, следовательно, для нее не выполняются условия CPT-теоремы. Таким образом, в модели трех флейворов свойства дискретных симметрий вероятностей требуют дополнительного исследования.

В настоящей работе получен явный вид вероятностей спин-флейворных переходов в модели трех флейворов. Для исследования свойств вероятностей переходов антинейтрино детально описана процедура получения этих вероятностей. В результате оказывается, что, как и в случае двух флейворов, вероятности переходов правых антинейтрино в среде из античастиц при наличии электромагнитного поля отличаются от вероятностей переходов левых нейтрино в среде из частиц только знаком собственного времени.

2. УРАВНЕНИЕ ЭВОЛЮЦИИ НЕЙТРИНО

Взаимодействие с веществом обычно описывается с использованием эффективного потенциала, связанного с упругим рассеянием нейтрино вперед на фермионах среды [23] (см. также [24, 25]). Для того чтобы описать взаимодействие с электромагнитным полем, можно использовать метод, называемый картиной Фарри [26]. Поскольку нейтрино представляет собой нейтральную частицу, взаимодействие нейтрино с электромагнитным полем не является минимальным [27]. Более того, в общем случае следует рассматривать не только диагональные магнитные моменты, но и переходные магнитные и электрические моменты [28, 29].

Наиболее общий вид уравнения, описывающего как флейворные осцилляции, так и поворот спина нейтрино, взаимодействующего с веществом и электромагнитным полем, был найден в работе [30]. Как и в работе [18], мы будем предполагать, что взаи-

модействие со средой происходит через нейтральные токи, и будем учитывать только диагональные магнитные моменты нейтрино. Последнее приближение обусловлено тем, что в рамках Стандартной модели переходные моменты подавлены по сравнению с диагональными за счет GIM-механизма [31]. В этом случае модифицированное уравнение Дирака выглядит следующим образом:

$$\Big(\mathrm{i}\gamma^\mu\partial_\mu\mathbb{I}-\mathbb{M}-\frac{1}{2}\,\gamma^\mu f_\mu^{(N)}(1+\gamma^5)\mathbb{I}-\frac{\mathrm{i}}{2}\,F^{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu}\mathbb{M}_d\Big)\Psi(x)= \\ =0. \quad (1)$$

Здесь $\mathbb{I}$ — единичная матрица размерности 3×3, $\mathbb{M}$ — массовая матрица нейтрино. Взаимодействие с веществом определяется эффективным потенциалом $f_\mu^{(N)}$, который может быть выражен через 4-векторы тока $j_\mu^{(i)}$ и поляризации $\lambda_\mu^{(i)}$ компонент среды (i) [32, 33]. В соответствии с принятой в русскоязычных монографиях традицией, мы используем определение $\gamma^5 = -\mathrm{i}\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ (см., например, [34, 35]). Взаимодействие с электромагнитным полем $F^{\mu\nu}$ осуществляется за счет наличия у нейтрино аномального магнитного момента. Отметим, что в рамках Стандартной модели в первом приближении матрица диагональных магнитных моментов нейтрино $\mathbb{M}_d$ пропорциональна массовой матрице нейтрино и может быть представлена в виде $\mu_0\mathbb{M}$. Выражение для коэффициента μ_0 хорошо известно и было получено еще в работе [28].

Мы используем модель, допускающую квантово-полевое описание осцилляций нейтрино и поворота спина. Подробности построения модели в вакууме можно найти в работах [36, 37]. Из результатов этих работ следует, что вместо канонического импульса для описания нейтрино можно использовать кинетический импульс, связанный со скоростью частицы. При этом 4-скорость частицы u^μ можно выбрать одинаковой для всех массовых состояний, что позволяет определить понятие собственного времени τ нейтрино.

Для нейтрино ультрарелятивистских энергий вполне справедливо описание в рамках квазиклассического приближения. Рассматривая координату пространства событий x^μ как координату нейтрино, мы можем использовать соотношение $x^\mu = \tau u^\mu$. Таким образом, эволюция нейтрино определяется только собственным временем, которое связано с длиной пробега L соотношением

$$\tau = L/|\mathbf{u}|. \quad (2)$$

Чтобы описать эволюцию нейтрино, введем квазиклассические волновые функции $\Psi(\tau)$, которые являются 12-компонентными объектами, удовлетворяют условию $\gamma^\mu u_\mu\Psi(\tau)=\Psi(\tau)$ и являются решениями квазиклассического уравнения эволюции, полученного из уравнения (1):

$$\Big(\mathrm{i}\mathbb{I}\,\frac{d}{d\tau}-\mathcal{F}\Big)\Psi(\tau)=0. \quad (3)$$

В уравнении (3)

$$\mathcal{F}=\mathbb{M}+\frac{1}{2}\,(f^{(N)}u)\mathbb{I}+\frac{1}{2}\,R_N\mathbb{I}\gamma^5\gamma^\sigma s_\sigma^{(N)}\gamma^\mu u_\mu - \\ -\mathbb{M}_d\gamma^5\gamma^\mu\,{}^\star F_{\mu\nu}u^\nu, \quad (4)$$

где ${}^\star F_{\mu\nu}=-e^{\mu\nu\rho\lambda}F_{\rho\lambda}/2$ — тензор, дуальный тензору электромагнитного поля. Здесь мы используем следующие обозначения:

$$s_\sigma^{(N)}=\frac{u_\sigma(f^{(N)}u)-f_\sigma^{(N)}}{\sqrt{(f^{(N)}u)^2-(f^{(N)})^2}}, \\ R_N=\sqrt{(f^{(N)}u)^2-(f^{(N)})^2}. \quad (5)$$

С помощью оператора эволюции $U(\tau)$ решение уравнения (3) в любой момент времени можно выразить через волновую функцию нейтрино в начальный момент времени Ψ_0:

$$\Psi(\tau)=\frac{1}{\sqrt{2u_0}}\,U(\tau)\Psi_0. \quad (6)$$

Тогда зависящие от времени матрицы плотности нейтрино определяются следующим образом:

$$\rho_\alpha(\tau)=\frac{1}{4u^0}\,U(\tau)(\gamma^\mu u_\mu+1)(1-\gamma^5\gamma_\nu s_0^\nu)\mathbb{P}_0^\alpha\overline{U}(\tau)= \\ =\frac{1}{2u^0}\,U(\tau)(\gamma^\mu u_\mu+1)\mathcal{P}_0^{(\alpha)}\overline{U}(\tau), \quad (7)$$

где $\mathbb{P}_0^\alpha$ — проектор на состояние с флейвором нейтрино α, s_0^ν — 4-вектор начальной поляризации нейтрино, $\mathcal{P}_0^{(\alpha)}$ — проектор на начальное состояние нейтрино с флейвором α и 4-вектором поляризации s_0^ν. Вероятности спин-флейворных переходов нейтрино задаются известным выражением [38]

$$W_{\alpha\to\beta}=\mathrm{Tr}\big\{\rho_\alpha(\tau)\rho_\beta^\dagger(\tau=0)\big\}. \quad (8)$$

Разумеется, явный вид матрицы $U(\tau)$ удается получить только в некоторых частных случаях. Для рассматриваемой нами задачи явный вид решения можно найти даже в модели трех флейворов.

3. НАРУШЕНИЕ T-СИММЕТРИИ В ОСЦИЛЛЯЦИЯХ НЕЙТРИНО

Будем исследовать T-нарушение на основе формулы для вероятностей (8) в случае постоянных характеристик среды и электромагнитного поля. Если

нейтрино распространяется в переменном электромагнитном поле или неоднородной среде, то формальная симметрия по отношению к операции обращения времени очевидным образом нарушается (см., например, [39]), так как начальное и конечное состояния системы соответствуют разным внешним условиям. Поскольку в общем случае результат зависит от поведения плотности вещества и характеристик электромагнитного поля, достаточно сложно в этом случае разделить T-нарушение вследствие симметрии взаимодействия и наличие нечетных по τ вкладов, определяемых выбором конкретного профиля полей и потенциалов. Исходя из аналогичных соображений, начальное и конечное состояния нейтрино мы описываем в терминах квантовых чисел, соответствующих одним и тем же операторам наблюдаемых. В частности, для ультрарелятивистских нейтрино естественно рассматривать начальное и конечное состояния нейтрино, соответствующие собственным векторам оператора спиральности. Соответствующий 4-вектор поляризации нейтрино задается выражением

$$s_0^\mu = \Big\{|\mathbf{u}|, u_0 \frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}\Big\}. \tag{9}$$

Рассматривать задачу, в которой начальное и конечное состояния задаются разными операторами, также возможно, но, как и в случае неоднородных полей, возникающий в этом случае нечетный по времени вклад в вероятностях переходов уже не свидетельствует о T-нарушении, связанном с симметрией взаимодействия.

В работе [30] было получено общее выражение для вероятностей спин-флейворных переходов нейтрино в постоянном электромагнитном поле и в веществе, характеризующемся постоянными скоростью и поляризацией. Эта формула является следствием разложения выражения (8) в ряд на основе формулы Бейкера–Кемпбелла–Хаусдорфа [40] и имеет вид

$$\begin{aligned} W_{\alpha\to\beta} &= \frac{1}{2u^0}\,\mathrm{Tr}\big\{e^{-\mathrm{i}\tau\mathcal{F}}\mathcal{P}_0^{(\alpha)}e^{\mathrm{i}\tau\mathcal{F}}\mathcal{P}_0^{(\beta)}(\gamma^\mu u_\mu+1)\gamma^0\big\} = \\ &= \frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-\mathrm{i}\tau)^n}{n!}\,\mathrm{Tr}\big\{D_n\mathcal{P}_0^{(\beta)}(\gamma^\mu u_\mu+1)\big\}, \end{aligned} \tag{10}$$

где

$$\begin{aligned} &D_0 = \mathcal{P}_0^{(\alpha)}, \\ &D_1 = [\mathcal{F}, \mathcal{P}_0^{(\alpha)}], \\ &D_2 = \big[\mathcal{F}, [\mathcal{F}, \mathcal{P}_0^{(\alpha)}]\big], \\ &\ldots \end{aligned} \tag{11}$$

Здесь $\mathcal{P}_0^{(\alpha)}$ и $\mathcal{P}_0^{(\beta)}$ — проекторы на состояния с определенным флейвором и поляризацией, которые могут быть представлены как произведения флейворного проектора $\mathbb{P}_0^\alpha$ и спинового проектора

$$\frac{1}{2}\,(1-\zeta_{\alpha,\beta}\gamma^5\gamma_\mu s_0^\mu), \quad \zeta_\alpha, \zeta_\beta = \pm 1, \tag{12}$$

где s_0^μ — 4-вектор, определяющий поляризацию нейтрино.

Нарушение T-симметрии возможно тогда и только тогда, когда какие-либо слагаемые нечетной по τ степени в выражении (10) отличны от нуля. Поскольку линейный по τ член тождественно равен нулю, достаточным условием нарушения T-симметрии является отличие от нуля члена третьей степени по τ. В вакуумном случае это условие может выполняться, только если матрица смешивания нейтрино содержит комплексные элементы. В общем случае взаимодействие со средой и электромагнитным полем может привести к наличию нетривиального коэффициента перед τ^3 даже тогда, когда CP-нарушающая фаза в матрице смешивания равна нулю.

4. ЯВНЫЙ ВИД ВЕРОЯТНОСТЕЙ В СЛУЧАЕ ТРЕХ ФЛЕЙВОРОВ

В случае, если взаимодействие с веществом осуществляется только через нейтральные токи, а взаимодействие с электромагнитным полем определяется диагональными моментами нейтрино, матричную экспоненту

$$\begin{aligned} &U(\tau) = e^{-\mathrm{i}\tau\mathcal{F}} = \\ &= \exp\Big\{-\mathrm{i}\tau\Big(\mathbb{M} + \frac{1}{2}\,(f^{(N)}u)\mathbb{I} + \frac{1}{2}\,R_N\mathbb{I}\gamma^5\gamma^\sigma s_\sigma^{(N)}\gamma^\mu u_\mu - \\ &\qquad - \mathbb{M}_d\gamma^5\gamma^\mu\,{}^\star F_{\mu\nu}u^\nu\Big)\Big\} \end{aligned} \tag{13}$$

можно записать в явном виде

$$\begin{aligned} &U(\tau) = \\ &= \frac{1}{2}\sum_i\sum_{\zeta_i=\pm1}\exp\Big\{-\mathrm{i}\tau\Big(m_i + \frac{1}{2}\,(f^{(N)}u) - \frac{1}{2}\,\zeta_i R_i\Big)\Big\}\times \\ &\qquad \times\,\mathbb{P}^i(1-\zeta_i\gamma^5\gamma_\mu s_i^\mu), \end{aligned} \tag{14}$$

где $\mathbb{P}^i$ — проектор на состояния с определенной массой m_i $(i = 1, 2, 3)$. В выражении (14) используются обозначения

$$s_i^\mu = \frac{u^\mu(f^{(N)}u) - f^{(N)\mu} - 2\mu_i\,{}^\star F^\mu{}_\nu u^\nu}{R_i},$$
$$R_i = \sqrt{(f^{(N)}u)^2 - (f^{(N)})^2 + 4\mu_i^2(u_\alpha\,{}^\star F^{\alpha\mu}\,{}^\star F_{\mu\nu}u^\nu) - 4\mu_i(f^{(N)\mu}\,{}^\star F_{\mu\nu}u^\nu)}, \tag{15}$$

где μ_i — диагональные магнитные моменты нейтрино. Запись оператора эволюции в виде (14) оказывается возможна, так как массовая матрица и спиновый проекционный оператор $(1-\zeta_i\gamma^5\gamma_\mu s_i^\mu)/2$ коммутируют с оператором $\mathcal{F}$. Действительно, следствием определения (15) является тождество

$$\gamma^5\Big(\gamma_\mu\,\frac{1}{2}\,R_N s^{(N)\mu} - \mu_i\gamma_\mu\,{}^\star F^{\mu\nu}u_\nu\Big)(1-\zeta_i\gamma^5\gamma_\sigma s_i^\sigma) = -\frac{1}{2}\,\zeta_i R_i(1-\zeta_i\gamma^5\gamma_\mu s_i^\mu), \tag{16}$$

которое вместе с соотношениями $\mathbb{M}\mathbb{P}^i = m_i\mathbb{P}^i$ и $\mathbb{M}_d\mathbb{P}^i = \mu_i\mathbb{P}^i$ позволяет переписать матричную экспоненту в виде (14).

Таким образом, вероятности спин-флейворных переходов задаются соотношением

$$W_{\alpha\to\beta} = \frac{1}{8}\sum_{i,j} e^{-\mathrm{i}\tau(m_i-m_j)}\times \sum_{\zeta_i,\zeta_j} e^{\mathrm{i}\tau(\zeta_i R_i-\zeta_j R_j)/2}\,\mathrm{Tr}\{\mathbb{P}^i\mathbb{P}^\alpha\mathbb{P}^{j\dagger}\mathbb{P}^{\beta\dagger}\}\times \frac{1}{4}\,\mathrm{Tr}\big\{(1-\zeta_i\gamma^5\gamma_\mu s_i^\mu)(1-\zeta_\alpha\gamma^5\gamma_\sigma s_0^\sigma)\times (1-\zeta_j\gamma^5\gamma_\nu s_j^\nu)(1-\zeta_\beta\gamma^5\gamma_\rho s_0^\rho)(\gamma_\lambda u^\lambda+1)\big\}, \tag{17}$$

где учтено, что след прямого произведения матриц вычисляется как произведение их следов: $\mathrm{Tr}\{A\otimes B\} = \mathrm{Tr}\,A\;\mathrm{Tr}\,B$.

При вычислении следа матриц Дирака важно, что начальная и конечная поляризации нейтрино характеризуются одинаковыми (с точностью до знака) 4-векторами s_0^μ:

$$\frac{1}{4}\,\mathrm{Tr}\big\{(1-\zeta_i\gamma^5\gamma_\mu s_i^\mu)(1-\zeta_\alpha\gamma^5\gamma_\sigma s_0^\sigma)\times (1-\zeta_j\gamma^5\gamma_\nu s_j^\nu)(1-\zeta_\beta\gamma^5\gamma_\rho s_0^\rho)(\gamma_\lambda u^\lambda+1)\big\} = (1+\zeta_\alpha\zeta_\beta)\times (1-\zeta_\alpha(\zeta_i(s_0s_i)+\zeta_j(s_0s_j))+\zeta_i\zeta_j(s_is_0)(s_js_0))+ (1-\zeta_\alpha\zeta_\beta)\zeta_i\zeta_j\times (-(s_is_0)(s_js_0)-\zeta_\alpha\mathrm{i}e_{\mu\nu\rho\lambda}s_i^\mu s_j^\nu s_0^\rho u^\lambda-(s_is_j)). \tag{18}$$

Если начальное и конечное состояния характеризуются разными векторами поляризации, то выражение для следа матриц Дирака будет иметь более сложную структуру, чем выражение (18). При этом в выражениях для вероятностей появятся дополнительные T-нечетные слагаемые. Как уже указывалось, появление этих слагаемых обусловлено выбором начальных условий, но не отражает свойства симметрии взаимодействия.

Для записи итоговых формул введем обозначения для вещественной и мнимой части входящего в выражение (17) следа флейворных матриц:

$$\mathrm{Tr}\{\mathbb{P}^i\mathbb{P}^\alpha\mathbb{P}^{j\dagger}\mathbb{P}^{\beta\dagger}\} = \mathrm{Tr}\{\mathbb{P}^i\mathbb{U}^\dagger\mathbb{P}_0^\alpha\mathbb{U}\mathbb{P}^j\mathbb{U}^\dagger\mathbb{P}_0^\beta\mathbb{U}\} = \mathcal{U}_{\alpha i}^*\mathcal{U}_{\alpha j}\mathcal{U}_{\beta j}^*\mathcal{U}_{\beta i} = R_{ij\alpha\beta}+\mathrm{i}I_{ij\alpha\beta}, \tag{19}$$

где $R_{ij\alpha\beta}$ — вещественная часть следа, $I_{ij\alpha\beta}$ — мнимая, причем $R_{ij\alpha\beta} = R_{ji\alpha\beta}$, а $I_{ji\alpha\beta} = -I_{ij\alpha\beta}$ (см. [17]). В этом выражении $\mathbb{P}_0^\alpha$ и $\mathbb{P}_0^\beta$ — проекторы на флейворные состояния во флейворном представлении, которые связаны с использованными нами ранее проекторами в массовом представлении соотношениями

$$\mathbb{P}^\alpha = \mathbb{U}^\dagger\mathbb{P}_0^\alpha\mathbb{U}, \quad \mathbb{P}^\beta = \mathbb{U}^\dagger\mathbb{P}_0^\beta\mathbb{U},$$

где $\mathbb{U}$ — матрица смешивания Понтекорво–Маки–Накагавы–Сакаты, а $\mathcal{U}_{\alpha i}$ — ее матричные элементы.

Таким образом, вероятность перехода без поворота спина задается выражением

$$W_+ = \sum_i |\mathcal{U}_{\alpha i}|^2|\mathcal{U}_{\beta i}|^2\Big(\cos^2\frac{R_i\tau}{2}+\sin^2\frac{R_i\tau}{2}\,(s_0s_i)^2\Big)+ +2\sum_{i<j}\big(R_{ij\alpha\beta}\cos(m_j-m_i)\tau - I_{ij\alpha\beta}\sin(m_j-m_i)\tau\big)\times \times\Big(\cos\frac{R_i\tau}{2}\cos\frac{R_j\tau}{2}+\sin\frac{R_i\tau}{2}\sin\frac{R_j\tau}{2}\,(s_0s_i)(s_0s_j)\Big)+ +2\zeta_\alpha\sum_{i<j}\big(R_{ij\alpha\beta}\sin(m_j-m_i)\tau+I_{ij\alpha\beta}\cos(m_j-m_i)\tau\big)\times \times\Big(\sin\frac{R_i\tau}{2}\cos\frac{R_j\tau}{2}\,(s_0s_i)- -\cos\frac{R_i\tau}{2}\sin\frac{R_j\tau}{2}\,(s_0s_j)\Big), \tag{20}$$

а вероятность перехода с переворотом спина — выражением

$$W_- = \sum_i |\mathcal{U}_{i\alpha}|^2 |\mathcal{U}_{i\beta}|^2 \big(1-(s_0 s_i)^2\big) \sin^2 \frac{R_i \tau}{2} + \\ + 2\sum_{i<j} \big(R_{ij\alpha\beta} \cos(m_j - m_i)\tau - I_{ij\alpha\beta} \sin(m_j - m_i)\tau\big) \times \\ \times \sin\frac{R_i}{2}\tau \sin\frac{R_j}{2}\tau \big(-(s_i s_j) - (s_i s_0)(s_j s_0)\big) + \\ + 2\zeta_\alpha \sum_{i<j} \big(R_{ij\alpha\beta} \sin(m_j - m_i)\tau + I_{ij\alpha\beta} \cos(m_j - m_i)\tau\big) \times \\ \times \sin\frac{R_i}{2}\tau \sin\frac{R_j}{2}\tau (e_{\mu\nu\rho\lambda} s_i^\mu s_j^\nu s_0^\rho u^\lambda). \quad (21)$$

В выражении для вероятностей переходов без переворота спина T-нарушение определяется только мнимой частью следа (19), т. е. инвариантом Ярлского $I_{ij\alpha\beta}$. Однако в выражениях для переходов с изменением спиральности в T-нарушение также вносят вклад слагаемые, пропорциональные вещественной части следа (19) и величине $e_{\mu\nu\rho\lambda} s_i^\mu s_j^\nu s_0^\rho u^\lambda$. Множители такого же типа определяли T-нарушение в модели двух флейворов. Последнее выражение можно переписать, используя трехмерные величины, которые определены в лабораторной системе отсчета:

$$\zeta_\alpha e_{\mu\nu\rho\lambda} u^\mu s_0^\nu s_i^\rho s_j^\lambda = \\ = 2\zeta_\alpha \frac{\mu_j - \mu_i}{R_i R_j} \frac{1}{|\mathbf{u}|} \big([\mathbf{u}\times\mathbf{f}]\big(u_0 \mathbf{B} - [\mathbf{u}\times\mathbf{E}]\big)\big). \quad (22)$$

Здесь $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ — напряженности электрического и магнитного полей, $\mathbf{f}$ — пространственная часть 4-потенциала взаимодействия со средой, которая определяется скоростью движения среды как целого и ее поляризацией. Как и в модели двух флейворов, соответствующее слагаемое не равно нулю, когда выделенные направления, характеризующие среду и поле, различны и отличаются от направления скорости нейтрино. При этом для покоящейся неполяризованной среды выражение (22) обращается в нуль.

Левая часть выражения (22) представляет собой лоренцевский скаляр. Поэтому для перехода в систему отсчета, где среда неподвижна, следует преобразовать 4-векторы u^μ, s_0^ν, s_i^ρ и s_j^λ. Поскольку нейтрино имеет массу, в указанной системе отсчета 4-вектор поляризации будет отличаться от s_0^μ, определяемого выражением (9), а значит, не будет описывать спиральное состояние нейтрино. Таким образом, вероятности, полученные из выражений (20) и (21) переходом в систему покоя среды, будут отличаться от вероятностей переходов между состояниями нейтрино с определенной спиральностью.

Если положить значение потенциала взаимодействия и тензора электромагнитного поля равными нулю, то вероятности, определяемые формулами (20) и (21), в ультрарелятивистком приближении не противоречат общеизвестным выражениям (см., например, [17]). Вероятность переходов с поворотом спина нейтрино W_- в вакууме оказывается равной нулю для любых флейворов. Вид формулы для W_+, полученный из (20) при переходе к вакуумному случаю, отличается от стандартного из-за того, что для описания осцилляций мы используем не канонический импульс, а квантовое число u^μ, имеющее в вакууме смысл 4-скорости. Как показано в работе [41], выбор такого квантового числа для описания распространения нейтрино возможен и в случае наличия взаимодействия со средой и электромагнитным полем. В эквивалентности формул, выраженных через указанные квантовые числа, наиболее легко убедиться в модели двух флейворов. Для этого достаточно провести замену $|\mathbf{p}| = |\mathbf{u}|(m_1 + m_2)/2$.

Интересно отметить, что вклад, нарушающий T-инвариантность вследствие влияния внешних условий, не содержит зависимости от мнимой части матрицы смешивания, а определяется только ее действительной частью. Именно этот факт является причиной того, что в модели двух флейворов T-нарушение также присутствует.

В полученных нами вероятностях T-нарушение за счет влияния внешних условий присутствует только в вероятностях переходов с переворотом спина. Тем не менее это является не общим свойством такого типа нарушения, а следствием выбора нами упрощенной модели взаимодействия со средой. Как показано в работе [22], при наличии взаимодействия со средой через нейтральные и заряженные токи присутствуют корреляции между флейворными осцилляциями и переворотом спина нейтрино. Таким образом, можно ожидать, что при учете взаимодействия нейтрино с электромагнитным полем и средой общего вида вероятности флейворных переходов с сохранением поляризации также будут содержать T-нарушающие слагаемые, обусловленные влиянием внешних условий.

5. ДИСКРЕТНЫЕ СИММЕТРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПЕРЕХОДОВ

В квазиклассическом приближении операции T-отражения соответствует изменение знака собственного времени τ. Операция P-отражения является хорошо определенной формальной операцией, проводимой над квантованной волновой функцией частицы. Однако более интересно исследовать свойства симметрии итоговых выражений для вероятностей, которые представляют собой наблюдаемые величины. Как хорошо известно, P-отражение приводит к изменению знака поляризации частицы в выражениях для вероятностей процессов (см. [1]). Следовательно, в качестве процедуры P-отражения можно рассматривать изменение знаков $\zeta_0^{(\alpha)}$ и $\zeta_0^{(\beta)}$, определяющих начальную и конечную поляризации нейтрино. Операцию зарядового сопряжения следует проводить для решений волнового уравнения, описывающего эволюцию нейтрино (1), обычным образом [42] (см. также [34]). Физический смысл этой операции прост: вместо нейтрино мы исследуем антинейтрино, а фоновое электромагнитное поле и характеристики среды остаются неизменными. При этом система, полученная в результате указанного выше преобразования, отличается от исходной. В уравнении (1) в результате C-сопряжения меняется киральный проектор, знаки потенциалов взаимодействия с веществом и знак магнитного момента. В модели трех флейворов в этом уравнении также необходимо сделать комплексное сопряжение флейворных матриц. В результате последней операции меняет знак мнимая часть следа (19), входящего в выражения для вероятностей. В выражениях для вероятностей переходов зарядовое сопряжение приводит к следующим изменениям. Во-первых, меняются все знаки магнитных моментов. Во-вторых, одновременная замена кирального проектора и знака потенциала приводит к следующему правилу: когда потенциал входит в вектор спина s_i^μ, знак его не меняется, в противном случае необходимо изменить знак потенциала. В-третьих, меняют знак величины $I_{ij\alpha\beta}$.

Разумеется, полученные нами вероятности не являются инвариантными относительно CPT-преобразования, проведенного только для волновой функции нейтрино при тех же внешних условиях. Как было сказано выше, исследуемая модель является теорией с нарушением лоренц-инвариантности [43–45]. Следовательно, CPT-теорема не применима. Стоит отметить, что в квантовой теории поля C-, P- и T-операции определяются для операторов рождения и уничтожения в волновых функциях квантованных полей (см., например, [34]), поэтому достаточно сложно обобщить их на классическое фоновое электромагнитное поле, определяемое тензором $F^{\mu\nu}$, а также на потенциал взаимодействия с веществом $f_\mu^{(N)}$. Соответствующие слагаемые в уравнении (1) являются результатом редукции радиационных поправок и, следовательно, взаимодействие с этими полями не является минимальным. Именно по этой причине не удается обобщить дискретные преобразования на случай моделей с нарушенной лоренц-инвариантностью так же изящно, как удалось это сделать с понятием лоренц-инвариантности в блестящей работе [46], где рассматривалось минимальное взаимодействие электрона с внешним электромагнитным полем.

Однако поскольку природа конденсатов известна, мы вполне можем исследовать поведение нейтрино в среде, состоящей из античастиц, не обобщая понятия C- и P-операций для внешних полей. Вид потенциалов взаимодействия с веществом известен (см., например, [17]). Детальный вывод этих выражений для случая движущейся и поляризованной среды дан в работе [47]. Аналогичным образом вывод потенциалов взаимодействия можно воспроизвести для среды, состоящей из античастиц. При этом эффективный потенциал взаимодействия нейтрино со средой, частицы которой характеризуются определенной поляризацией, только знаком отличается от потенциала взаимодействия нейтрино с античастицами противоположной поляризации.

Теперь рассмотрим взаимодействие антинейтрино со средой, состоящей из античастиц. Для того чтобы наши соображения были более прозрачными, сначала рассмотрим два частных случая. Получим вероятности переходов антинейтрино, распространяющегося в среде, состоящей из античастиц, в случае, если электромагнитное поле отсутствует. Для того чтобы записать вероятности для антинейтрино правой поляризации, необходимо изменить знаки начальной и конечной поляризаций частицы $\zeta_0^{(\alpha)} \to -\zeta_0^{(\alpha)}$ и $\zeta_0^{(\beta)} \to -\zeta_0^{(\beta)}$, знаки всех множителей $I_{ij\alpha\beta}$, а также знаки $f_\mu^{(N)}$ по правилу, указанному выше. Если при этом среда состоит из античастиц, нужно еще раз изменить знак потенциала $f_\mu^{(N)}$ везде, где этот потенциал входит в вероятности. В результате этих действий мы получим исходные вероятности. Таким образом, в модели трех флейворов левые нейтрино распространяются в среде, состоящей из частиц, так же, как правые антинейтрино в среде, состоящей из античастиц.

Теперь рассмотрим взаимодействие антинейтрино только с электромагнитным полем. Для того чтобы описать движение антинейтрино, требуется изменить знаки всех множителей $I_{ij\alpha\beta}$ и знаки магнитных моментов нейтрино. Из вида полученных таким образом выражений следует, что в электромагнитном поле левые нейтрино распространяются так же, как правые антинейтрино. Как и в модели двух флейворов, мы получили, что, для того чтобы вероятности переходов совпали с исходными, надо не только сделать C-сопряжение, но и изменить поляризацию частицы, т. е. сделать P-отражение. Если для взаимодействия нейтрино с веществом аналогичный результат был вполне ожидаемым, так как слабое взаимодействие CP-четно, то для нейтрино, участвующих только в электромагнитном взаимодействии, такой результат возникает исключительно тогда, когда мы рассматриваем частицу, имеющую более одного флейвора.

В этой работе мы получили вероятности спин-флейворных переходов для нейтрино, распространяющегося в веществе и электромагнитном поле. Для наглядности мы учли только диагональные магнитные моменты и взаимодействие с веществом через нейтральные токи. В этом случае замена нейтрино на антинейтрино и фермионов среды на их античастицы сводится к операциям, описанным выше. При этом оказывается, что левые нейтрино и правые антинейтрино распространяются различным образом. Однако исходные выражения можно восстановить, если изменить знак τ, что соответствует T-отражению. Еще раз подчеркнем, что полученный результат не является следствием CPT-теоремы, так как мы рассматриваем модель с нарушением лоренц-инвариантности.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследовано T-нарушение для вероятностей спин-флейворных переходов нейтрино в среде и электромагнитном поле в модели трех флейворов. Показано, что такое нарушение может быть обусловлено не только наличием мнимой части в матрице смешивания, но и влиянием внешних полей и взаимодействием с веществом. При этом для простейшей модели, учитывающей взаимодействие со средой через нейтральные токи и взаимодействие электромагнитного поля с учетом только диагональных магнитных моментов, T-нарушающие слагаемые за счет мнимой части матрицы смешивания определяются инвариантом Ярлског, а нарушение за счет влияния внешних условий определяется векторным произведением пространственной части потенциала взаимодействия со средой и напряженностей полей, умноженным на вещественные части четверных комбинаций элементов матрицы смешивания. Показано, что в модели трех флейворов, как и в модели двух флейворов, вероятности переходов для правого антинейтрино в среде, состоящей из античастиц, и для левого нейтрино в среде из частиц при наличии постоянного электромагнитного поля различаются только знаками T-нарушающих слагаемых. Обнаруженный механизм нарушения T-инвариантности за счет наличия постоянных внешних условий принципиально важен, так как приводит к появлению T-нарушающих вкладов уже для достаточно простых систем, характеризующихся постоянными параметрами, но при этом не требует введения дополнительных частиц или новых типов взаимодействия, т. е. справедлив для частиц, описываемых в рамках Стандартной модели.

Благодарности. Авторы выражают благодарность А.В. Борисову, И.П. Волобуеву и В.Ч. Жуковскому за плодотворные обсуждения.

Финансирование. Работа А.В.Ч. выполнена при поддержке Фонда развития теоретической физики и математики«Базис»(грант № 19-2-6-100-1).

ЛИТЕРАТУРА

1. P. A. Zyla et al. (Particle Data Group), Prog. Theor. Exp. Phys. **2020**, 083C01 (2020).

2. W. Pauli, in *Niels Bohr and the Development of Physics*, McGraw-Hill, New York (1955).

3. R. Jost, Helv. Phys. Acta **30**, 409 (1957).

4. T. D. Lee and C. N. Yang, Phys. Rev. **104**, 254 (1956).

5. C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes, and R. P. Hudson, Phys. Rev. **105**, 1413 (1957).

6. J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch, and R. Turlay, Phys. Rev. Lett. **13**, 138 (1964).

7. B. Aubert et al. (BABAR Collaboration), Phys. Rev. Lett. **93**, 131801 (2004); arXiv:hep-ex/0407057.

8. Y. Chao et al. (Belle Collaboration), Phys. Rev. Lett. **93**, 191802 (2004); arXiv:hep-ex/0408100.

9. А. Д. Сахаров, Письма в ЖЭТФ **5**, 32 (1967).

10. M. Kobayashi and T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. **49**, 652 (1973).

11. C. Jarlskog, Z. Phys. C **29**, 491 (1985).

12. M. Fukugita and T. Yanagida, Phys. Lett.B **174**, 45 (1986).

13. M. Trodden, Rev. Mod. Phys. **71**, 1463 (1999); arXiv:hep-ph/9803479.

14. S. Davidson, E. Nardi, and Y. Nir, Phys. Rep. **466**, 105 (2008); arXiv:0802.2962 [hep-ph].

15. Б. М. Понтекорво, ЖЭТФ **33**, 549 (1957).

16. Z. Maki, M. Nakagawa, and S. Sakata, Prog. Theor. Phys. **28**, 870 (1962).

17. C. Giunti and C. W. Kim, *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*, Oxford Univ. Press, New York (2007).

18. A. V. Chukhnova and A. E. Lobanov, Phys. Rev. D **105**, 073010 (2022); arXiv:2203.06426 [hep-ph].

19. V. A. Naumov, Int. J. Mod. Phys. D **1**, 379 (1992).

20. E. Akhmedov, P. Huber, M. Lindner, and T. Ohlsson, Nucl. Phys. B **608**, 394 (2001); arXiv:hep-ph/0105029.

21. S. T. Petcov and Ye-Ling Zhou, Phys. Lett. B **785**, 95 (2018); arXiv:1806.09112 [hep-ph].

22. А. Е. Лобанов, А. В. Чухнова, Вестник МГУ, сер. 3, физика, астрон. **58**(5), 22 (2017).

23. L. Wolfenstein, Phys. Rev. D **17**, 2369 (1978).

24. P. B. Pal and T. N. Pham, Phys. Rev. D **40**, 259 (1989).

25. J. F. Nieves, Phys. Rev. D **40**, 866 (1989).

26. W. H. Furry, Phys. Rev. **81**, 115 (1951).

27. W. Pauli, Rev. Mod. Phys. **13**, 203 (1941).

28. K. Fujikawa and R. E. Shrock, Phys. Rev. Lett. **45**, 963 (1980).

29. R. E. Shrock, Nucl. Phys. B **206**, 359 (1982).

30. A. V. Chukhnova and A. E. Lobanov, Phys. Rev. D **101**, 013003 (2020); arXiv:1906.09351 [hep-ph].

31. S. L. Glashow, J. Iliopoulos, and L. Maiani, Phys. Rev. D **2**, 1285 (1970).

32. А. Е. Лобанов, ДАН **402**, 475 (2005).

33. A. Studenikin and A. Ternov, Phys. Lett. B **608**, 107 (2005); arXiv:hep-ph/0412408.

34. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, т. 4, Наука, Москва (1989).

35. Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков, *Введение в теорию квантованных полей*, Наука, Москва (1973).

36. A. E. Lobanov, Ann. Phys. **403**, 82 (2019); arXiv:1507.01256 [hep-ph].

37. А. Е. Лобанов, ТМФ **192**, 70 (2017).

38. J. von Neumann, *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, Mathematisch-Physikalische Klasse **1927**, 245 (1927).

39. A. V. Chukhnova and A. E. Lobanov, Eur. Phys. J. C **81**, 821 (2021); arXiv:2005.04503 [hep-ph].

40. J. E. Campbell, Proc. London Math. Soc. s**1–28**, 381 (1896).

41. E. V. Arbuzova, A. E. Lobanov, and E. M. Murchikova, Phys. Rev. D **81**, 045001 (2010); arXiv:1507.01256.

42. H. A. Kramers, Proc. K. Ned. Akad. Wet. **40**, 814 (1937).

43. S. M. Carroll, G. B. Field, and R. Jackiw, Phys. Rev. D **41**, 1231 (1990).

44. D. Colladay and V. A. Kostelecký, Phys. Rev. D **55**, 6760 (1997); arXiv:hep-ph/9703464.

45. S. Coleman and S. L. Glashow, Phys. Rev. D **59**, 116008 (1999); arXiv:hep-ph/9812418.

46. P. A. M. Dirac, R. Peierls, and M. H. L. Pryce, Proc. Cambridge Philos. Soc. **38**, 193 (1942).

47. А. Е. Лобанов, Изв. вузов, Физика **59** (11), 141 (2016).